

UNIVERSITÉ DE REIMS/UNIVERSITÉ DE METZ  
GRESPI & LPMM

# THÈSE

présentée en vue d'obtenir le grade de Docteur, spécialité « Mécanique Matériaux »

par

Makrem NASRAOUI

## COMPORTEMENT MÉCANIQUE DU PMMA (POLYMÉTHACRYLATE DE MÉTHYLE) SOUS SOLLICITATIONS DYNAMIQUES : APPLICATION À DES STRUCTURES MINCES IMPACTÉES

### Version finale

Thèse soutenue le 01<sup>er</sup> Juillet 2010 devant le jury composé de Messieurs:

Dr.	RAFAËL ESTEVEZ	INSA, Lyon	Rapporteur
"	LUCIEN LAIARINANDRASANA	Mines ParisTech	"
Dr.	PASCAL FORQUIN	Université Paul-Verlaine, Metz	Examineur
Dr.	PIERRE GÉRARD	ARKÉMA Lacq	"
Prof.	JEAN-LUC LATAILLADE	Arts et Métiers ParisTech Bordeaux	"
Prof.	YVES RÉMOND	Université de Strasbourg	"
Prof.	ALEXIS RUSINEK	ENIM, Metz	"
Prof.	KHEMAÏS SAANOUNI	UTT, Troyes	"
Prag.	STÉPHANE PATTOFATTO	ENS-Cachan, Cachan	"
Prof.	LARBI SIAD	Université de Reims	"



*À l'âme de ma mère  
À mon père*



# REMERCIEMENTS

L'ÉTUDE présentée dans ce mémoire a été réalisée en collaboration entre l'université de Reims Champagne-Ardenne et l'université Paul Verlaine-Metz. . Je remercie d'abord Monsieur *Jean-Luc LATAILLADE* Professeur à L'ENSAM de Bordeaux pour l'intérêt qu'il a voulu accorder à mon travail de thèse et m'avoir fait l'honneur de présider ce jury.

Mes remerciements vont également à Messieurs *Lucien LAIARINANDRASANA* (Mines ParisTech) et *Rafaël ESTEVEZ* (INSA LYON) pour avoir accepté la charge de rapporteur. Leur présence fût pour moi un très grand honneur.

Je suis profondément reconnaissant à Messieurs *Yves RÉMOND*, *Khemais SAANOUNI*, *Stéphane PATTOFATTO* et *Pierre GÉRARD* pour avoir accepté de participer au jury de cette thèse et pour l'intérêt qu'ils ont voulu accorder à mon travail.

Je tiens à remercier profondément mes encadrants Mr *Pascal FORQUIN*, Mr *Larbi SIAD* et Mr *Alexis RUSINEK* pour avoir dirigé cette thèse, je tiens particulièrement à les remercier pour la qualité de leurs conseils scientifiques et la confiance qui m'ont donné durant ces années.

Je voudrais remercier tous les membres du LPMM pour leur soutien, leur bonne humeur et leur gentillesse. Mes remerciements vont également aux membres de l'InSIC (Saint dié des Vosges) pour leur soutien moral et leur encouragement.

Enfin, je ne saurais oublier de remercier et d'exprimer ma gratitude à toute ma famille : mes sœurs et mon frère et plus particulièrement mon père et à lui exprimer ma profonde reconnaissance pour son soutien permanent. Je lui dédie ce travail. Merci également à tous mes amis pour leur soutien moral et leur encouragements.

Metz, le 15 décembre 2010.

# TABLE DES MATIÈRES

TABLE DES MATIÈRES	vi
LISTE DES FIGURES	ix
PRÉFACE	1
1 COMPORTEMENT MÉCANIQUE DES POLYMÈRES AMORPHES	5
1.1 OBSERVATIONS EXPÉRIMENTALES	7
1.1.1 Influence de la température	8
1.1.2 Influence de la vitesse de déformation	10
1.1.3 Influence de la pression hydrostatique	12
1.2 MODÉLISATION	13
1.2.1 Critères de plasticité pour les polymères solides	15
1.2.2 Modèle de G'sell et Jonnas (1979)	16
1.2.3 Modèle d'Eyring (1936)	16
1.2.4 Modèle de Roberston (1966)	18
1.2.5 Modèle d'Argon (1973)	19
1.2.6 Modèle de Perez (1995)	20
1.2.7 Modèle de Boyce (1988)	21
1.2.8 Modèle de Richeton (2006)	22
1.3 MÉCANISMES DE DÉFORMATION ET D'ENDOMMAGEMENT	25
1.3.1 Striction	26
1.3.2 Bandes de cisaillement	27
1.3.3 Craquelures	27

1.3.4	Rupture sous sollicitations dynamiques . . . . .	35
	CONCLUSION . . . . .	44
<b>2</b>	<b>ESSAIS D'IMPACT SUR STRUCTURE EN PMMA</b>	<b>47</b>
2.1	INTRODUCTION . . . . .	49
2.2	ESSAIS D'IMPACT . . . . .	51
2.2.1	Technique expérimentale pour les essais d'impact normal . . . . .	51
2.2.2	Résultat d'essais d'impact normal . . . . .	52
2.2.3	Essai d'impact sur la tranche - utilisation d'une CUR . . . . .	53
2.3	SIMULATION NUMÉRIQUE DE L'ESSAI D'IMPACT . . . . .	54
2.4	ESSAI D'IMPACT ( $V = 250$ m/s) . . . . .	60
	CONCLUSION . . . . .	65
<b>3</b>	<b>COMPORTEMENT DU PMMA EN COMPRESSION SIMPLE</b>	<b>67</b>
3.1	INTRODUCTION . . . . .	69
3.2	PRÉSENTATION DU MATÉRIAU . . . . .	69
3.3	DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL . . . . .	70
3.3.1	Compression quasi-statique . . . . .	70
3.3.2	Courbes contrainte déformation . . . . .	71
3.4	CONDITION THERMIQUE DE L'ESSAI . . . . .	78
3.4.1	Échauffement adiabatique . . . . .	78
3.4.2	Estimation de l'accroissement de la température . . . . .	79
3.5	COMPRESSION DYNAMIQUE . . . . .	81
3.5.1	Essai dynamique . . . . .	81
3.5.2	Dispositif de barres d'Hopkinson . . . . .	82
3.5.3	Dépouillement de l'essai . . . . .	83
3.5.4	Résultat des essais dynamiques . . . . .	86
3.5.5	Influence de la vitesse de déformation . . . . .	86
3.5.6	Influence de la température . . . . .	87
3.6	MODÉLISATION DU SEUIL DE LIMITE ÉLASTIQUE . . . . .	90

CONCLUSION . . . . .	91
<b>4 COMPOTEMENT DU PMMA SOUS FORT CONFINEMENT</b>	<b>93</b>
4.1 PRÉAMBULE . . . . .	95
4.2 PRÉSENTATION DES ESSAIS DE CQO ET DE LA MÉTHODE DE DÉPOUILLEMENT . . . .	97
4.2.1 Principe de l'essai de Compression Quasi-œdométrique (CQO) . . . . .	98
4.2.2 Données expérimentales des essais quasi-statique . . . . .	100
4.2.3 Identification du comportement du laiton qui compose la cellule . . . . .	101
4.2.4 Comportement de la cellule seule soumise à une pression interne . . . . .	102
4.2.5 Influence de frottement entre l'échantillon et la cellule . . . . .	105
4.2.6 Résultat d'un essai de compression quasi-œdométrique (CQO)-cellule laiton . .	107
4.2.7 Identification du comportement de l'alliage d'aluminium . . . . .	108
4.2.8 Résultats obtenus avec cellule en aluminium . . . . .	109
4.2.9 Influence du frottement, cellule en aluminium . . . . .	109
4.2.10 Comparaison des résultats obtenus avec les deux cellules . . . . .	111
4.3 COMPARAISON AVEC LES ESSAIS DE COMPRESSION UNIAXIALE . . . . .	112
4.4 COMPRESSION QUASI-OEDOMÉTRIQUE DYNAMIQUE . . . . .	115
4.4.1 Préparation de l'essai . . . . .	115
4.4.2 Procédure de dépouillement des essais dynamiques . . . . .	115
4.4.3 Résultats des essais de compression quasi-œdométrique (CQO) dynamiques . .	116
4.4.4 Comparaison entre les essais de CQO statiques et dynamiques . . . . .	117
4.4.5 Comparaison entre les essais de compression dynamiques et CQO statique . . .	118
CONCLUSION . . . . .	119
<b>5 FISSURATION DU PMMA</b>	<b>121</b>
5.1 ESSAI DE RUPTURE . . . . .	123
5.2 MESURE DE LA TÉNACITÉ . . . . .	127
5.2.1 Montage de préfissuration . . . . .	130
5.2.2 Essais de rupture . . . . .	131
5.3 ESSAI DE TORSION . . . . .	133

5.3.1	Simulation numérique de l'essai . . . . .	133
5.3.2	Géométrie des éprouvettes . . . . .	138
5.3.3	Conditions opératoires . . . . .	139
5.3.4	Résultats expérimentaux de l'essai de torsion . . . . .	139
5.3.5	Comparaison du comportement du PMMA en compression et en torsion . . . . .	141
	CONCLUSION . . . . .	143
<b>6</b>	<b>PROPOSITION D'UNE MODÉLISATION ET SYNTHÈSE DES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX</b>	<b>145</b>
6.1	RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX ET MODÈLE DE G'SELL ET JONNAS,79 . . . . .	147
6.1.1	Présentation du Modèle . . . . .	147
6.1.2	Identification des paramètres de la loi de comportement . . . . .	147
6.1.3	Résultats obtenus par le modèle . . . . .	148
6.2	RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX ET MODÈLE DE RICHTON ET AL.,06 . . . . .	151
6.3	PROPOSITION D'UNE LOI DE COMPORTEMENT . . . . .	153
6.3.1	Identification des paramètres de la loi de comportement . . . . .	154
6.3.2	Comparaison entre les essais-CQS et le modèle . . . . .	155
6.3.3	Comparaison entre les essais-CDynamique et le modèle . . . . .	162
6.3.4	Comparaison entre les essais de CQO-QS et le modèle . . . . .	162
	CONCLUSION . . . . .	164
	CONCLUSION GÉNÉRALE	165
	BIBLIOGRAPHIE	169

## LISTE DES FIGURES

1.1	Structure des polymères amorphes . . . . .	7
1.2	Essai de compression . . . . .	8

1.3	Effet de la température . . . . .	9
1.4	Influence de la température . . . . .	9
1.5	Compression uniaxiale des matériaux PC, PMMA et PAI . . . . .	11
1.6	Effet de $\dot{\epsilon}$ sur le comportement du PC . . . . .	12
1.7	Courbes de compression uniaxiale pour PC, PMMA et PAI . . . . .	13
1.8	Essai de cisaillement du PMMA à différentes pressions . . . . .	14
1.9	Influence de la pression hydrostatique . . . . .	14
1.10	Critères de plasticité et de craquelures . . . . .	15
1.11	Conformations <b>Cis</b> et <b>Trans</b> . . . . .	18
1.12	Boucles de désinclinaison du modèle d'Argon . . . . .	19
1.13	Représentation de la nucléation (a), l'expansion (b), et la coalescence (c) de (MDS) . . . . .	20
1.14	Contrainte d'écoulement en compression <i>vs</i> vitesse de déformation . . . . .	24
1.15	Contrainte d'écoulement <i>vs</i> température . . . . .	25
1.16	Variations de $\alpha_p$ . . . . .	26
1.17	Développement de la striction . . . . .	26
1.18	Bandes de cisaillement en compression . . . . .	27
1.19	Observation d'une craquelure dans un échantillon de PS . . . . .	28
1.20	texte court . . . . .	29
1.21	texte court . . . . .	30
1.22	texte court . . . . .	32
1.23	Evolution de la longueur et de l'ouverture maximale des fibrilles . . . . .	33
1.24	Distribution des contraintes dans les craquelures . . . . .	34
1.25	Dimensions caractéristiques d'une craquelure . . . . .	34
1.26	Variation des dimensions caractéristiques des craquelures . . . . .	35
1.27	Essai d'impact sur une plaque en PC . . . . .	36
1.28	Evolution de la pénétration du projectile . . . . .	36
1.29	Essai d'impact sur une sphère en PMMA . . . . .	37
1.30	Réseau typique des fissures avant rupture de plaque en PMMA . . . . .	38
1.31	Modes de rupture de sphères en PMMA . . . . .	39

1.32	Fissures radiales et circonférentielles . . . . .	39
1.33	Modes de rupture en compression de sphères en PMMA . . . . .	40
1.34	Propagation de la fissure . . . . .	40
1.35	Courbes contraintes-déformations en compression du PMMA . . . . .	40
1.36	Rupture d'un PMMA résistant aux chocs . . . . .	41
1.37	Essai quasi statique (poinçonnage), essai d'impact (perforation) sur le PMMA . . . . .	42
1.38	Evolution de la force F en fonction du déplacement . . . . .	43
1.39	Evolution de la force F en fonction du déplacement . . . . .	43
2.1	Essai d'impact de plaque en PC . . . . .	50
2.2	Exemple d'essai d'impact sur des plaques en PMMA . . . . .	51
2.3	Exemple d'essai d'impact sur des plaques en PMMA ( $V = 25 \text{ m/s}$ ). . . . .	53
2.4	Post-mortem d'un essai d'impact balistique ( $V = 25 \text{ m/s}$ ) . . . . .	54
2.5	Type d'endommagement du cible en PMMA pour deux vitesses d'impact . . . . .	54
2.6	Essai d'impact sur la tranche à une vitesse d'environ $25 \text{ m/s}$ . . . . .	55
2.7	Dimensions et conditions aux limites plaque/projectile . . . . .	56
2.8	La variation de la vitesse du projectile au cours du temps . . . . .	57
2.9	Déplacement des nœuds de la cible . . . . .	57
2.10	Courbe force-temps obtenue avec une vitesse $V = 25 \text{ m/s}$ . . . . .	58
2.11	Courbe contrainte de traction-temps pour une vitesse $V = 25 \text{ m/s}$ . . . . .	58
2.12	contrainte maximale principale à $t = 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ . . . . .	58
2.13	Evolution de la vitesse de déformation . . . . .	59
2.14	Evolution de la pression au voisinage du contact projectile /plaque . . . . .	60
2.15	Essai d'impact projectile/plaque . . . . .	61
2.16	Champ de température pour une vitesse d'impact $V = 250 \text{ m/s}$ . . . . .	62
2.17	Evolution de champs de contraintes de traction en fonction du temps . . . . .	63
2.18	Evolution de la vitesse de déformation en fonction du temps de chargement . . . . .	64
2.19	Champs de pression à $t = 5 \mu\text{s}$ pour une vitesse d'impact $V = 250 \text{ m/s}$ . . . . .	64
3.1	Formule développée de la structure chimique du PMMA . . . . .	69

3.2	Courbes contrainte vraie-déformation vraie à $T = 298\text{ K}$ . . . . .	73
3.3	Courbes contrainte vraie-déformation vraie pour trois vitesses de déformation .	74
3.4	Courbes contrainte vraie-déformation vraie à $T = 273\text{ K}$ et $T = 253\text{ K}$ . . . . .	76
3.5	Courbes contrainte vraie-déformation vraie à $T_0 = 233\text{ K}$ et $T_0 = 213\text{ K}$ . . . . .	77
3.6	Évolution du seuil d'écoulement plastique en fonction de la température initiale	78
3.7	Élévation de la température calculée dans le cadre de l'approximation adiabatique	80
3.8	Courbes contrainte vraie-déformation vraie du PMMA à $T = 298\text{ K}$ et $T = 233\text{ K}$	81
3.9	Schéma du principe des barres de Hopkinson . . . . .	82
3.10	Exemple de signaux de jauges au points A et B . . . . .	83
3.11	Diagramme montrant la propagation d'onde dans les barres SHBP . . . . .	84
3.12	Schéma simplifié montrant la méthode de dépouillement . . . . .	84
3.13	Courbes contrainte vraie-déformation vraie à différentes vitesses . . . . .	87
3.14	Courbes contrainte vraie-déformation vraie du PMMA à différentes vitesses . .	88
3.15	Effet de la température initiale sur la réponse du PMMA . . . . .	89
3.16	Comparaison entre les données expérimentales et le modèle de Richeton 2006 .	91
4.1	Comportement du PMMA en compression confinée et non confinée . . . . .	96
4.2	Schéma de principe de l'essai . . . . .	99
4.3	Schéma de principe de l'essai . . . . .	99
4.4	Déformation orthoradiale extérieure en fonction de la déformation axiale . . . .	100
4.5	Essai de dureté Vickers HV . . . . .	101
4.6	Essai de traction sur une éprouvette de laiton . . . . .	102
4.7	Simulation numérique d'une cellule pour $h_{press} = 14\text{ mm}$ . . . . .	103
4.8	Simulation numérique d'une cellule pour $h_{press} = 12\text{ mm}$ . . . . .	104
4.9	Evolution du rapport des déformations orthoradiales extérieures . . . . .	106
4.10	Evolution de la pression hydrostatique et la contrainte déviatorique du PMMA .	107
4.11	Courbes contrainte-déformation d'un essai de CQO : cellule laiton . . . . .	108
4.12	Essai de traction sur une éprouvette de laiton . . . . .	109
4.13	courbes contrainte-déformation d'un essai de CQO : cellule d'aluminium . . . .	110

4.14	Evolution de la déformation orthoradiale extérieure $z = 5 h_{press} = 12 mm$ . . . . .	111
4.15	Comparaison entre les contraintes radiales et axiales dans l'échantillon PMMA .	112
4.16	Comparaison entre l'essai de compression quasi-oedométrique et uniaxiale . . .	113
4.17	Evolution de la contrainte déviatorique du PMMA . . . . .	114
4.18	Evolution de la pression hydrostatique et la contrainte déviatorique du PMMA .	114
4.19	Données expérimentales lors d'un essai à vitesse d'impacteur 20 m/s . . . . .	116
4.20	Evolution au cours du temps des contraintes dans l'éprouvette à $V = 20 m/s$ . .	117
4.21	Comportement déviatorique du PMMA pour l'essai dynamique et statique . . .	118
4.22	Etude post-mortem de deux éprouvettes de CQO statique et dynamique . . . . .	118
4.23	Contraintes déviatoriques du PMMA sous essais confinés et uniaxiaux . . . . .	119
5.1	Comportement mécanique du PMMA en traction . . . . .	124
5.2	Comportement mécanique du PMMA en traction . . . . .	124
5.3	Approche statistique appliquée à l'essai de flexion 3-points sur le PMMA . . . .	126
5.4	Evolution de la contrainte seuil d'écoulement en flexion 3-points et compression	127
5.5	Observation au MEB des Faciès de rupture des éprouvettes de flexion . . . . .	128
5.6	Observation au MEB des Faciès de rupture des éprouvettes de flexion . . . . .	128
5.7	Essai de rupture dynamique . . . . .	130
5.8	Taille de l'éprouvette utilisée pendant l'essai SENB . . . . .	130
5.9	Pré-fissuration d'une éprouvette en PMMA par un essai de fatigue . . . . .	131
5.10	Courbe de chargement d'éprouvette en PMMA à partir de l'essai SENB . . . . .	132
5.11	Procédure de mesure de la fissure amorcée par fatigue . . . . .	133
5.12	Schéma descriptif des différents stades de propagation . . . . .	134
5.13	Evolution de $K_{IC}$ en fonction de la vitesse de chargement . . . . .	135
5.14	Evolution de la ténacité en fonction de la longueur de fissure . . . . .	135
5.15	Maillage du corps de l'éprouvette . . . . .	136
5.16	distribution des champs de contraintes obtenus par simulation numérique . . .	136
5.17	Champs de contrainte maximale principale et de cisaillement . . . . .	137
5.18	Evolution de la déformation $\gamma_{12}$ et la déformation nominale . . . . .	138

5.19 Montage de l'essai de torsion . . . . .	139
5.20 Dimensions de l'éprouvette de torsion . . . . .	140
5.21 Courbe contrainte-déformation d'un essai de torsion sur le PMMA . . . . .	140
5.22 Comparaison entre l'essai de compression, de flexion et de torsion . . . . .	142
6.1 Evolution de la contrainte seuil en fonction de la température . . . . .	148
6.2 Détermination du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ . . . . .	149
6.3 Comparaison entre les résultats expérimentales et le modèle de G'sell et Jonnas,79	150
6.4 Comparaison entre les résultats expérimentales et le modèle de G'sell et Jonnas,79	150
6.5 Comparaison entre les résultats expérimentales et le modèle de Richeton et al.,06	152
6.6 Comparaison entre les résultats expérimentales et le modèle de Richeton et al.,06	152
6.7 Détermination du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ . . . . .	154
6.8 Résultats du modèle à T = 213 K . . . . .	156
6.9 Résultats du modèle à T = 233 K . . . . .	157
6.10 Résultats du modèle à T = 253 K . . . . .	158
6.11 Résultats du modèle à T = 273 K . . . . .	159
6.12 Résultats du modèle à T = 298 K . . . . .	160
6.13 Résultats du modèle à T = 323 K . . . . .	161
6.14 Résultats du modèle en compression dynamique . . . . .	162
6.15 Résultats du modèle en compression quasi-œdométrique (CQO) . . . . .	163
6.16 Résultats du modèle en compression quasi-œdométrique quasi-statique . . . . .	163

# INTRODUCTION

**L'**APPLICATION des matériaux polymériques industriels a considérablement augmenté, et ceci grâce à leur facilité de mise en œuvre, à leur faible coût de production et leur faible densité. Le comportement de ces matériaux suscite actuellement un grand intérêt dans le monde de la recherche. Les domaines d'applications des polymères comme matériaux de structure sont très variés (aéronautique, automobile. . .). Par exemple, le Polyméthacrylate de Méthyle (PMMA), transparent et présentant une grande rigidité élastique, est utilisé pour des applications telles que les pare-brises ou encore pour les blindages.

Les matériaux polymères sont de plus en plus souvent soumis à une large gamme de conditions de chargement en termes de vitesses de déformation et de températures, dans une variété d'applications importantes telles que l'aviation et les composants de véhicules (Chen et Ravichandran, 1997a; Richeton et al., 2005b).

Les propriétés mécaniques d'un polymère peuvent être liées à sa composition mais aussi aux conditions de mise en œuvre et aux conditions de sollicitation (sens, vitesse) ou d'environnement (température, pression) (G'sell et Haudin, 1995). La compréhension et la modélisation des processus de déformation et d'endommagement de ces matériaux restent un défi lorsque ceux-ci sont soumis à des sollicitations mécaniques complexes. Plusieurs modèles sont disponibles dans la littérature pour décrire l'endommagement et la rupture des polymères amorphes. La rupture peut être de nature fragile comme dans le cas du **PMMA** si le craquelage est le processus dominant et ductile dans le cas du Polycarbonate **PC** s'il s'agit d'une déformation plastique par bandes de cisaillement (Estevez et Basu, 2008).

Au cours d'un impact balistique, le matériau subit un chargement intense et complexe incluant de fortes pressions au voisinage du projectile et des contraintes de compression et traction dans la structure. Une fissuration intense, multiple et orientée appelée fragmentation

se propage en quelques microsecondes dans la cible. Cette fragmentation a pour rôle d'affaiblir le matériau et de faciliter la pénétration du projectile.

C'est dans ce contexte que se situe ce travail de thèse dont l'objectif est d'étudier le comportement mécanique du PMMA dans des conditions de sollicitations dynamiques et sous impact balistique en vue de caractériser les processus de déformation et d'endommagement rencontrés dans ce type de chargement.

Le *premier chapitre* est consacré à l'étude bibliographique et traite essentiellement des polymères amorphes et en particulier le polyméthacrylate de méthyle (PMMA). Les caractéristiques mécaniques sous sollicitations quasi-statiques et dynamiques sont présentés au travers d'observations expérimentales mettant en évidence les effets de la vitesse de déformation, de la température et de la pression hydrostatique. Les différents mécanismes de déformation et d'endommagement observés dans les polymères, ainsi que différentes lois de comportement sont exposées et discutées.

Le *deuxième chapitre* présente les résultats expérimentaux et numériques obtenus pour des essais d'impact balistique sur une structure (plaque) en PMMA. Au cours de ces essais, le matériau subit un chargement intense et complexe incluant de fortes pressions au voisinage du projectile et des contraintes de compression et de traction dans la structure.

Afin, d'étudier le comportement de PMMA sous des conditions représentatives de l'application visée (essai d'impact balistique), le *troisième chapitre* est consacré à la caractérisation du comportement du matériau à travers les essais de compression uniaxiale quasi-statiques et dynamiques. Plus particulièrement, l'effet de la vitesse de déformation, de la température et de l'échauffement adiabatique sont étudiés.

Précisons que le premier chargement subi par la cible lors d'un impact balistique correspond à une compression confinée. Nous proposons alors dans le *quatrième chapitre* de présenter des essais de compression-quasi œdométrique statiques et dynamiques qui sont mis en œuvre pour évaluer la résistance du matériau en fonction de la pression de confinement.

Dans le but d'étudier la fissuration du matériau de l'étude, le *cinquième chapitre* est consa-

---

cré à la mise en œuvre des essais de préfissuration et de rupture à différentes vitesses et températures.

À la lumière des résultats issus des essais expérimentaux et ceux obtenus par simulation numérique, nous proposons, dans le *dernier chapitre*, une loi de comportement phénoménologique prenant en compte les effets de la déformation, de la vitesse, de la pression et de la température sur la limite d'écoulement du matériau.



# COMPORTEMENT MÉCANIQUE DES POLYMÈRES AMORPHES

1

## SOMMAIRE

1.1	OBSERVATIONS EXPÉRIMENTALES	7
1.1.1	Influence de la température	8
1.1.2	Influence de la vitesse de déformation	10
1.1.3	Influence de la pression hydrostatique	12
1.2	MODÉLISATION	13
1.2.1	Critères de plasticité pour les polymères solides	15
1.2.2	Modèle de G'sell et Jonnas (1979)	16
1.2.3	Modèle d'Eyring (1936)	16
1.2.4	Modèle de Roberston (1966)	18
1.2.5	Modèle d'Argon (1973)	19
1.2.6	Modèle de Perez (1995)	20
1.2.7	Modèle de Boyce (1988)	21
1.2.8	Modèle de Richeton (2006)	22
1.3	MÉCANISMES DE DÉFORMATION ET D'ENDOMMAGEMENT	25
1.3.1	Striction	26
1.3.2	Bandes de cisaillement	27
1.3.3	Craquelures	27
1.3.4	Rupture sous sollicitations dynamiques	35
	CONCLUSION	44



## 1.1 OBSERVATIONS EXPÉRIMENTALES

Un polymère résulte de la polymérisation de molécules organiques de petites tailles appelées monomères conduisant aux macromolécules. Les dispositions configurationnelles <sup>1</sup> et conformationnelles <sup>2</sup> ainsi que la cinétique de refroidissement conduisent à un état partiellement ou totalement désordonné de la matière. Le polymère est dit amorphe si le désordre moléculaire est complet ; les chaînes sont enchevêtrées sous forme de pelotes statistiques. En dépit de cette absence d'ordre à l'échelle moléculaire et si l'on occulte les éventuels effets d'orientation consécutifs à la mise en forme, les polymères à l'état solide sont macroscopiquement isotropes et homogènes (voir figure 1.1).

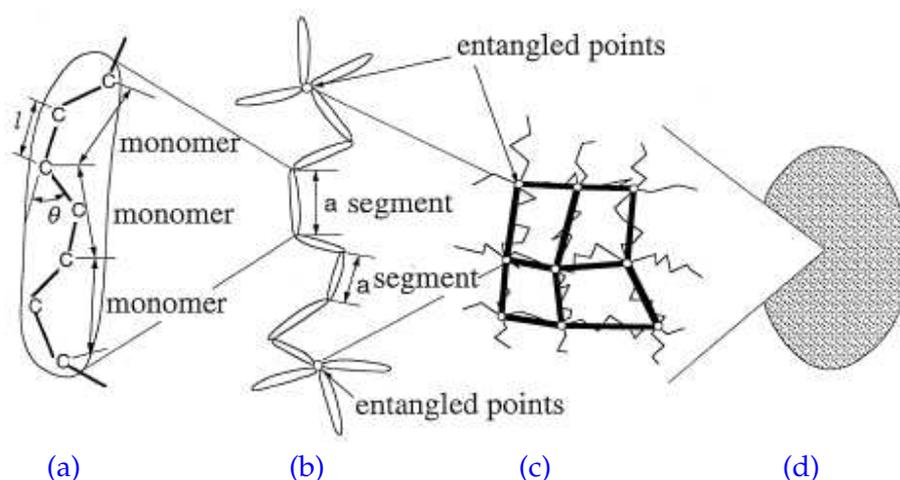


FIG. 1.1 – Schématisation de la structure des polymères amorphes à différentes échelles, (a) : constitution d'un segment de chaîne, (b) : macromolécules, (c) : enchevêtrement macromoléculaire, (d) : structure macroscopique homogène et isotrope : source (Tomita, 2000)

Lorsque les polymères sont soumis à des sollicitations mécaniques simples tels que la traction, la compression ou le cisaillement, ils présentent en général dans leur état amorphe solide un comportement typique contrainte-déformation schématisé par la figure 1.2. Dans le cas d'un essai de compression uniaxiale, l'évolution de la contrainte vraie  $\sigma_v$  en fonction de la déformation vraie  $\epsilon_v$  montre l'existence d'un maximum de la contrainte, appelé *contrainte*

<sup>1</sup>Arrangement topologique des atomes au sein du monomère

<sup>2</sup>Agencement relatif des monomères d'une même molécules

d'écoulement, suivi d'un adoucissement puis d'un durcissement aux grandes déformations. Ceci conduit à distinguer trois stades :

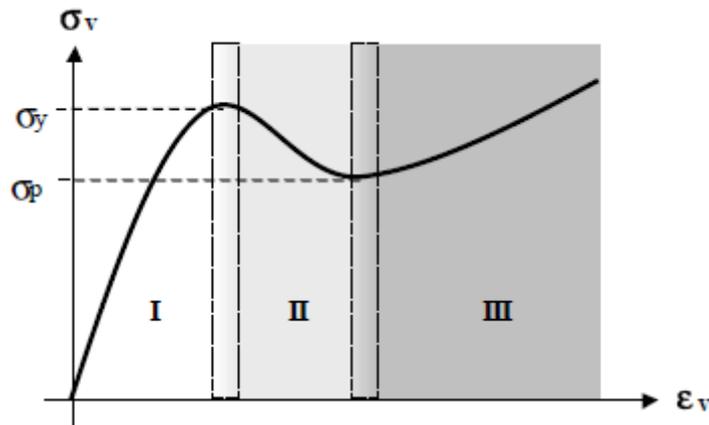


FIG. 1.2 – Essai de compression d'un polymère amorphe :  $\sigma_y$  est la contrainte seuil d'écoulement plastique ;  $\sigma_p$  est la contrainte de saturation.

- Le **stade I** : le matériau manifeste un comportement viscoélastique non linéaire dépendant de l'intensité de la contrainte appliquée. Ceci est confirmé par les observations de [Quinson \(1995\)](#) qui constate le développement de la déformation anélastique dès le début de l'essai et l'absence de déformation viscoplastique.
- Le **stade II** correspond à la phase d'adoucissement du matériau. : la contrainte diminue jusqu'à la contrainte de saturation,  $\sigma_p$ , caractéristique de l'écoulement plastique.
- Aux grandes déformations associées au **stade III**, seule la contribution viscoplastique croît et le matériau durcit progressivement suite à l'orientation des macromolécules le long de la direction de déformation. Ainsi, la phase de durcissement diffère selon l'essai entrepris ; par exemple, il a été observé qu'il est plus important en traction qu'en compression [Boyce et Arruda \(1990\)](#)

### 1.1.1 Influence de la température

Les courbes expérimentales contraintes-déformations de la figure 1.3 [Arruda et al. \(1995\)](#) montrent l'influence de la température sur le comportement mécanique du PMMA. On y relève que la limite élastique, le module d'Young et le durcissement diminuent lorsque la température augmente. [G'sell et Haudin \(1995\)](#) ont étudié l'influence de la température sur le comportement plastique du polyéthylène (PE) et du polycarbonate (PC) amorphe. Dans le cas

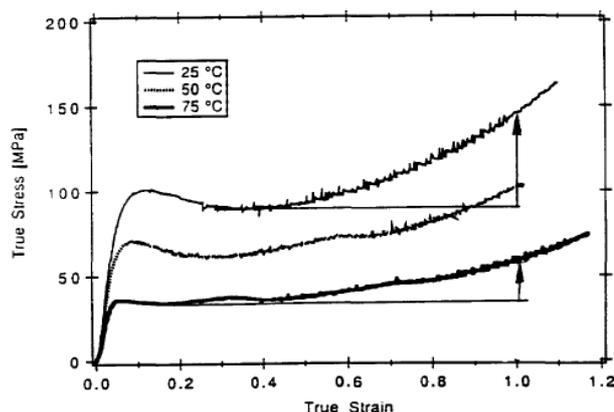


FIG. 1.3 – Effet de la température sur le comportement du PMMA pour une vitesse de déformation de  $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  lors d'un essai de compression : source (Arruda et al., 1995).

du polyéthylène, la figure 1.4 (a) montre que la limite élastique et le durcissement diminuent progressivement quand la température de l'essai augmente. Pour le polycarbonate amorphe, on observe également une diminution de la contrainte d'écoulement  $\sigma_y$  quand la température approche la température de transition vitreuse  $T_g$ . De plus, l'amplitude du crochet diminue et le durcissement plastique tend vers la courbe caractéristique du comportement hyperélastique à 150 °C. Par ailleurs, G'sell et Haudin (1995) ont constaté que, au passage de la transition vitreuse  $T_g$ , la loi de comportement d'un polymère tend progressivement vers celle d'un polymère amorphe caoutchoutique. Ce constat conforte l'idée que le durcissement plastique des polymères vitreux est lié à l'orientation des macromolécules.

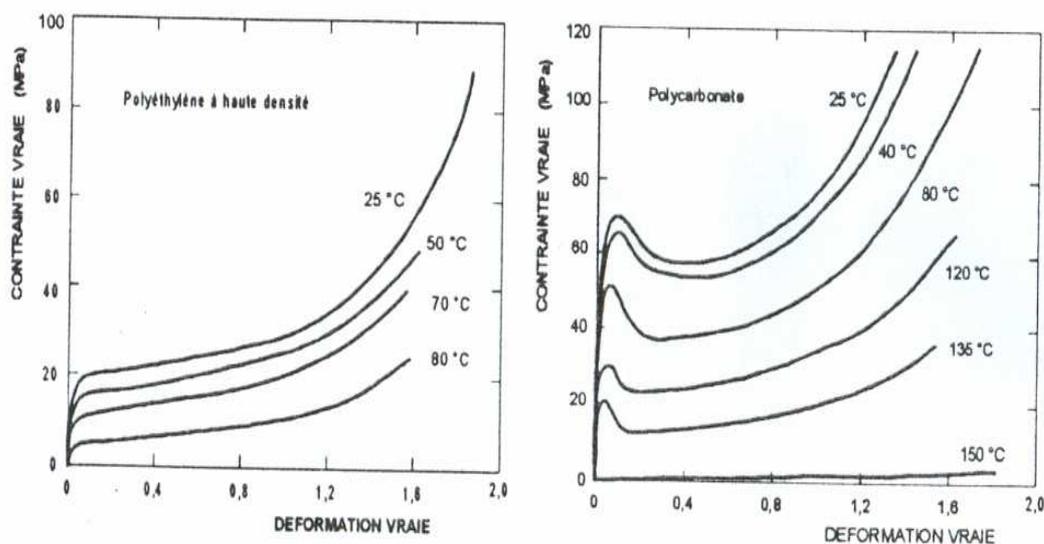


FIG. 1.4 – Influence de la température sur le comportement plastique du PE et du PC à  $\dot{\epsilon} = 10^{-1} \text{ s}^{-1}$  : source (G'sell et Haudin, 1995).

Richeton et al. (2006) ont étudié l'influence de la température sur le comportement mécanique des trois polymères amorphes PC, PMMA et PAI pour différentes vitesses de déformation. Ces auteurs ont postulé que plus la température est proche de  $T_g$  plus le taux d'écoulement diminue et peut même disparaître pour les températures au-dessus de  $T_g$ . La figure 1.5 montre les courbes contrainte-déformation des trois matériaux cités ci-dessus pour des essais de compression uniaxiale effectués à une vitesse de déformation de  $\dot{\epsilon} = 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ . On y relève que le PMMA présente une augmentation significative de la contrainte d'écoulement pour les basses températures variant de  $-40^\circ\text{C}$  à  $0^\circ\text{C}$ . Dans le cas du PMMA, on remarque que ces basses températures sont au dessous de la température de relaxation secondaire  $T_\beta$  de ce matériau qui est de l'ordre de  $10^\circ\text{C}$ .

### 1.1.2 Influence de la vitesse de déformation

L'effet de la vitesse de déformation peut être déterminé aussi bien par un ensemble d'essais mécaniques à différentes vitesses de déformations qu'à partir de sauts de vitesses réalisés au cours d'un essai choisi. De nombreuses études expérimentales ont mis en évidence la variation de la contrainte d'écoulement avec la vitesse de déformation. Les courbes de la figure 1.6 représentent les résultats d'essais de torsion réalisés sur un polycarbonate à température ambiante (Fleck et al., 1990). Ces courbes montrent la sensibilité du comportement du PC à la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$  mise en évidence par une augmentation de la contrainte d'écoulement en fonction de la vitesse de déformation. Klepaczko (1988) a montré que la sensibilité à la vitesse de déformation est déterminée dans le cas de traction-compression par l'un des coefficients  $\beta$  et  $m$  définis par :

$$\beta = \left( \frac{\partial \sigma_y}{\partial \log(\dot{\epsilon})} \right)_{T,\epsilon} \quad \text{ou} \quad m = \left( \frac{\partial \log \sigma_y}{\partial \log(\dot{\epsilon})} \right)_{T,\epsilon}$$

où  $m$  est le coefficient de sensibilité logarithmique à la vitesse de déformation. Manifestement les coefficients  $\beta$  et  $m$  sont reliés par  $\beta = m \sigma$ . Pour les polymères amorphes, le coefficient  $m$  dépend de la température et il varie de  $m = 0.03$  à l'état vitreux jusqu'à pratiquement zéro à l'état caoutchoutique, en passant par un maximum vers  $T_g$ . En ce qui concerne le crochet de traction, il devient très sensible à la vitesse de déformation au voisinage de  $T_g$  et

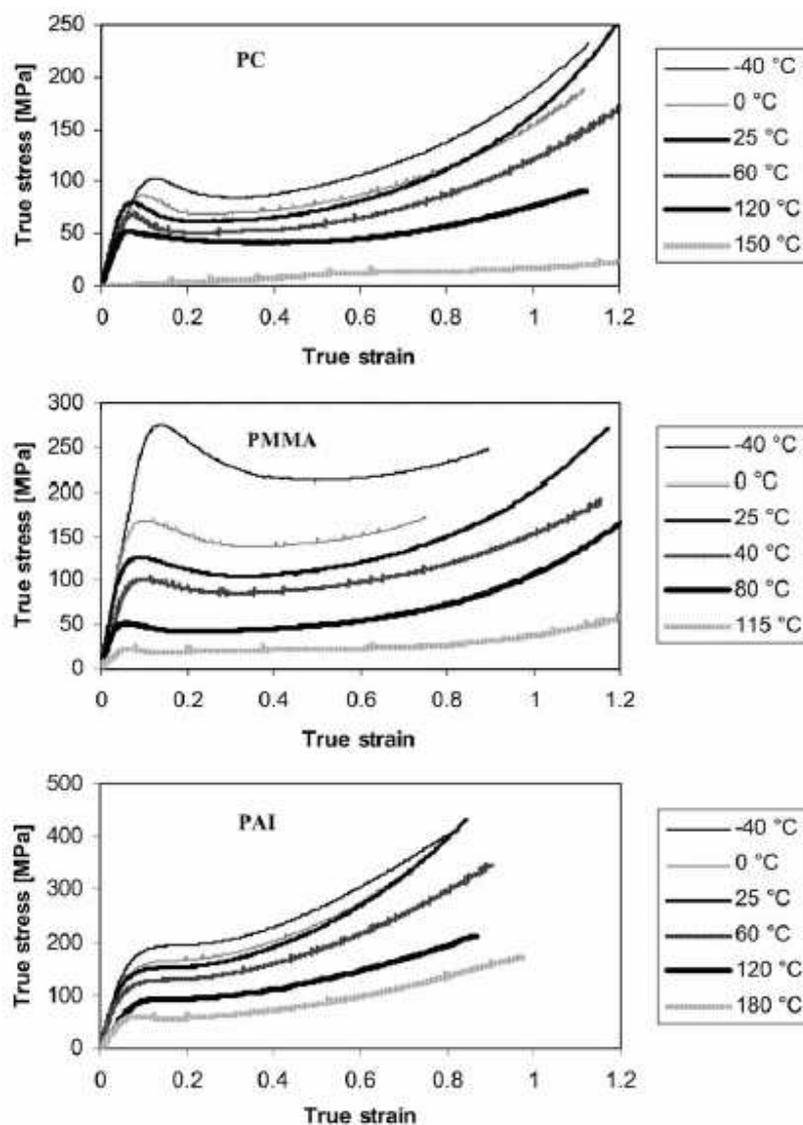


FIG. 1.5 – Essai de compression uniaxiale : courbes contraintes-déformations pour le PC, le PMMA et le PAI à une vitesse de déformation  $\dot{\epsilon} = 10^{-2}\text{s}^{-1}$  et pour différentes températures : source (Richeton et al., 2006).

peut même disparaître totalement pour les essais assez lents. Ce phénomène est lié à la nature transitoire du stade d'adoucissement comme l'ont montré G'sell et Jonas (1981a) ainsi que Quali et al. (1993). Richeton et al. (2006) ont aussi étudié l'effet de la vitesse de déformation sur le comportement mécanique de trois polymères amorphes mentionné plus haut. Les courbes contrainte-déformation de la figure 1.7, sont obtenues en compression uniaxiale effectuée pour une température constante  $T = 25^\circ\text{C}$  et différentes vitesses de déformation. On observe que la contrainte d'écoulement augmente lorsque  $\dot{\epsilon}$  augmente et particulièrement pour les vitesses de déformation les plus élevées. Les trois polymères montrent une réponse mécanique semblable

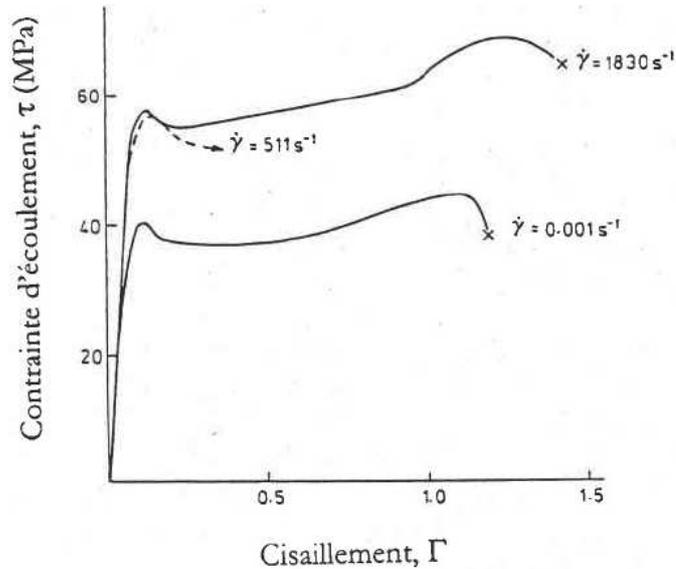


FIG. 1.6 – Effet de la vitesse de déformation sur le comportement du PC à différentes vitesses de déformations lors d'essais de torsion : source (Fleck et al., 1990)

à basse vitesse de déformation : une première réponse élastique est suivie d'un écoulement plastique et ensuite d'un durcissement. Cependant dans le cas du PMMA, l'écrouissage disparaît complètement pour les valeurs élevées de la vitesse de déformation. Richeton et al. (2006) ont montré que ce phénomène est dû à l'effet thermique adiabatique.

### 1.1.3 Influence de la pression hydrostatique

Outre l'effet de la température et de la vitesse de déformation, les courbes contrainte-déformation montrent que le matériau est sensible à la pression. Cet effet a été observé par Rabinowitz et al. (1970) dans le cas du PMMA sollicité sous différentes pressions (figure 1.8) et par Spitzig et Richmond (1979) pour un polycarbonate PC testé pour différentes pressions sous sollicitations de traction et de compression. La pression appliquée est uniforme dans toutes les directions. Il a été observé que le niveau de contrainte, la déformation au seuil ainsi que le module élastique augmente avec la pression appliquée (Rabinowitz et al., 1970). L'augmentation de la pression entraîne l'élévation de la limite élastique d'une manière semblable à la réduction de la température ou l'augmentation de la vitesse de déformation, (Spitzig et Richmond, 1979).

Plusieurs auteurs, (Bauwens, 1971; Ward, 1971; Bowden et Jukes, 1972), ont suggéré que la pression hydrostatique a pour effet d'augmenter la barrière énergétique à franchir, ce qui

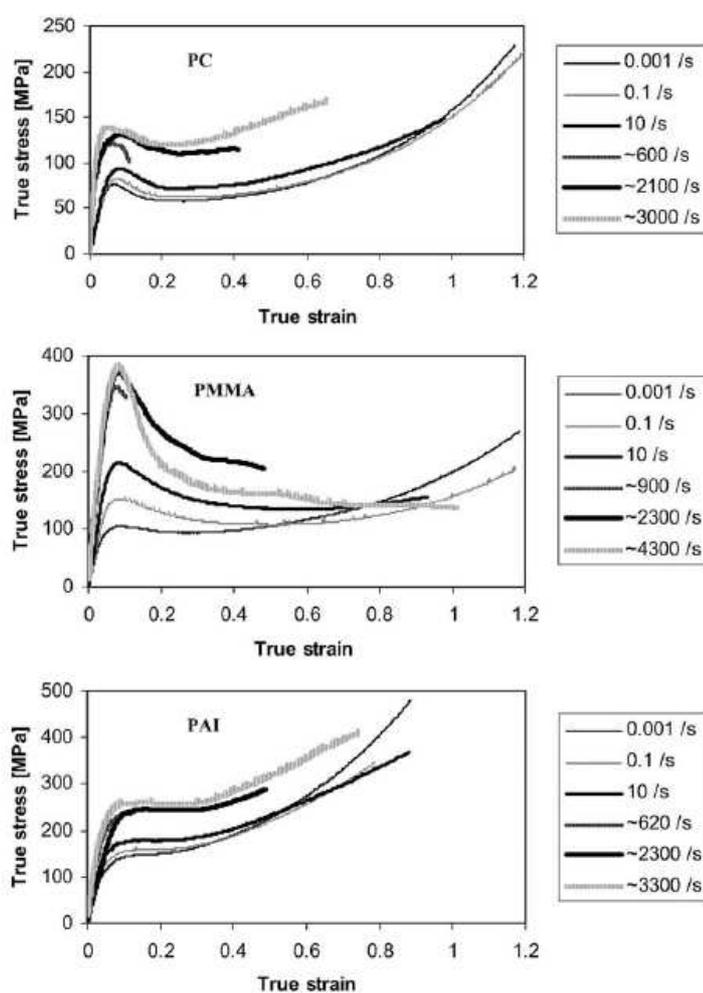


FIG. 1.7 – Essai de compression uniaxiale : courbes contraintes-déformations pour le PC, le PMMA et le PAI à température  $T = 25^{\circ}\text{C}$  et pour différentes vitesses de déformation : source (Richeton et al., 2006).

réduit la mobilité moléculaire. Pour provoquer l'écoulement plastique il faut donc appliquer une contrainte plus importante. Un tel phénomène s'observe également si on compare les courbes obtenues en traction et en compression simples. On remarque que la limite élastique correspondant à un essai de traction est inférieur à celle obtenue en compression (voir figure 1.9).

## 1.2 MODÉLISATION

Deux approches sont couramment adoptées pour décrire le comportement des matériaux polymériques. La première approche, d'origine physique, est basée sur l'activation thermique des molécules. La seconde est phénoménologique et se propose de déterminer les réponses contraintes-déformations par identification et calibrages de données expérimentales. Nous dé-

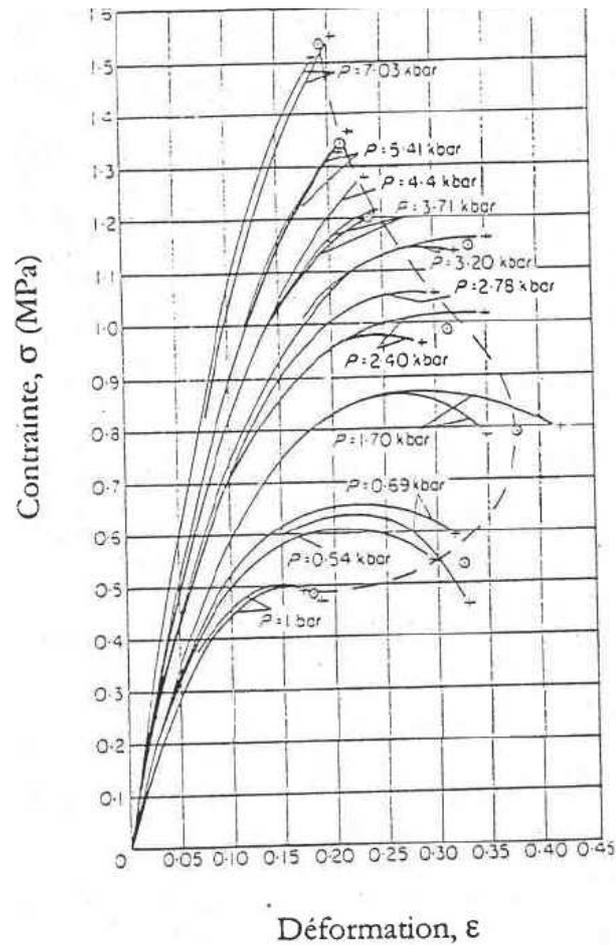


FIG. 1.8 – Courbe contraintes-déformations du PMMA en cisaillement à différentes pressions hydrostatiques : source Rabinowitz et al. (1970)

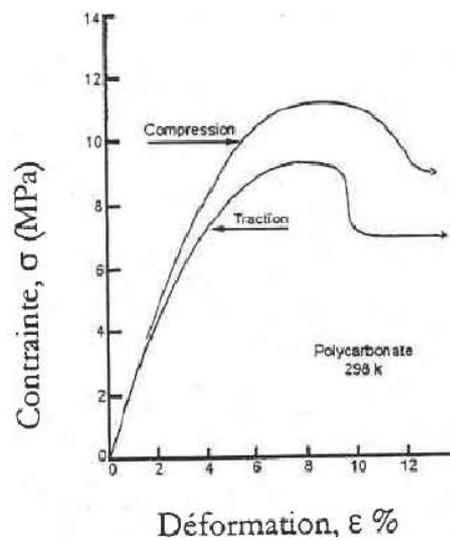


FIG. 1.9 – Influence de la pression hydrostatique : source (Rabinowitz et Breadmore, 1974).

crivons brièvement ci-après un modèle phénoménologique et six modèles physiques. Préala-

blement à cela, nous commençons par préciser les critères de plasticité et de formation de craquelures retenus pour les polymères.

### 1.2.1 Critères de plasticité pour les polymères solides

D'après les travaux de Sternstein, (G'sell et Haudin, 1995), l'adoption d'un critère du type

$$\tau_{oct} = \tau_0 + \alpha p \quad (1.1)$$

où  $\tau_0$  et  $\alpha$  sont deux constantes matérielles, pourrait convenir à la plupart des polymères solides. Dans 1.1, la contrainte octaédrique  $\tau_{oct}$  et la pression hydrostatique  $p$  sont définies par :

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \text{ et } p = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3),$$

Une section du domaine d'élasticité par un plan  $(\sigma_1, \sigma_2)$  est représentée à la figure 1.10. La surface du domaine d'élasticité est l'ellipse connue de von Mises à laquelle une translation d'amplitude donnée le long de la première bissectrice du quadrant  $(\sigma_1, \sigma_2)$  est imposée (G'sell et Haudin, 1995). On note aussi sur la figure 1.10 que la limite élastique en traction est inférieure à la limite élastique en compression. Un critère de craquelures (crazing) basé

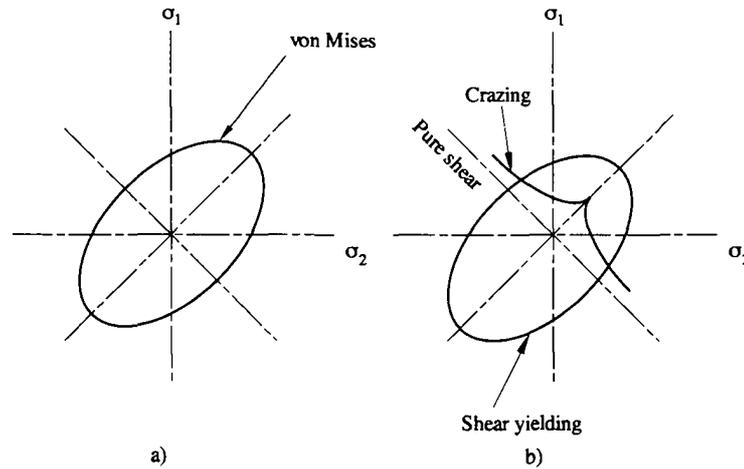


FIG. 1.10 – Représentations des critères de plasticité et de craquelures dans le plan  $(\sigma_1, \sigma_2)$  : (a) critère de von Mises standard, (b) critère de von Mises modifié (Sternstein), : source (G'sell et Haudin, 1995).

sur les mécanismes de cavitation et de fibrillation mis en œuvre lors de leur formation a été proposé par Sternstein G'sell et Haudin (1995) ; son expression en fonction des contraintes principales s'écrit

$$|\sigma_1 - \sigma_2| - \frac{B}{\sigma_1 + \sigma_2} \geq A \quad (1.2)$$

où les constantes  $A$  et  $B$  sont des paramètres ajustables. Le critère (1.2) indique que les craquelures se forment perpendiculairement à la plus grande contrainte principale et qu'en outre, aucun endommagement n'est prévu pour une sollicitation de type cisaillement pur.

### 1.2.2 Modèle de G'sell et Jonnas (1979)

Pour le Polychlorure de vinyle et le Polyéthylène à haute densité, G'sell et Jonas (1979) ont proposé un modèle phénoménologique de comportement donné par :

$$\sigma = K \exp(h \varepsilon^2) \dot{\varepsilon}^m \quad (1.3)$$

où  $\sigma$  est la contrainte équivalente,  $\varepsilon$  est la déformation équivalente,  $m$  est le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation et le couple,  $h$  sont deux constantes matérielles. Les facteurs  $\exp(h \varepsilon^2)$  et  $\dot{\varepsilon}^m$  décrivent respectivement le durcissement et le comportement visqueux. G'sell et al. (1983) avaient proposé de modifier la relation 1.3 en y incluant une composante viscoélastique ; ce qui conduit à :

$$\sigma = K \left[ 1 - \exp(-W \varepsilon) \right] \exp(h \varepsilon^2) \dot{\varepsilon}^m \quad (1.4)$$

où  $W$  est une constante matérielle. Le modèle 1.4, intègre la viscoélasticité et la viscoplasticité dans une seule équation. Le facteur  $(1 - \exp(-W \varepsilon))$  prend en compte le comportement initial non linéaire. Il décrit le comportement des polymères semi-cristallins mais ne peut cependant pas reproduire le comportement intrinsèque de l'adoucissement des polymères vitreux. Plus récemment, Billon (2003) a apporté une modification à l'équation 1.4 en y incluant une fonction dépendant de la température :

$$\sigma = K \exp\left(\frac{a}{T}\right) (1 - \exp(-W \varepsilon)) \exp(h \varepsilon^2) \dot{\varepsilon}^m \quad (1.5)$$

où  $a$  et  $n$  sont deux constantes matérielles et  $T$  est la température absolue.

### 1.2.3 Modèle d'Eyring (1936)

Le modèle d'Eyring (Eyring, 1936), l'un des modèles les plus anciens, traite la déformation plastique des polymères comme un processus thermiquement activé. Les segments moléculaires sont considérés individuellement dans des positions d'équilibre et le passage d'une

position à une autre conduit à l'écoulement plastique macroscopique. Ce passage suppose l'acquisition de l'énergie d'activation nécessaire au franchissement d'une barrière d'énergie. Aux grandes vitesses de déformation et aux basses températures, l'expression de la vitesse de déformation en cisaillement proposée par Eyring est :

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_0 \exp \left( -\frac{E_0 - V\tau}{RT} \right) \quad (1.6)$$

où  $V$  est le volume d'activation contenant le plus petit nombre de molécules qu'il faut faire glisser simultanément pour entraîner le processus d'écoulement macroscopique ;  $\dot{\gamma}_0$  est le facteur pré-exponentiel ;  $R$  est la constante des gaz parfait et  $T$  la température absolue. Plusieurs études (Roetling (1965), Bauwens (1971), Nanzai (1993)) montrent que le modèle d'Eyring s'est révélé insuffisant pour décrire le comportement plastique des polymères amorphes pour une large gamme de température et de vitesses de déformation vu qu'il considère un seul processus moléculaire. D'autres approches ont alors été développées par Roetling (1965) pour le PMMA, Bauwens (1971) pour le PVC, Bauwens-Crowet et al. (1972), et Bauwens-Crowet (1973) pour le PC afin de prendre en compte d'autres processus d'écoulement macroscopique. Ces auteurs avaient utilisé l'analyse développée par Ree et Eyring (1955) qui avait considéré que la contrainte d'écoulement est la somme de plusieurs contraintes associées à divers types de mouvements moléculaires impliqués dans le processus de déformation. Deux processus correspondant aux mouvements associés aux relaxations  $\alpha$  et  $\beta$  avaient été retenus par ces auteurs qui avaient considéré que le travail de déformation total est la somme des travaux de déformation nécessaires à chacun des processus. Ce raisonnement revient à additionner les contraintes nécessaires à chacun des processus et conduit par ce fait à

$$\frac{\sigma}{T} = A_\alpha \left[ \ln 2C_\alpha \dot{\epsilon} + \frac{E_{a\alpha}}{RT} \right] + A_\beta \sinh^{-1} \left[ C_\beta \dot{\epsilon} \exp \left( \frac{E_{a\alpha}}{RT} \right) \right] \quad (1.7)$$

où les paramètres  $A_\alpha$ ,  $A_\beta$ ,  $C_\alpha$  et  $C_\beta$  sont des constantes caractéristiques du matériau,  $E_{a\alpha}$  et  $E_{a\beta}$  sont les énergies d'activation des mouvements moléculaires de la transition vitreuse associées respectivement aux relaxation  $\alpha$  et  $\beta$ .

### 1.2.4 Modèle de Roberston (1966)

La première approche qui a tenté d'associer la microstructure à l'analyse des propriétés mécaniques des polymères est due à [Roberston \(1966\)](#) qui avait supposé qu'à chaque instant les segments de chaînes sont distribués statiquement suivant deux conformations différentes de haute énergie **Cis** et de basse énergie **Trans** figure (1.11). L'application d'une contrainte permet à certains segments de passer de la conformation **Trans** à la conformation **Cis**. Ceci augmente suffisamment la population **Cis** pour produire l'écoulement plastique et permet alors d'assimiler la structure des polymères à celle que l'on trouverait à l'état fondu à une température  $T_s$  supérieure mais proche de la température  $T_g$ . La vitesse de déformation est donnée par :



FIG. 1.11 – Représentation schématique des conformations *Cis* et *Trans* du modèle de Roberston : source([Roberston, 1966](#))

$$\dot{\epsilon} = \frac{\sigma}{\eta(T_s, T)} \quad (1.8)$$

où  $\eta$  est la viscosité du polymère à la température  $T_s$  donnée par l'intermédiaire de l'équation de Williams-Landel et Ferry (WLF) [Ferry \(1961\)](#). Elle se note :

$$\eta(T_s, T) = n_g \exp \left[ 2.303 \left( \frac{C_1^g C_2^g}{T_s - T_s + C_2^g} \frac{T_s}{T} - C_1^g \right) \right] \quad (1.9)$$

La théorie de Roberston a trouvé un certain appui dans les travaux expérimentaux de [Theodorou et Suter \(1984\)](#) et [Xu et al. \(1989\)](#). Pour un certain nombre de polymères amorphes (PMMA, PS, PC), le modèle de Roberston est plutôt convenable pour des températures juste au-dessous de  $T_g$ . En effet, il décrit mieux que la théorie d'Eyring le comportement au voisinage de la limite d'écoulement plastique pour des températures proches de  $T_g$ . Cependant [Argon et Bessonov \(1977\)](#) montrent que le modèle de Roberston n'est pas valable pour les basses températures puisque la cohésion du polymère est alors principalement due aux interactions intermoléculaires.

### 1.2.5 Modèle d'Argon (1973)

Argon (1973) précise la nature des éléments donnant lieu à la déformation plastique. Pour ce faire, il considère que le polymère est constitué de segments moléculaires orientés aléatoirement et que la chaîne du polymère est assimilée à un tube moléculaire de forme cylindrique. Ainsi le processus moléculaire responsable de la déformation locale est basé sur l'hypothèse de formation d'une paire de désinclinaisons (ou décrochement) (*Kinks pair*). Pour calculer la contrainte activée thermiquement pour générer et séparer deux paires de désinclinaisons, Argon s'est basé sur la théorie de Li et Gilman (1970). Il obtient l'enthalpie libre d'activation et en déduit la limite élastique en cisaillement :

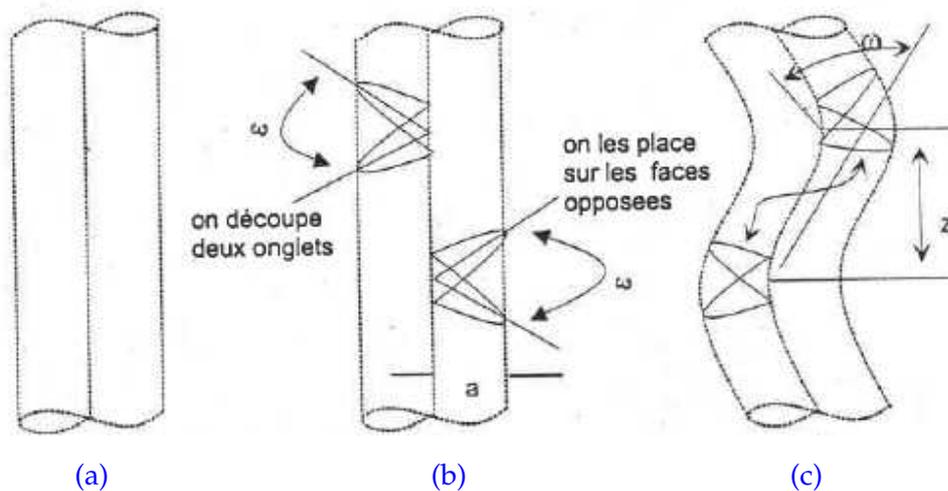


FIG. 1.12 – Boucles de désinclinaison du modèle d'Argon : source (Argon, 1973)

$$\tau = \frac{0.077G}{1-\nu} \left[ 1 - \frac{16(1-\nu)}{3\pi G V_0} RT \ln \left( \frac{\dot{\gamma}^0}{\dot{\gamma}} \right) \right]^{\frac{6}{5}} \quad (1.10)$$

où  $G$  et  $\nu$  sont respectivement le module de cisaillement et le coefficient de poisson,  $V_0$  est le volume de la paire de désinclinaison et  $\dot{\gamma}^0$  est le terme pré-exponentielle d'Argon ayant la dimension d'une vitesse de déformation. Le modèle (1.10) permet de bien décrire l'influence de la température et de la vitesse de déformation sur la contrainte d'écoulement plastique à des températures sensiblement inférieures à  $T_g$ , (Argon, 1973; Argon et Bessonov, 1977; Yamini et Young, 1980). Il n'est cependant plus satisfaisant aux températures proches de  $T_g$  contrairement au modèle de Roberston.

Le modèle d'Arruda a été étendu par **Boyce et al. (1988)** pour prendre en compte l'effet de la pression. En effet l'expression **1.10** est ré-écrite sous la forme suivante :

$$\dot{\gamma}^p = \dot{\gamma}^0 \exp \left[ -\frac{AS_0}{T} \left( 1 - \left( \frac{\tau}{S_0} \right)^{\frac{5}{6}} \right) \right] \quad (1.11)$$

où  $A$  est proportionnel au volume d'activation apparent divisé par la constante de Boltzmann,  $G$  est le module de cisaillement dépendant de la température et  $S_0$  est donné par  $S_0 = \frac{0.077}{(1-\nu)} G$ .

### 1.2.6 Modèle de Perez (1995)

**Perez et Lefebvre (1995)** ont proposé un modèle physique pour les polymères vitreux permettant de relier le comportement mécanique macroscopique au mouvement local des molécules. Ces auteurs font l'hypothèse de l'existence de défauts quasi-punctuels où le matériau est hors équilibre. La non-linéarité du comportement mécanique est décrite, d'une part par l'évolution de la microstructure avec la déformation et, d'autre part, par l'activation du processus  $\beta$ . Le modèle repose sur les trois hypothèses suivantes (voir figure **1.13**) :

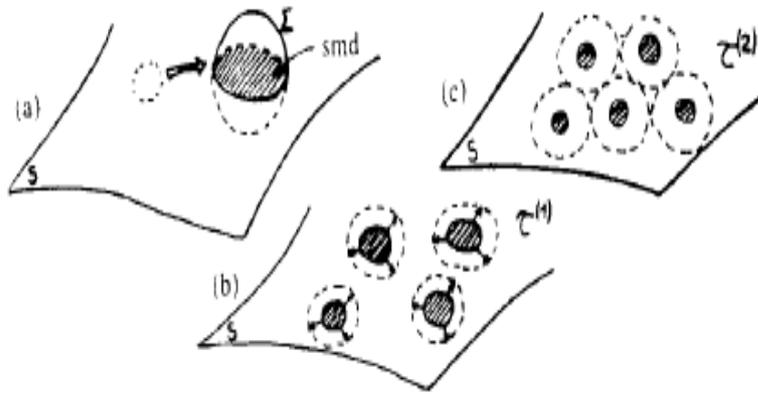


FIG. 1.13 – Représentation de la nucléation (a), l'expansion (b), et la coalescence (c) de micro-domaines cisailés (MDS) : source (**Perez et Lefebvre, 1995**)

- (a) Un mouvement moléculaire collectif confiné dont le volume de matière limité par la surface  $\Sigma$  et activé thermiquement, conduit à un cisaillement localisé correspondant à la zone hachurée sur la figure **1.13**, intersection entre  $\Sigma$  et la surface  $S$  où la composante de cisaillement de la contrainte est maximale.
- (b) L'application d'une contrainte de cisaillement conduit à la formation de micro-domaines cisailés (MDS) qui s'étendent et finissent par coalescer. Si la contrainte est

suffisamment lente, la ligne bordant un MDS peut être considérée comme une boucle de dislocation. La déformation anélastique résulte alors de la nucléation et de la croissance de MDSs dans les sites où la mobilité est élevée. La déformation anélastique est recouvrable dans une échelle de temps court. La coalescence des MDSs crée une déformation viscoplastique recouvrable par un traitement thermique à une température supérieure à la température de transition vitreuse  $T_g$ .

- (c) L'extention des MDSs se fait avec des mouvements moléculaires hiérarchiquement corrélés. Par conséquent les processus anélastiques s'étendent sur une échelle de temps comprise entre le temps caractéristique du mouvement moléculaire élémentaire assimilé à  $t_\beta$  et le temps maximum mis par une unité structurale pour se translater d'une distance égale à sa longueur définie par :

$$t_{mol} = t_o \left( \frac{t_\beta}{t_o} \right)^{\frac{1}{\chi}} \quad (1.12)$$

où  $t_o$  est un paramètre d'échelle des temps moléculaires,  $\chi$  est le paramètre de corrélation qui rend compte de l'ordre de la microstructure :  $\chi = 0$  correspond à un désordre parfait et  $\chi = 1$  correspond à l'absence de corrélation. Le temps caractéristique de la relaxation  $\beta$  suit la loi d'Arrhénius. Cependant lorsque la contrainte appliquée est élevée, le comportement devient non linéaire, le processus de relaxation  $\beta$  est assisté par la contrainte.

$$t_\beta(\sigma) = t_{0\beta} \exp \left( \frac{\Delta G_\beta \left( 1 - \frac{\sigma}{\sigma_o} \right)^{\frac{3}{2}}}{KT} \right) \quad (1.13)$$

$\sigma_o$  est la contrainte à  $T = 0K$  qui permettrait de franchir la barrière énergétique conduisant à l'écoulement plastique. Notons que ce modèle a permis de reproduire de façon satisfaisante plusieurs résultats expérimentaux, (Ouali et al., 1993), concernant des courbes contrainte-déformation du PMMA pour une large gamme de températures et de vitesses de déformation.

### 1.2.7 Modèle de Boyce (1988)

Le modèle de Boyce et al. (1988) considère que le durcissement des polymères correspond à une accélération de la vitesse de déformation plastique associée à une évolution microstructu-

rale du matériau. Cette hypothèse se traduit par une diminution du seuil  $s_0$ , Eq 1.11 rencontré dans le modèle d' Argon (1973), selon la relation :

$$\dot{s} = h \left( 1 - \frac{s}{s_{ss}} \right) \dot{\gamma}^p \quad (1.14)$$

Le seuil  $s(\gamma^p)$  varie de  $s_0$  correspondant au seuil d'écoulement plastique à  $s_{ss}$  associée à une saturation. Les variations de  $s$  en fonction de la déformation plastique sont décrites par une loi d'évolution qui dépend, de variables internes. Le paramètre  $h$  permet d'ajuster la pente de l'adoucissement. La capacité à reproduire plusieurs résultats expérimentaux rend ce modèle très attractif. Il ne rend cependant pas compte de la physique du phénomène de déformation.

### 1.2.8 Modèle de Richeton (2006)

Suite à l'identification de l'énergie d'activation pour les polymères amorphes comme une énergie de relaxation, Richeton et al. (2005b) ont proposé une nouvelle formulation d'un modèle de comportement, basé sur le travail de Fotheringham et Cherry (1976) et de Fotheringham et Cherry (1978), qui donne des résultats satisfaisants pour une large gamme de vitesses de déformation et de températures. Deux modifications sont apportées au modèle de Fotheringham et Cherry (1978). D'abord Richeton et al. (2005b) formulent une hypothèse basée sur l'existence d'une contrainte interne  $\sigma_i$  telle que la contrainte effective  $\sigma^*$  est donnée par :

$$\sigma^* = \sigma_y - \sigma_i \quad (1.15)$$

En second lieu, ils supposent que les segments de chaînes des polymères se déplacent coopérativement. Ce concept a été développé pour tenir compte de la signification du volume d'activation pendant le processus d'écoulement plastique. Le modèle est écrit sous forme de deux expressions selon que la température considérée est au-dessous ou au-dessus de  $T_g$ .

Dans le premier cas, l'expression correspondante est :

$$\sigma_y = \sigma_i(0) - mT + \frac{2kT}{V} \sinh^{-1} \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0 \exp\left(-\frac{\Delta H_\beta}{kT}\right)} \right)^{\frac{1}{n}} \quad \text{pour } T \leq T_g \quad (1.16)$$

où  $\sigma_i(0)$  est la contrainte interne à  $T = 0^\circ\text{C}$ ,  $n$  est un paramètre du matériau utilisé pour caractériser le mouvement des segments de chaînes,  $m$  est un paramètre du matériau,  $V$  est

le volume d'activation,  $K$  est la constante de Boltzmann,  $\dot{\epsilon}_0$  est la vitesse pré-exponentielle supposée constante, et  $\Delta H_\beta$  est l'énergie d'activation. La deuxième expression associée aux températures au-dessus de  $T_g$  a la forme suivante :

$$\sigma_y = \frac{2kT}{V} \sinh^{-1} \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0 \left( -\frac{\Delta H_\beta}{kT} \right) \exp \left( \frac{\ln 10 c_1^g (T - T_g)}{c_2^g + T - T_g} \right)} \right)^{\frac{1}{n}} \quad \text{pour } T \geq T_g \quad (1.17)$$

La figure 1.14 représente l'évolution de la contrainte d'écoulement plastique en compression simple du PC et du PMMA pour une large gamme de températures et de vitesses de déformation. Nous constatons que le modèle coopératif est en accord avec les données expérimentales pour les vitesses de sollicitations et les températures considérées. Dans le cas du PC le modèle permet également de définir les résultats expérimentaux aux grandes vitesses de déformations. Ce résultat justifierait le principe de superposition (vitesse de déformation/température) (Richeton et al., 2005a). En revanche dans le cas du PMMA le modèle ne permet pas de définir les observations expérimentales pour les vitesses de sollicitation moyennes. D'après ces auteurs, ceci s'explique principalement par une écriture du modèle en deux parties, (equations (1.16) et (1.17)). Concernant la dépendance en fonction de la température une étude comparative a été faite par Richeton et al. (2005a) entre leur modèle, celui de Ree et Eyring (1955) et les données expérimentales obtenues par G'sell et Gopez (1985) lors d'essais de cisaillement sur des éprouvettes en PC et par Bauwens-Crowet (1973) pour le PMMA (voir figure 1.15). On note sur la figure 1.15 que le modèle coopératif est en accord avec les données expérimentales dans le cas du PC dans le domaine de transition vitreuse. Dans le cas du PMMA, la valeur de la contrainte d'écoulement donnée par le modèle proposé par Richeton et al. (2005a) tend vers zéro, ce résultat est en accord avec les observations expérimentales. Ces auteurs ont également étudié l'effet de la pression hydrostatique dans le cas des polymères amorphes, sur la contrainte d'écoulement, effet généralement plus marqué pour l'essai de compression que l'essai de traction. Cette sensibilité a été observée par Rabinowitz et al. (1970); Spitzig et Richmond (1979). Ils ont montré à partir de leurs études que la dépendance de la contrainte d'écoulement  $\sigma_y$  en fonction de la pression hydrostatique

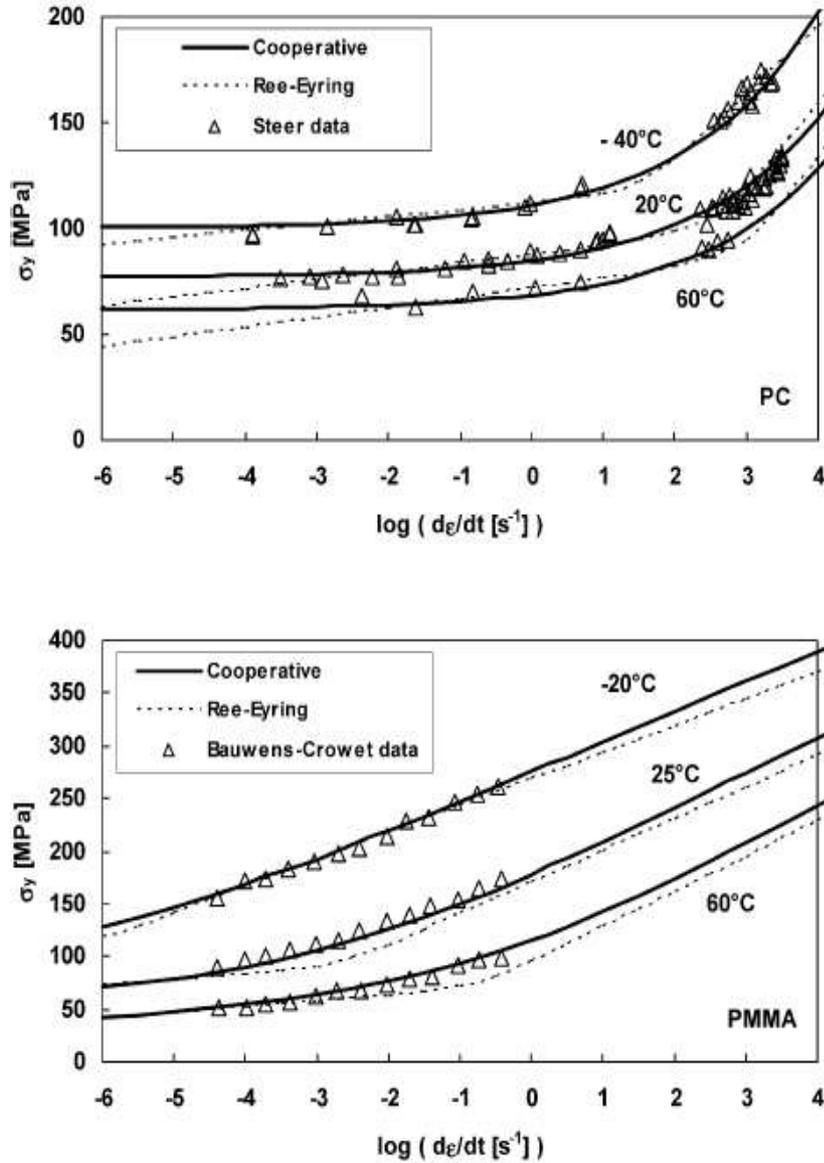


FIG. 1.14 – Variations de la contrainte d'écoulement en compression avec la vitesse de déformation pour le PC et PMMA. Confrontation de trois modèles : source (Richeton et al., 2005b)

$p$  prend la forme suivante :

$$\sigma_y(p) = \sigma_y(0) + \alpha_p p \quad (1.18)$$

où  $\sigma_y(p)$  est la contrainte d'écoulement pour une pression  $p$  et  $\alpha_p$  est le coefficient de sensibilité à la pression qui vaut 0.26 pour le PMMA. Richeton et al. (2006) ont proposé la forme ci-après :

$$\sigma_y = \tilde{\sigma}_i(0) - \tilde{m}T + \frac{2kT}{\tilde{V}} \sinh^{-1} \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}^*(T)} \right)^{\frac{1}{n}} + \alpha_p p \quad (1.19)$$

En compression uniaxiale  $p = \sigma_y^c/3$  et en traction simple  $p = -\sigma_y^t/3$ . Pour ces deux sollicita-

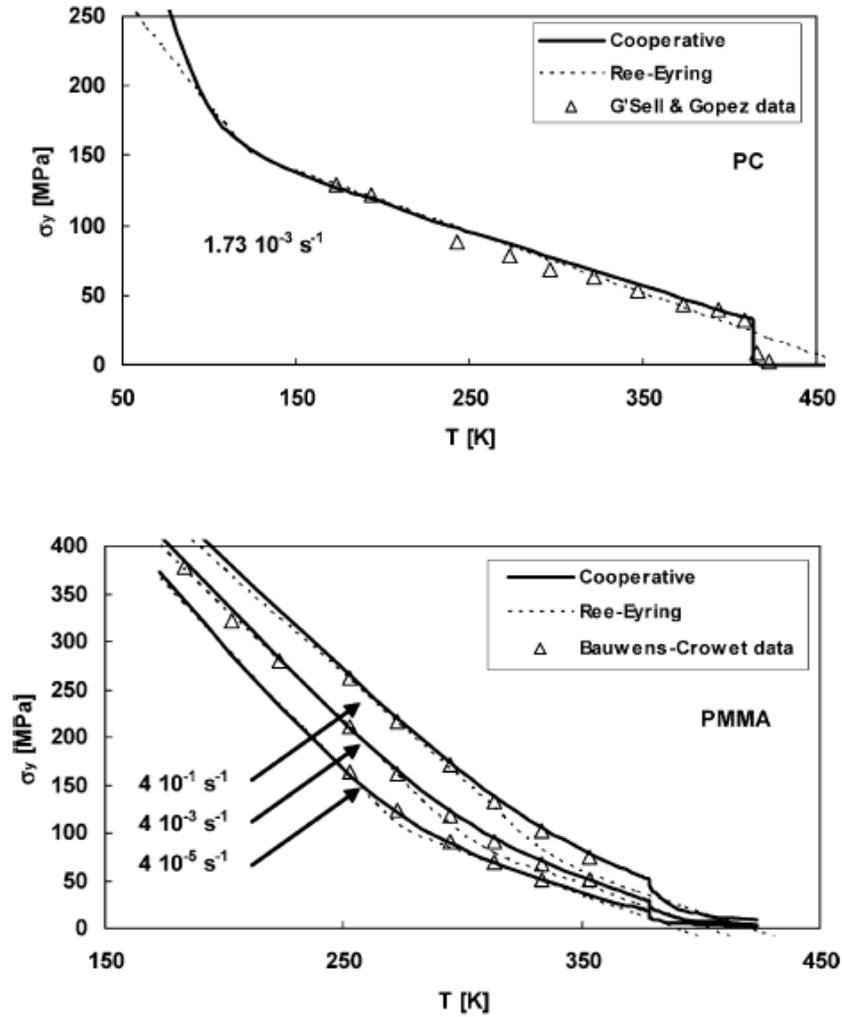


FIG. 1.15 – Variations de la contrainte d'écoulement avec la température pour le PC et le PMMA : source (Richeton et al., 2005b)

tion remarquables, l'équation (1.19) conduit alors à

$$\begin{cases} \left(1 - \frac{\alpha_p}{3}\right) \sigma_y^c = \tilde{\sigma}_i(0) - \tilde{m}T + \frac{2kT}{V} \sinh^{-1} \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}^*(T)} \right)^{\frac{1}{n}} \\ \left(1 + \frac{\alpha_p}{3}\right) \sigma_y^t = \tilde{\sigma}_i(0) - \tilde{m}T + \frac{2kT}{V} \sinh^{-1} \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}^*(T)} \right)^{\frac{1}{n}} \end{cases} \quad (1.20)$$

Par conséquent le coefficient  $\alpha_p$  peut être déterminé par :

$$\alpha_p = 3 \left( \frac{\sigma_y^c - \sigma_y^t}{\sigma_y^t + \sigma_y^c} \right) \quad (1.21)$$

### 1.3 MÉCANISMES DE DÉFORMATION ET D'ENDOMMAGEMENT

Les mécanismes de déformation et d'endommagement observés dans un matériau polymérique sont étroitement liés à sa nature, (G'sell et Haudin, 1995). On distingue les mécanismes

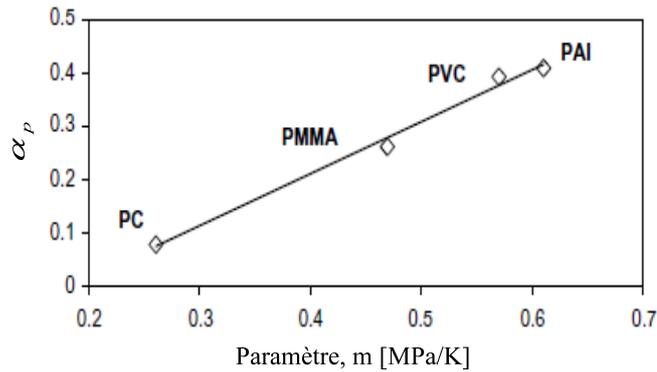


FIG. 1.16 – Variations de  $\alpha_p$  en fonction  $m$  pour le PC, le PMMA, le PVC et le PAI : source (Richeton et al., 2006)

de déformation, telle que la striction des éprouvettes tendues, observés à une échelle macroscopique et les mécanismes observés à une échelle petite. Ces dernières résultent de déformations qui n'impliquent pas la contribution de l'ensemble du volume soumis à la contrainte, mais des zones de dimensions microscopiques à l'intérieur desquelles des déformations plastiques hétérogènes sont confinées, (Schirrer, 1995). Les craquelures et les bandes de cisaillement localisées observées dans les polymères relèvent de cette famille de mécanismes de déformation. Les deux mécanismes de déformation sont viscoplastiques et, pour certaines conditions de température et/ou de vitesse de chargement, peuvent apparaître simultanément.

### 1.3.1 Striction

La striction, mode d'instabilité plastique diffus bien connu pour les métaux soumis à des essais de traction simples, peut aussi affecter de nombreux polymères étirables parmi lesquels le polyéthylène. La figure 1.17 montre l'allure typique de la courbe contrainte-déformation nominale et l'évolution du profil de l'éprouvette. La striction apparaît lorsque la contrainte

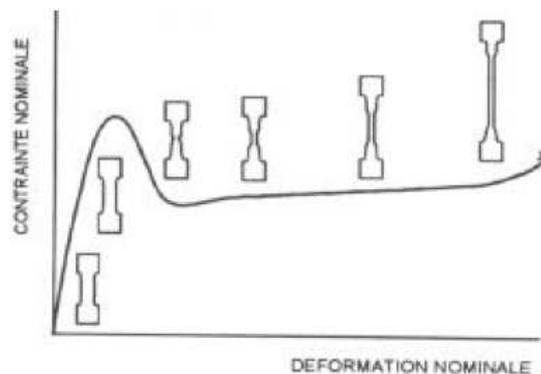


FIG. 1.17 – Courbe de traction caractéristique de développement de la striction dans le polyéthylène (PE)

nominale  $\sigma_N = \frac{F}{S_0}$  atteint son maximum (cristère de Considère). La déformation et la vitesse de déformation sont plus élevées lors du développement de la striction. En outre, les effets thermiques peuvent se manifester à l'intérieur de la zone concernée par la déformation plastique hétérogène associée à la striction.

### 1.3.2 Bandes de cisaillement

Au-delà d'un seuil de contrainte, une instabilité plastique sous forme d'une bande de cisaillement peut survenir. L'inclinaison de celle-ci par rapport à la direction de contrainte majeure est de de l'ordre de  $45^\circ$ . Les bandes de cisaillement sont dites localisées lorsque la déformation est confinée dans un domaine d'épaisseur réduite (voir figure 1.18).

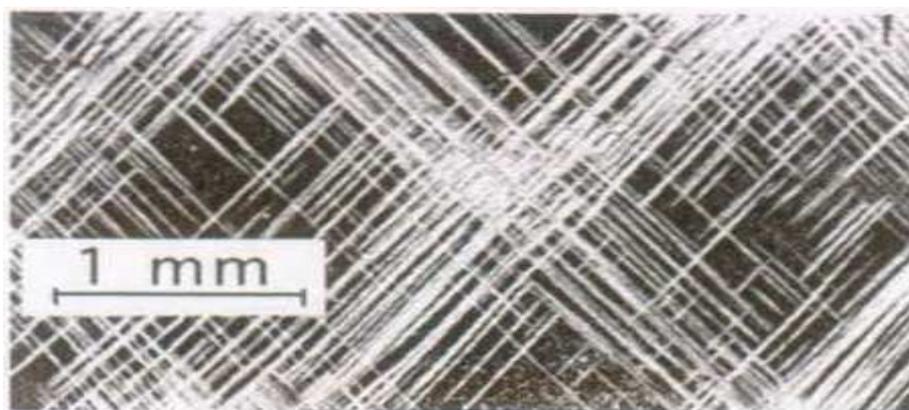


FIG. 1.18 – Bandes de cisaillement localisées observées dans du Polystyrène soumis à une compression plane : source (Molinari et G'Sell, 1995).

### 1.3.3 Craquelures

Lorsqu'une fissure se propage dans un matériau l'énergie stockée sous forme élastique se transforme en énergie de surface de rupture (Schirrer, 1995). Ce processus de dissipation dépend du type de matériau (polymère, métal ...), de la température d'essai et du type de sollicitation mécanique. La formation des craquelures (*craze*) dans les polymères amorphes résulte d'instabilité micromécaniques impliquant un écoulement local de macromolécules pour former un mélange de vides et de structures fibrillaires orientés. Des craquelures microscopiques observées en avant d'une fissure macroscopique apparaissent perpendiculairement à la direction de la contrainte principale majeure. Elles sont constituées de deux surfaces reliées par une structure fibrillaire orientée. Le mécanisme d'endommagement associé à la forma-

tion de craquelures comprend les trois phases que sont : l'amorçage des craquelures suivi de l'élargissement de leurs faces et finalement la rupture des fibrilles conduisant à la création d'une microfissure. La fraction volumique de fibrilles peut atteindre 50 %. En raison de leur nombre élevé et de leur orientation les fibrilles, permettent aux craquelures de supporter des contraintes élevées.

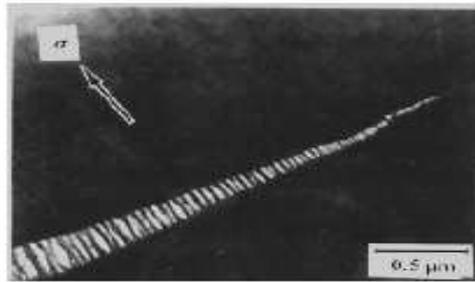


FIG. 1.19 – Observation d'une craquelure dans un échantillon de PS. La craquelure se développe de la gauche vers la droite perpendiculairement à la direction de traction uniaxiale : source (Beahan et al., 1973)

- **Amorçage des craquelures** : les craquelures naissent au voisinage de défauts ou dans les zones de fluctuation de densité, qui concentrent les contraintes, créant de ce fait une plasticité locale (Schirrer, 1995). Argon et Bessonov (1977) postulent que l'amorçage est basé sur le mécanisme d'instabilité ménisque de Taylor représenté sur la figure 1.20.

Un critère basé sur la définition d'une contrainte locale critique dépendant de la pression hydrostatique a été proposé par Sternstein et Onching (1969); Sternstein et Myer (1973). Des essais de traction réalisés sur des plaques trouées de PMMA ont mis en évidence l'apparition de craquelures autour des trous avec des plans de craquelures perpendiculaires à la direction de la charge appliquée. Sternstein et al. (1968) ont proposé de subordonner l'amorçage des craquelures à la satisfaction de deux conditions nécessaires et suffisantes : (i) la pression doit être négative (traction hydrostatique) pour permettre la création de micro-cavités ; et (ii) l'existence d'une valeur critique de la contrainte principale maximale en dessous de laquelle l'amorçage des craquelures ne peut se produire. La propagation de la craquelure peut être bien décrite par la création répétée de micro-cavités (Argon et Salama, 1977). Dans le cas des matériaux fragiles, Argon et Hannoosh (1977) proposent un critère basé sur un état de contrainte critique nécessaire à la genèse

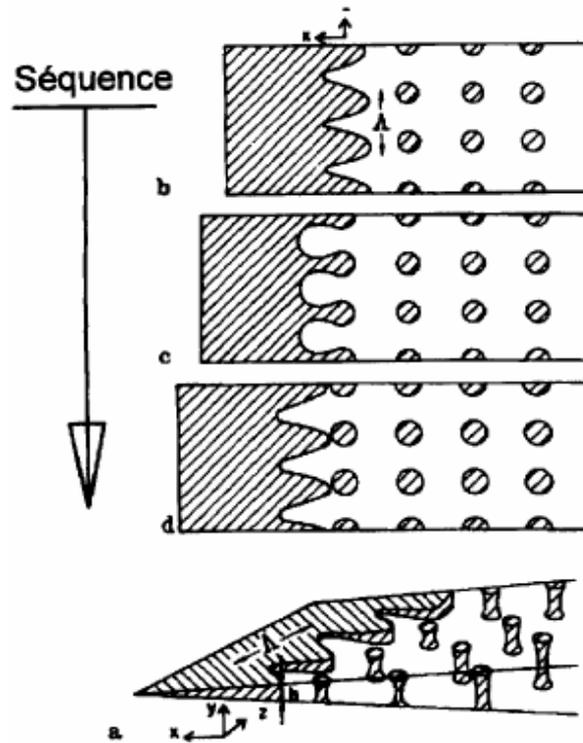


FIG. 1.20 – (a) Mécanisme d'instabilité de ménisque d'avancée du front de la craquelure montrant la formation de nouvelles fibrilles : source (Schirrer, 1995).

de craquelures.

$$\sigma_e = |\sigma_1 - \sigma_2| = \frac{A}{C + I_1/2\sigma_y Q} \quad (1.22)$$

où  $\sigma_1, \sigma_2$  sont les contraintes principales maximales et minimales,  $I_1 = \text{tr}\sigma$  est le premier invariant du tenseur des contraintes,  $A$  et  $C$  sont des paramètres du matériau,  $\sigma_y$  est la contrainte d'écoulement plastique du matériau en traction, le facteur  $Q$  égal à 0.013 pour le PS traduit l'influence de  $I_1$  sur la contrainte de cisaillement locale critique  $\sigma_e$ .

Sternstein et Onching (1969) propose un critère ne tenant pas compte explicitement du temps de chargement et qui se note :

$$\sigma_e = |\sigma_1 - \sigma_2| \geq -A^0 + \frac{B^0}{I_1} \quad (1.23)$$

où  $\sigma_e$  la contrainte en cisaillement locale dépendant du premier invariant des contraintes ( $I_1 > 0$ ).  $A^0$  et  $B^0$  sont des paramètres du matériau qui dépendent du temps et de la température.

- **Élargissement des craquelures** : le mécanisme de croissance des craquelures est mieux connu que celui de la genèse <sup>3</sup>. En effet deux mécanismes sont possibles en ce qui concerne l'allongement des fibrilles sous contrainte :
  - ★ D'une part, les fibrilles peuvent s'allonger (diminution de diamètre) suivant un mécanisme de fluage qui conduit à leur rupture par amincissement.
  - ★ D'autre part, les fibrilles s'élargissent par extraction de matière de la masse du polymère : leur diamètre reste alors constant et leur allongement pourrait se faire indéfiniment.

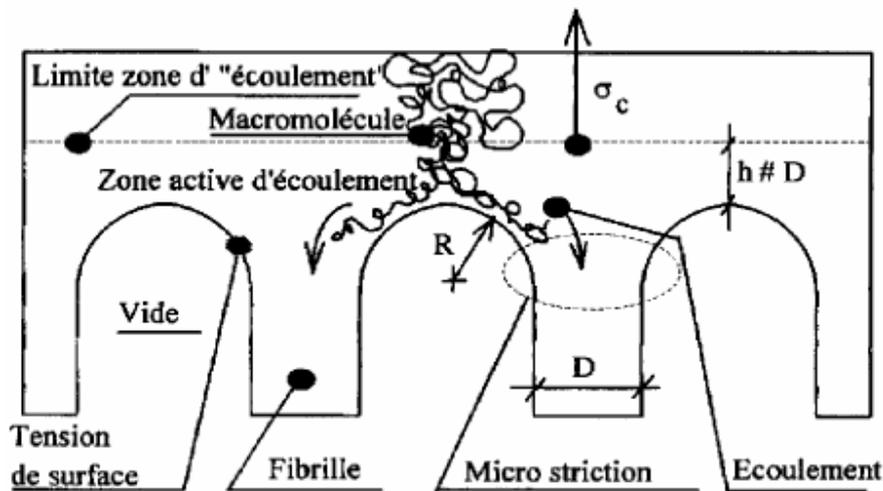


FIG. 1.21 – Mécanisme de croissance de fibrilles par écoulement de matière à partir de la zone active :  $\sigma_c$  est le seuil d'écoulement plastique,  $D$  est le diamètre des fibrilles et  $h$  est l'épaisseur de la zone active : source (Kramar, 1983).

Kramar (1983); Kramer et Berger (1990) ont avancé une croissance des fibrilles par étirage de matière du polymère massif vers la zone fibrillée. Ce processus implique une déformation plastique importante et localisée dans une interface de quelques dizaines de nanomètres à la surface de la craquelure. On considère dans ce cas que l'écoulement se produit parallèlement à l'interface depuis la zone située au dessus d'un vide vers les fibrilles comme le montre la figure 1.21. L'élargissement de la craquelure résulte ainsi d'une déformation viscoplastique importante dans la zone active à l'interface craquelure/polymère massif et extraction de matière hors de cette zone active.

<sup>3</sup>L'instant où la première *nanocavité* de quelques angströms de diamètre apparaît dans le polymère massif sous contrainte

- **Rupture des fibrilles** : la ruine véritable d'une structure en polymère se produit lorsque les fibrilles de la craquelure se rompent. Schirrer (1995) a observé expérimentalement que la propagation du front d'une craquelure et du front de la fissure à l'arrière des fibrilles conduit à la rupture de celles-ci. Cet auteur a interprété ce constat par l'existence de deux modes de rupture dépendant des conditions expérimentales (vitesse de chargement, température, structure du polymère). Le premier mode est aléatoire et il conduit à la rupture des fibrilles à n'importe quel endroit. Ce dernier est observé à basse température en dessous de la température de transition secondaire  $T_\beta$ , où les macromolécules n'ont plus assez de degrés de liberté à courte distance. Pour le second mode de rupture, la cassure des fibrilles en leur milieu laisse une couche uniforme de demi-fibrilles rompus sur chaque surface de rupture. Ce mode est associé à une température supérieure à  $T_\beta$  lorsque des mouvements moléculaires suffisants permettent un désenchevêtrement des chaînes. La rupture a lieu lorsque l'ouverture de la craquelure atteint une valeur critique  $\Delta^{cr}$  dépendant du matériau. Des essais expérimentaux de rupture des polymères amorphes réalisés par Döl (1983); Döll et Könczöl (1990b) ont montré que  $\Delta^{cr}$  est pratiquement constant pour différentes vitesses de sollicitation.
- **Dimension et propriétés des craquelures** : étant donné que les craquelures sont facilement créées aux abords des concentrations de contraintes locales, elles sont largement étudiées par la biais de la mécanique de la rupture : comme elles constituent des singularités de contrainte et de déformation. Les craquelures contribuent largement aux propriétés de rupture. D'après Döll et Könczöl (1990a), la contrainte des fibrilles  $\sigma_c$  est quasi-constante le long de la craquelure comme le montre la figure ci-dessous 1.22.  
Sur cette figure il est claire que la forme de la craquelure et la distribution des contraintes sont invariables avec la longueur de la fissure si le milieu peut être considéré comme infini (Döll et Könczöl, 1990a). Ces auteurs postulent que les dimensions caractéristiques des craquelures sont sensiblement dépendantes du temps l'illustre la figure 1.23. Dans le but d'étudier analytiquement l'évolution de la longueur de la craquelure notée  $s$ , une expression a été proposée par Döll et Könczöl (1990a) en tenant compte du facteur

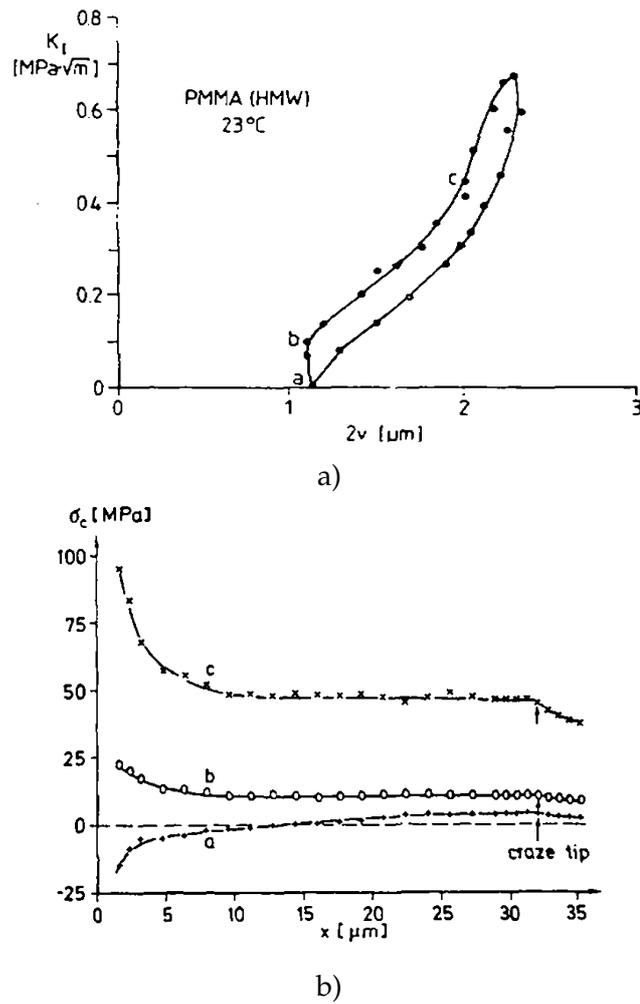


FIG. 1.22 – (a) Epaisseur d'une craquelure dans le PMMA en fonction du facteur d'intensité des contraintes,  $K_I$ , pour un cycle de charge-décharge. (b) Distribution de  $\sigma_c$  aux différentes étape de cycle en fonction de la distance d'éloignement du front de la fissures : source (Döll et Könczöl, 1990a).

d'intensité des contraintes  $K_I$  et de la contrainte locale dans la craquelure  $\sigma_c$  :

$$s = \frac{\pi}{8} \left( \frac{K_I^2}{\sigma_c^2} \right) \quad (1.24)$$

Ces auteurs admettent que la contrainte  $\sigma_c$  peut s'exprimer via la loi de puissance suivante :

$$\sigma_c = \epsilon_y E_0 t^{-n} \quad (1.25)$$

où  $\epsilon_y$ , est la déformation au niveau du seuil plastique,  $E_0$  est le module d'Young à l'unité de temps considéré et l'échelle de temps,  $t$ . Le terme puissance  $n$ , est une constante du

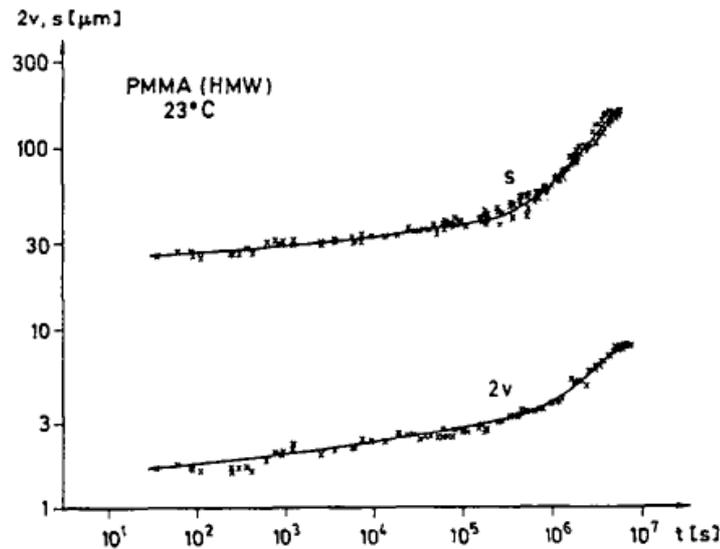


FIG. 1.23 – Evolution en fonction du temps de la longueur et de l'ouverture maximale des fibrilles en tête de fissure stationnaire, dans un PMMA de haut poids moléculaire : source (Döll et Könczöl, 1990a).

matériau et vaut  $\partial \ln E / \partial \ln t$ . Selon ce modèle, l'ouverture de la craquelure est exprimée par :

$$2v = \frac{K_{Ic}^2}{\sigma_c E_0 t^{-n}} \quad (1.26)$$

En combinant l'équation (1.24) et (1.25) on en déduit l'expression de la longueur de la craquelure  $s$  :

$$s = \frac{\pi}{8} \left( \frac{K_I^2}{(\varepsilon_y E_0)^2} \right) t^{2n} \quad (1.27)$$

- **Vitesse et propagation des craquelures** : sur la figure 1.24, représentant la distribution des contraintes  $\sigma_c$  dans les craquelures du PMMA, pour quatre vitesses d'avance de fissure  $\dot{a}$ , on remarque que plus cette vitesse est grande plus  $\sigma_c$  est élevée, Döll et Könczöl (1990a) ont expliqué ce phénomène par le fait que les mécanismes moléculaires de relaxation des fibrilles n'ont pas le temps d'agir.

Plusieurs auteurs ont étudié la propagation de fissure dans le PMMA, en utilisant différents type d'essai. Bien que le facteur d'intensité dépend de la géométrie de l'éprouvette et les conditions de chargement les résultats convergent pour les différents vitesses de déformation comme le montre la figure 1.24

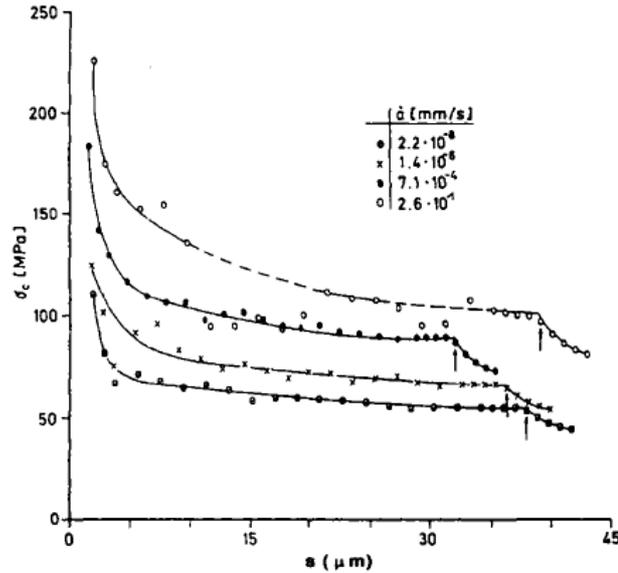


FIG. 1.24 – Distribution des contraintes,  $\sigma_c$ , dans les craquelures du PMMA pour quatre vitesses d'avance de fissure,  $\dot{a}$ . Les flèches indiquent la tête de la craquelure : source (Döll et Könczöl, 1990a).

D'après cette figure on remarque que l'augmentation de  $\sigma_c$  avec  $\dot{a}$  a pour effet d'augmenter le facteur d'intensité critique des contraintes, et par conséquent le comportement implique que le mécanisme de formation des craquelures ne change pas tous les  $\dot{a}$  reportés sur le diagramme. Döll et Könczöl (1990a) ont également démontré l'influence du temps de chargement sur les dimensions des craquelures, avec les mécanismes activés correspondant figure 1.25. Les données représentées à la figure 1.23 résultent essentiellement d'une activation des mécanismes  $\beta$ . L'élévation de  $\dot{a}$  conduit à l'activation de mécanisme à temps court de type  $\gamma$ . Toutefois dans de tels cas l'échauffement adiabatique généré localement peut conduire à des mécanismes de transition adiabatique isotherme.

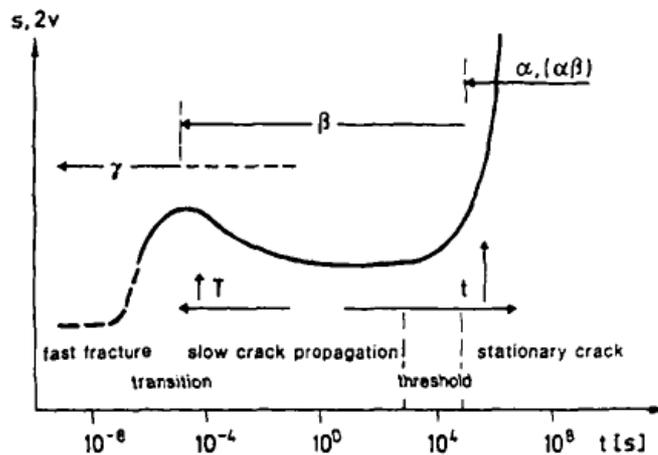


FIG. 1.25 – Représentation schématique des dimensions caractéristiques d'une craquelure en fonction du temps de chargement. Les mécanismes associés au temps sont indiquées : source (Döll et Könczöl, 1990a).

Döll et Könczöl (1990b) et Könczöl et al. (1985) ont postulé que la dépendance des dimensions des craquelures en fonction de la vitesse de la fissure, dans le cas du PMMA, varie avec le poids moléculaire. Nous notons que les résultats présentés sur la fi-

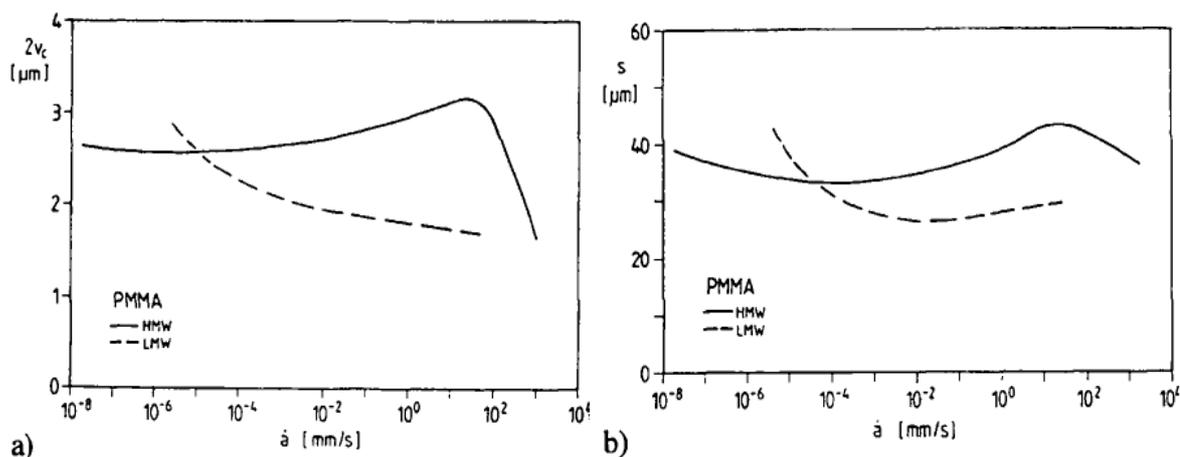


FIG. 1.26 – Variation des dimensions caractéristiques des craquelures en propagation dans le PMMA de poids moléculaire différents : a) Largeur maximale de la craquelure  $2v$ ; b) Longueur de  $s$  : source (Döll et Könczöl, 1990b).

gure 1.26 montrent une réduction significative des dimensions de la craquelure du PMMA de poids moléculaire le plus élevé vers les grandes vitesses de propagation.

#### 1.3.4 Rupture sous sollicitations dynamiques

- **Nature de la sollicitation sous impact** : on distingue deux types de sollicitation lors d'essais réalisés sur des éprouvettes. D'une part la nature de la sollicitation globale, c'est-à-dire le chargement appliqué à la pièce et d'autre part la sollicitation locale qui correspond au chargement que subit chaque point matériel de la pièce. D'un point de vue globale (par exemple impact d'un projectile sur une plaque) différentes sollicitations locales peuvent être générées dans le matériau (par exemple de la compression dans la zone d'impact et du cisaillement dans d'autres zones).

1. Concernant les sollicitations globales plusieurs essais ont été rapportés dans la littérature. Récemment Qasim (2009) ont réalisé des essais d'impact sur des plaques minces en PC en variant le lieu d'impact. La figure 1.27 présente le dispositif expérimental utilisé ainsi que les lieux d'impact choisis suivant deux chemins (horizontal et diagonal). L'objectif recherché était de démontrer la vulnérabilité de la plaque à la rupture en fonction du

lieu d'impact. En chaque lieu un impact simple et multiple a été effectué dans le but de déterminer la limite balistique de ce matériau.

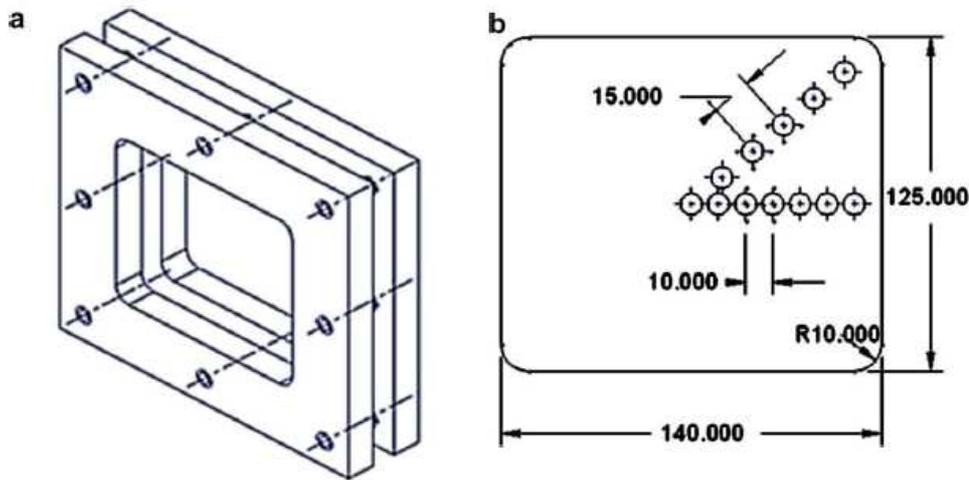


FIG. 1.27 – (a) Cadre en PMMA pour maintenir la plaque, (b) dimensions (en mm) de la plaque rectangulaire en PC avec indication des lignes horizontal et vertical d'impact ; source : (Qasim, 2009).

Resenberg et al. (2005) ont étudié l'effet d'un impact incliné sur une structure cible en PMMA. Ils ont rapporté que la position de la cible interfère fortement sur les forces asymétriques exercées sur le projectile. Au cours de sa pénétration, le projectile suit une trajectoire non-rectiligne (figure 1.28). Les simulations numériques ont mis en évidence l'influence des propriétés mécaniques sur le trajet du projectile.

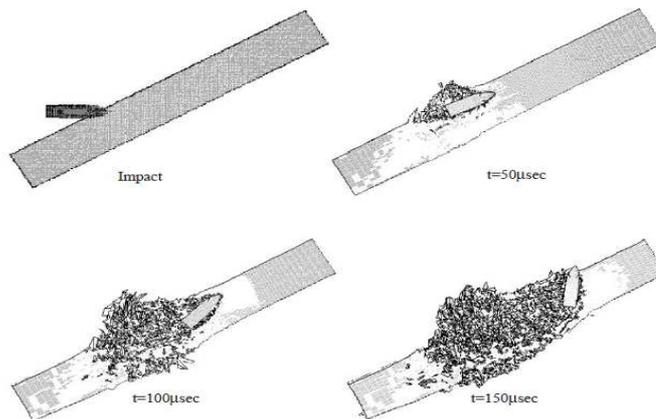


FIG. 1.28 – Evolution en fonction du temps de la pénétration du projectile dans une plaque en PMMA ; source : (Resenberg et al., 2005).

2. Les sollicitations locales générées sont généralement complexes lors d'essais d'impact. Plusieurs modes de chargement peuvent être ainsi observés. Des modes de compression,

de traction et/ou de cisaillement peuvent être générés dans les différentes zones de la structure impactée. Ils dépendent entre autres de la géométrie de la pièce, des propriétés du matériau et du chargement externe. Pratiquement dans tous les essais d'impact, le mode de compression est omniprésent. Dans les essais réalisés par Chaudhri (2004) sur des sphères en PMMA impactées, un aplatissement de la surface de contact est constaté signe de l'existence de la compression 1.29. Dans d'autres endroits une déformation radiale jusqu'à rupture est observée traduisant un trajet de chargement par traction. Dans les travaux de Qasim (2009) des essais d'impact ont été réalisés sur des plaques

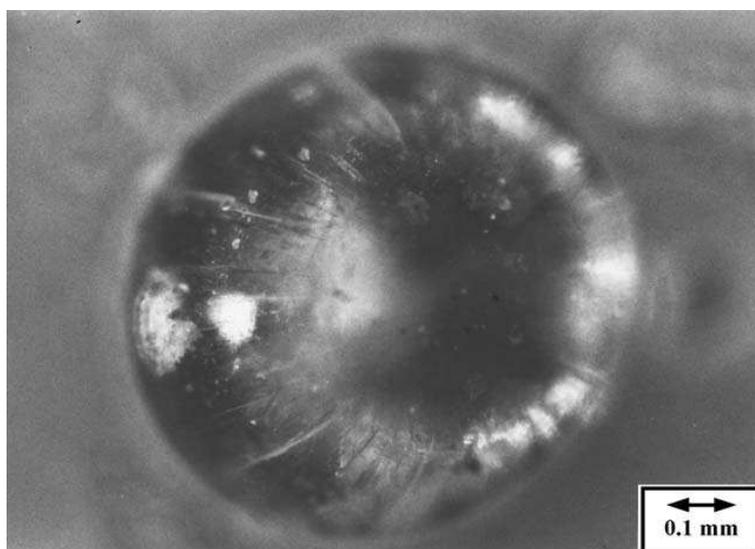


FIG. 1.29 – Essai d'impact sur une sphère en PMMA : source (Chaudhri, 2004)

minces et de forme circulaire en PC, impactées par un projectile sphérique de diamètre 6.98 mm avec une vitesse de 138 m/s. Ils ont étudié la variation de l'épaisseur en fonction de l'endroit d'impact, par la suite ils ont constaté que pour une distance de 50 mm par rapport au centre de la plaque la valeur de la contrainte de cisaillement est de l'ordre de 60 MPa. Par conséquent la rupture aura lieu à cet endroit en raison du processus de cisaillement.

• **Rupture dynamique** : Plusieurs auteurs ont étudié expérimentalement le comportement à la rupture des polymères en utilisant divers dispositifs d'essais dans lesquels les éprouvettes sont sollicitées sous différents modes de chargement. Des essais d'impact sur PMMA standard

effectués par [Rittel](#) ont mis en évidence en particulier le caractère fragile de ce matériau. Deux types de réponses du PMMA ont été observés : le matériau supporte l'impact sans endommagement apparent ; le matériau se brise en petits fragments (figures 1.30). Des essais d'impact à grandes vitesses ont aussi été réalisés sur des disques d'épaisseur 2 mm afin de déterminer la gamme de vitesses de sollicitation pour laquelle l'endommagement du PMMA est notable. À la suite de ces essais, il a été observé que des réseaux de microfissures générées par les contraintes radiales se développent nettement comme le montre la figure 1.30.

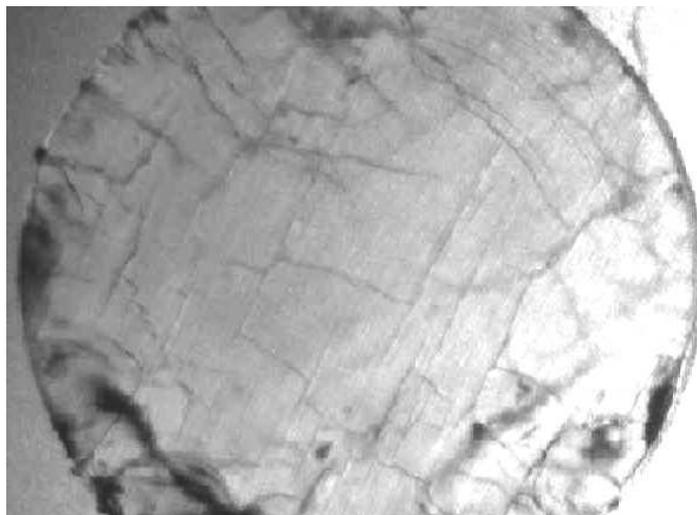


FIG. 1.30 – Réseau typique des fissures qui se sont développées avant la rupture générale de l'échantillon par amorçage : source ([Rittel](#))

Des essais d'impact et de compression sous une large gamme de vitesses de sollicitation ont été réalisés par [Gorham et al. \(2003a\)](#) sur des sphères en PMMA de diamètres 8 mm. La figure 1.31 montre la propagation de l'endommagement, l'étendue des zones endommagées et les modes de rupture observés lors de ces essais. Ces auteurs ont noté qu'en deçà d'une certaine vitesse critique, 40 m/s, pour le cas étudié, aucun endommagement appréciable n'est observé. Au delà de cette vitesse critique, des endommagements localisés sont relevés suivis du développement suivant plusieurs directions (radiale, circonférentielle et méridienne) de fissures multiples ; leur nombre dépend de la vitesse d'impact. La figure 1.32 montre des fissures radiales et circonférentielles.

En ce qui concerne les essais de compression quasi-statiques (0,05 mm/mn) [Gorham et al. \(2003a\)](#) ont analysé la propagation de l'endommagement en fonction de l'intensité du chargement appliqué. Comme le montre la figure 1.33, au début du chargement la taille de la zone

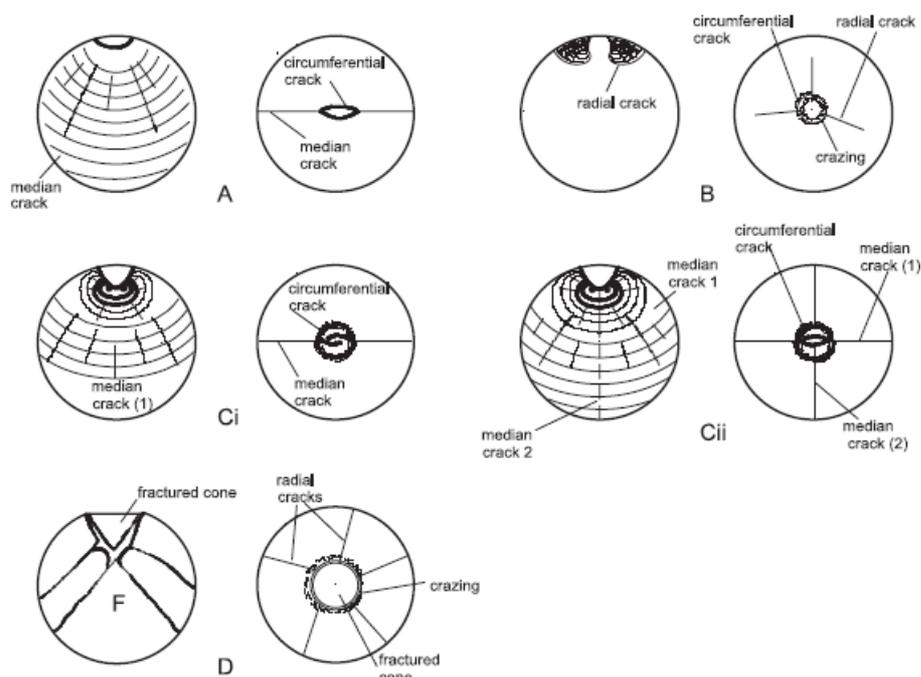


FIG. 1.31 – Essais d'impact normal de sphères en PMMA de diamètre 8 mm : propagation de l'endommagement et modes de rupture observés. (i) A : apparition des fissures circonférentielles et médianes ; (ii) B : développement d'autres fissures suivant la direction radiale ; (iii) C : le nombre de fissures médianes augmente ; et (iv) D : à partir d'une vitesse d'impact élevée une fissure se développe suivant un cône : source (Gorham *et al.*, 2003b).



FIG. 1.32 – Fissures radiales et circonférentielles : source (Gorham *et al.*, 2003b).

de contact augmente et des microfissures apparaissent (F) à partir d'une certaine charge puis se propagent pour former des fissures radiales (G). Par la suite, une ou deux fissures suivant le plan médian se développent (H) pour finalement conduire à la rupture totale de la sphère soit en en deux hémisphères (I<sub>i</sub>) ou en quatre quadrants (I<sub>ii</sub>). Il peut être avancé que la rupture par impact pourrait être expliquée par une réponse élastique fragile du matériau alors que la rupture quasi-statique et pour l'essai de compression, la déformation plastique est plus

importante. Ces deux types de rupture du PMMA sont à rattacher à la forte sensibilité de ce matériau à la vitesse de déformation.

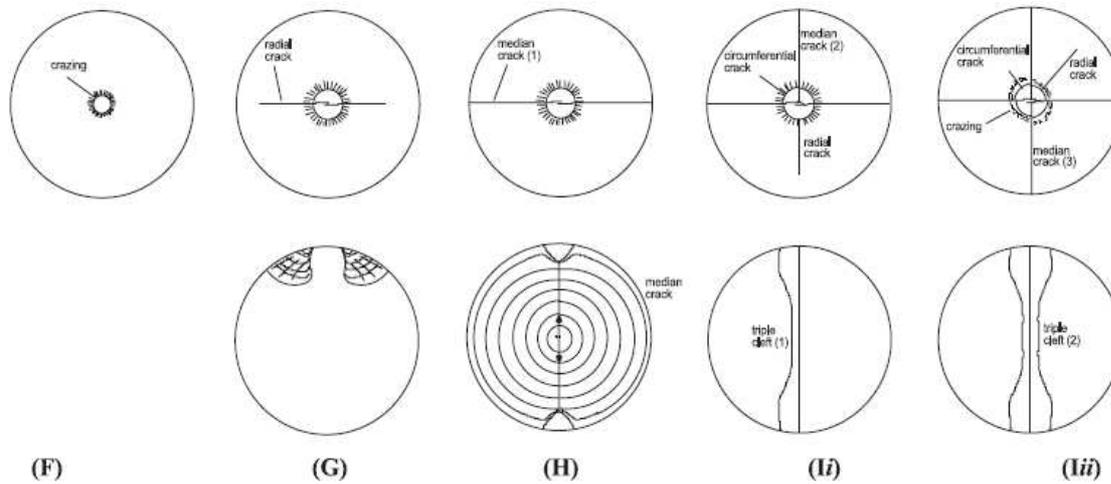


FIG. 1.33 – Essai de compression : modes de rupture de sphères en PMMA : source (Gorham *et al.*, 2003b).

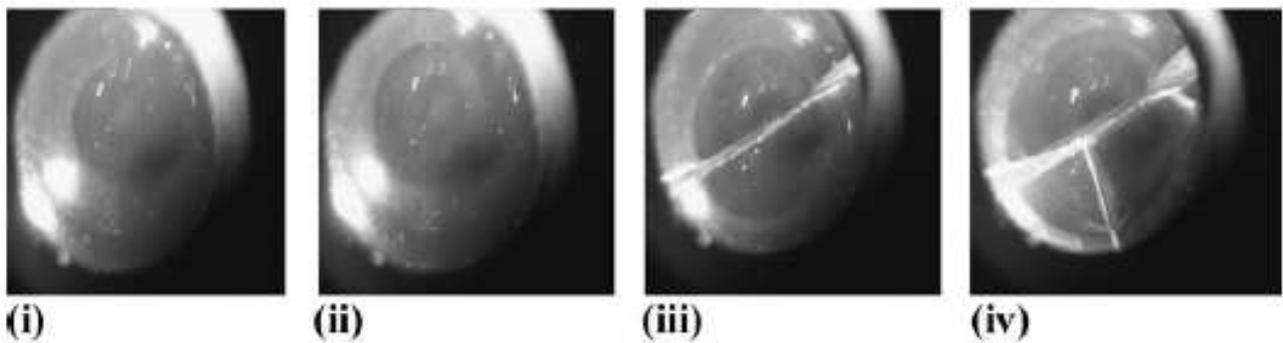


FIG. 1.34 – Essai de compression : Propagation de la fissure pour un chargement croissant : source (Gorham *et al.*, 2003b).

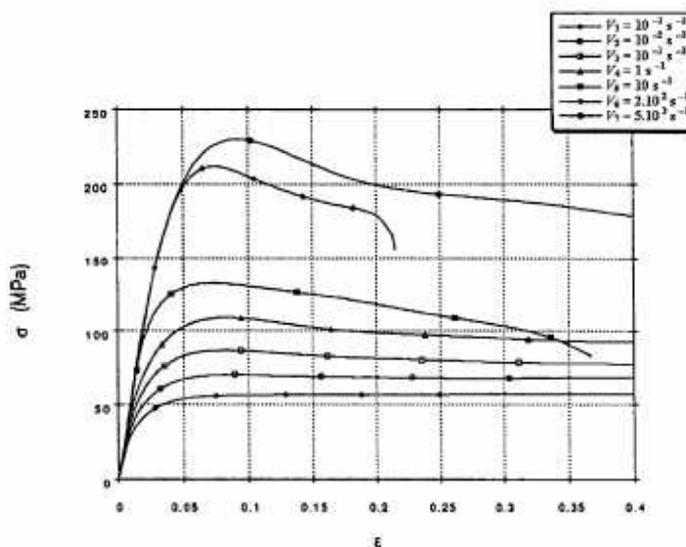


FIG. 1.35 – Courbes contraintes-déformations obtenu en compression : source (Segreti *et al.*, 2004).

La figure 1.35 montre les courbes contrainte-déformation obtenues par Segreti et al. (2004) à partir d'essais dynamiques sur des éprouvettes cylindriques en PMMA et utilisant le dispositif des barres d'Hopkinson. Il est à noter que lors d'essais quasi-statique avec projectile à bout plat poinçonnant des disques en PMMA résistant au choc, un anneau conique est formé suivant la direction axiale. Deux principaux mécanismes de rupture ont été mis en évidence.

- Pour le premier mécanisme, dû à la ductilité du PMMA, un cisaillement intense et localisé a été observé (figure 1.36-a).
- Le deuxième mécanisme correspond à la formation d'un anneau de forme plutôt cylindrique lors de l'impact (figure 1.36-b). Dans la bande de cisaillement formée la déformation est accompagnée d'une élévation de la température et un changement d'état, passage d'un état amorphe à un état cristallin, est constaté puisqu'à l'intérieur de l'anneau le matériau devient opaque.

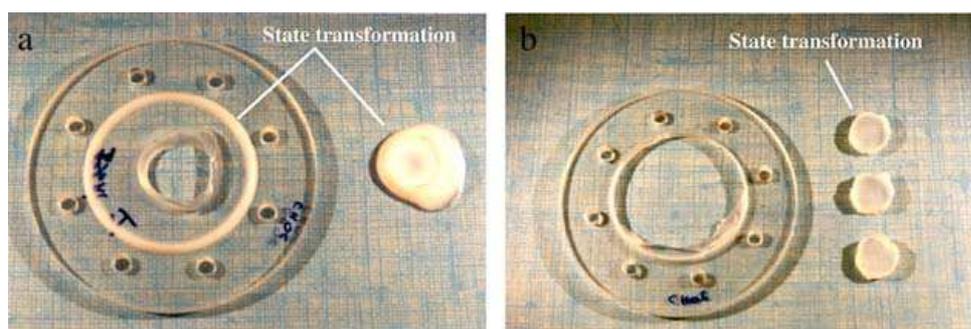


FIG. 1.36 – Rupture d'un PMMA résistant aux chocs. L'épaisseur de l'échantillon est 3 mm : (a) essai quasi-statique (poinçonnage) ; (b) essai d'impact (perforation) : source (Segreti et al., 2004).

Les mêmes essais réalisés sur un PMMA Standard ont montré un autre mode de rupture pour des disques plus épais. Lors des essais quasi-statique un mode de rupture sous forme conique est constaté avec une grande différence entre le diamètre du cône sur la face d'impact du projectile/cible et la face opposée du disque (figure 1.37a). Ce mode de rupture est lié à la grande épaisseur de disque. Lors des essais d'impact direct des fissures radiales se développent et conduisent à la fragmentation des disques en plusieurs morceaux. Ceci est dû au comportement fragile de ce matériau. Sur les courbes force-déplacement rapportées (voir figure 1.38), l'influence de la vitesse de chargement pour trois épaisseurs de disque est clairement mise en évidence. Pour chaque essai trois zones distinctes peuvent être identifiées sur la courbe force-déplacement. La première zone correspond à un comportement quasi-linéaire,

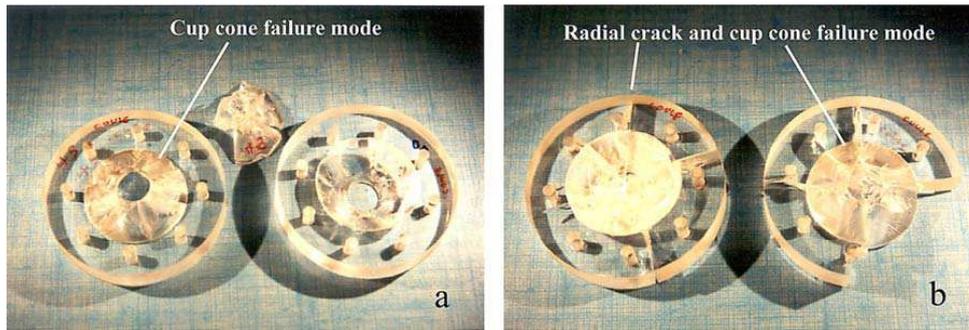


FIG. 1.37 – Echantillon de PMMA standard (a) essai quasi statique (poinçonnage), (b) essai d'impact (perforation). Epaisseur de l'échantillon  $t = 10 \text{ mm}$  : source (Segreti et al., 2004).

elle coïncide probablement avec la déformation viscoplastique. Dans la seconde zone la courbe change de pente, cela est dû au début de la pénétration plastique. La troisième zone, la courbe devient quasi-linéaire, elle correspond à la pénétration continue jusqu'à rupture. Pour les petites vitesses du poinçon le déplacement critique à rupture est plus grand que celui obtenu pour des vitesses plus élevées. En effet, le PMMA standard est un polymère visco-élastique et sa branche visqueuse devient plus importante aux basses vitesses de chargement. Pour le PMMA résistant aux chocs les courbes de la figure 1.39 montrent un comportement similaire où trois zones distinctes peuvent être identifiées.

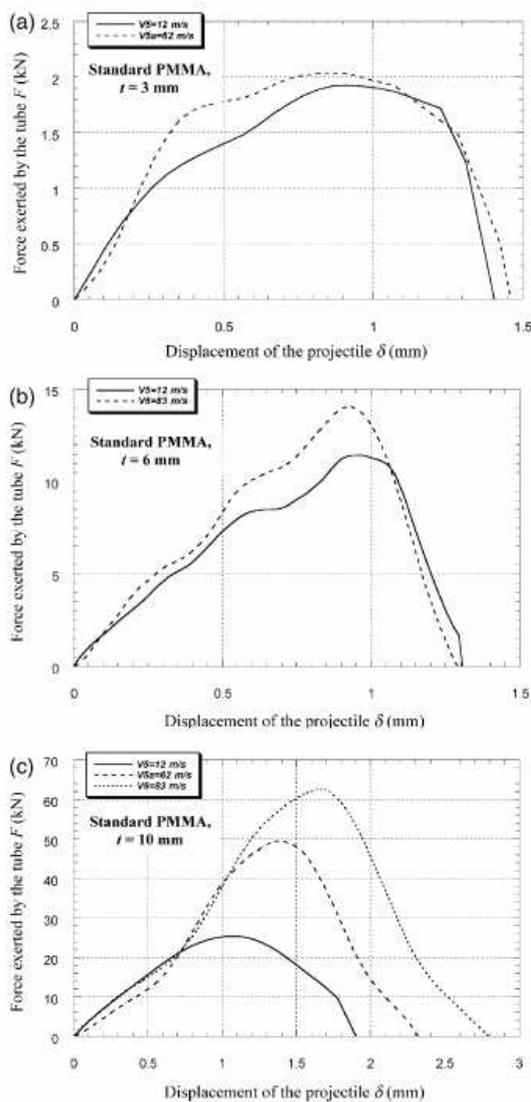


FIG. 1.38 – Evolution de la force  $F$  exercée par le support de l'échantillon en fonction du déplacement  $\delta$  à deux vitesses élevées. L'échantillon PMMA standard d'épaisseur (a) 3 mm, (b) 6 mm et (c) 10 mm : source (Segreti et al., 2004).

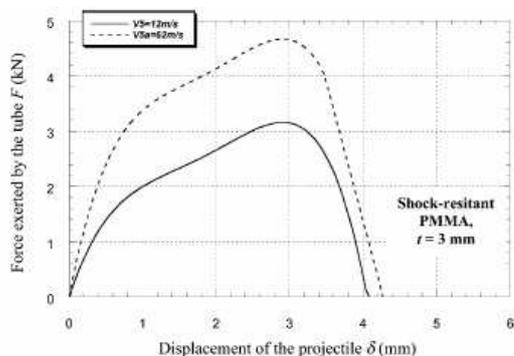


FIG. 1.39 – Evolution de la force  $F$  exercée par le support de l'échantillon en fonction du déplacement pour deux vitesses dynamiques. L'échantillon PMMA résistant aux chocs d'épaisseur  $t = 3$  mm : source (Segreti et al., 2004).

## CONCLUSION DU CHAPITRE

Ce chapitre présente tout d'abord une vue d'ensemble de la structure générale des polymères amorphes à l'état solide. Dans cette étude on s'intéresse plus particulièrement au comportement du PMMA qui fait partie de la famille des thermoplastiques amorphes. Deux mécanismes principaux de déformation plastique sont à l'origine de la déformation plastique dans les polymères vitreux amorphes : les bandes de cisaillement et l'ouverture de craquelures. Il est généralement admis que la déformation par les bandes de cisaillement entraîne une certaine ductilité, alors que les craquelures confèrent un caractère fragile au matériau. Dans certains matériaux les deux mécanismes peuvent coexister. Il en ressort que le comportement mécanique de ce matériau est très sensible à divers paramètres telles que la température, la vitesse de chargement et la pression hydrostatique.

Par ailleurs plusieurs approches basées sur la structure du PMMA ont été développées dans le but de caractériser au mieux le comportement de ce matériau. L'objectif de notre travail est d'étudier le comportement sous impact balistique d'une structure en PMMA. Ce matériau subit un chargement intense et complexe incluant de fortes pressions au voisinage du projectile et des contraintes de compression et de traction dans la structure. Ce chargement peut induire une déformation du matériau, une augmentation locale de la température et différents modes d'endommagement pouvant conduire à une rupture de la cible.

Afin, d'étudier le comportement du PMMA pour des conditions représentatives de l'application visée (essai d'impact), des essais de caractérisation ont été entrepris au LPMM : des essais de compression uniaxiale ont permis de quantifier l'influence de la vitesse de chargement et de la température, des essais de compression quasi-oedométrique statiques et dynamiques ont été mis en oeuvre pour évaluer la résistance du matériau en fonction de la pression de confinement. D'autre part des essais de flexion trois points sur éprouvettes entaillées ont été menés pour étudier la ténacité et quantifier son évolution avec la vitesse de chargement. De plus, des essais de flexions trois points non entaillés et de torsion ont été entrepris pour étudier comment évolue le mode de rupture (fragile / ductile) en fonction de la température et de la vitesse de déformation.

---

Dans ce cadre, des simulations numériques ont été réalisées en utilisant le code de calcul éléments finis (*ABAQUS*) pour valider certains types d'essais.



# ESSAIS D'IMPACT SUR STRUCTURE EN PMMA **2**

## SOMMAIRE

2.1	INTRODUCTION	49
2.2	ESSAIS D'IMPACT	51
2.2.1	Technique expérimentale pour les essais d'impact normal	51
2.2.2	Résultat d'essais d'impact normal	52
2.2.3	Essai d'impact sur la tranche - utilisation d'une CUR	53
2.3	SIMULATION NUMÉRIQUE DE L'ESSAI D'IMPACT	54
2.4	ESSAI D'IMPACT ( $V = 250$ m/s)	60
	CONCLUSION	65

**A**u cours d'un impact balistique sur une structure en PMMA, le matériau subit un chargement intense et complexe incluant de fortes pressions au voisinage du projectile et des contraintes de compression et de traction dans la structure. Ce chargement peut induire une déformation du matériau, une élévation de la pression au voisinage du contact projectile/plaque, une augmentation locale de la température et différents modes d'endommagement pouvant conduire à une rupture de la cible. Nous présentons dans une première partie la technique expérimentale pour les essais d'impact et ceux de fragmentation (essai d'impact sur la tranche) ensuite les résultats obtenus par ces essais. Nous présentons dans la deuxième partie les paramètres de calculs de la loi de comportement de [Richeton et al. \(2006\)](#) qui est adapté aux problèmes d'impact. Ce modèle est utilisé pour la modélisation du comportement du matériau de la cible (PMMA). Ensuite une analyse des résultats obtenus par les simulations numériques des essais d'impact sera évoquée. Ces résultats numériques permettent de mieux comprendre le comportement du matériaux sous sollicitation dynamique.



## 2.1 INTRODUCTION

Les matériaux fragiles y compris le verre, les céramiques, les géomatériaux et certains polymères comme le PMMA sont largement utilisées dans de nombreuses applications de blindage ou de protection. En raison de leur faible ductilité, l'impact de projectiles entraîne un endommagement sévère pouvant mener à la rupture de la cible.

De nombreuses recherches ont été menées pour étudier le comportement du PMMA sous impact. Les études ont montré une fissuration différentes en fonction de la vitesses d'impact. [Gorham et al. \(2003b\)](#) ont étudié l'endommagement causé par des essais d'impact et de compression sur des sphères en PMMA sur une large gamme de vitesse de chargement. [Segreti et al. \(2004\)](#) ont étudié l'effet d'impact sur la perforation des disques en PMMA, par l'intermédiaire d'une technique d'impact direct d'un projectile sur une cible en PMMA. Tous leurs essais ont montré une forte influence de la vitesse d'impact sur la réponse mécanique du PMMA. [Chaudhri \(2004\)](#) a mené une étude sur des sphères quasi-fragile en PMMA en utilisant la photographie à grande vitesse et a montré que les fissures se propagent à des vitesses allant jusqu'à 0.8 fois la vitesse d'onde de cisaillement du polymère.

Dans l'étude des matériaux fragiles, la mécanique de la rupture peut jouer un rôle très important pour étudier le comportement mécanique sous différentes conditions de chargement ([Fineberg et Marder, 1999](#)). Cependant l'un des principaux enjeux est de prédire l'initiation et la propagation de la fissure dans les matériaux fragiles. Bien que quelques cas simples peuvent être résolus de manière analytique et dans la plupart des problèmes une analyse numérique est nécessaire.

[Yanxiong et Benjamin \(2009\)](#) ont étudié l'impact de plaques en PMMA aux faibles vitesses (1.15 et 2.05 m/s). Leurs études montrent que des fissures radiales peuvent être induites sur la surface de la cible en PMMA et que lors de l'apparition de ces fissures la force de contact diminue brusquement indiquant une propagation de fissure dans la structure du PMMA fragile. Des essais d'impact ont été entrepris par [Qasim \(2009\)](#) sur des plaques rectangulaire en PC d'épaisseur 1.5 mm par un projectile à bout hémisphérique de diamètre 6.35 mm dans le but de déterminer la limite balistique du PC. Les impacts sur des plaques de blindage ont été

effectués suivant deux angles d'incidence ( $0^\circ$ , soit la normale à la surface impactée, et  $45^\circ$ ). L'objectif de leurs étude était de montrer la vulnérabilité de plaques en PC à la rupture en fonction d'angle et de la vitesse d'impact. En chaque lieu un impact simple et multiples ont été effectués dans le but de déterminer la limite balistique de ce matériau.

Les essais montrent que la limite balistique du PC se situe entre 125 m/s et 135 m/s pour une épaisseur de 1.5 mm. La figure 2.1 montre trois configurations d'endommagement.

Sur la figure 2.1-a on remarque qu'il y a amincissement de la plaque par déformation plas-

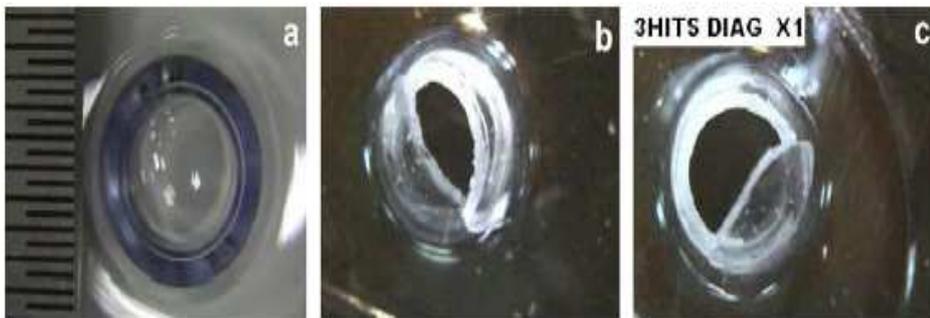


FIG. 2.1 – (a) Milieu de la cible : pas de perforation (6<sup>ème</sup> tir) (b) Perforation : impact horizontal (4<sup>ème</sup> tir), (c) Perforation : impact suivant un angle de  $45^\circ$  (3<sup>ème</sup> tir) pour une vitesse  $V = 100$  m/s source : (Qasim, 2009).

tique sans séparation de la matière. Cela est dû au fait que pour chaque tir une grande partie de l'énergie cinétique du projectile est absorbée par déformation plastique de la plaque. Sur la figure 2.1-b lorsque l'impact se fait suivant la normale à la surface impactée, on observe que la fissure est légèrement inclinée sur le côté. Cependant, le projectile rebondit en conservant une partie de son énergie cinétique.

Sur La figure 2.1-c où l'impact se fait selon un angle de  $45^\circ$  par rapport à la normale, on observe que l'amincissement de la plaque est énormément augmenté au point d'impact. En effet, le matériau a également subi un cisaillement le long du bord. La rupture est apparu lors du troisième tir sous la forme d'une fissure circulaire. Ce processus de rupture correspondant à un chargement de traction / cisaillement à vitesse de déformation très élevée.

Dans le cadre de ce travail, l'objectif de ces essais d'impact et de ces calculs numérique étaient d'évaluer la nature du chargement générée dans les cibles en PMMA sous impact balistique.

## 2.2 ESSAIS D'IMPACT

### 2.2.1 Technique expérimentale pour les essais d'impact normal

Le montage utilisé pour les essais d'impact a été usiné au **LaBPS** (Laboratoire de mécanique biomécanique polymère structures). Les essais balistiques ont été réalisés au **LPMM** (Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux) sur des plaques carré en PMMA de dimension  $140 \times 140 \times 10 \text{ mm}^3$  (figure 2.2) impactée par un projectile à bout hémisphérique de diamètre 10 mm et de longueur  $L$  égale à 100 mm. Le lanceur à air comprimé (canon) est constitué d'une chambre à ouverture rapide et d'un tube de diamètre extérieur 22.7 mm dans lequel le projectile peut coulisser. Le projectile est équipé de sabots en téflon. Trois photodiodes (sources de lumières)  $L_1, L_2$  et  $L_3$  placées à l'extrémité du tube et reliées à deux compteurs de temps permettent de mesurer la vitesse d'impact du projectile. Un amplificateur, un oscilloscope numérique et une centrale d'acquisition (**LPMM**) sont utilisés pour stocker les données.

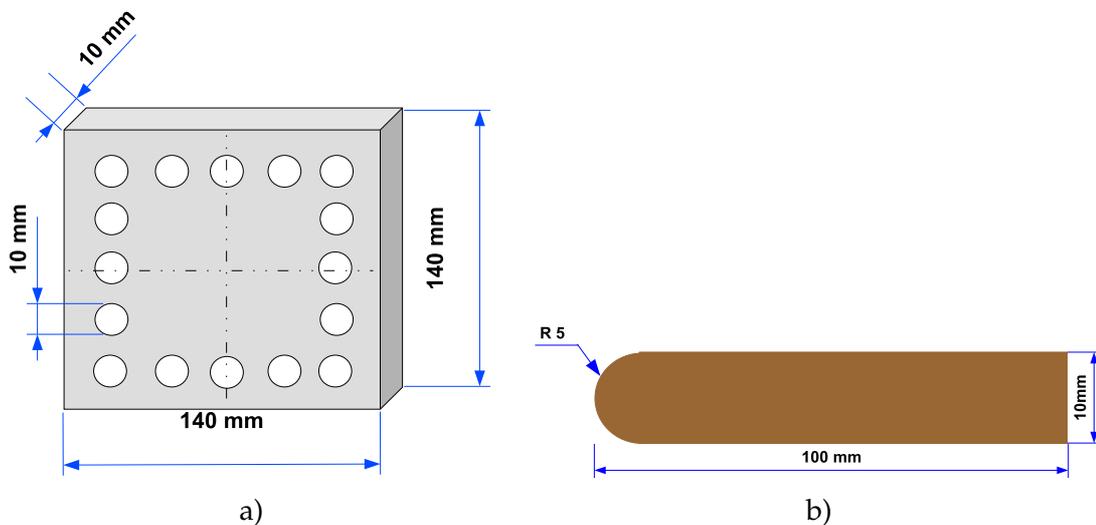


FIG. 2.2 – Exemple d'essai d'impact sur des plaques en PMMA, a) plaque en PMMA, b) projectile en acier

La mise en place de la cible dans le porte-cible et le réglage de sa position sont réalisés grâce à un dispositif de fixation spécifique. On peut régler ainsi la coaxialité de la cible par rapport à l'axe du tube en utilisant un laser. Dans ces essais les cibles sont directement encastées par 16 vis (cible carré). Le réglage de la pression de tir pour atteindre la vitesse d'impact

souhaitée à fait l'objet d'un étalonnage.

La vitesse d'impact est mesurée à l'aide des deux compteurs de temps et trois photodiodes. Les faisceaux de lumière guidés par fibres optiques sont éclipsés par le déplacement du projectile. Les distances entre les faisceaux lumineux étant connus et les intervalles de temps mesurés, il est possible de déterminer la vitesse moyenne du projectile juste avant l'impact.

### 2.2.2 Résultat d'essais d'impact normal

Ces essais montrent qu'il y a pas perforation pour une vitesse incidente inférieure à 25 m/s. Au cours de ces essais l'onde de compression créée par l'impact va être à l'origine (si la vitesse d'impact est suffisante) de plusieurs endommagements qui vont précéder la phase de pénétration. Les contraintes de traction en face arrière vont être à l'origine, d'une fissuration multiple orientée dans la direction radiale. La figure 2.3 présente des photos qui sont enregistrés à différents instants à l'aide du Caméra ultra rapide *Shimadzu*. Le premier chargement subi par la cible lors d'un impact balistique correspond à une compression confinée. La figure 2.3-a montre une photo juste au moment du contact du projectile avec la surface de la cible avant fissuration. La figure 2.3-b présente le développement et la propagation des fissures radiales. Dans cette étude, en fonction des conditions d'impact, on observe généralement des fissures radiales qui démarrent du point d'impact et se propageant vers la limite d'encastrement (figure 2.3). Il est nécessaire de mentionner que pour les différentes plaques qui sont percutées par la même vitesse, le nombre de fissures ainsi que leur degré de symétrie n'est pas toujours le même. Cela peut être dû à la présence de défauts au sein du matériau sur lesquels s'amorcent les fissures. Bouzid et al. (2001) ont signalé des résultats similaires pour des plaques de verres soumis à faible vitesse d'impact. Les figures 2.3-c et 2.3-d montrent l'initiation de quelques fissures coniques à partir de la face avant qui atteignent par la suite la face arrière. Finalement sur la figure 2.3-e, l'ejection des débris est observée. La figure 2.4 présente le faciès d'endommagement de la cible à la fin de l'essai. A nouveau, nous observons des fissures radiales initiées de la face arrière et d'autres coniques qui sont amorcés de la face avant

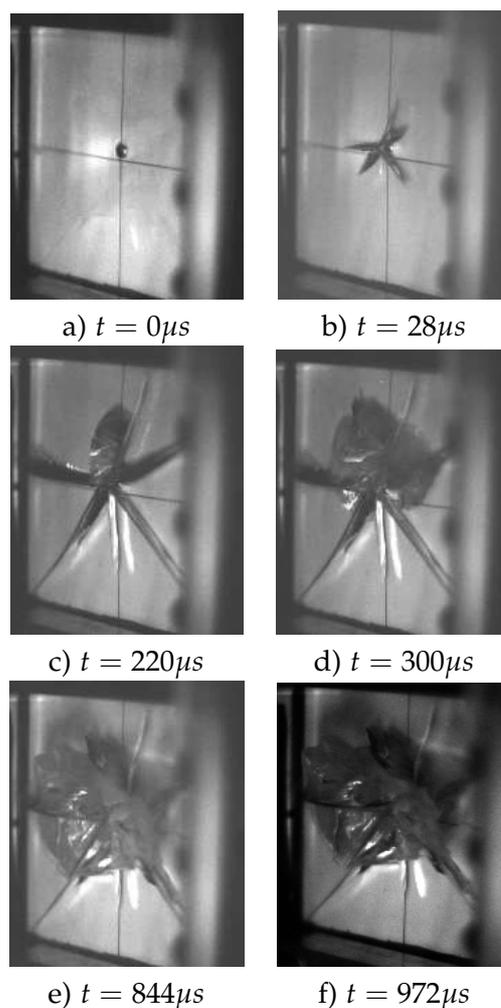


FIG. 2.3 – Exemple d'essai d'impact sur des plaques en PMMA ( $V = 25\text{ m/s}$ ).

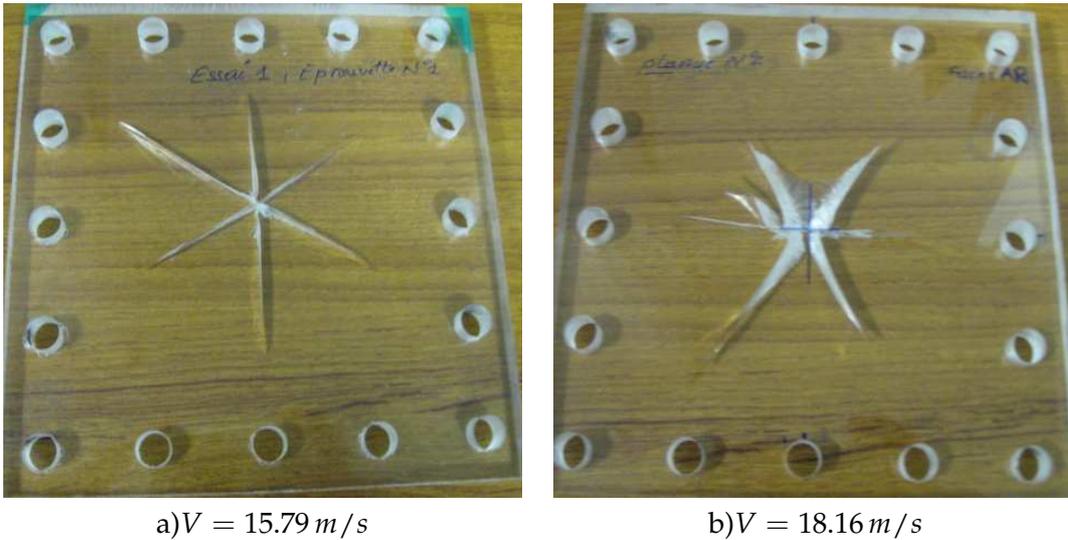
de la cible. Pour des vitesses inférieures, deux essais d'impact balistique du même projectile que celui utilisé auparavant ont été effectués à des vitesses respectivement  $V = 15.79\text{ m/s}$  et  $V = 18.6\text{ m/s}$ . Une étude post-mortem fait apparaître des fissures radiales uniquement (figure 2.5).

### 2.2.3 Essai d'impact sur la tranche - utilisation d'une CUR

Des essais d'impact sur la tranche ont été réalisés sur des carreaux en PMMA afin d'étudier et de visualiser par caméra ultra-rapide les mécanismes de fissuration générés dans le PMMA au niveau des faces avant et arrières. Des carreaux de dimensions  $140 \times 60 \times 10\text{ mm}^3$  sont impactés sur la tranche d'épaisseur  $10\text{ mm}$  par un projectile en alliage d'aluminium ( $\phi = 22.5\text{ mm}$ ,  $H = 100\text{ mm}$ ) à haute résistance. La vitesse du projectile est obtenue à partir du signal déli-



FIG. 2.4 – Post-mortem d'un essai d'impact balistique ( $V = 25 \text{ m/s}$ )



a)  $V = 15.79 \text{ m/s}$

b)  $V = 18.16 \text{ m/s}$

FIG. 2.5 – Type d'endommagement du cible en PMMA pour deux vitesses d'impact à température ambiante

vré par deux compteurs de temps et trois photodiodes avec trois sources de lumière placées en amont de la cible et distantes de 50 mm. La caméra ultra-rapide est déclenchée par un contacteur fermé au moment du contact entre le projectile et la face impactée de la cible. Nous observons un endommagement composé de longues fissures qui démarrent de la face opposée à celle impactée. La figure 2.6 présente le résultat obtenu pour un carreau de PMMA. On observe également concernant le premier tir un ensemble de 4 fissures initiées sur la face arrière, 88  $\mu\text{s}$  après impact, endommagement qui atteint la moitié du carreau à  $t = 124 \mu\text{s}$ .

### 2.3 SIMULATION NUMÉRIQUE DE L'ESSAI D'IMPACT

Afin d'étudier les chargements subis durant les premières micro-secondes au cours d'un impact balistique une simulation numérique a été menée à l'aide du code de calcul Aba-

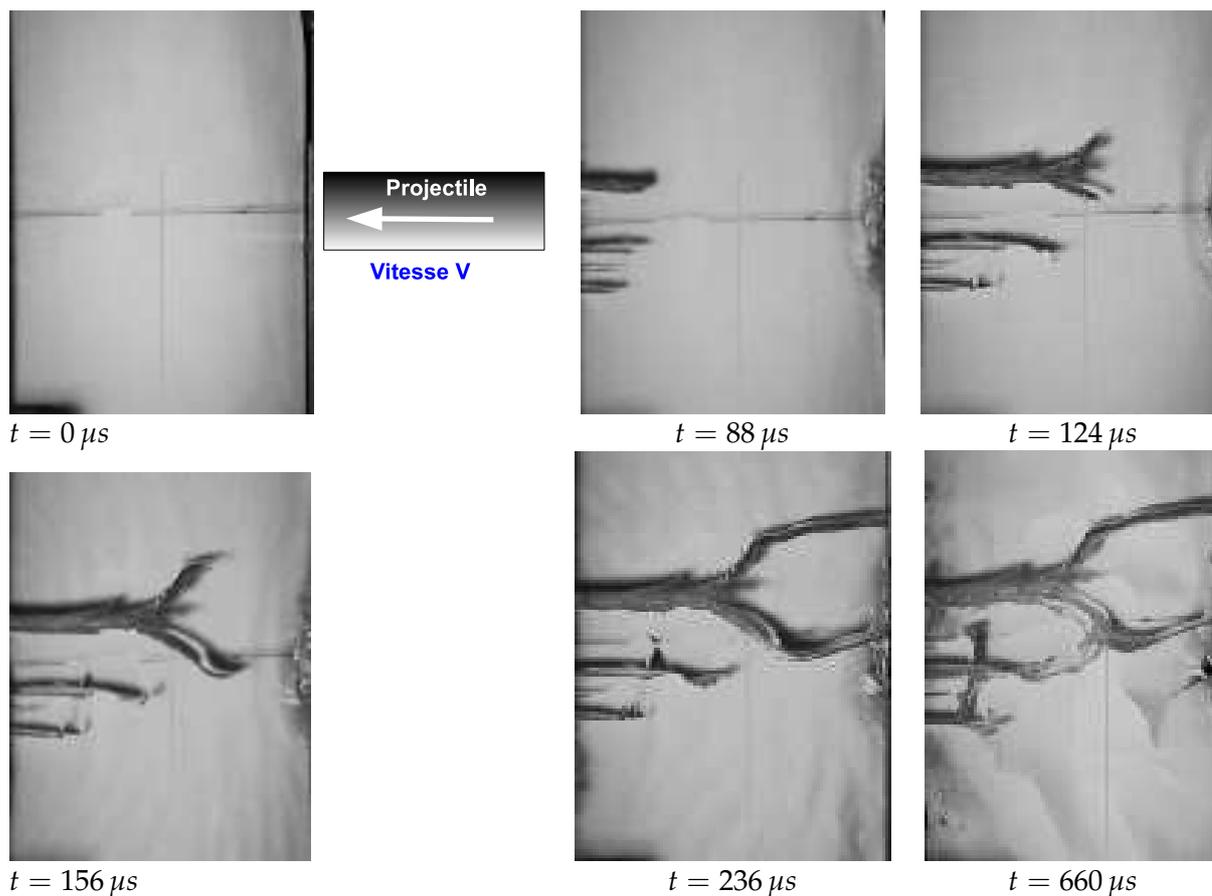


FIG. 2.6 – Essai d'impact sur la tranche à une vitesse d'environ 25 m/s

qus/explicite. Dans cette simulation, le polyméthacrylate de méthyle (PMMA) est modélisé en utilisant la loi de comportement de Richeton et al. (2006) présenté dans le premier chapitre. Les paramètres de cette loi de comportement utilisées dans ce calcul sont regroupées dans le tableau 2.1. Ce modèle coopératif a été intégré dans Abaqus en utilisant un schéma explicite à l'aide d'une procédure en fortran appelée *VUMAT*. L'impact balistique d'un projectile à bout hémisphérique en acier ( $E = 210 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0.3$ ,  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ ) de diamètre  $2R_p = 10 \text{ mm}$  s'effectue à une vitesse égale à 25 m/s.

Les conditions aux limites sont représentées par l'encastrement des surfaces latérales comme illustré sur la figure 2.7. Les nœuds du projectile sont animés d'une vitesse initiale égale à la vitesse du projectile. La figure 2.8 montre l'évolution de la vitesse du projectile en fonction du temps de chargement. On observe que à  $t = 3 \cdot 10^{-4} \text{ s}$  le projectile rebondit. La figure 2.9 montre que le centre de la face arrière de la cible subit un déplacement d'environ 3.22 mm (déplacement du nœud 10064 et 8543). Le contact est réalisé sur ABAQUS via l'option de

Paramètres	PMMA
$\sigma_i(0)$ (MPa)	190
m (MPa/K)	0.47
V (m <sup>3</sup> )	$5.14 \cdot 10^{-29}$
n	6.37
$\dot{\epsilon}_0$ (s <sup>-1</sup> )	$7.47 \cdot 10^{15}$
$\Delta H_\beta$ (KJ/mol)	90
T <sub>g</sub> (K)	378
$\alpha_p$	0.26

TAB. 2.1 – Paramètres du modèle pour le PMMA : source (Richeton et al., 2006)

"contact pair" qui définit le contact entre surface maître (zône de contact du projectile définie par des éléments) et une surface esclave (zône de contact de la cible défini par des nœuds). Le frottement est négligé. Pour cette étude, nous avons considéré que le projectile se déformait élastiquement.

Ces calculs sont utilisés pour visualiser les champs de déformations et de contraintes au

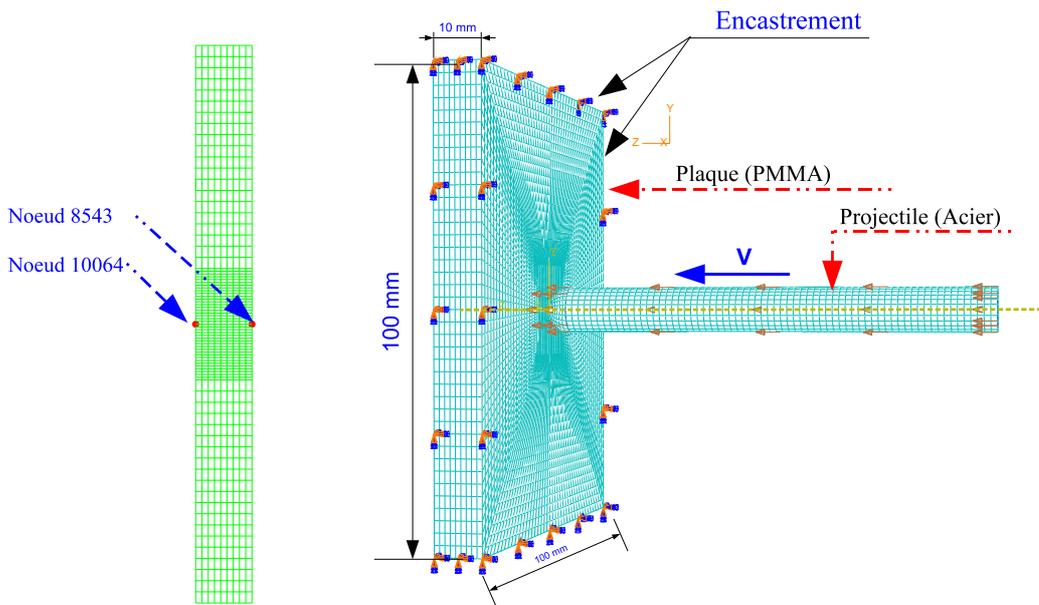


FIG. 2.7 – Dimensions et conditions aux limites plaque/projectile

niveau de la cible, ainsi que l'évolution de la température et la pression au point de contact projectile/cible. La courbe force en fonction du temps est reportée sur la figure 2.10. Nous constatons que la force croît de façon linéaire jusqu'à atteindre un pic qui correspond à une force de 6 kN. Ensuite, la force chute et croît de nouveau jusqu'à atteindre un maximum égal à 10.2 kN. En effet, la première chute s'explique par le fait que la plaque est accélérée. Le calcul numérique réalisé dans ce travail laisse apparaître des contraintes de traction créées au

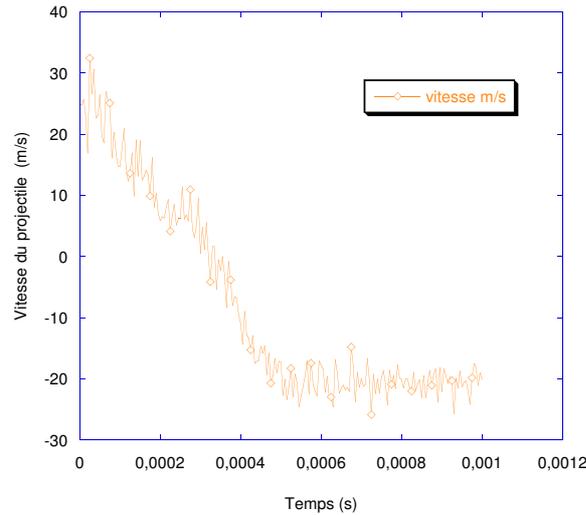


FIG. 2.8 – La variation de la vitesse du projectile au cours du temps

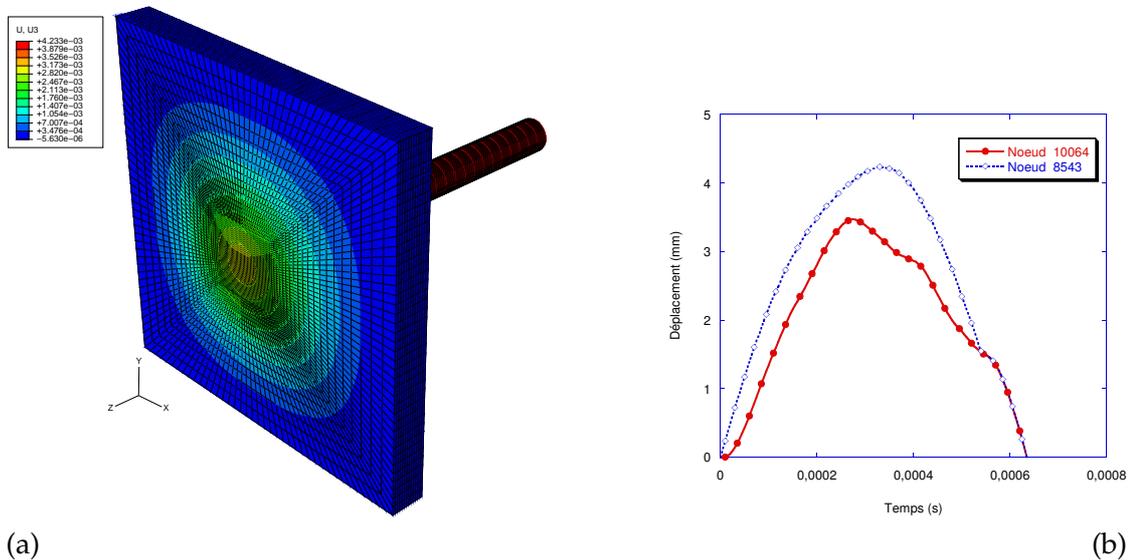


FIG. 2.9 – Déplacement des nœuds de la cible a) champ de déplacement, b) déplacement de deux nœuds

centre de la cible au niveau de la face arrière (opposée à celle impactée) de l'ordre de 88 MPa à  $t = 0.15$  ms jusqu'à atteindre la valeur de 144 MPa pour un temps  $t = 0.37$  ms (figure 2.11). Dans cette zone la vitesse de déformation est de l'ordre de  $10^3$  s<sup>-1</sup> (figure 2.13).

La valeur de contrainte max dépasse celle mesurée par des essais de traction réalisés par Chen et al. (2002) sur des éprouvettes en PMMA pour des vitesses de déformations allant de  $\dot{\epsilon} = 10^{-4}$  s<sup>-1</sup> à  $\dot{\epsilon} = 680$  s<sup>-1</sup> ainsi dans les travaux de Hengyi et al. (2004) pour le même matériau. Leurs essais laissent apparaître une résistance en traction dynamique de l'ordre de 75 MPa. À l'issue de cette constatation, la valeur de la contrainte max donnée par la simulation

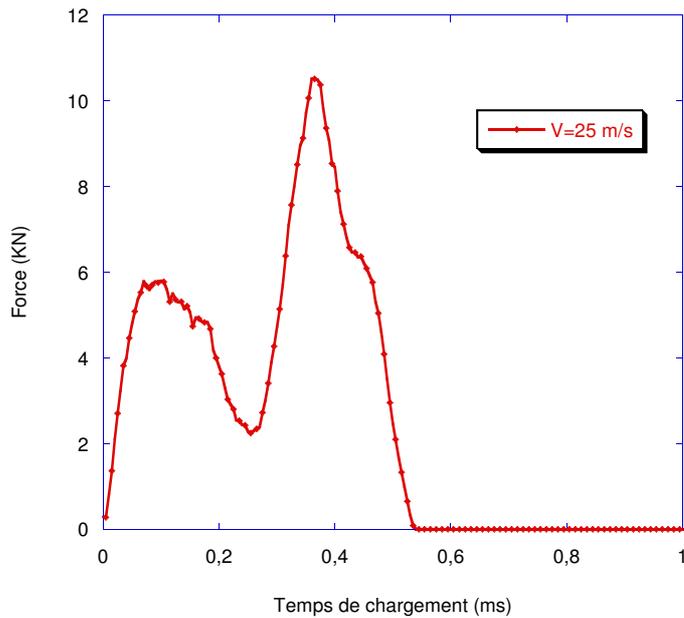


FIG. 2.10 – Evolution de la force en fonction du temps de chargement avec une vitesse d'impact  $V = 25 \text{ m/s}$

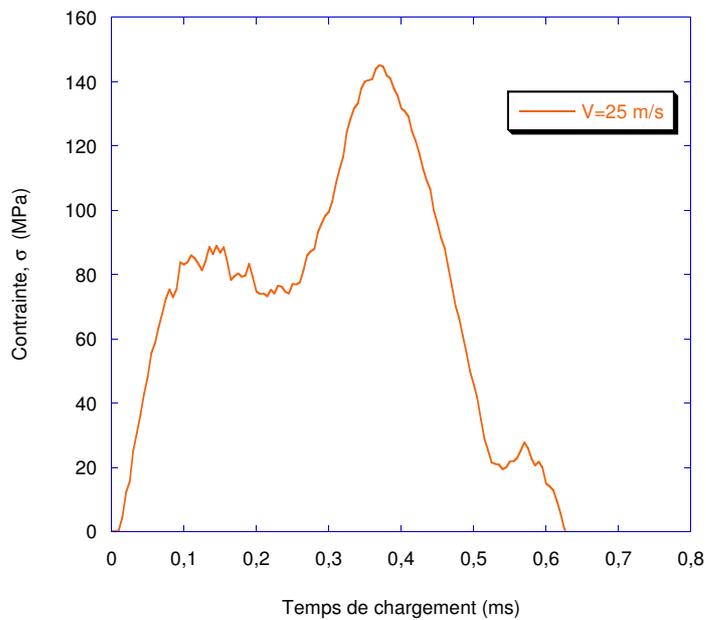


FIG. 2.11 – Evolution de la contrainte  $\sigma_{11}$  au centre de la face arrière de la plaque en fonction du temps de chargement pour une vitesse d'impact  $V = 25 \text{ m/s}$

numérique semble suffisante pour amorcer et propager les fissures.

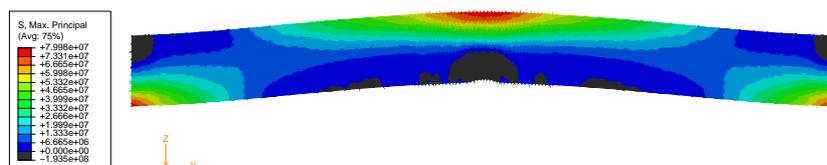


FIG. 2.12 – contrainte maximale principale à  $t = 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$

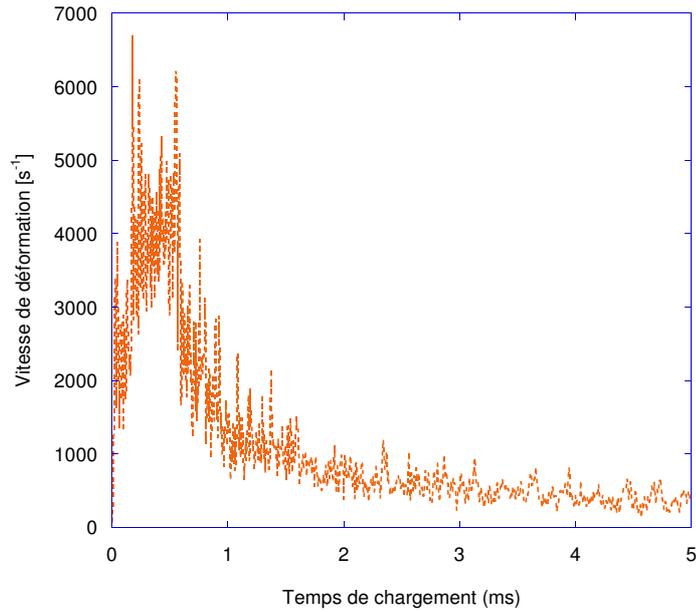


FIG. 2.13 – Evolution de la vitesse de déformation en fonction du temps de chargement  $V = 25 \text{ m/s}$  au centre de la face arrière de la plaque

### Effet de l'échauffement

Au cours de la déformation d'un polymère amorphe, l'énergie produite par la déformation plastique peut être dissipé sous forme de chaleur. Pour étudier l'influence de la température sur la forme final de la cible, nous avons considéré que le processus est adiabatique. Dans ce cas, nous calculons l'incrément de température à l'aide de l'équation de la chaleur 2.1.

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \beta \sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) \frac{\partial \varepsilon^p}{\partial t} \quad (2.1)$$

Une fraction de la puissance dissipée par déformation plastique est convertie en chaleur. Cette fraction est symbolisée par le coefficient  $\beta$ ). Pour les métaux le coefficient  $\beta = 0.9$ , alors dans le cas des polymères ce coefficient tend à être plus faible (Rittel, 1999). Les valeurs représentatives qui ont été choisies pour le polyméthacrylate de méthyle (PMMA) figurent dans le tableau 2.2. Pour estimer la variation de température dans le matériau, il est nécessaire d'intégrer l'équa-

$\rho(\text{kg}/\text{cm}^3)$	$C_p(\text{JK}^{-1}\text{kg}^{-1})$	$\beta$	$\nu$ (MPa/K)
1190	1400	0.6	1.659

TAB. 2.2 – Paramètres utilisés pour la correction adiabatique-isotherme, Rittel (1999)

tion de la chaleur et de tenir compte de l'énergie de déformation convertie en chaleur avec  $\beta = 0.6$  (Rittel, 1999) lors de la simulation numérique. Pour une vitesse d'impact  $V = 25 \text{ m/s}$

la simulation numérique nous a également permis de montrer que l'incrément de température reste constante. En effet, cette vitesse n'est pas suffisante pour induire une élévation de la température.

### Evolution de la pression

Afin d'étudier l'évolution de la pression au voisinage du contact projectile/plaque au cours d'un impact balistique, le graphique de la figure 2.14 montre l'évolution de la pression en fonction du temps. Nous constatons que la cible est soumise à une compression confinée avec des niveaux de pression de quelques centaines de MPa. Cette prévision correspond aux valeurs de la pression hydrostatique atteintes pendant les essais de compression quasi-statiques et dynamiques que nous présenterons dans le chapitre IV.

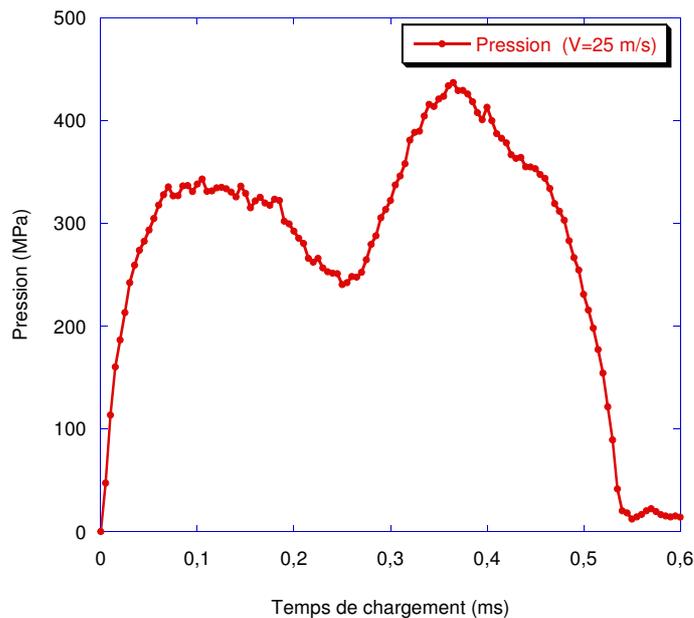


FIG. 2.14 – Evolution de la pression au voisinage du contact projectile / plaque en fonction du temps de chargement d'un essai d'impact pour une vitesse  $V = 25 \text{ m/s}$

## 2.4 ESSAI D'IMPACT ( $V = 250 \text{ m/s}$ )

Dans cette étude numérique, nous traitons un impact d'un projectile cylindrique en acier ( $E = 210 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0,28$ ,  $\rho = 7830 \text{ kg/m}^3$ ,  $m = 0,00133 \text{ kg}$ ) de diamètre  $2R_p = 5,2 \text{ mm}$  sur une plaque en PMMA à une vitesse de  $V = 250 \text{ m/s}$ . Le problème étant axisymétrique, les di-

mensions et les conditions aux limites de l'ensemble sont donnés sur la figure 2.15. Les simulations ont été réalisées avec le code de calcul par éléments finis Abaqus/Explicit. Nous avons considéré des éléments axisymétriques à 4 nœuds de type CAX4R avec intégration réduite. Le contact est réalisé sur Abaqus via l'option "contact pair" qui définit le contact entre une surface maître et une surface esclave. On néglige le frottement dans ce calcul numérique. Nous avons utilisé la technique d'érosion qui consiste à éliminer les mailles à partir du moment où un critère choisi est atteint. Pour pouvoir traiter correctement les éléments endommagés, il est nécessaire de rajouter une option de suppression d'élément appelé élément "deletion=yes" pour l'utilisation de modèles implémentés. La suppression d'éléments s'effectue par l'intermédiaire d'une variable interne qui prendra la valeur 1 ou 0 pour respectivement un élément rompu ou non rompu. Les contraintes sont automatiquement mises à zéro. La plaque en PMMA

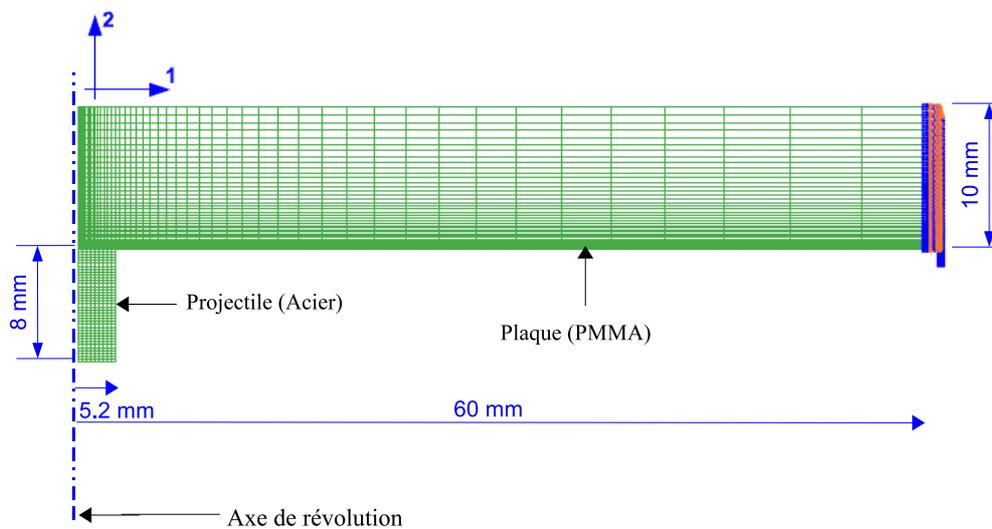


FIG. 2.15 – Essai d'impact projectile/plaque : maillage éléments finis, géométries et conditions aux limites

est modélisée par la loi de comportement de Richeton et al. (2006) présenté dans la première partie de ce chapitre. Le modèle de viscoplasticité de Johnson et Cook (1983) est utilisé pour le comportement du matériau du projectile. Il exprime l'évolution de la contrainte d'écoulement en fonction de la déformation, de la vitesse de déformation et de la température par une approche phénoménologique à l'aide d'une expression multiplicative s'exprimant suivant la forme :

$$\sigma_y = (A + B (\varepsilon_{eq}^p)^n) [1 + C \ln(\frac{\dot{\varepsilon}_{eq}^p}{\dot{\varepsilon}_0})] (1 - [\frac{T - T_r}{T_m - T_r}]^m) \quad (2.2)$$

A, B, C, n et m sont des paramètres de matériaux,  $\varepsilon_{eq}^p$  est la déformation plastique équivalente,  $\dot{\varepsilon}_{eq}^p$  est la vitesse de déformation plastique équivalente,  $\dot{\varepsilon}_0$  est la vitesse de déformation de référence qui est couramment égale à  $1 \text{ s}^{-1}$ ,  $T_r$  est la température de référence et  $T_m$  est la température de fusion. Le modèle est adapté aux problèmes de plasticité dynamique et a l'avantage d'être implémenté en standard dans de nombreux codes de calcul éléments finis (Abaqus, LSDyna, etc ...). Le tableau 2.3 regroupe les paramètres de la loi de comportement de Johnson-Cook utilisées pour cette simulation numérique.

A (MPa)	B (MPa)	C	n	m	$T_m$	$T_r$
1800	510	0.014	0.26	1.03	1793	300

TAB. 2.3 – Paramètres du modèle de Johnson-Cook

Au cours de la simulation numérique une forte localisation des déformations induit une élévation de la température locale de 97 K dans la cible comme le montre la figure 2.16 (température initiale  $T = 298 \text{ K}$ ) ainsi que des vitesses de déformations de l'ordre de  $2 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$  dans l'élément où la localisation plastique est la plus intense. Dans le chapitre III nous montrerons que pour des déformations et vitesses de déformations élevées une augmentation significative de la température est observée durant le processus de déformation plastique (essais de compression) induisant un adoucissement de la contrainte. Le champs de contraintes de traction

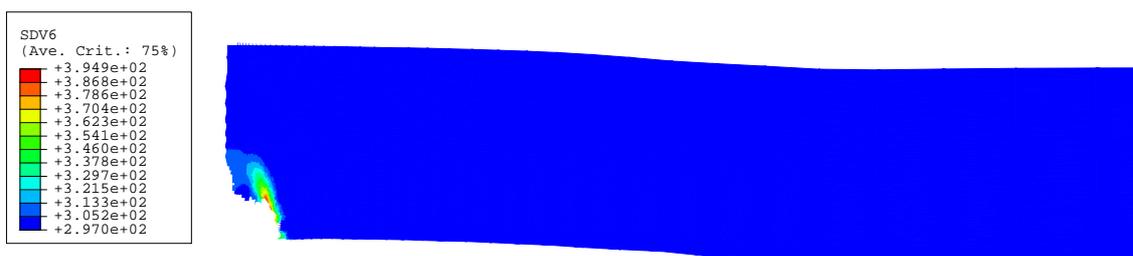


FIG. 2.16 – Champ de température pour une vitesse d'impact  $V = 250 \text{ m/s}$ .

sur la face arrière de la cible en PMMA a également été évalué par simulation numérique. Durant cette sollicitation la contrainte de traction peut atteindre plusieurs dizaines de MPa. La figure 2.17 présente les iso-contours des contraintes de traction. Dans le but de vérifier si la valeur de contrainte max trouvée par ce calcul numérique est suffisante pour fragmenter la plaque, nous comparons ce résultat avec ceux de la littérature. Selon les essais de traction réa-

lisés par Chen et al. (2002); Hengyi et al. (2004) sur des éprouvettes en PMMA à des vitesses de déformation variant de  $\dot{\epsilon} = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  à  $\dot{\epsilon} = 680 \text{ s}^{-1}$ . La résistance est de 75 MPa à vitesses de déformation élevées. Cette valeur est inférieure à celle de la contrainte maximale donnée par simulation numérique.

Avant de présenter l'évolution de la pression au cours du chargement, il est nécessaire de

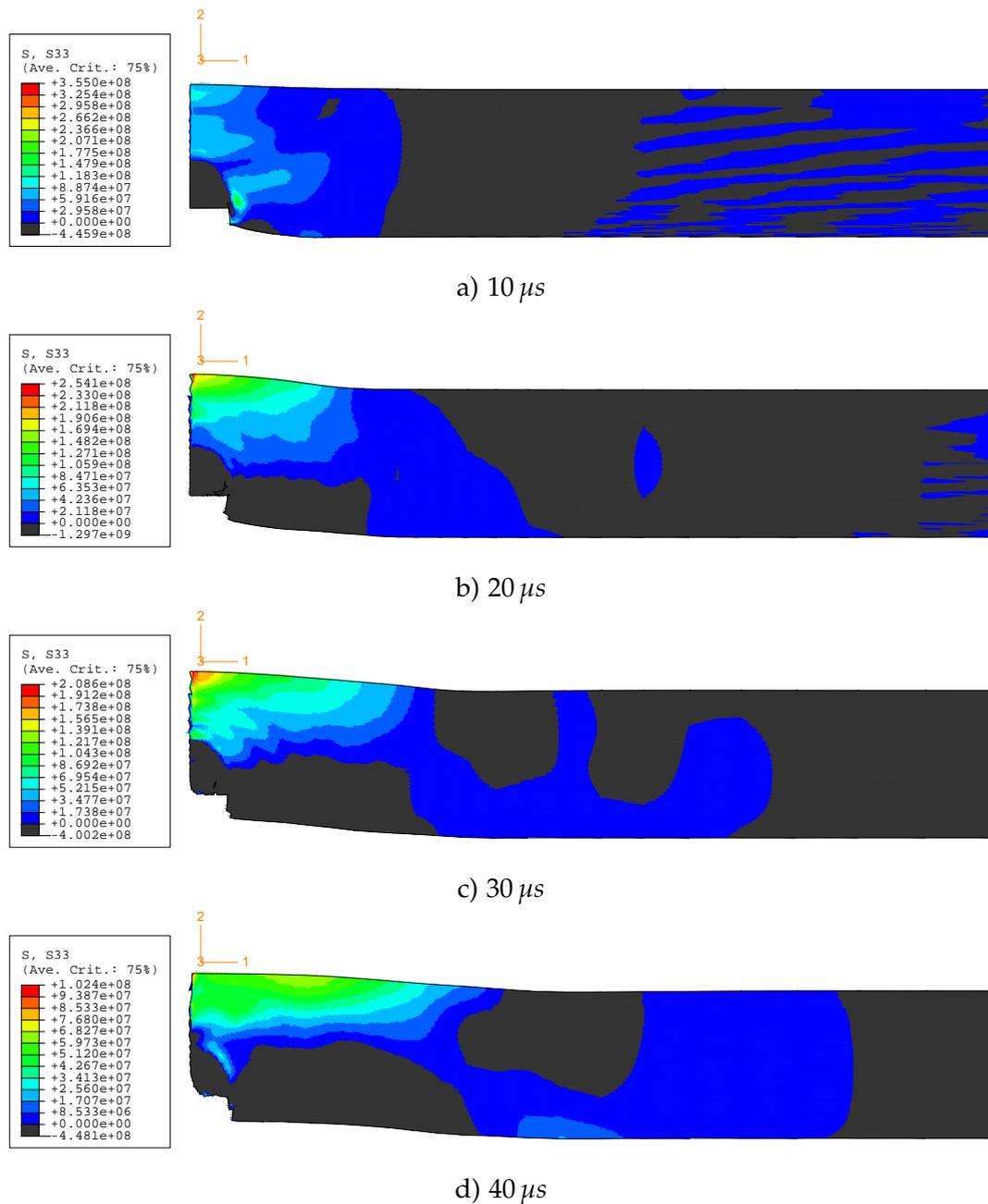


FIG. 2.17 – Evolution de champs de contraintes de traction en fonction du temps de chargement

connaître la vitesse de déformation atteinte durant cet essai d'impact. En effet, cette simulation numérique nous a également permis de définir le profil de la vitesse de déformation au

centre de la face arrière de la cible 2.18. Nous constatons que cette vitesse dépasse  $10^4 \text{ s}^{-1}$ .

Une forte élévation de la pression au voisinage du contact projectile/cible a été constaté.

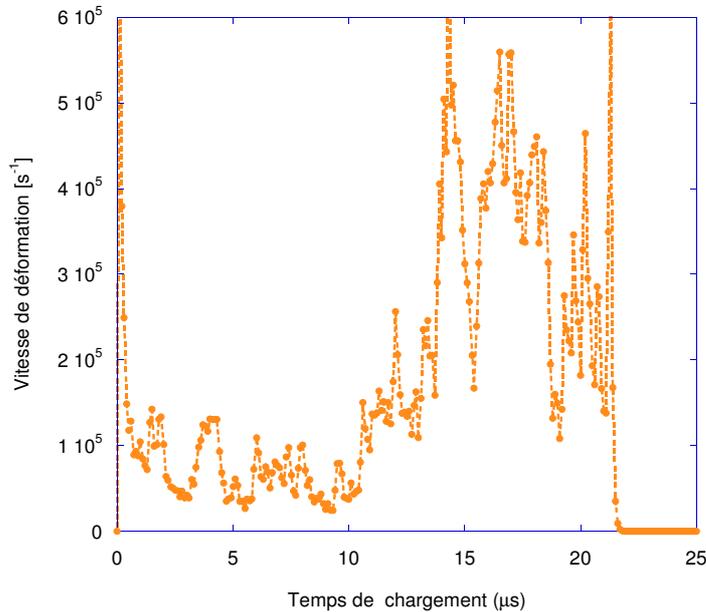


FIG. 2.18 – Evolution de la vitesse de déformation en fonction du temps de chargement au centre de la face arrière de la cible en PMMA

La figure montre le champs de pression atteint pour un temps  $t = 5 \mu\text{s}$ . Cette pression peut atteindre plusieurs centaines de MPa (450 MPa en valeur absolue) durant les premières microsecondes. Ainsi, le premier chargement subi par la cible correspond à une compression confinée avec des niveaux de pression hydrostatique comparables à ceux trouvés pendant les essais de compression quasi-œdométrique quasi-statiques et dynamiques. C'est pourquoi, les influences du confinement et de la vitesse de chargement sur le comportement en compression quasi-œdométrique quasi-statiques et dynamiques seront étudiés dans le chapitre IV.

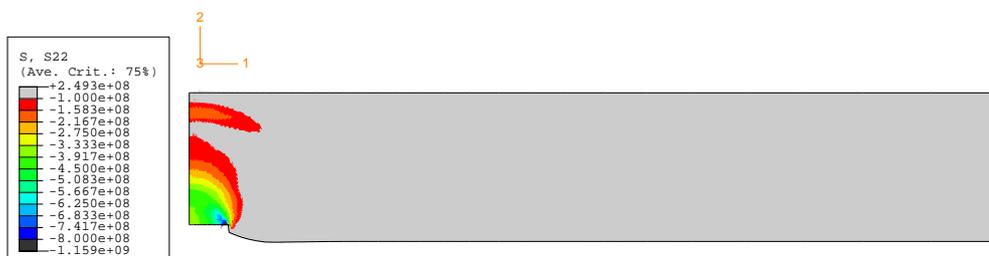


FIG. 2.19 – Champs de pression à  $t = 5 \mu\text{s}$  pour une vitesse d'impact  $V = 250 \text{ m/s}$

## CONCLUSION DU CHAPITRE

Nous avons présenté dans cette partie différents essais d'impact de projectile sur une cible en PMMA. Une onde de compression créée par impact va être à l'origine (si la vitesse d'impact est suffisante) de plusieurs endommagements. La caméra ultra-rapide nous a permis également de visualiser le développement et la propagation des fissures radiales. Cette fissuration multiple (fragmentation) a été créée par des contraintes de traction en face arrière. Ceci a été confirmé par la simulation numérique. Un essai d'impact sur la tranche a également été mené pour visualiser cette fissuration.

D'autre part, des simulations numériques de deux essais d'impact ont été entreprises à l'aide du modèle de [Richeton et al. \(2006\)](#) en prenant en compte les effets de la vitesse de déformation et de la pression. Ce modèle a été implanté dans le code de calculs par éléments finis *Abaqus/Explicit* via un sous-programme utilisateur *VUMAT*. Dans le premier cas il s'agit d'un projectile de masse  $m = 65 \text{ g}$  impactant à une vitesse de  $25 \text{ m/s}$  une cible d'épaisseur  $10 \text{ mm}$ . Dans le deuxième cas, la même cible est impactée par un projectile de masse  $m = 1.33 \text{ g}$  à une vitesse de  $250 \text{ m/s}$ .

Nous avons montré par simulation numérique de l'essai d'impact balistique que le premier chargement subi par la cible correspond à une compression confinée. En effet, une élévation de la pression de quelques centaines de MPa est observée. Les simulations numériques des essais d'impact balistique ont permis aussi d'analyser l'évolution de la température. Son augmentation dépend fortement de la vitesse d'impact, de l'énergie cinétique du projectile et des dimensions de la cible. L'incrément de température  $\Delta T$  peut atteindre  $97 \text{ K}$  pour une vitesse d'impact de  $V = 250 \text{ m/s}$ . En outre, ces calculs ont permis de déterminer les profils de vitesse de déformation ainsi que le champ de contrainte de traction en face arrière de la cible.



# COMPORTEMENT DU PMMA EN 3 COMPRESSION SIMPLE : INFLUENCE DE LA TEMPÉRATURE ET DE LA VITESSE DE DÉFORMATION

## SOMMAIRE

3.1	INTRODUCTION	69
3.2	PRÉSENTATION DU MATÉRIAU	69
3.3	DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL	70
3.3.1	Compression quasi-statique	70
3.3.2	Courbes contrainte déformation	71
3.4	CONDITION THERMIQUE DE L'ESSAI	78
3.4.1	Échauffement adiabatique	78
3.4.2	Estimation de l'accroissement de la température	79
3.5	COMPRESSION DYNAMIQUE	81
3.5.1	Essai dynamique	81
3.5.2	Dispositif de barres d'Hopkinson	82
3.5.3	Dépouillement de l'essai	83
3.5.4	Résultat des essais dynamiques	86
3.5.5	Influence de la vitesse de déformation	86
3.5.6	Influence de la température	87
3.6	MODÉLISATION DU SEUIL DE LIMITE ÉLASTIQUE	90
	CONCLUSION	91



### 3.1 INTRODUCTION

Le choix des moyens techniques expérimentaux cible des objectifs bien précis, selon les besoins des industriels et autres que ce soit dans le domaine civil ou militaire. Ces techniques peuvent se diviser en deux parties : la première à travers les machines hydrauliques permettant des sollicitations pour des vitesses de déformation faibles et moyennes, en revanche la deuxième est basée sur le dispositif des barres d'Hopkinson ou barres de (Kolsky, 1949), pour atteindre des vitesses plus élevées. En ce qui concerne la deuxième partie, cette technique est très diversifiée et peut être classée selon trois versions couramment utilisées à savoir : la compression, la traction et la torsion.

Dans la présente étude nous nous limiterons plus particulièrement à la compression. La présentation du matériau, les méthodes d'essai et le principe de mesure font l'objet de ce chapitre.

### 3.2 PRÉSENTATION DU MATÉRIAU

Le matériau étudié est un thermoplastique amorphe vitreux et transparent : Le polyméthacrylate de Méthyle (PMMA) se présente habituellement sous forme de plaque ou sous forme de barre. Son motif de répétition est représenté sur la figure 3.1. Sa masse volumique est peu élevée  $\rho = 1.19 \text{ g/cm}^3$  ce qui constitue souvent un atout pour l'ingénieur dans le dimensionnement des structures légères. Le Polyméthacrylate de Méthyle (PMMA) présente des propriétés

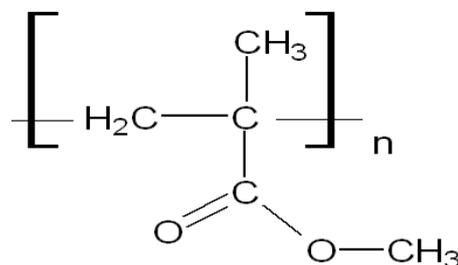


FIG. 3.1 – Formule développée de la structure chimique du PMMA

physiques et mécaniques intéressantes en comparaison avec d'autres polymères (Tableau 3.1) notamment une température de transition vitreuse de l'ordre de 378 K, une forte résistance au

choc, une bonne tenue thermique et une excellente transparence.

Densité $\rho$ ( $g/cm^3$ )	1.19
Chaleur spécifique $C_p$ ( $JK^{-1}kg^{-1}$ )	1400 – 1500
température de transition vitreuse $T_g$ (K)	378
Coefficient de poisson	0.35 – 0.4
Module d'Young (GPa)	2.4 – 3.3
Conductivité thermique à 23 °C ( $Wm^{-1}K^{-1}$ )	0.17 – 0.19

TAB. 3.1 – Propriétés physiques et mécaniques du PMMA

### 3.3 DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

#### 3.3.1 Compression quasi-statique

Les essais de compression quasi-statique uniaxiale ont été réalisés par le biais d'une machine hydraulique universelle ZWICK-Rel présente au sein du Laboratoire de Physique et Mécanique des matériaux (LPMM). Une cellule de 200 KN est utilisée pour mesurer la force appliquée  $F(t)$ . L'utilisation d'un extensomètre nous permet de mesurer directement le déplacement de la traverse mobile au cours de l'essai. L'éprouvette est placée entre deux plateaux parallèles qui sont liés aux traverses, l'une est fixe et l'autre est mobile. Ensuite, une vitesse de déplacement constante est imposée à la traverse mobile. Cette machine peut être couplée à une étuve permettant de réaliser des essais aux basses ou hautes températures.

Les échantillons ont un hauteur de 5 mm et un diamètre de 10 mm. Par ailleurs le rôle des faces de contact lors d'un essai de compression est important : le déplacement latéral des extrémités de l'éprouvette peut être gêné par le frottement au niveau des plateaux de compression. De ce fait, un polissage soigné a été effectué sur les deux extrémités des échantillons. Afin de réduire les effets de frottement, de la graisse a été appliquée sur les faces de l'échantillon en contact avec les plateaux avant l'essai.

Les conditions d'essai sont les suivantes : trois vitesses de déformation ( $10^{-3} s^{-1}$ ,  $10^{-2} s^{-1}$  et  $10^{-1} s^{-1}$ ) et sept températures (213 K, 233 K, 253 K, 273 K, 298 K, 323 K, 373 K). Pour chaque vitesse, deux éprouvettes ont été testées. Les résultats présentés ci-après correspondent aux

valeurs moyennes de deux essais.

### 3.3.2 Courbes contrainte déformation

#### Expression de la déformation et de la contrainte

Les grandeurs délivrées par les différents capteurs sont la force  $F(t)$  et le déplacement  $\delta(t)$  en fonction du temps  $t$ . L'obtention des mesures de déformation et de contrainte est indirecte.

Si on suppose des états de déformation et de contrainte uniformes, ces grandeurs peuvent être calculées à partir des mesures globales de l'éprouvette. Les expressions des composantes nominales et vraies de la déformation et de la contrainte suivant l'axe d'application de la sollicitation sont données par les relations suivantes (les indices  $n$  et  $v$  correspondent respectivement aux valeurs nominales et vraies).

- *Contrainte et déformation nominale*

La contrainte nominale  $\sigma_n$  est obtenue par le rapport de la force  $F$  sur la section initiale de l'éprouvette  $S_0$  :

$$\sigma_n(t) = \frac{F(t)}{S_0} \quad (3.1)$$

La déformation nominale,  $\varepsilon_n$ , est donnée par le ratio de l'allongement  $\Delta l$  de l'éprouvette par la hauteur initiale de l'éprouvette,  $l_0$ . Pour l'essai de compression cette déformation est donnée par :

$$\varepsilon_n(t) = \frac{\Delta l(t)}{l_0} = \frac{l_0 - l(t)}{l_0} \quad (3.2)$$

- *Contrainte vraie-déformation vraie*

La contrainte vraie est définie par le ratio de la force,  $F$ , par la section transverse instantanée au cours de l'essai.

$$\sigma_v = \frac{F(t)}{S(t)} \quad (3.3)$$

En faisant l'hypothèse raisonnable de déformation à volume constant (plasticité) (3.4), la contrainte vraie peut être reliée à la contrainte nominale via la relation suivante :

$$S l = S_0 l_0 \quad (3.4)$$

$$\sigma_v = \frac{F}{S} = \frac{F}{S_0} \frac{l}{l_0} = \sigma_n (1 - \varepsilon_n) \quad (3.5)$$

La déformation vraie est définie par la somme de toutes les déformations nominales instantanées :

$$\varepsilon_v = \int d\varepsilon_n = \int \frac{dl}{l} = \ln \frac{l}{l_0} \quad (3.6)$$

La déformation vraie peut également être déterminée à partir de la déformation nominale selon :

$$\varepsilon_v = \ln(1 - \varepsilon_n) \quad (3.7)$$

Pour résumer, la contrainte vraie et la déformation vraie peuvent être exprimées en fonction de la contrainte nominale et de la déformation nominale via les relations suivantes :

$$\begin{cases} \sigma_v = (1 - \varepsilon_n) \\ \varepsilon_n = \ln(1 - \varepsilon_n) \end{cases} \quad (3.8)$$

A partir de l'enregistrement du déplacement  $\delta(t)$  de la traverse et de la mesure de la force  $F(t)$  au cours de l'essai, la déformation axiale vraie  $\varepsilon_v(t)$  et la contrainte vraie  $\sigma_v(t)$  peuvent être calculées. Ils nous permettent d'obtenir la réponse mécanique de notre PMMA pour différentes vitesses de déformation.

La figure 3.2 représente les courbes contrainte vraie-déformation vraie obtenues en sollicitation quasi-statique en compression simple pour trois vitesses de déformation à température ambiante. Ces courbes nous permettent d'effectuer les premières observations sur le comportement du PMMA. Nous constatons qu'elles représentent le comportement classique d'un polymère amorphe à savoir une réponse viscoélastique qui devient de plus en plus non linéaire quand la déformation augmente. Pour une déformation de l'ordre de 7% à 9%, la contrainte définissant le seuil d'écoulement plastique  $\sigma_y$  est atteint. Au delà de ce seuil l'adoucissement a lieu jusqu'à environ 30% de déformation. Pour une déformation supérieure on observe un durcissement (écrouissage) progressif de la courbe contrainte déformation.

Nous examinerons par la suite l'effet de la vitesse de déformation notamment sur le seuil d'écoulement plastique  $\sigma_y$  qui augmente de 32% quand la vitesse de déformation augmente de  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$  à  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$ . La déformation correspondant à la contrainte seuil est également sensible

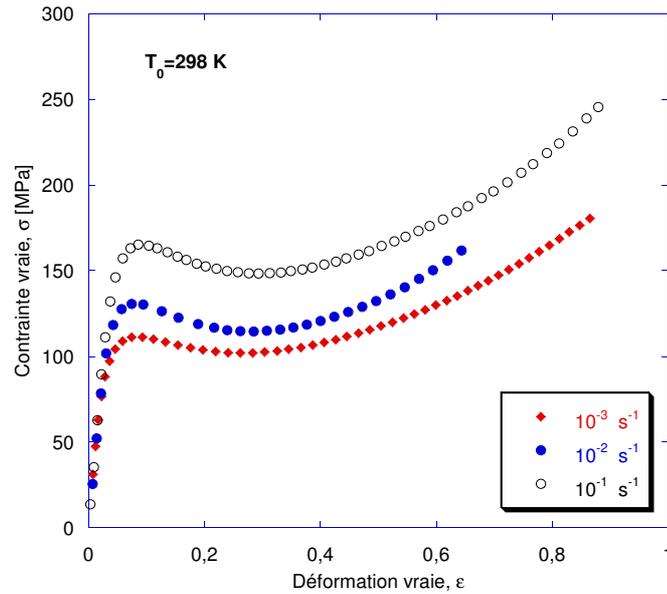


FIG. 3.2 – Courbes contrainte vraie-déformation vraie pour trois vitesses de déformation à température  $T = 298$  K à la vitesse de déformation : elle varie de  $0.07$  à  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$  à  $0.1$  à  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$ .

La figure 3.3 montre les courbes contrainte vraie déformation vraie pour trois vitesses de déformation variant de  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$  à  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$  pour deux températures ( $T = 323$  K et  $T = 378$  K). Nous constatons comme précédemment un comportement classique représentatif d'un polymère amorphe. Le seuil d'écoulement plastique  $\sigma_y$  augmente avec l'augmentation de la vitesse de déformation. De nombreux auteurs estiment que cette augmentation du seuil d'écoulement plastique est due au processus secondaire des molécules (Bauwens-Crowet et al., 1972; Bauwens-Crowet, 1973; Richeton et al., 2005b). Ainsi une augmentation de la vitesse de déformation entraîne une diminution de la mobilité des chaînes moléculaires du polymères qui rendent les chaînes plus rigides Richeton et al. (2006). Pour ces vitesses et ces températures le PMMA présente un comportement ductile.

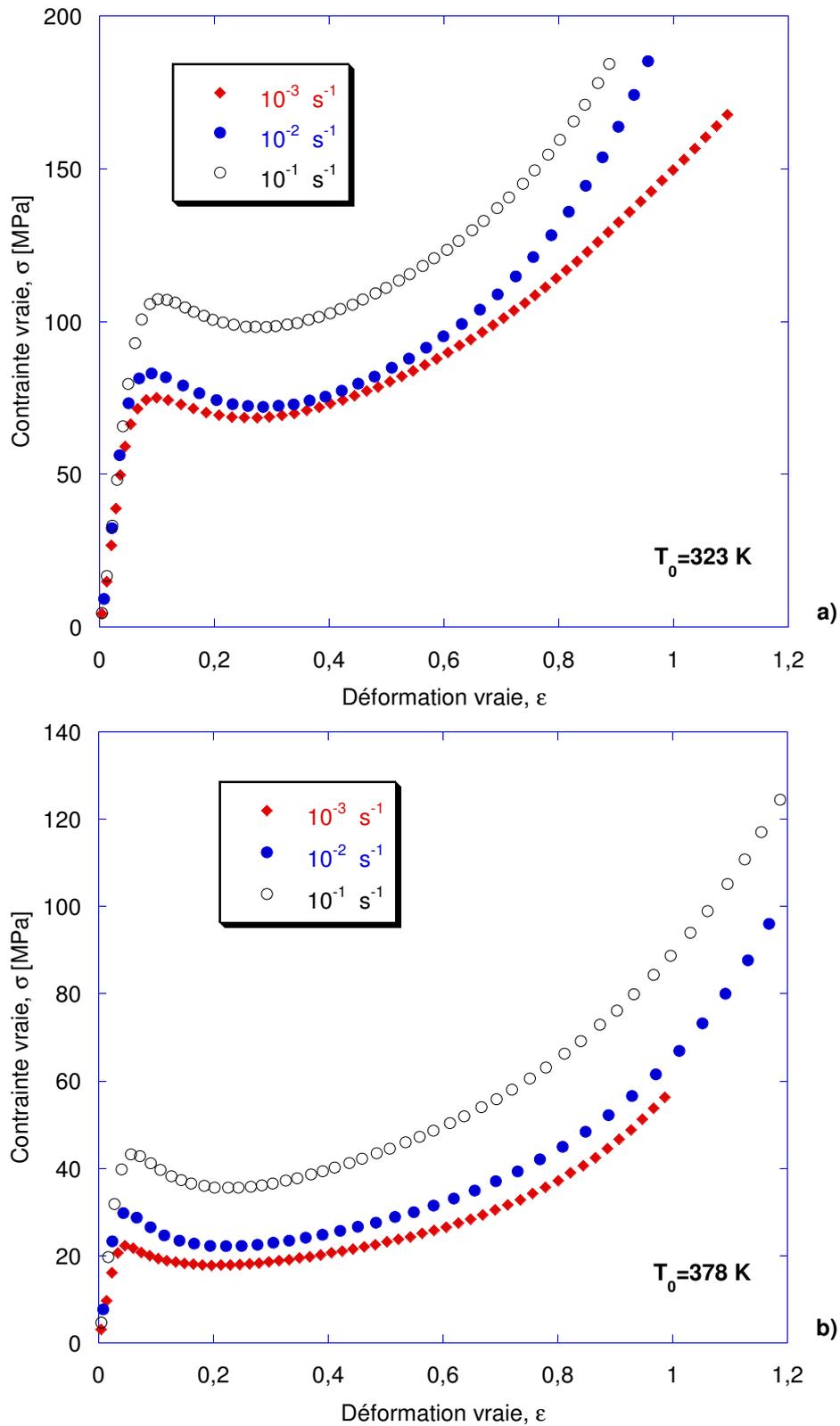


FIG. 3.3 – Courbes contrainte vraie-déformation vraie pour trois vitesses de déformation et différentes températures  
a)  $T = 323 \text{ K}$  et b)  $T = 378 \text{ K}$

Les figures 3.4 et 3.5 montrent les courbes contrainte vraie déformation vraie pour trois vitesses de déformation variant de  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$  à  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$  et pour quatre température initiales  $T_0 = 273 \text{ K}$ ,  $T_0 = 253 \text{ K}$ ,  $T_0 = 233 \text{ K}$  et  $T_0 = 213 \text{ K}$ . Concernant la contrainte d'écoulement plastique, le PMMA présente une augmentation significative aux basses températures. Richeton et al. (2006) postulent que cet effet est observé pour les températures en-dessous de la température de relaxation secondaire qui est de l'ordre de  $10^\circ\text{C}$  dans le cas du PMMA. Ce matériau présente un comportement fragile pour les basses températures et aux vitesses de déformation plus élevées.

La figure 3.6 représente le seuil d'écoulement plastique en fonction de la température à vitesse de déformation constante  $\dot{\epsilon} = 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ . Nous constatons que le seuil d'écoulement plastique diminue lorsque la température augmente. Argon (1973), Mulliken et Boyce (2006b) ont postulé que cette décroissance progressive avec la température serait due à l'activation thermique de défauts correspondant à une concentration locale d'énergie élastique stockée.

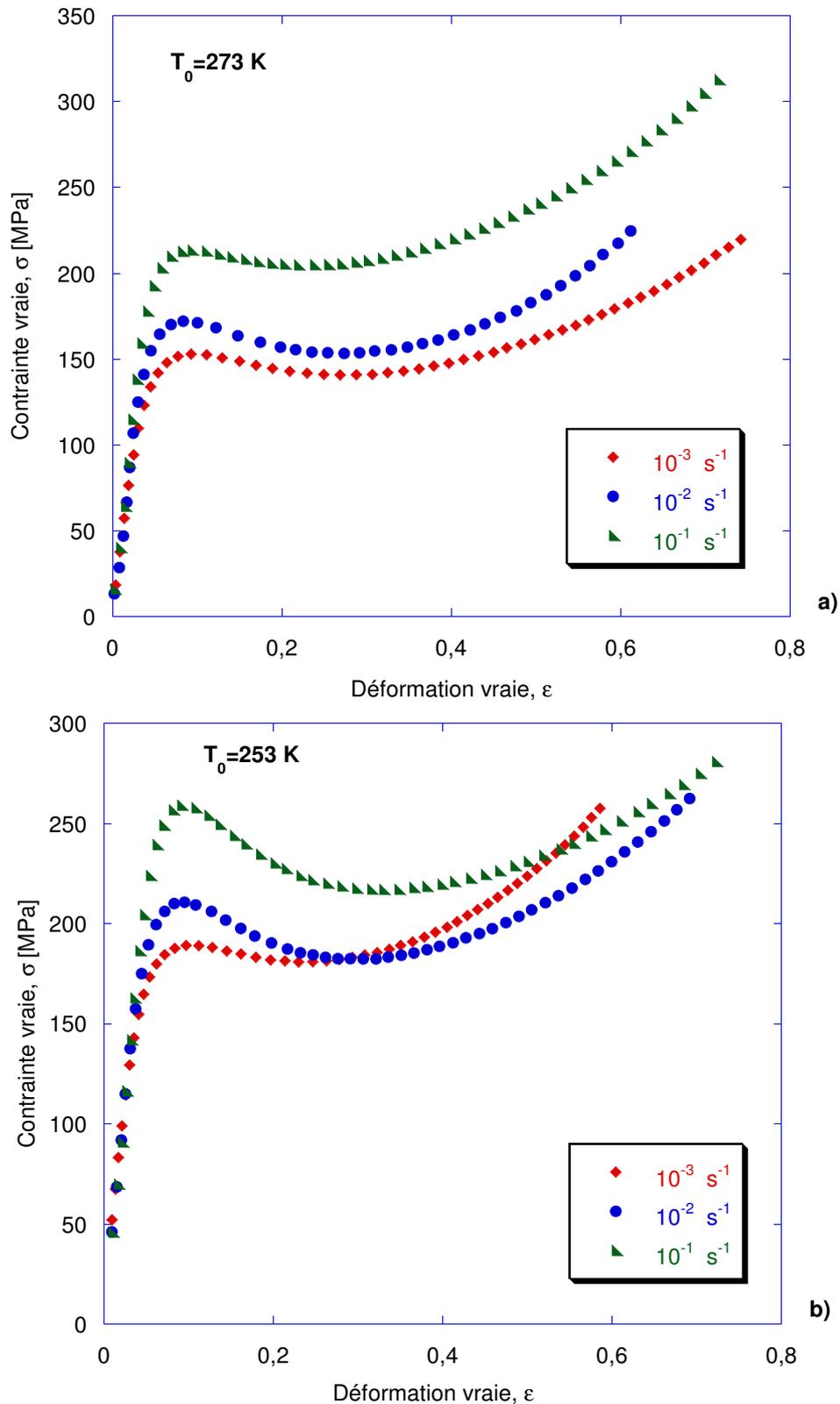


FIG. 3.4 – Courbes contrainte vraie-déformation vraie pour trois vitesses de déformation et différentes températures initiales a)  $T_0 = 273 \text{ K}$  b)  $T_0 = 253 \text{ K}$

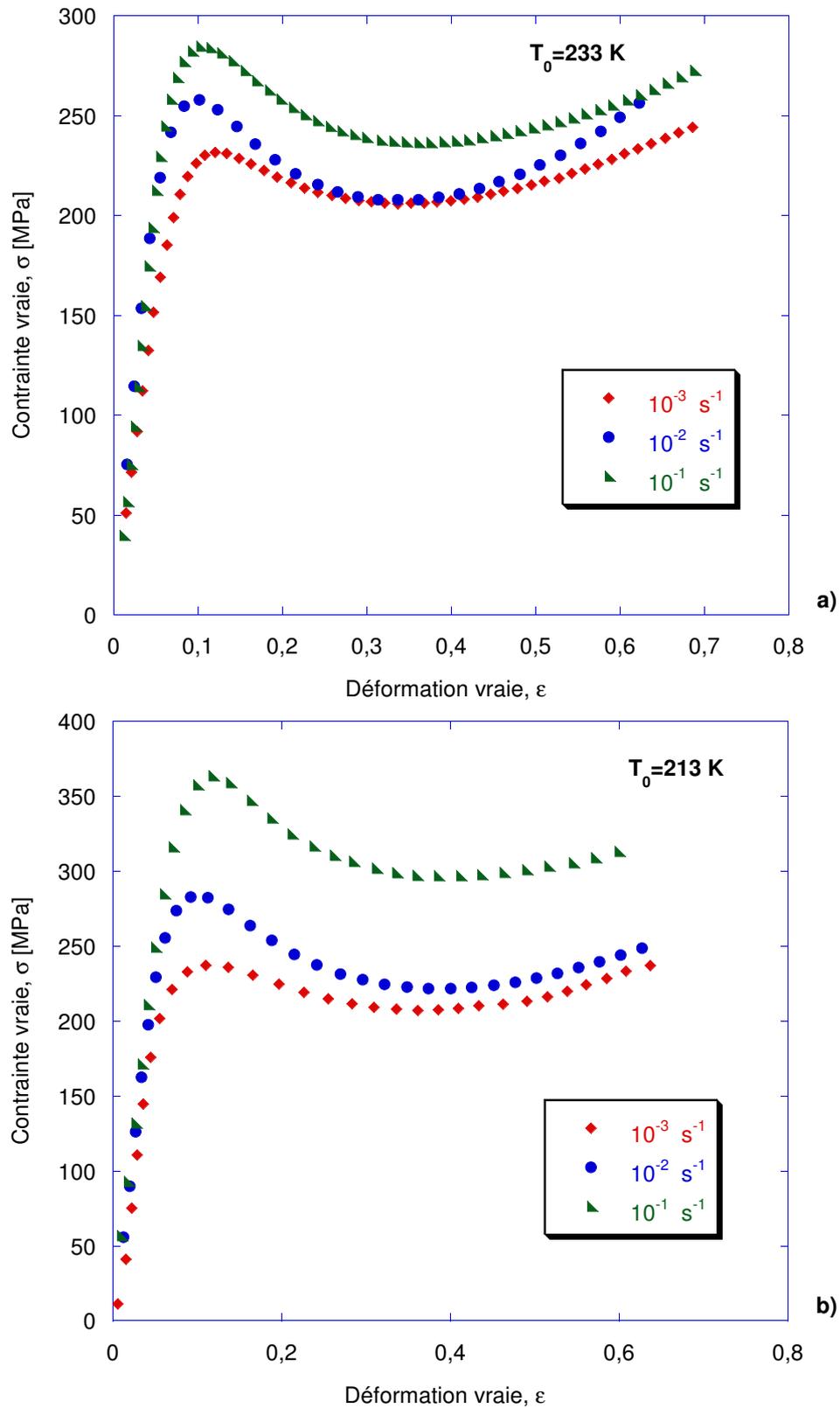


FIG. 3.5 – Courbes contrainte vraie-déformation vraie pour trois vitesses de déformation et différentes températures  
a)  $T_0 = 233 \text{ K}$  et b)  $T_0 = 213 \text{ K}$

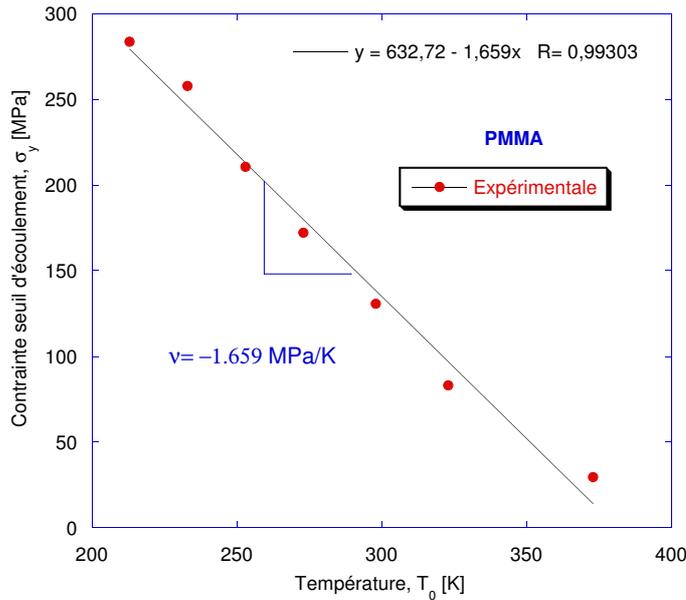


FIG. 3.6 – Évolution du seuil d'écoulement plastique en fonction de la température initiale

### 3.4 CONDITION THERMIQUE DE L'ESSAI

#### 3.4.1 Échauffement adiabatique

Un matériau soumis à une sollicitation dynamique s'échauffe : les échanges de chaleur avec le milieu extérieur n'ont pas le temps de s'effectuer. Le processus de déformation est alors adiabatique. Au cours de la déformation d'un polymère amorphe l'énergie produite par déformation plastique peut être dissipée sous forme de chaleur. Cependant, cette dissipation entraîne une augmentation de la température locale du matériau. Cette augmentation de la température concerne les grandes déformations. Généralement cet effet devient significatif pour une vitesse de déformation de l'ordre de  $\dot{\epsilon} = 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ , (Arruda et al., 1995).

Les courbes contrainte vraie déformation vraie doivent être corrigées en terme d'échauffement adiabatique. L'évolution de la température au cours du temps dans le matériau est décrite par l'équation de la chaleur suivante :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \beta \sigma(\epsilon, \dot{\epsilon}, T) \frac{\partial \epsilon}{\partial t} - \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3.9)$$

$y$  étant la direction de l'échauffement,  $\rho$ ,  $C_p$ ,  $\beta$  et  $\lambda$  étant respectivement la masse volumique, la chaleur spécifique, le coefficient de Quinney-Taylor et la conductivité thermique (constante de Fourier) dont les valeurs sont données dans le tableau 3.2.

Dans le cas où  $\lambda = 0$ , le processus est considéré comme adiabatique, l'équation (3.9) se réduit

à la forme suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial \varepsilon} = \frac{\beta}{\rho(T_0) C_p(T_0)} \sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) \quad (3.10)$$

où  $\varepsilon$  est la déformation plastique,  $\dot{\varepsilon}$  est la vitesse de déformation et  $T$  est la température absolue. Le coefficient  $\beta$  peut varier de 0.5 à 1 au cours de la déformation plastique pour les polymères (Rittel, 1999).

### 3.4.2 Estimation de l'accroissement de la température

Les polymères présentent en général une faible conductivité thermique par rapport aux métaux ce qui permet de considérer un régime adiabatique même pour des vitesses de déformation modérées. En tenant compte de cette condition, il est donc possible d'estimer l'élévation de température au sein de l'éprouvette pour une vitesse de déformation de l'ordre de  $\dot{\varepsilon} = 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ . Cette élévation est calculée par intégration de l'équation (3.10)

$$\Delta T_A(\varepsilon) \approx \frac{\beta}{\rho C_p} \int \sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) d\varepsilon^p \quad (3.11)$$

où  $\Delta T_A = T - T_0$  est l'incrément de température durant la déformation plastique, et  $T_0$  est la température initiale.

Une fois la variation de température  $\Delta T_A$  évaluée, (Equation.3.11), la variation de contrainte entre les deux conditions (isotherme-adiabatique) peut être estimée :

$$\Delta \sigma = \sigma_T(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T_0) - \sigma_A[\varepsilon, \dot{\varepsilon}, (T_0 + \Delta T_A(\varepsilon))] \quad (3.12)$$

$\sigma_T$  et  $\sigma_A$  étant respectivement la contrainte d'écoulement en condition isotherme et adiabatique. Ensuite, nous déterminons expérimentalement le coefficient de sensibilité à la température  $\nu$  pour une déformation et une vitesse de déformation donnée tel que  $\nu = \left. \frac{\partial \sigma}{\partial T} \right|_{\varepsilon, \dot{\varepsilon}}$ , (figure 3.6). Cette sensibilité a été déterminée à partir des valeurs de niveau de contrainte correspondant à des taux de déformation pour lesquelles l'adoucissement thermique est négligeable. Pour un niveau de déformation correspondant au seuil d'écoulement (contrainte maximale), la valeur de  $\nu$  vaut approximativement  $-1,659 \text{ MPa K}^{-1}$ , correspondant à la pente de la droite  $\sigma - T|_{\varepsilon, \dot{\varepsilon}}$ , (figure 3.6).

$\rho(\text{kg}/\text{cm}^3)$	$C_p(\text{JK}^{-1}\text{kg}^{-1})$	$\beta$	$\nu$ (MPa/K)
1190	1400	0.6	-1.659

TAB. 3.2 – Paramètres utilisés pour la correction adiabatique-isotherme, (Rittel, 1999)

La diminution de la contrainte en condition adiabatique est exprimée par la relation suivante :

$$\Delta\sigma(\varepsilon) = \nu \Delta T_A(\varepsilon) \quad (3.13)$$

Sur la figure 3.7 l'élévation de température au cours de la déformation plastique à vitesse de déformation ( $\dot{\varepsilon} = 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ ) est représentée. Nous constatons que l'élévation de température augmente quasi-linéairement avec la déformation jusqu'à atteindre 43 K à la fin de l'essai.

La figure 3.8 montre l'effet de la correction adiabatique-isotherme lors d'un essai de com-

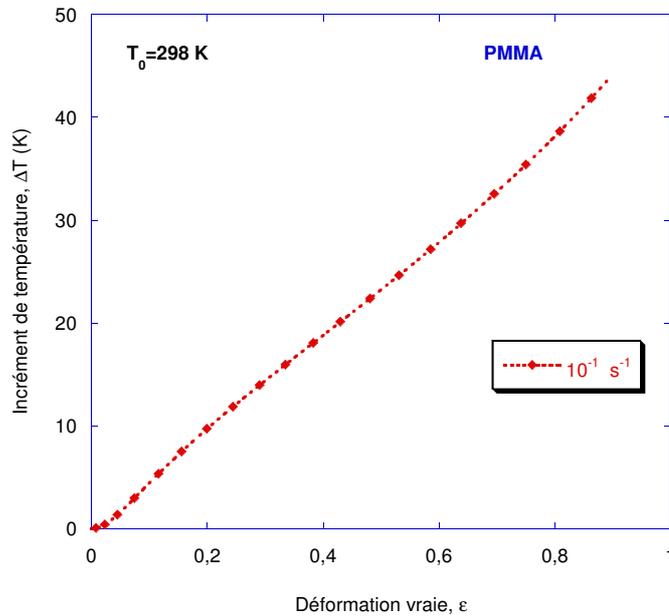


FIG. 3.7 – Élévation de la température calculée dans le cadre de l'approximation adiabatique en fonction de la déformation plastique pour une vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon} = 10^{-1} \text{ s}^{-1}$  à température initiale  $T_0 = 298 \text{ K}$

pression pour une vitesse de déformation de  $\dot{\varepsilon} = 10^{-1} \text{ s}^{-1}$  et deux températures initiales,  $T_0 = 298 \text{ K}$  et  $T_0 = 233 \text{ K}$ . A cette vitesse, l'augmentation de la température conduit à des valeurs proches de  $T_g$ . Dans ce cas, l'adoucissement thermique est plus important, induisant un adoucissement du matériau. Nous observons que l'effet de la température retarde le durcissement au cours de la déformation plastique. Pour tenir compte de cet effet une analyse adiabatique-isotherme est nécessaire.

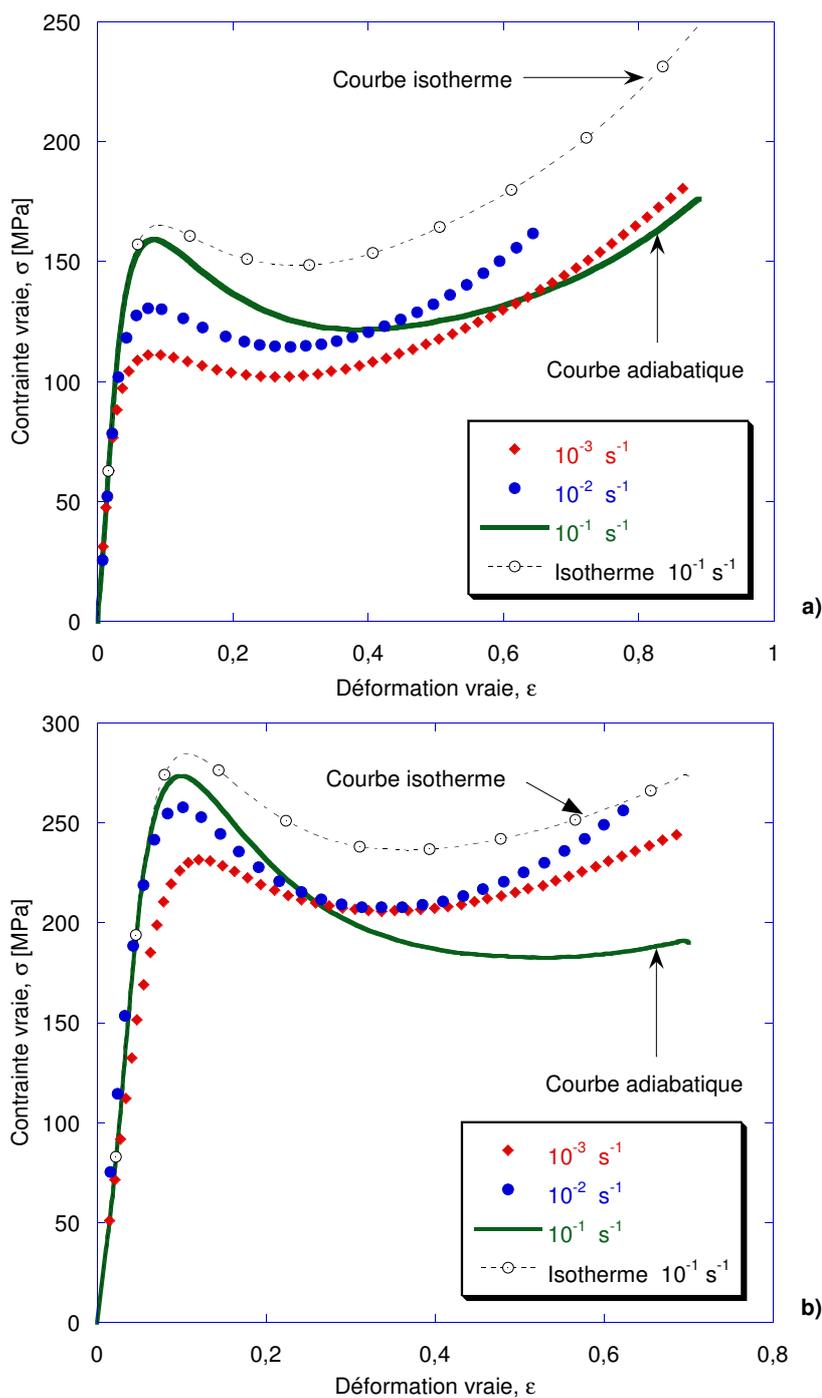


FIG. 3.8 – Courbes : contrainte vraie-déformation vraie du PMMA pour trois vitesses de déformations a)  $T = 298\text{ K}$ , b)  $T = 233\text{ K}$

## 3.5 COMPRESSION DYNAMIQUE

### 3.5.1 Essai dynamique

Aux grandes vitesses de déformation, la technique la plus utilisée pour étudier le comportement des matériaux sous sollicitations dynamiques est celle basée sur le dispositif des barres

de Hopkinson "Split Hopkinson Pressure Bar (SHPB)", (Kolsky, 1949). Cette dernière repose sur la théorie de la propagation des ondes élastiques dans des barres et permet d'obtenir des vitesses de déformation élevées. Dans cette partie, nous présentons le dispositif expérimental ainsi que les différents éléments de l'essai de compression dynamique.

### 3.5.2 Dispositif de barres d'Hopkinson

Le dispositif utilisé dans notre étude est illustré sur la figure 3.9. Il est constitué de deux barres élastiques dont la première est dite incidente et la seconde transmettrice respectivement. Les deux barres ont le même diamètre ( $\Phi = 20 \text{ mm}$ ) et parfaitement alignées. Entre ces deux barres l'échantillon est pris en sandwich. Une troisième barre qui est le projectile avec une longueur ( $L_p$ ) est mis en mouvement via un canon à air comprimé. Ce dernier vient impacter la barre incidente avec une certaine vitesse d'impact, engendrant ainsi une onde de compression élastique longitudinale qui se propage vers l'échantillon. Au contact avec l'éprouvette, et en raison de la différence d'impédance entre la barre incidente et l'échantillon, une partie du signal de l'onde est transmise à travers l'échantillon dans la barre sortante (onde de compression) l'autre partie étant réfléchiée en une onde de traction. Le traitement des ondes qui sont mesurées par des jauges de déformation collées au point **A** et **B** à égale distance de l'échantillon. Au moyen de ces Jauges, il est possible de déterminer les déformations élastiques des barres d'entrée et de sortie dues respectivement aux signaux des ondes incidentes, réfléchiées et transmises. Ces signaux sont ensuite amplifiés, enregistrés via un oscilloscope numérique puis stockés dans un micro-ordinateur. La figure 3.10 montre à titre d'illustration un enregistrement des signaux obtenus au niveau des barres "entrante" et "sortante".

La vitesse d'impact est mesurée grâce à un système de mesure optique, constitué de trois

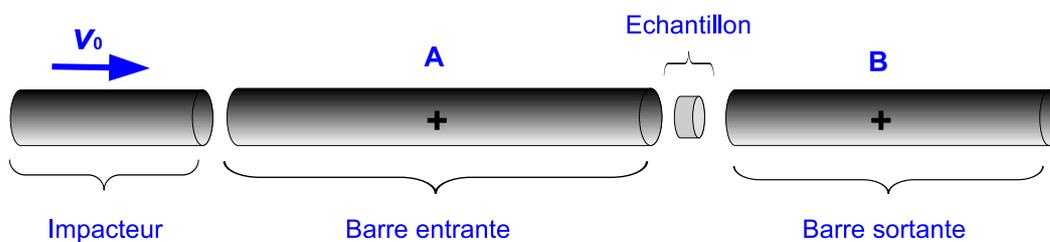


FIG. 3.9 – Schéma du principe des barres de Hopkinson

sources de lumières-photodiodes placées à l'extrémité libre du tube du canon. Les intervalles de temps  $\Delta t_{12}$  et  $\Delta t_{23}$ , sont mesurés par des compteurs de temps. Nous pouvons, déterminer l'accélération (ou la décélération) du projectile après avoir parcouru une distance d'environ  $2,5\text{ m}$  dans le tube du canon. Connaissant la distance entre l'échantillon et le dernier point de mesure, on peut calculer avec précision la vitesse du projectile au point d'impact.

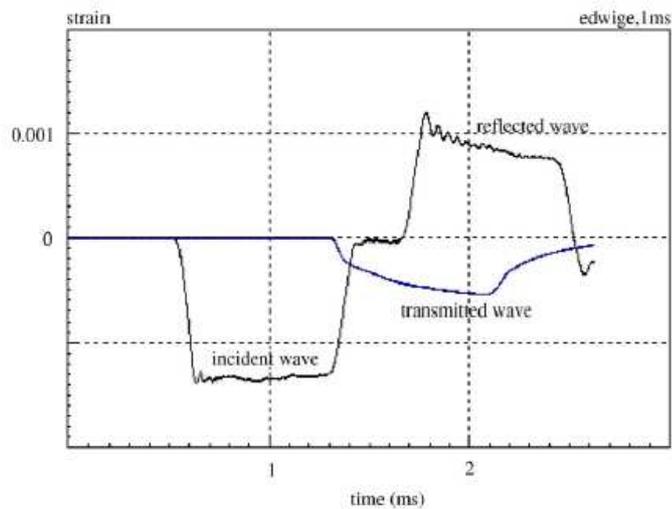


FIG. 3.10 – Exemple de signaux de jauges au points A et B : source (Forquin et al., 2007).

### 3.5.3 Dépouillement de l'essai

Le principe des barres d'Hopkinson est basé sur la propagation unidimensionnelle des ondes élastiques dans une barre. Une fois les différentes ondes enregistrées, nous pouvons alors calculer la déformation  $\varepsilon$ , la vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon}$  et la contrainte moyenne  $\sigma$  dans l'éprouvette. Notons que l'emplacement des jauges de déformation sur les barres est déterminé précisément de sorte que les impulsions incidentes et réfléchies ne se superposent pas comme le montre la figure 3.11. Les signaux des jauges de déformation sont généralement mesurés à l'aide d'un oscilloscope numérique dans le but de réduire le bruit. La déformation de l'impulsion incidente est désignée par  $\varepsilon_I$ , celle de l'impulsion réfléchie par  $\varepsilon_R$  et celle de l'impulsion transmise par  $\varepsilon_T$ . Le déplacement sur la face de la barre incidente  $U_A(t)$  obtenu à l'aide de la déformation  $\varepsilon_I$  (vers les  $x$  positifs) et  $\varepsilon_R$  (vers les  $x$  négatifs) (figure 3.12) se note :

$$U_A(t) = U_I(t) + U_R(t) \quad (3.14)$$

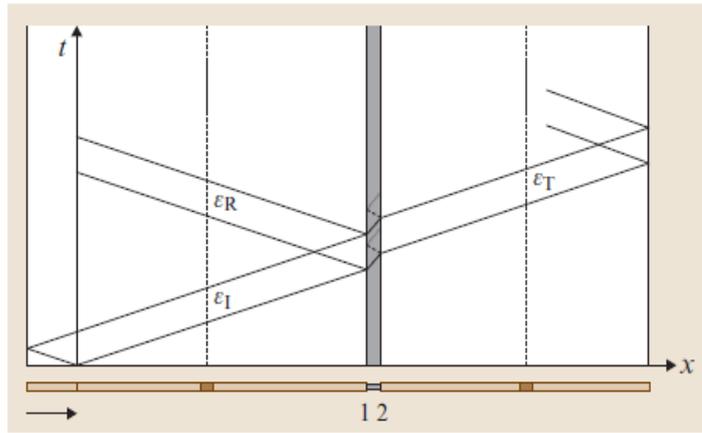


FIG. 3.11 – Diagramme montrant la propagation d'onde dans les barres SHBP : source (Ramesh, 2008).

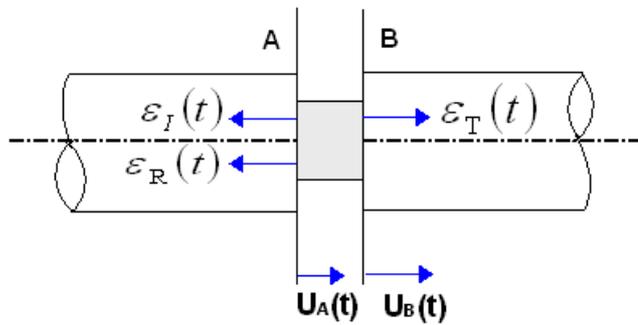


FIG. 3.12 – Schéma simplifié montrant la méthode de dépouillement

En se basant sur la théorie de propagation des ondes élastiques (Kolsky, 1949), on obtient :

$$U(t) = C_0 \int_0^t \varepsilon(\theta) d\theta \quad (3.15)$$

où  $C_0$  est la célérité de propagation de l'onde élastique dans la barre, donnée par :  $C_0 = \sqrt{E_b/\rho}$ , avec  $E_b$  le module d'Young de la barre et  $\rho_b$  la masse volumique des barres d'Hopkinson.

Ainsi  $U_A(t)$  est exprimée par :

$$U_A(t) = C_0 \int_0^t [\varepsilon_I(\theta) - \varepsilon_R(\theta)] d\theta \quad (3.16)$$

De même, le déplacement  $U_B(t)$  sur la face de la barre de transmission est obtenu à partir de l'onde transmise  $\varepsilon_T$  se propageant vers les  $x$  positifs.

$$U_B(t) = C_0 \int_0^t \varepsilon_T(\theta) d\theta \quad (3.17)$$

La force  $F_A$ , agissant sur la face de l'échantillon en contact avec la barre incidente, s'écrit :

$$F_A(t) = E_b S_b [\varepsilon_I(t) + \varepsilon_R(t)] \quad (3.18)$$

La force  $F_B$ , agissant sur la face d'échantillon en contact avec la barre incidente, s'écrit :

$$F_B(t) = E_b S_b \varepsilon_T(t) \quad (3.19)$$

où  $E_b$ , et  $S_b$  sont respectivement le module de Young et la section des barres. Après avoir calculé les déplacements au niveau des deux interfaces, on peut déduire la déformation nominale moyenne dans l'éprouvette.

$$\varepsilon_n(t) = \frac{U_A(t) - U_b(t)}{l_0} \quad (3.20)$$

où  $l_0$  est la longueur initiale de l'éprouvette. D'après les relations (3.16) et (3.17) la déformation nominale dans l'échantillon s'écrit :

$$\varepsilon_n(t) = \frac{C_0}{l_0} \int_0^t [\varepsilon_I(\theta) - \varepsilon_R(\theta) - \varepsilon_T(\theta)] d\theta \quad (3.21)$$

Pour obtenir la vitesse de déformation moyenne il suffit de dériver l'expression ((3.21)) par rapport au temps

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{C_0}{l_0} [\dot{\varepsilon}_I(t) - \dot{\varepsilon}_R(t) - \dot{\varepsilon}_T(t)] \quad (3.22)$$

La contrainte nominale dans l'éprouvette est donnée par la demi-somme des forces agissant sur les deux interfaces :

$$\sigma_s(t) = \frac{F_A(t) + F_B(t)}{2 S_0} \quad (3.23)$$

$S_0$  étant la section initiale de l'éprouvette. En combinant les relations (3.18) et (3.19), la contrainte moyenne dans l'éprouvette se note :

$$\sigma_s(t) = \frac{E_b S_b}{2 S_0} [\varepsilon_I(t) + \varepsilon_R(t) + \varepsilon_T(t)] \quad (3.24)$$

Supposant que les deux forces sont en équilibre aux deux interfaces, nous obtenons la relation suivante :

$$\varepsilon_I(t) + \varepsilon_R(t) = \varepsilon_T(t) \quad (3.25)$$

En substituant la relation (3.25) dans (3.21), (3.22) et (3.24) la déformation, la vitesse de déformation et la contrainte moyenne peuvent être déterminées :

$$\varepsilon_s(t) = -\frac{2C_0}{l_0} \int_0^t \varepsilon_R(\theta) d\theta \quad (3.26)$$

$$\dot{\varepsilon}_s(t) = -\frac{2C_0}{l_0} \varepsilon_R(t) \quad (3.27)$$

$$\sigma_s(t) = E_b \left[ \frac{S_b}{S_0} \right] \varepsilon_T(t) \quad (3.28)$$

#### 3.5.4 Résultat des essais dynamiques

La figure 3.13 représente les résultats moyens obtenus aux barres d'Hopkinson pour des vitesses de déformation variant de  $707 \text{ s}^{-1}$  à  $3335 \text{ s}^{-1}$ . Nous observons ensuite l'effet notable de la vitesse de déformation sur la limite d'écoulement par rapport aux résultats quasi-statiques. En effet la contrainte moyenne à la limite élastique passe de  $110 \text{ MPa}$  pour  $\dot{\varepsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  à  $400 \text{ MPa}$  pour  $\dot{\varepsilon} = 3335 \text{ s}^{-1}$ .

#### 3.5.5 Influence de la vitesse de déformation

La figure 3.14 représente les courbes contrainte vraie déformation vraie du PMMA obtenus en compression simple sous sollicitation quasi-statique et dynamique à température ambiante et pour toute la gamme des vitesses de déformation étudiées. On remarque que dans le domaine des vitesses de déformation comprises entre  $\dot{\varepsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  et  $\dot{\varepsilon} = 10^{-1} \text{ s}^{-1}$  (domaine quasi-statique) (figure 3.14), l'allure des courbes est similaire au comportement typique des polymères amorphes : un adoucissement (chute de contrainte) et puis d'un durcissement aux grandes déformations. On observe aussi que la contrainte seuil augmente avec l'élévation de la vitesse de déformation. Une augmentation de la vitesse de déformation entraîne une limitation de la mobilité des chaînes du polymère en rigidifiant les chaînes. De manière similaire l'augmentation de la contrainte seuil est observée pour les basses températures. En effet

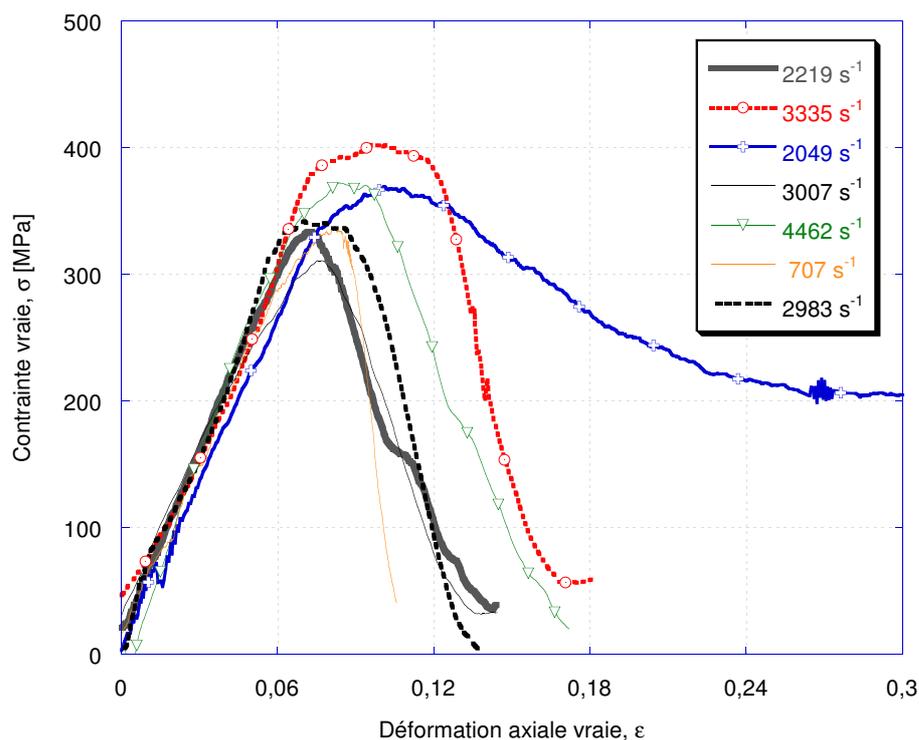


FIG. 3.13 – Courbes contrainte vraie-déformation vraie du PMMA à température ambiante pour une large gamme de vitesse de déformation variant de  $707 \text{ s}^{-1}$  à  $4462 \text{ s}^{-1}$

la contrainte seuil augmente de manière significative avec la décroissance de la température jusqu'à une température proche de la température de relaxation secondaire  $T_{\beta}$ . Le module d'Young semble également être sensible à la vitesse de déformation, l'élévation de la vitesse de déformation entraîne une augmentation du module d'Young.

D'après ces résultats dynamiques, on peut conclure que le matériau présente un comportement de type fragile aux très grandes vitesses de déformation se traduisant par une diminution de la ductilité.

### 3.5.6 Influence de la température

L'influence de la température sur la réponse mécanique du polyméthacrylate de méthyle (PMMA) est mise en évidence par des essais effectués en compression uniaxiale pour une large gamme de température comprise entre  $213 \text{ K}$  et  $373 \text{ K}$  ( $-60^{\circ} \text{ C}$  et  $100^{\circ} \text{ C}$ ). Rappelons que ces essais ont été effectués au moyen d'une machine universelle **ZWICK-Rel**. Cette machine est équipée d'une étuve permettant de réaliser l'essai à la température souhaitée. Celle-ci peut varier de  $213 \text{ K}$  à  $400 \text{ K}$ .

Les résultats de ces essais aux différentes températures sont reportés sur la figure 3.15

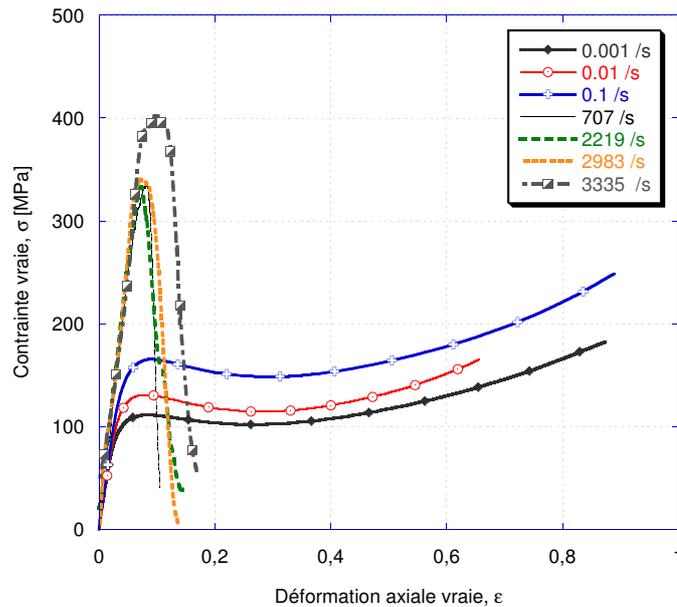


FIG. 3.14 – Courbes contrainte vraie-déformation vraie du PMMA à température ambiante pour des vitesses de déformation variant de  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$  à  $3335 \text{ s}^{-1}$

où nous représentons la variation de la contrainte en fonction de la déformation pour deux vitesses de déformation  $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  et  $\dot{\epsilon} = 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ . Pour toutes les températures, on observe qu'aux petites déformations, le PMMA présente un comportement viscoélastique de plus en plus non linéaire au fur et à mesure que la déformation augmente jusqu'à atteindre la contrainte seuil d'écoulement plastique  $\sigma_y$ . Au-delà le matériau présente un adoucissement important avec chute de contrainte et un durcissement progressif aux grandes déformations. En ce qui concerne l'effet de la température, il semble globalement important et se traduit par une augmentation significative de la contrainte d'écoulement ainsi que du module d'Young pour les basses températures (213 K, 233 K, 253 K). Richeton et al. (2006) ont postulé que la raison pour appliquer cet effet est que ces températures sont au-dessous de la température de relaxation secondaire qui est de l'ordre de  $10^\circ \text{ C}$ . Un effet similaire est également observé pour l'écroutissage. En effet, quand la température augmente, la pente de durcissement diminue. Plus la température est proche de la transition vitreuse plus l'écroutissage devient faible et tend parfois à disparaître pour les températures supérieures à  $T_g$ . Ces résultats rejoignent les observations reportées dans la littérature (G'sell et Gopez, 1985; Arruda et al., 1995; Richeton et al., 2006; Mulliken et Boyce, 2006a). Le PMMA présente un comportement fragile pour les basses températures et des vitesses de déformation élevées.

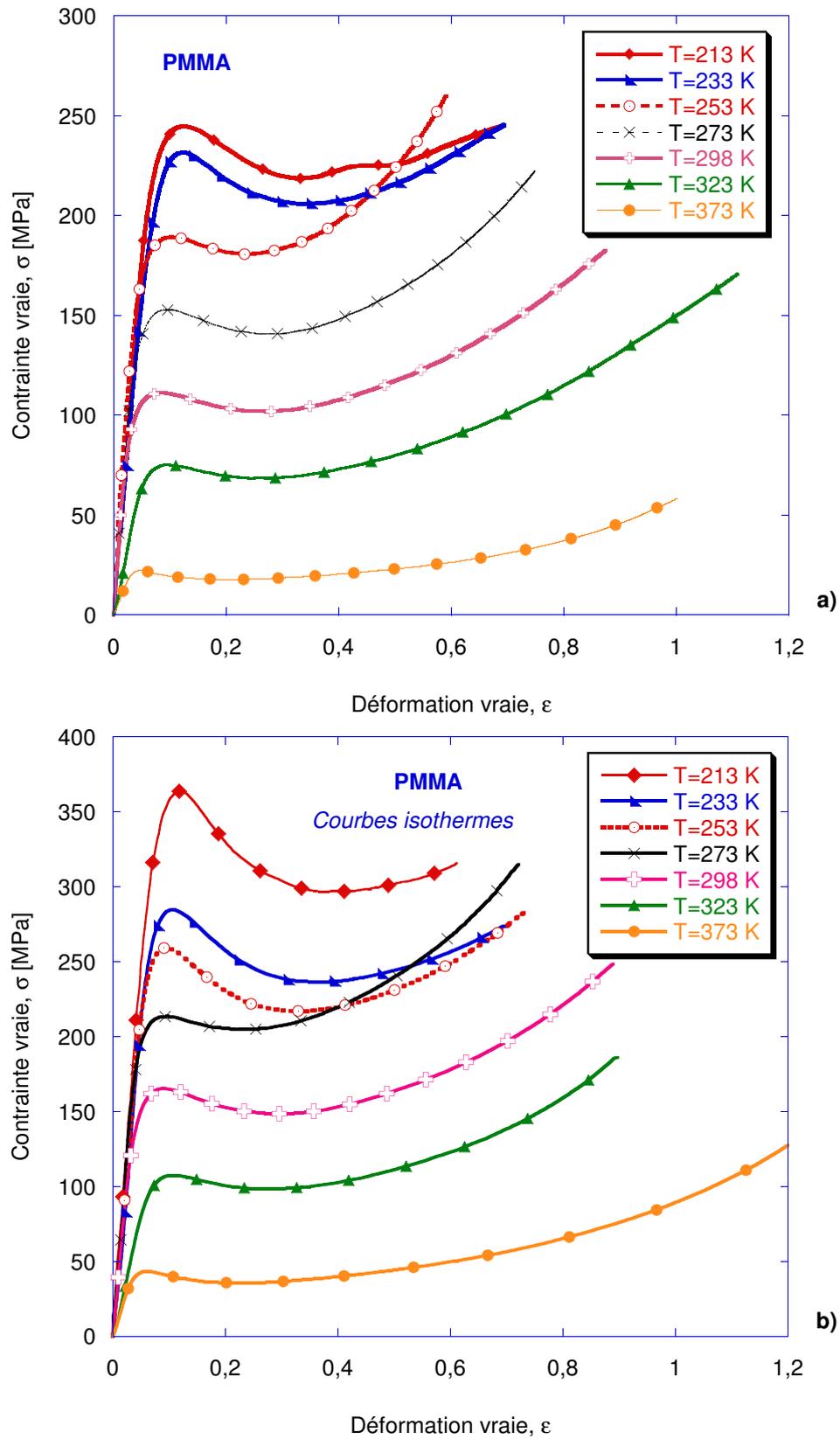


FIG. 3.15 – Effet de la température sur la réponse du PMMA en compression (a)  $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  et (b)  $\dot{\epsilon} = 10^{-1} \text{ s}^{-1}$

### 3.6 MODÉLISATION DU SEUIL DE LIMITE ÉLASTIQUE

Dans le cadre de ce travail, une étude comparative entre les données expérimentales et celles obtenues par le modèle de [Richeton et al. \(2006\)](#) est réalisée. Dans le modèle de [Richeton et al. \(2006\)](#), décrit dans le premier chapitre, ne permet pas de rendre compte de la variation de résistance avec la déformation et il est écrit sous forme de deux expressions. En effet on s'intéresse uniquement au cas où la température est au-dessous de la température de transition vitreuse  $T_g$ . La contrainte seuil d'écoulement  $\sigma_y$  est donnée par :

$$\sigma_y = \sigma_i(0) - mT + \frac{2kT}{V} \sinh^{-1} \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0 \exp\left(-\frac{\Delta H_\beta}{kT}\right)} \right)^{\frac{1}{n}} \quad \text{pour } T \leq T_g \quad (3.29)$$

où  $\sigma_i(0)$  est la contrainte interne à  $T = 0K$ ,  $n$  est un paramètre du matériau utilisé pour caractériser le mouvement des segments de chaînes,  $m$  est un paramètre du matériau,  $V$  est le volume d'activation thermique,  $k$  est la constante de Boltzmann,  $T$  est la température absolue,  $\dot{\epsilon}_0$  est la vitesse pré-exponentielle supposée constante, et  $\Delta H_\beta$  est l'énergie d'activation.

la valeur de ces paramètres utilisés dans cette étude sont reportés dans le tableau 3.3. La

Paramètres	PMMA
$\sigma_i(0)$ (MPa)	190
$m$ (MPa/K)	0.47
$V$ ( $m^3$ )	$5.14 \cdot 10^{-29}$
$\dot{\epsilon}_0$ ( $s^{-1}$ )	$7.47 \cdot 10^{15}$
$\Delta H_\beta$ (KJ/mol)	90
$T_g$ (K)	378

TAB. 3.3 – Paramètres du modèle pour le PMMA. ([Richeton et al., 2006](#))

figure 3.16 montre une comparaison entre les résultats expérimentaux et analytiques en terme de sensibilité à la vitesse de déformation et à la température. Nous observons une bonne concordance pour l'ensemble des vitesses de déformation et la gamme des températures étudiées.

Le comportement mécanique du PMMA amorphe dépend fortement de la température et de la vitesse de déformation. En effet une augmentation de la température entraîne une

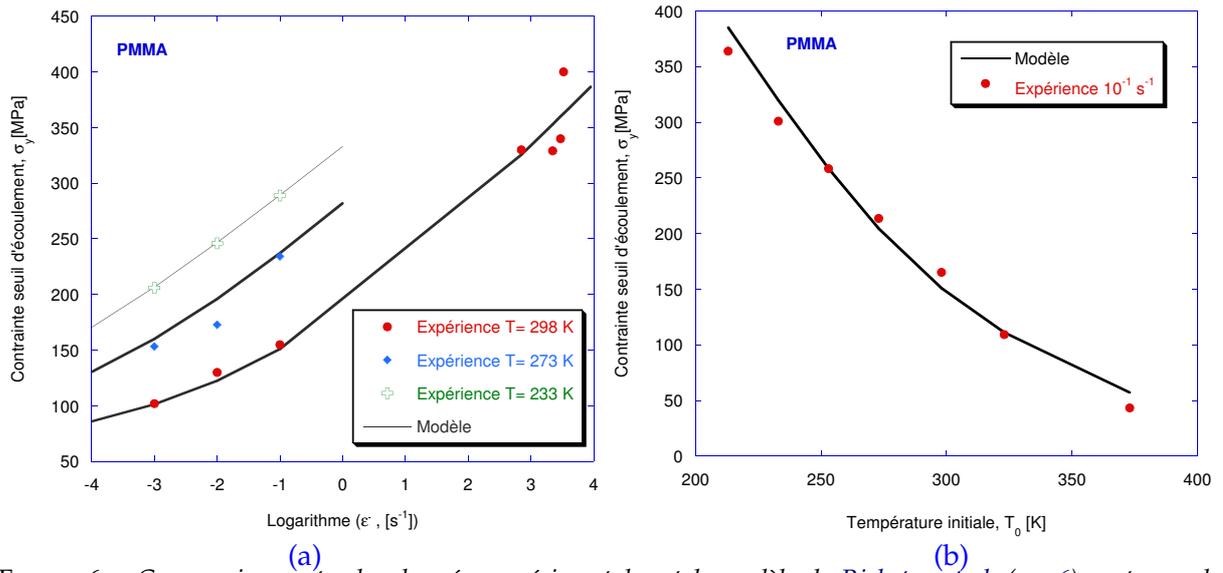


FIG. 3.16 – Comparaison entre les données expérimentales et le modèle de Richeton et al. (2006) en terme de sensibilité à la vitesse de déformation a) et à la température b).

diminution du module d'Young et la contrainte seuil d'écoulement alors que l'élévation de la vitesse de déformation augmente ces deux quantités. Les résultats donnés par le modèle coopératif de Richeton et al. (2006) sont en bon accord avec les données expérimentales.

## CONCLUSION DU CHAPITRE

Le travail expérimental rigoureux mis en place permet de tester le polyméthacrylate de méthyle (PMMA) sous des conditions diverses générant des champs de contrainte et déformation admis uniformes.

Les essais de compression quasi-statique ont été réalisés par le moyen de la machine universelle (Zwick-Real) pour des vitesses de déformation variant de  $10^{-3}$  s<sup>-1</sup> à  $10^{-1}$  s<sup>-1</sup> et une large gamme de températures. Quant aux essais dynamiques, ils ont été effectués à l'aide de la technique des barres d'Hopkinson (SHBP) qui permet d'avoir accès à une gamme plus étendue en terme de vitesses de déformation ( $707$  s<sup>-1</sup> à  $4462$  s<sup>-1</sup>). L'ensemble des résultats issus de ces expériences montre que le PMMA présente en compression quasi-statique un seuil d'écoulement plastique suivi d'un adoucissement puis d'un durcissement progressif à mesure que la déformation augmente. Quant aux essais dynamiques le durcissement disparaît. Le PMMA présente une forte sensibilité à la température. Plus la température est proche de la température vitreuse  $T_g$  plus l'écrouissage devient faible et tend parfois à disparaître. Il présente un comportement de type fragile aux très grandes vitesses de déformation se traduisant par

une diminution de la ductilité. L'ensemble des résultats issus de ces expériences contribue à une meilleure compréhension du comportement du polyméthacrylate de méthyle (PMMA) et à l'identification des paramètres intervenant dans la loi de comportement proposée dans le sixième chapitre.

# COMPORTEMENT DU PMMA SOUS FORT 4 CONFINEMENT

## SOMMAIRE

4.1	PRÉAMBULE	95
4.2	PRÉSENTATION DES ESSAIS DE CQO ET DE LA MÉTHODE DE DÉPOUILLEMENT	97
4.2.1	Principe de l'essai de Compression Quasi-œdométrique (CQO)	98
4.2.2	Données expérimentales des essais quasi-statique	100
4.2.3	Identification du comportement du laiton qui compose la cellule	101
4.2.4	Comportement de la cellule seule soumise à une pression interne	102
4.2.5	Influence de frottement entre l'échantillon et la cellule	105
4.2.6	Résultat d'un essai de compression quasi-œdométrique (CQO)-cellule laiton	107
4.2.7	Identification du comportement de l'alliage d'aluminium	108
4.2.8	Résultats obtenus avec cellule en aluminium	109
4.2.9	Influence du frottement, cellule en aluminium	109
4.2.10	Comparaison des résultats obtenus avec les deux cellules	111
4.3	COMPARAISON AVEC LES ESSAIS DE COMPRESSION UNIAXIALE	112
4.4	COMPRESSION QUASI-OEDOMÉTRIQUE DYNAMIQUE	115
4.4.1	Préparation de l'essai	115
4.4.2	Procédure de dépouillement des essais dynamiques	115
4.4.3	Résultats des essais de compression quasi-œdométrique (CQO) dynamiques	116
4.4.4	Comparaison entre les essais de CQO statiques et dynamiques	117
4.4.5	Comparaison entre les essais de compression dynamiques et CQO statique	118
	CONCLUSION	119

LES essais de compression simple quasi-statiques et dynamiques sur le PMMA réalisés dans le cadre de ce travail de thèse (cf.chapitre III) mettent en évidence un fort effet de la vitesse de déformation. Ces essais laissent apparaître une résistance de l'ordre de 110 MPa à faible vitesse de déformation ( $\dot{\epsilon} = 10^{-3} s^{-1}$ ) et à température ambiante. À des vitesses de déformation encore supérieures, les essais de compression dynamiques aux barres de Hopkinson

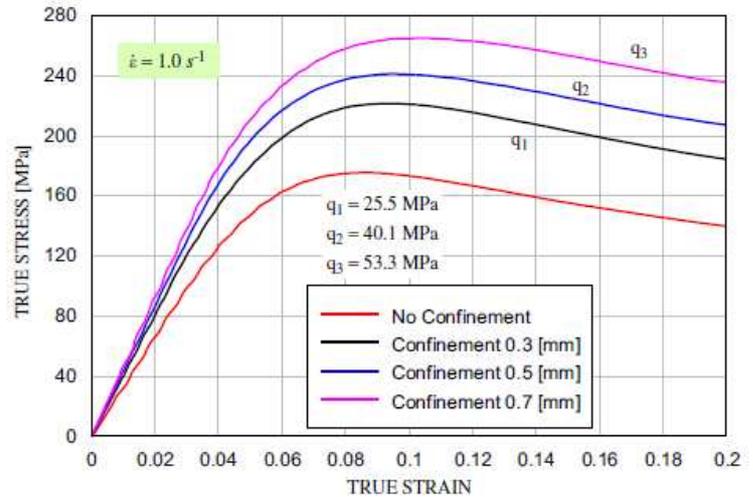
font apparaître une limite élastique plus que doublée par rapport aux essais de compression quasi-statiques. Les essais de compression quasi-statiques réalisés sur des éprouvettes en PMMA pour différentes températures variant de 213 K à 323 K ont montré une forte influence de la température sur la limite élastique du matériau. En effet, la résistance à la compression mesurée augmente brutalement avec la vitesse de déformation et décroît avec la température. Précisons que ces essais nous renseignent sur la sensibilité du PMMA à la vitesse de déformation et à la température, mais ont essentiellement pour but d'identifier la loi de comportement du matériau qui sera présentée au chapitre 6. Dans le second chapitre, les simulations numériques de l'essai d'impact balistique ont montré notamment que le premier chargement subi par la plaque correspond à une compression confinée ce qui se traduit par une élévation de la pression au voisinage du contact projectile/plaque. Fort de ce constat, nous proposons dans ce chapitre d'évaluer, en régimes quasi-statique et dynamique, l'influence de la pression de confinement et l'effet de la vitesse de déformation sur la résistance du PMMA. Les résultats obtenus viennent compléter les essais de caractérisation du matériau et permettent une meilleure compréhension du test d'impact balistique. Dans ce chapitre, nous présentons les essais de compression quasi-œdométrique statiques et dynamiques qui ont été réalisés sur des éprouvettes de PMMA. Ce type d'essai est particulièrement approprié pour caractériser le comportement du matériau sous fort confinement et pour étudier sa sensibilité à la vitesse de chargement et à la pression hydrostatique. Plusieurs simulations numériques ont été menées pour analyser les résultats expérimentaux et évaluer l'influence du frottement entre les surfaces de contact échantillon / cellule.

## 4.1 PRÉAMBULE

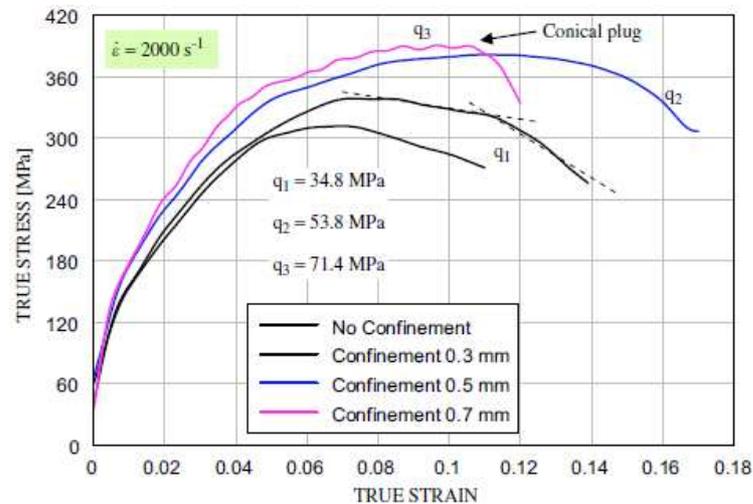
Des essais de compression triaxiaux ont été mis au point sur des matériaux fragiles afin d'étudier la résistance déviatorique en fonction de la pression hydrostatique de ces matériaux (Forquin, 2003). Cependant ces essais semblent difficiles à réaliser surtout en dynamique. Dans le cadre de notre travail, des essais de compression quasi-œdométrique quasi-statiques et dynamiques ont été réalisés à température ambiante et pour des vitesses de déformation variant de  $\dot{\varepsilon} = 10^{-3} s^{-1}$  à  $\dot{\varepsilon} = 1430 s^{-1}$ . Ces essais nous permettent de caractériser le comportement mécanique en fonction de la vitesse de déformation et de la pression hydrostatique.

Plusieurs auteurs ont développé des approches expérimentales dans le cadre d'études sur les essais de compression confinée. Chen et Ravichandran (1996; 1997b; 2000), dans le but de caractériser des céramiques, ainsi que Ma et Ravi-Chandar (2000), pour l'analyse du comportement du PC. Ces derniers ont réalisé des essais de compression confinée quasi-statiques sur des éprouvettes cylindriques en PC avec des cellules élastiques à parois épaisses pour étudier la réponse mécanique de ce matériau. Rittel et Brill (2008) ont choisi des cellules à parois mince en alliage d'aluminium pour réaliser des essais de compression confinée sur des éprouvettes en PMMA de 6 mm de diamètre et 6 mm de hauteur. Leur technique est similaire à celle utilisée par Hanina et al. (2007). Les résultats de leurs essais sont indiqués sur la figure 4.1 qui présente les courbes contrainte vraie-déformation vraie pour différents niveaux de confinement obtenus pour deux vitesses de déformation respectivement  $\dot{\varepsilon} = 1 s^{-1}$  et  $\dot{\varepsilon} = 2000 s^{-1}$ . Pour les deux vitesses de déformation étudiées, une comparaison avec les essais de compression uniaxiale non confinée a également été menée.

Nous constatons à partir de ces résultats, jusqu'à une déformation de l'ordre de  $\varepsilon = 0.05$  le PMMA présente un comportement élastique (figure 4.1-a) avec ou sans confinement. Au-delà de cette déformation, la contrainte continue à augmenter vis-à-vis de la déformation. On remarque aussi que ces essais laissent apparaître une forte sensibilité à la vitesse de déformation. En effet, pour une épaisseur de la cellule de 0.3 mm la contrainte maximale atteint 220 MPa pour une vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon} = 1 s^{-1}$  alors qu'elle peut atteindre 340 MPa pour une vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon} = 2000 s^{-1}$ . Par ailleurs, on observe que cette contrainte augmente



(a)



(b)

FIG. 4.1 – Comportement du PMMA en compression confinée et non confinée (a) en quasi-statique ( $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$ ) et (b) en dynamique  $\dot{\epsilon} = 2000 \text{ s}^{-1}$  : source (Rittel et Brill, 2008).

avec l'épaisseur de la cellule pour les deux vitesses étudiées. L'observation des figures 4.1-a-b montrent que les contraintes maximales dans le cas des essais de compression confinée sont supérieures à celles en compression non confinée pour les deux vitesses de déformation. Par exemple, la contrainte maximale passe de 170 MPa pour un essai non confiné à 220 MPa pendant un essai confiné pour une vitesse de  $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$  et une épaisseur de la cellule de 0.3 mm. On peut interpréter qu'en terme de résistance, le PMMA présente une résistance sensiblement plus importante à travers les essais de compression confinés que ceux non confinés.

En outre, nous constatons que la variation de l'épaisseur de la cellule utilisé a peu d'influence sur la pression de confinement (quelques dizaines de MPa). Ceci est dû au fait que

les cellules utilisées sont à paroi mince. Ces auteurs ont caractérisé aussi le processus de rupture : pour un régime de vitesses de déformation et de pressions bien défini le mode de rupture change d'une fragmentation radiale à une rupture par bandes de cisaillement adiabatique. Dans leur étude, ces auteurs supposent que le frottement est négligeable à l'interface éprouvette / cellule. Récemment, [Forquin et al. \(2007; 2008a\)](#) ont évalué l'influence du frottement pour analyser le comportement du béton. La méthode de dépouillement des essais de compression quasi-œdométrique statiques et dynamiques a également été améliorée par [Forquin et al. \(2008b; 2009\)](#).

Dans notre stratégie, nous proposons d'utiliser des cellules à parois épaisses. Notre choix s'est porté sur des cellules en laiton qui présente une basse limite élastique et un fort écrouissage. Ceci permet d'avoir une pression interne élevée (plusieurs centaines de MPa).

## 4.2 PRÉSENTATION DES ESSAIS DE CQO ET DE LA MÉTHODE DE DÉPOUILLEMENT

Dans la partie précédente, des essais de compression uniaxiale quasi-statique effectués sur le PMMA ont mis en évidence un fort effet de la température et de la vitesse de déformation. Si le comportement est ductile à vitesse de déformation faible ([Rittel et Brill, 2008](#)), ce matériau tend à se fragmenter pour des vitesses de déformation élevées, ce qui limite son utilisation dans plusieurs applications. Dans les travaux de [Bridgman \(1945\)](#), le rôle de la pression hydrostatique sur la rupture des métaux est étudié. Un des premiers essais de compression uniaxiale confinée sur béton a été effectué sur des éprouvettes de mortier par [Bazant et al. \(1986\)](#); il consistait à comprimer l'éprouvette cylindrique dans un dispositif très rigide permettant de contrôler uniquement la force et la déformation axiales. Plus tard [Chen et Ravichandran \(1997b\)](#) ont étudié les effets de confinement dynamique sur une céramique fragile. Plus récemment [hanina et al. \(2007\)](#) ont appliqué la technique de la cellule de confinement sur des éprouvettes métalliques pour étudier le cisaillement adiabatique. La même technique a été appliquée par [Rittel et Brill \(2008\)](#) pour étudier la réponse quasi-statique et dynamique du PMMA sous confinement à des vitesses de déformation variant de  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$  à  $10^4 \text{ s}^{-1}$ .

Dans cette étude des essais de compression quasi-œdométrique (compression confinée) ont été entrepris au Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux (LPMM). Le but de cet essai est de caractériser le comportement mécanique du PMMA sous fort confinement. Le principe des essais de compression quasi-œdométrique est donné en premier lieu. Dans le cadre de ce travail une analyse des données expérimentales est menée à l'aide de simulations numériques. Ces calculs nous informent sur l'influence du frottement entre la cellule et l'échantillon (PMMA). Dans cette étude on applique la méthode numérique proposée par [Forquin et al. \(2007\)](#) pour l'évaluation de la contrainte radiale dans l'échantillon à partir de la déformation orthoradiale mesurée sur la surface extérieure de la cellule. Le dépouillement consiste à construire une relation entre les déformations orthoradiales extérieures et la pression intérieure en tenant compte du fait que la pression de confinement n'est pas répartie sur toute la hauteur de la cellule, mais sur une partie correspondant à la hauteur de l'éprouvette ([Forquin, 2003](#); [Forquin et al., 2007](#)).

#### 4.2.1 Principe de l'essai de Compression Quasi-œdométrique (CQO)

La technique expérimentale de confinement reprend les mêmes éléments que ceux utilisés initialement par [Burlion \(1997\)](#); [Gatuingt \(1999\)](#); [Forquin et al. \(2007\)](#). Le principe est basé sur la mise en place d'une éprouvette cylindrique à l'intérieure d'une cellule tubulaire métallique de sorte à réduire les déformations radiales du matériau testé à une valeur quasi-nulle. On obtient ainsi un essai quasi-œdométrique.

Une éprouvette de PMMA cylindrique placée dans une cellule de confinement en Laiton, est soumise à la compression axiale appliquée par l'intermédiaire d'une machine universelle (ZWICK) au LPMM. La figure 4.2 montre le diagramme qui explique le principe de fonctionnement des essais de compression quasi-œdométrique effectués au cours de cette étude. La contrainte axiale dans l'échantillon peut être déduite de la charge de la cellule. L'ensemble est placé entre les deux plateaux de compression. Pour mesurer la déformation axiale de l'échantillon, deux capteurs de déplacement de type LVDTs (Linear Variable Differential Transducer) sont utilisés. Ces deux LVDTs sont montés en parallèle avec l'ensemble. La figure 4.3 montre la machine d'essai utilisée pour cet essai. Sa charge maximale admissible est de 100 KN. La

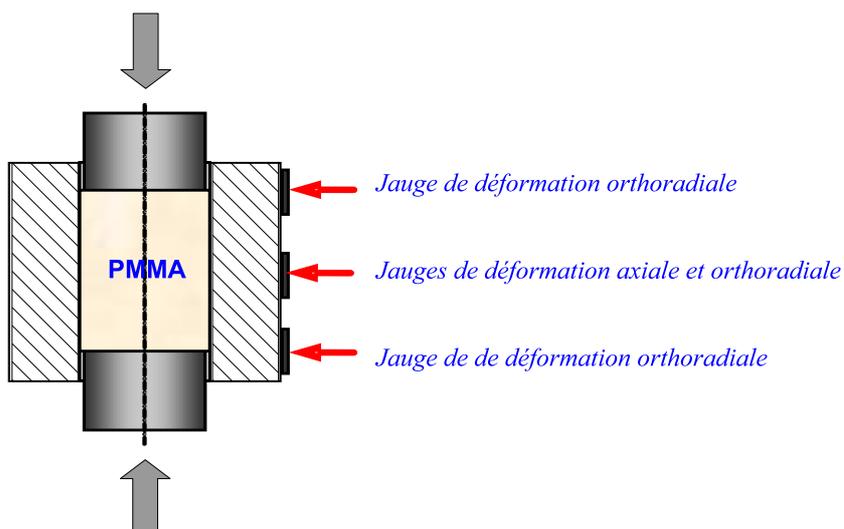


FIG. 4.2 – Schéma de principe de l'essai

cellule de confinement en laiton a un diamètre intérieure de 10 mm, un diamètre extérieure de 22 mm et une hauteur de 16 mm. L'échantillon mesure 14 mm de hauteur et 10 mm de diamètre. La déformation orthoradiale de la cellule est donnée par des jauges de déformation collées sur la surface extérieure de la cellule au niveau du plan de symétrie.

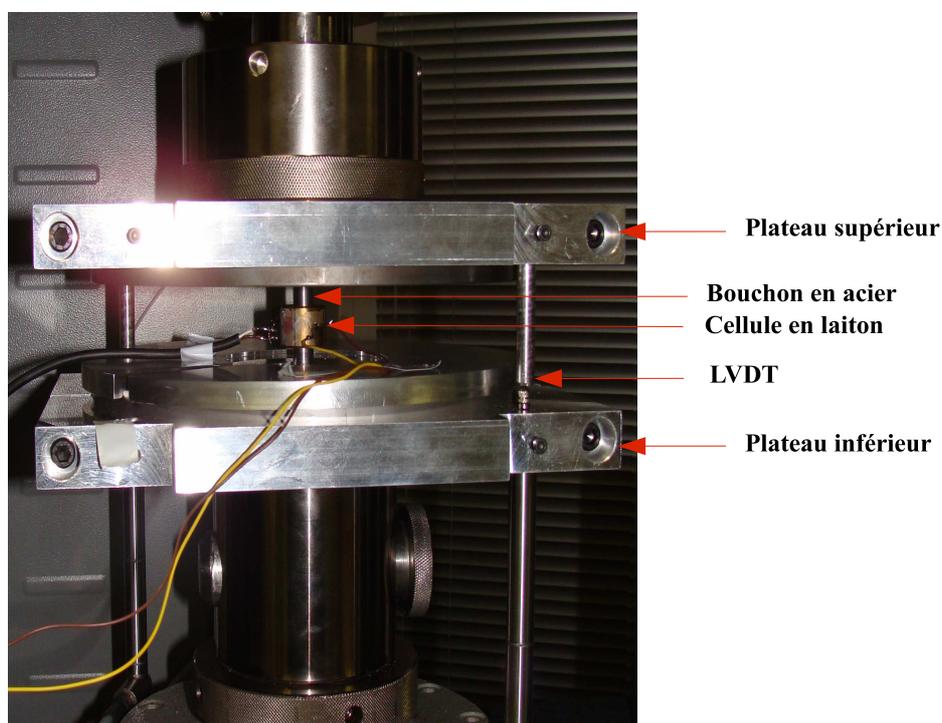


FIG. 4.3 – Schéma de principe de l'essai de compression quasi-axiométrique (CQO) réalisé au LPMM.

### 4.2.2 Données expérimentales des essais quasi-statique

Des essais de compression quasi-œdométrique quasi-statique ont été réalisés à température ambiante et pour deux vitesses de chargement ( $10^{-3} \text{ s}^{-1}$  et  $10^{-2} \text{ s}^{-1}$ ). Pour vérifier que la déformation dans la cellule est homogène, deux jauges de déformation orthoradiale sont collées sur la surface extérieure de la cellule l'une en face de l'autre sur le plan de symétrie. La cellule de force de la presse donne accès à l'évolution de la contrainte axiale. Cependant la pression latérale exercée par l'échantillon (PMMA) sur la paroi intérieure de la cellule doit être connue pour pouvoir estimer l'évolution de la résistance de l'échantillon. Pour cela le comportement élasto-plastique de la cellule en laiton doit être pris en compte. Par la suite la méthode permettant d'estimer la contrainte radiale appliquée sur la paroi intérieure de la cellule et la déformation radiale interne en fonction de la déformation orthoradiale extérieure de la cellule (figure 4.4) est présentée.

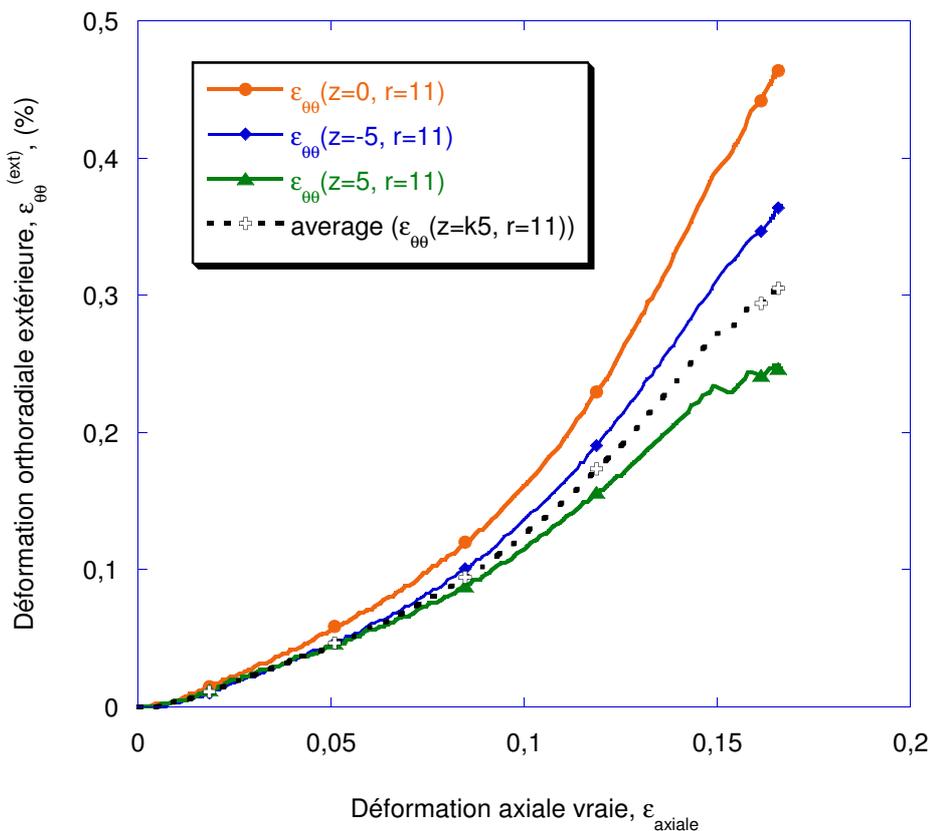


FIG. 4.4 – Déformation orthoradiale extérieure en fonction de la déformation axiale

### 4.2.3 Identification du comportement du laiton qui compose la cellule

La cellule de confinement est en laiton (CuZn37Mn3Al2PbSi). Toutes les cellules ainsi que les éprouvettes de traction sont obtenues de la même barre de 2 m de longueur et de diamètre égale à 24 mm. Pour caractériser le comportement du laiton, un essai de traction a été effectué sur deux éprouvettes par le biais de la machine ZWICK en utilisant une cellule de charge maximale égale à 100 kN. La déformation axiale a été mesurée par un extensomètre et par une jauge collée sur l'éprouvette de traction. La figure 4.6 montre la courbe contrainte axiale vraie en fonction de la déformation plastique. Avant de commencer l'essai de confinement, des essais de dureté Vickers (HV04) ont été réalisés sur un cylindre en laiton pour vérifier l'homogénéité de la barre de laiton. Les différentes mesures sur l'échantillon ont donné une dureté de 227 (HV04), notons que ces mesures sont effectuées sur quatre angles suivant différents rayons (figure 4.5). Les courbes de la figure 4.6 nous ont permis d'identifier la loi de

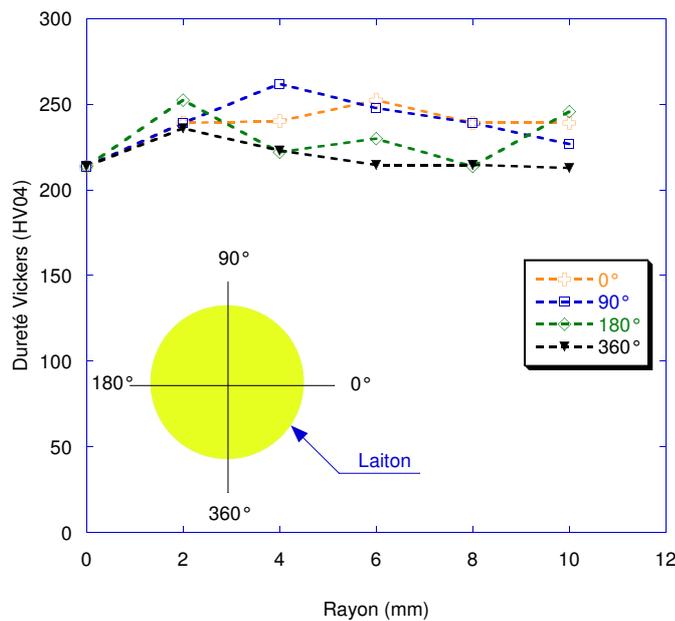


FIG. 4.5 – Essai de dureté Vickers HV

comportement. La courbe est correctement décrite par les valeurs données dans le tableau 4.1.

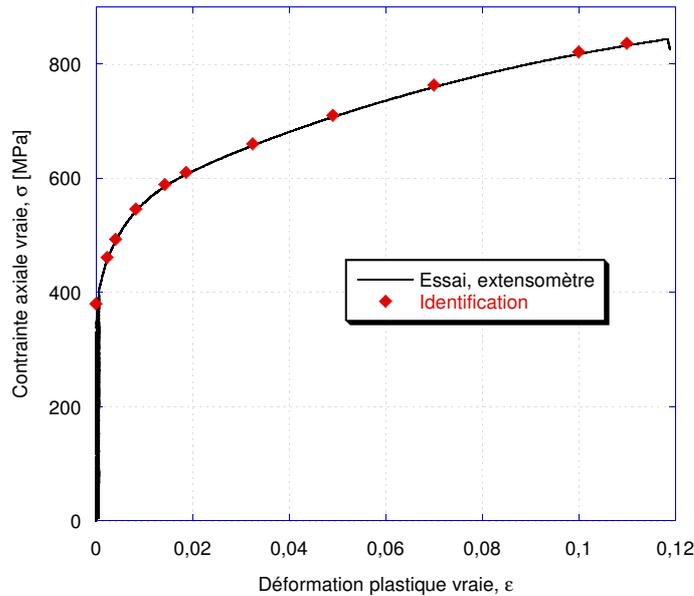


FIG. 4.6 – Essai de traction sur une éprouvette de laiton : identification du comportement du Laiton

Paramètres élastiques	$E, \nu$	105 GPa, 0,3
Déformation plastique/contrainte équivalente (MPa)	0	380
	$2.34 \cdot 10^{-3}$	461
	$4.07 \cdot 10^{-3}$	493
	$8.30 \cdot 10^{-3}$	546
	$1.43 \cdot 10^{-2}$	589
	$1.87 \cdot 10^{-2}$	610
	$3.25 \cdot 10^{-2}$	660
	$4.91 \cdot 10^{-2}$	710
	$7.00 \cdot 10^{-2}$	763
	$1.00 \cdot 10^{-1}$	821
	$1.1 \cdot 10^{-1}$	836

TAB. 4.1 – Paramètres du modèle élastoplastique utilisé pour le laiton identifié à partir de l'essai de traction

#### 4.2.4 Comportement de la cellule seule soumise à une pression interne

Dans le cadre de ce travail notre objectif est de déduire, à partir de la mesure de la déformation orthoradiale extérieure de la cellule, la pression moyenne exercée par l'échantillon du PMMA sur la paroi intérieure de la cellule. Une méthode possible est de recourir à une simulation numérique qui prend en compte le comportement élasto-plastique du matériau de la cellule (Forquin et al., 2007).

Deux simulations numériques ont été réalisées en utilisant le code de calcul éléments finis ABAQUS (Standard). Pour le maillage de la cellule nous avons utilisé des éléments axisymé-

triques à 4-nœuds (CAX4 dans Abaqus). Le laiton est modélisé par un modèle de comportement élasto-plastique donné dans le tableau 4.1.

Dans la première simulation, une compression radiale est appliquée sur la surface interne de la cellule cylindrique sur une hauteur de 14 mm. La seconde suppose une hauteur de 12 mm. Par la suite nous comparons les deux calculs, l'effet de la hauteur de la zone d'application de la contrainte radiale est évaluée, et la hauteur de cette zone reflète la contraction axiale de l'échantillon. En effet cette contraction axiale (la déformation axiale moyenne de l'éprouvette) est mesurée directement.

En utilisant une simple interpolation des résultats fournis par les simulations numériques, le changement de la hauteur de l'échantillon est pris en compte dans le traitement des données. Les résultats des deux simulations numériques sont donnés dans les figures 4.7 et 4.8 qui montrent la variation de la pression latérale en fonction de la déformation orthoradiale extérieure  $\epsilon_{\theta\theta}$  dans le plan horizontal symétrique ( $z = 0$ ) de la cellule.

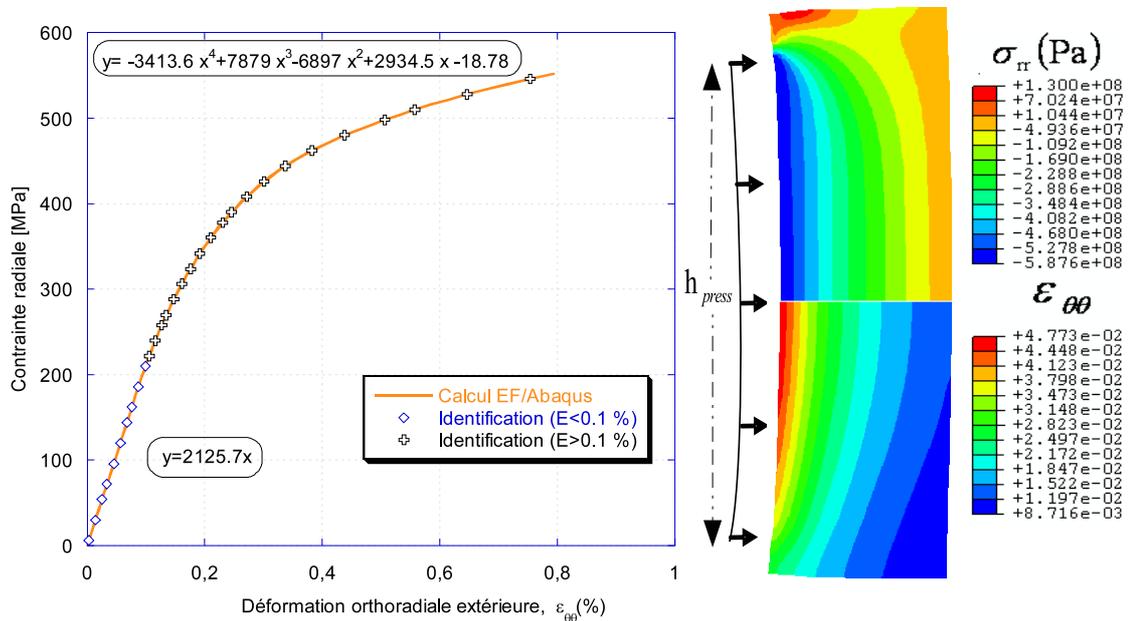


FIG. 4.7 – Simulation numérique d'une cellule soumise à une pression de 0-550 MPa sur une hauteur  $h_{press} = 14$  mm de la surface interne. Détermination de  $\sigma_{rr} = f_{14}(\epsilon_{\theta\theta})$

si  $12 \text{ mm} \leq h_{press} \leq 14 \text{ mm}$

$$-\sigma_{radiale}(\bar{\epsilon}_{axiale}, \epsilon_{\theta\theta}^{(z=0, ext)}) = \left( \frac{h_{press} - h_{12}}{h_{14} - h_{12}} \right) f_{14}(\epsilon_{\theta\theta}^{(z=0, ext)}) + \left( \frac{h_{press} - h_{14}}{h_{12} - h_{14}} \right) f_{12}(\epsilon_{\theta\theta}^{(z=0, ext)}) \quad (4.1)$$

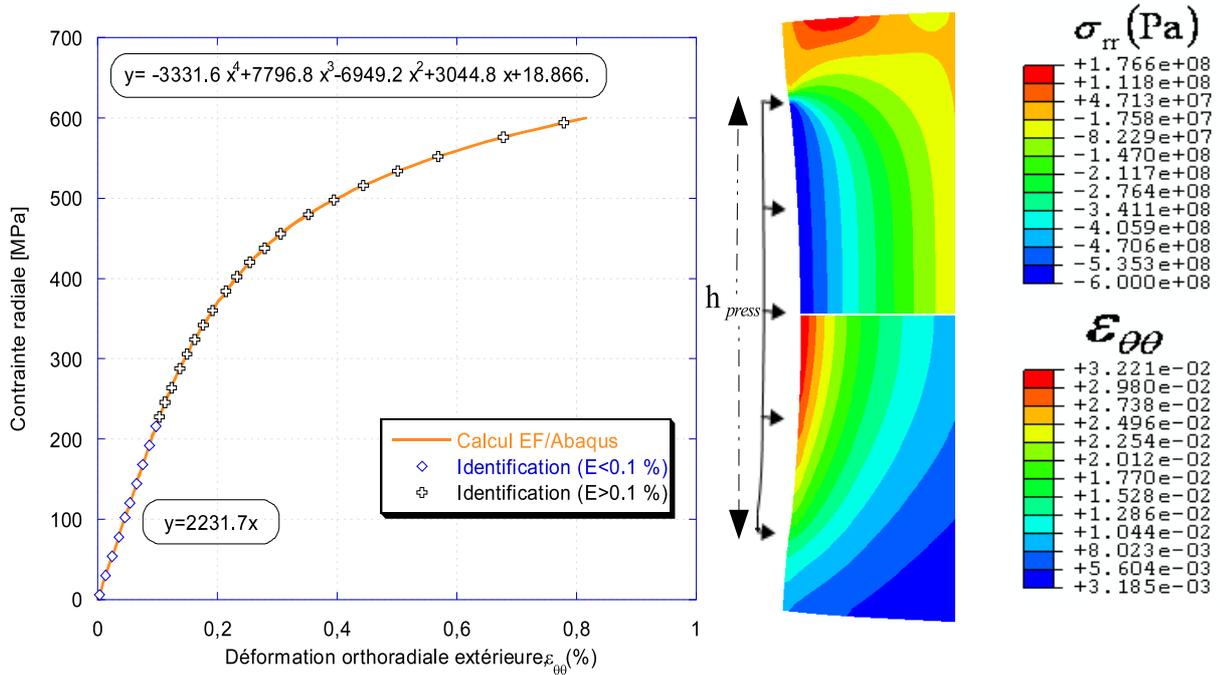


FIG. 4.8 – Simulation numérique d'une cellule soumise à une pression de 0-600 MPa sur une hauteur  $h_{press} = 12$  mm de la surface interne. Détermination de  $\sigma_{rr} = f_{12}(\epsilon_{\theta\theta})$

si  $10 \text{ mm} \leq h_{press} \leq 12 \text{ mm}$

$$-\sigma_{radiale}(\bar{\epsilon}_{axiale}, \epsilon_{\theta\theta}^{(z=0,ext)}) = \left(\frac{h_{press} - h_{10}}{h_{12} - h_{10}}\right) f_{14}(\epsilon_{\theta\theta}^{(z=0,ext)}) + \left(\frac{h_{press} - h_{12}}{h_{12} - h_{10}}\right) f_{12}(\epsilon_{\theta\theta}^{(z=0,ext)}) \quad (4.2)$$

$f_{14}$ ,  $f_{12}$  et  $f_{10}$  étant les fonctions identifiées par la simulation numérique (figures 4.7 et 4.8).

D'une manière similaire la déformation radiale moyenne de l'échantillon est déduite :

$$\bar{\epsilon}_{radiale} = g(\epsilon_{\theta\theta}^{(z=0,ext)}, h_{press}) \quad (4.3)$$

Puisque la charge axiale, la déformation radiale moyenne et la contrainte radiale moyenne dans l'échantillon sont connues, on peut en déduire la contrainte axiale moyenne ainsi que la contrainte de von Mises ( $\bar{\sigma}_{von Mises}$ ) et la pression hydrostatique.

$$\sigma_{axiale}^{ep} = \frac{F_{axiale}}{\pi r_0^2 (1 + \epsilon_{r moy})^2} \quad (4.4)$$

$$\bar{\sigma}_{von Mises} = |\bar{\sigma}_{axiale} - \bar{\sigma}_{radiale}| \quad (4.5)$$

$$P_{hydrostatique} = -\frac{1}{3}(\bar{\sigma}_{axiale} + 2\bar{\sigma}_{radiale}) \quad (4.6)$$

#### 4.2.5 Influence de frottement entre l'échantillon et la cellule

Pour étudier l'effet du frottement entre l'échantillon et la cellule, deux calculs par simulation numérique ont été réalisés avec deux coefficients de frottement de 0,1 et 0,2 (figures 4.9-a et 4.9-b) pour les hauteurs  $h_{\text{press}} = 14 \text{ mm}$  et  $h_{\text{press}} = 12 \text{ mm}$ . Pour ces calculs les forces tangentielles sont exercées sur la surface intérieure cylindrique de la cellule avec une intensité correspond respectivement à 10% et 20% de la pression interne. Les résultats de ces calculs sont illustrés dans les figures 4.9-a et 4.9-b. Une comparaison entre le rapport des déformations orthoradiales issu des données expérimentales et ceux donnés par simulation numérique montre que le frottement est négligé dans le dépouillement des essais pour les deux hauteurs étudiées.

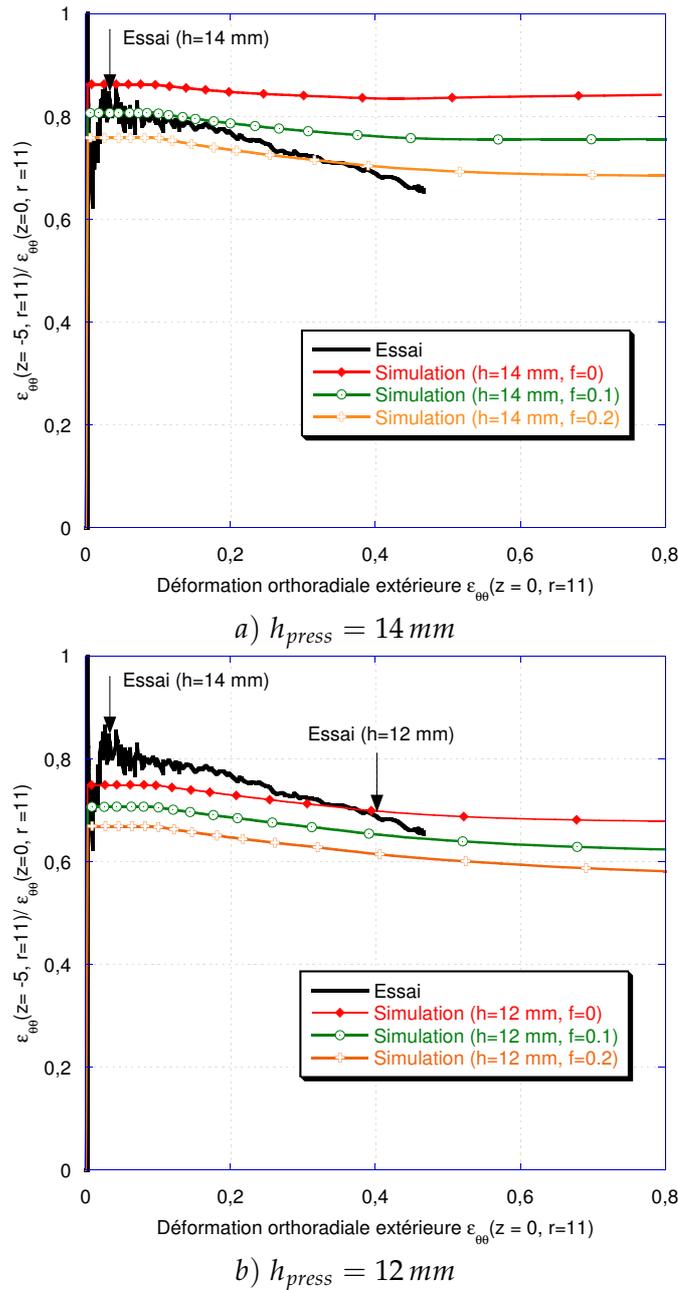


FIG. 4.9 – Evolution du rapport des déformations orthoradiales extérieures en fonction de la déformation orthoradiale extérieure pour  $z = 0$ . Pression interne appliquée a)  $h_{press} = 14 \text{ mm}$ , b)  $h_{press} = 12 \text{ mm}$  évaluation du coefficient de frottement  $f = 0$ ,  $f = 0.1$  et  $f = 0.2$

Sur la figure 4.10 on montre l'évolution de la contrainte axiale et radiale et le comportement déviatorique du PMMA pendant un essai de compression quasi-œdométrique à une vitesse de déformation de  $\dot{\epsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  avec cellule en laiton. Nous constatons que la contrainte axiale croît de manière linéaire avec la déformation axiale vraie jusqu'à atteindre à 658 MPa à la fin de l'essai. Durant le dépouillement de l'essai, on tient compte du coefficient de frottement  $f$  à partir des deux fonctions  $f_{14}$  et  $f_{12}$  identifié précédemment. Le comportement déviato-

rique est identique jusqu'à une déformation  $\varepsilon = 0.07$ . Pour une déformation supérieure une légère différence (+ 20 MPa) est apparue. Ceci est essentiellement due à l'effet du frottement. Ceci confirme l'effet de l'influence du frottement sur la résistance du PMMA. Cependant, ce frottement ne peut pas être négligé mais qu'il est proche de zéro expérimentalement.

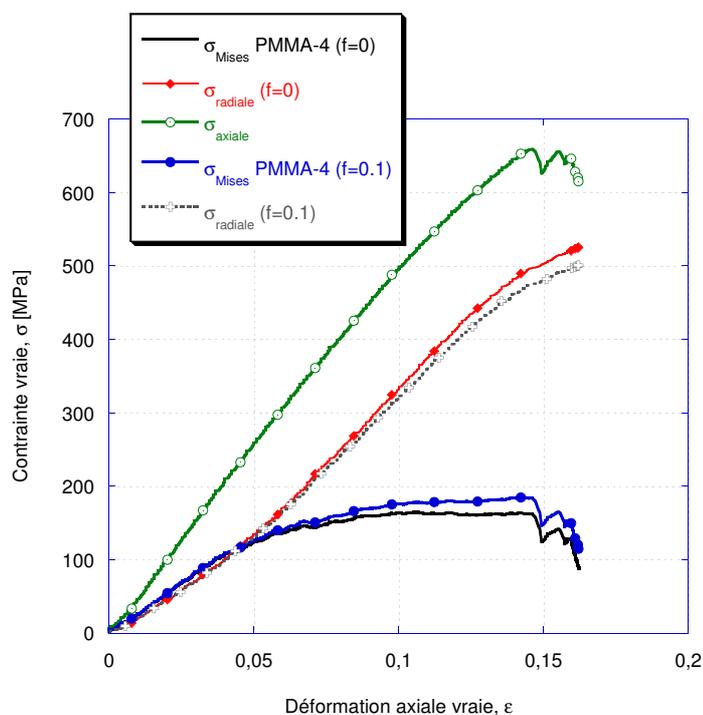


FIG. 4.10 – Résultats expérimentaux : Evolution de la pression hydrostatique et la contrainte déviatorique du PMMA pour une cellule en laiton

#### 4.2.6 Résultat d'un essai de compression quasi-œdométrique (CQO) avec cellule laiton

Afin d'étudier l'évolution de la résistance déviatorique en fonction de la pression hydrostatique des essais de compression quasi-œdométrique ont été mis au point sur des échantillons dn PMMA. La figure 4.11 montre l'évolution de la contrainte radiale moyenne, la contrainte axiale, la contrainte de Mises et la pression hydrostatique en fonction de la déformation axiale vraie pour un essai quasi-statique ( $\dot{\varepsilon} = 10^{-3} s^{-1}$ ). On peut constater qu'au-delà d'une déformation d'environ 8%, la résistance du PMMA est maintenue constante, ainsi le PMMA présente un comportement qui pourrait être considéré comme élasto-plastique.

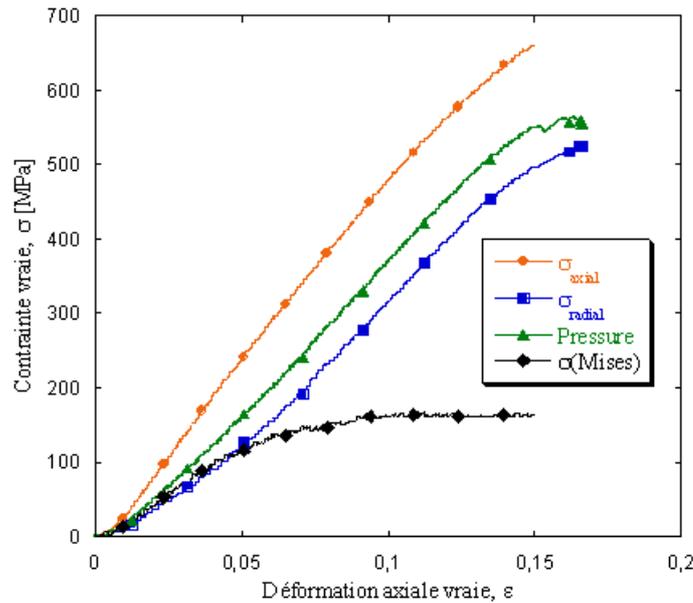


FIG. 4.11 – Résultat expérimental : courbes contrainte-déformation d'un essai de compression quasi-oedométrique ( $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ )

#### 4.2.7 Identification du comportement de l'alliage d'aluminium constitutif de la cellule

La courbe contrainte axiale vraie-déformation plastique vraie de l'essai est montrée sur la figure 4.12. Le tableau 4.2 présente les paramètres du comportement élasto-plastique obtenus à partir de l'essai de traction.

Afin de démontrer que la réponse du PMMA en compression confinée est indépendant du

Paramètres élastiques	$E, \nu$	69 GPa, 0.3
Déformation plastique/contrainte équivalente (MPa)	0	510
	$1.5 \cdot 10^{-4}$	550
	$8.0 \cdot 10^{-4}$	574.5
	$2.0 \cdot 10^{-3}$	581
	$8.0 \cdot 10^{-3}$	597
	$2.5 \cdot 10^{-2}$	630
	$4.0 \cdot 10^{-2}$	651
	$5.5 \cdot 10^{-2}$	667
	$1.0 \cdot 10^{-1}$	696

TAB. 4.2 – Paramètres du modèle élastoplastique utilisé pour l'aluminium identifiés à partir d'un essai de traction

matériau constitutif de la cellule des essais de compression quasi-oedométrique ont été mis au point en utilisant des cellules en aluminium de dimensions identiques à celles en laiton.

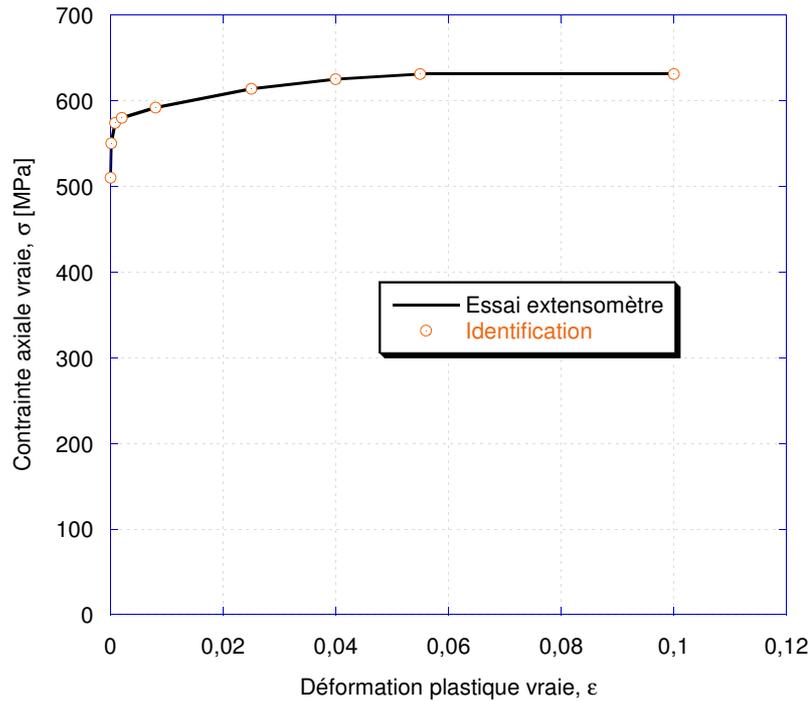


FIG. 4.12 – Essai de traction sur une éprouvette de laiton : identification du comportement d'aluminium

#### 4.2.8 Résultats obtenus avec cellule en aluminium

La figure (4.13) montre l'évolution de la contrainte radiale moyenne, la contrainte axiale, la contrainte de von Mises et la pression hydrostatique en fonction de la déformation axiale vraie. Leurs valeurs sont identiques à celles trouvées pendant l'essai de compression confinée avec la présence de la cellule du laiton. Si on compare les résultats trouvés pendant cet essai (cellule en aluminium) à ceux trouvés pendant l'essai de compression confinée avec cellule en laiton pour la même vitesse de déformation  $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ , on trouve que le PMMA présente un comportement similaire pour les deux types de cellules (figures 4.11 et 4.13). On constate qu'au-delà de 8% de déformation sa résistance est maintenue constante ( $\sigma = 135 \text{ MPa}$ ) jusqu'à rupture et le matériau présente un comportement de type élastique parfaitement plastique pour les deux cellules de confinement.

#### 4.2.9 Influence du frottement, cellule en aluminium

La figure 4.14 montre l'évolution des déformations orthoradiales extérieures ( $r = 11 \text{ mm}$ ,  $z = \pm 5 \text{ mm}$ )  $\epsilon_{\theta\theta}^{(z=5, r=11)}$  et les déformations axiales extérieures ( $r = 11 \text{ mm}$ ,  $z = 0 \text{ mm}$ )  $\epsilon_{axiale}^{(z=0, r=11)}$  en fonctions de la déformation orthoradiale extérieure  $\epsilon_{\theta\theta}^{(z=0, r=11)}$  en fonction de la contrainte

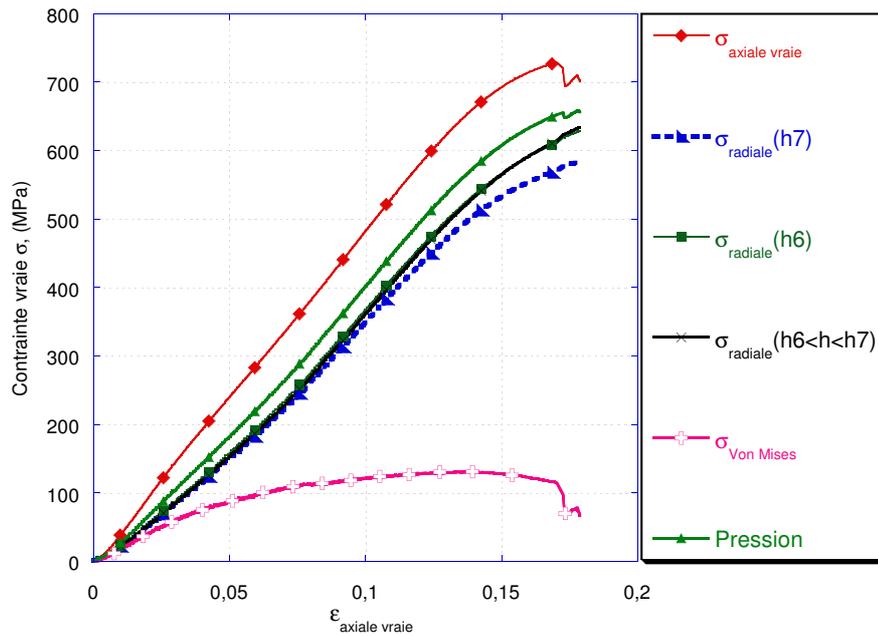


FIG. 4.13 – Résultat expérimental : courbes contrainte-déformation d'un essai de compression quasi-oedométrique avec cellule d'aluminium

radiale appliquée sur une hauteur  $h_{press} = 12\text{ mm}$ . Ces deux déformations sont mesurées pendant les essais. De la même manière on trace sur la même figure les déformations orthoradiales et axiales extérieures données par la simulation numérique pour deux coefficients de frottement ( $f = 0$  et  $f = 0.1$ ) dont le but de comparer les rapports des déformations orthoradiales extérieures et les déformations axiales extérieures issus des données expérimentales et ceux donnés par simulation numérique. On remarque que pour les déformations orthoradiales extérieures trouvées par simulation numérique, ce rapport varie de 0.74 jusqu'à 0.67 à la fin de l'essai pour ( $f = 0$ ) qui est très proche à celui trouvé expérimentalement. Concernant les déformations axiales extérieures, numériquement ce rapport varie de 0.23 jusqu'à 0.45 à la fin de l'essai pour ( $f = 0$ ) qui est quasi-identique à celui trouvé via les données expérimentales.

À l'issue de cette comparaison entre les rapports de déformation pour une hauteur  $h_{press} = 12\text{ mm}$  donnée par simulation numérique et par l'essai qui conduit quasi au même résultat. Nous pouvons déduire que l'influence du frottement est faible ( $f$  est inférieure à 0.1).

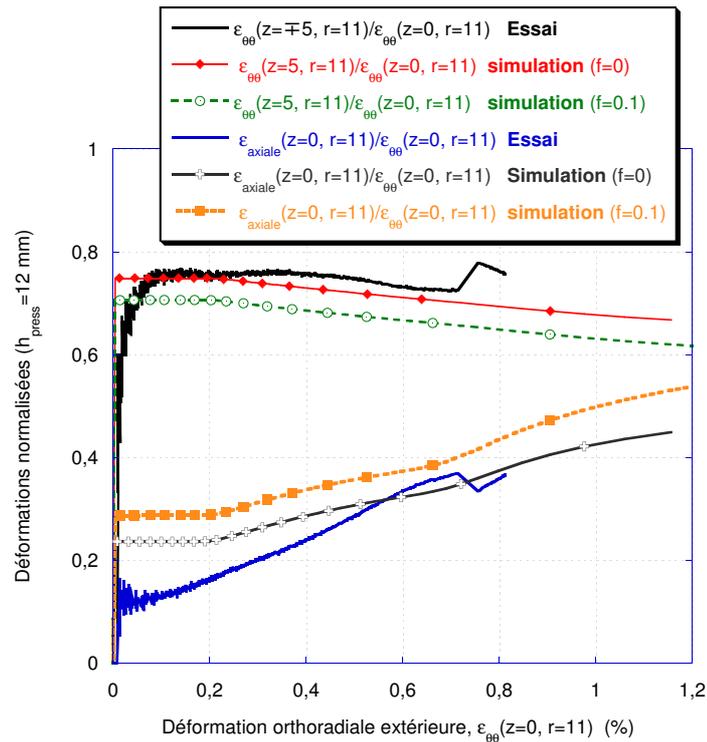


FIG. 4.14 – Evolution de la déformation orthoradiale extérieure ( $z = 5$ ) et la déformation extérieure en fonction de la déformation orthoradiale extérieure pour  $z = 0$ . Pression interne appliquée pour  $h_{press} = 12 \text{ mm}$ , deux coefficients du frottement  $f = 0$  et  $f = 0.1$ .

#### 4.2.10 Comparaison des résultats obtenus avec les deux cellules

L'utilisation de la cellule en aluminium nous permet de valider l'analyse de la méthode mise en œuvre précédemment. La figure 4.15 montre une comparaison entre les contraintes radiales et axiales dans l'échantillon PMMA pour les deux cellules (laiton et aluminium). On constate que les courbes de contraintes axiales vraies coïncident très bien jusqu'à ce qu'elles atteignent environ 600 MPa. En ce qui concerne les courbes de contraintes radiales, on observe qu'il y a une légère différence entre les deux pour une déformation donnée.

D'une manière similaire, la figure 4.18 présente l'évolution de la pression latérale exercée par le PMMA sur la cellule et la contrainte déviatorique du PMMA au cours d'un essai de compression quasi-œdométrique. On peut constater également que la pression peut atteindre 600 MPa. Au-delà de  $\epsilon = 0.08$  la résistance du PMMA demeure constante, et le PMMA présente un comportement de type élastique parfaitement plastique quasi-identique pour tous les essais.

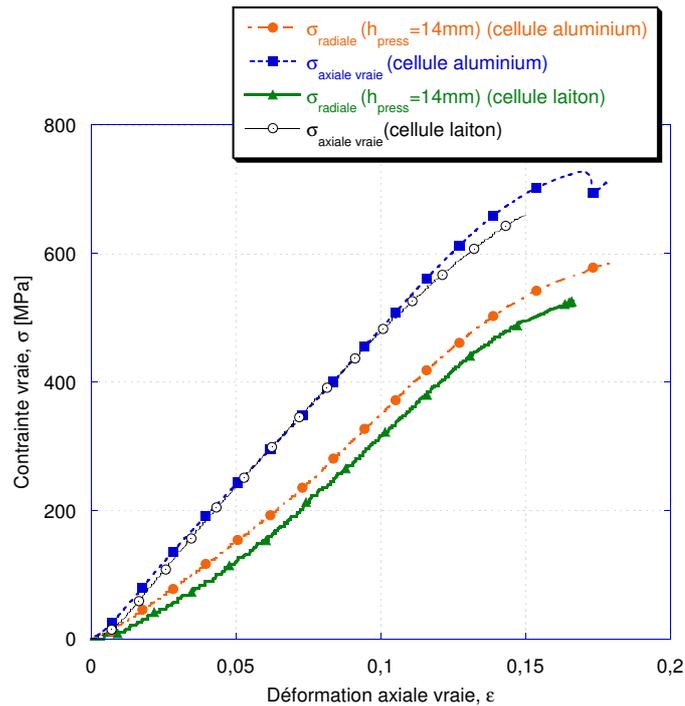


FIG. 4.15 – Résultats expérimentaux : comparaison entre les contraintes radiales et axiales dans l'échantillon PMMA en utilisant deux cellules différentes

### 4.3 COMPARAISON AVEC LES ESSAIS DE COMPRESSION UNIAXIALE

Le comportement du matériau avec et sans confinement a été comparé pour deux vitesses de déformation  $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  et  $\dot{\epsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Trois essais ont été réalisés à  $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  avec cellule en laiton et un essai avec cellule en aluminium (figure 4.16). Les échantillons sollicités en compression uniaxiale ont les mêmes dimensions que celles utilisées pour l'essai de compression quasi-oedométrique (14 mm de hauteur et 10 mm de diamètre). La figure 4.16 montre les courbes contrainte-déformation des deux types d'essai. Nous constatons à partir de ces résultats que le PMMA présente un comportement identique pour les deux types d'essai (comportement élastique) jusqu'à une déformation de  $\epsilon = 0,05$ . Au-delà de cette déformation, la contrainte continue à augmenter vis-à-vis de la déformation au cours de l'essai de compression quasi-oedométrique pour ensuite se stabiliser à un niveau quasi-constant. Les deux cellules (aluminium, laiton) donnent des résultats comparables pour une contrainte de l'ordre de  $135 \pm 5 \text{ MPa}$  jusqu'à rupture de l'éprouvette. Par ailleurs la contrainte maximale atteinte au cours de l'essai de compression uniaxiale est de l'ordre de 105 MPa. Nous pouvons conclure qu'en terme de résistance, le PMMA présente une résistance sensiblement plus importante à

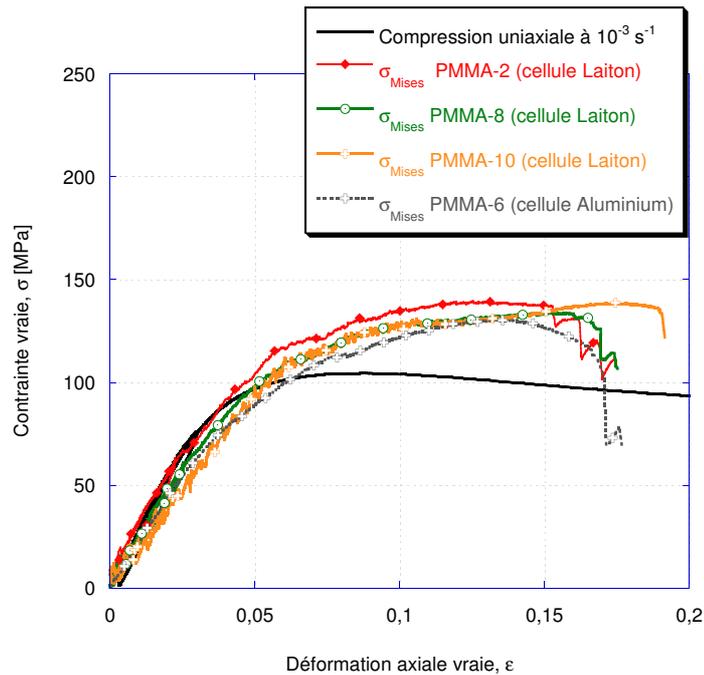


FIG. 4.16 – Comportement mécanique du PMMA en compression quasi-oedométrique pour deux cellules différentes : comparaison avec le comportement donné par essai de compression uniaxiale à une vitesse de déformation  $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$

travers l'essai confiné que celle en compression uniaxiale.

La figure 4.17 présente une comparaison du comportement déviatorique du PMMA donné par deux essais de compression quasi-oedométrique et un essai de compression uniaxiale pour une vitesse de déformation  $\dot{\epsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ . On observe que la résistance augmente jusqu'à atteindre  $150 \sim 160 \pm 10 \text{ MPa}$  pendant l'essai confiné et  $130 \text{ MPa}$  pour l'essai non confiné. L'influence du confinement est quasiment identique pour les deux vitesses ( $+30 \text{ MPa}$ ). La sensibilité du PMMA à la vitesse de déformation apparaît en compression confinée comme en compression non confinée. D'une manière similaire la figure 4.18 présente l'évolution de la pression latérale exercée par le PMMA sur la cellule et la contrainte déviatorique du PMMA au cours d'un essai de compression quasi-oedométrique pour deux cellules différentes (laiton et aluminium). On peut constater également que la pression peut atteindre  $600 \text{ MPa}$  pour les deux essais. Le comportement déviatorique du PMMA est quasi-identique quelque soit le type de la cellule utilisée. Au-delà de  $\epsilon = 0,07$ , la résistance du PMMA demeure constante, et le PMMA présente un comportement de type élastique parfaitement plastique quasi-identique pour tous les essais.

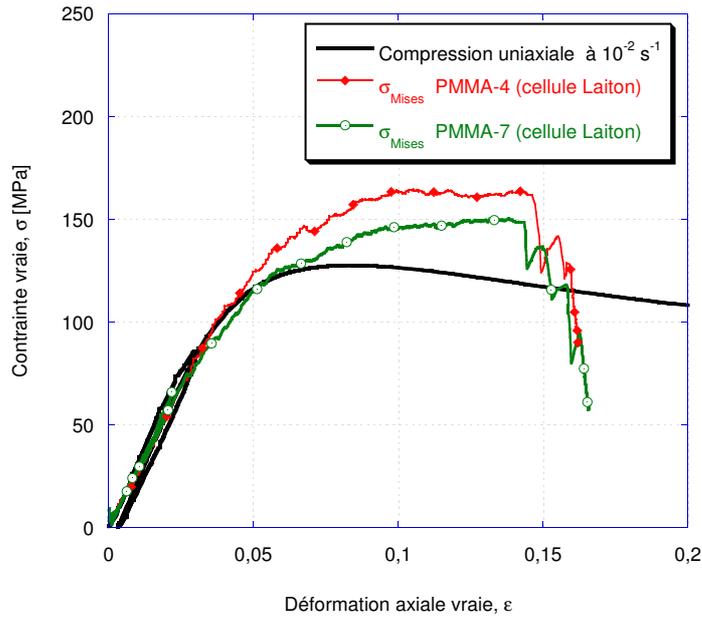


FIG. 4.17 – Résultats expérimentaux : évolution de la contrainte déviatorique du PMMA pour deux cellules différentes et comparaison avec un essai de compression non confinée.

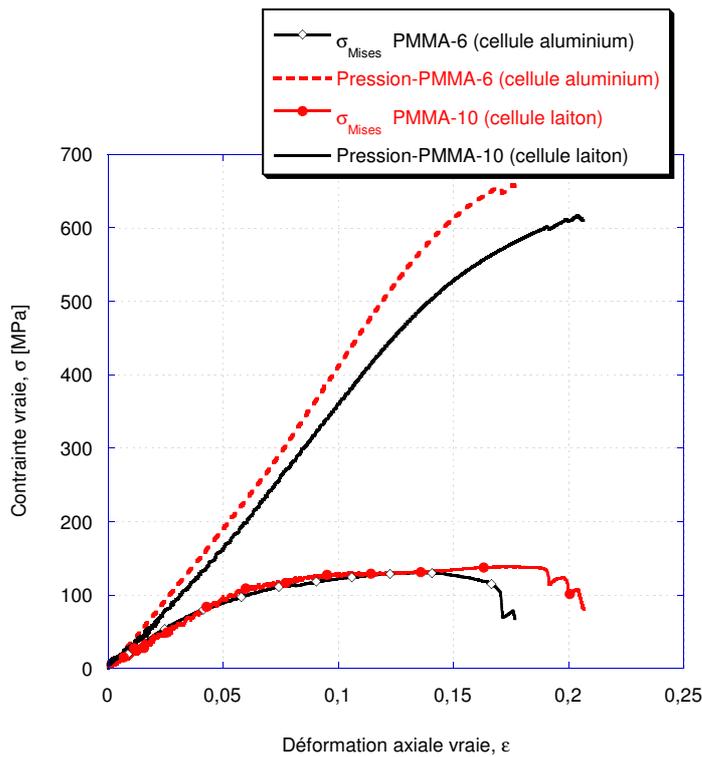


FIG. 4.18 – Résultats expérimentaux : évolution de la pression hydrostatique et la contrainte déviatorique du PMMA pour deux cellules différentes

## 4.4 COMPRESSION QUASI-OEDOMÉTRIQUE DYNAMIQUE

### 4.4.1 Préparation de l'essai

Dans le chapitre précédent, nous avons introduit les principes généraux des barres de Hopkinson et présenté le banc d'essai utilisé dans le cadre de cette étude. Le même banc d'essai a été adopté pour effectuer les essais de compression quasi-oedométrique dynamiques. Ces essais ont été réalisés au sein de Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux (LPMM). L'ensemble (cellule, bouchons et plots de compression) est placé entre les deux barres d'Hopkinson ou entre les plateaux de la presse pour les essais statique (Partie I). A l'intérieur de la cellule se trouve l'éprouvette. Aux extrémités, deux bouchons transmettent les forces de compression. De la graisse entre l'éprouvette et la surface intérieure de la cellule a pour rôle de diminuer le frottement. Plusieurs facteurs pratiques entrent en jeu lors de chaque essai et qui nous ont conduit d'une façon correcte et reproductible pour tous les essais, ces facteurs sont cités ci-dessous :

- Les bouchons et l'éprouvette doivent être précisément centrés sur un même axe longitudinale afin d'éviter tout effet de rotation d'ensemble dû à l'excentrement des deux forces de compression.
- Pour réduire le frottement, de la graisse a été mis entre l'éprouvette et la surface intérieure de la cellule.
- Assurer la coaxialité entre les barres de Hopkinson et les bouchons.
- Parallélisme des faces de l'éprouvette, des faces des bouchons et des extrémités des barres de Hopkinson.

### 4.4.2 Procédure de dépouillement des essais dynamiques

Le dépouillement des essais requiert la connaissance du champ des contraintes et des déformations dans l'éprouvette. Le traitement des signaux de jauges des barres entrantes et sortantes des essais dynamiques permet la mesure directe des valeurs nominales de contrainte et de déformation moyennes axiales de l'échantillon (Forquin et al., 2007). En revanche, la contrainte latérale ainsi que la déformation radiale ne sont pas mesurées d'une façon directe et reposent

sur les mesures des jauges situées sur la face extérieure de la cellule (Equations 4.1 et 4.2).

La figure 4.19 montre les données expérimentales brutes enregistrées en fonction du temps

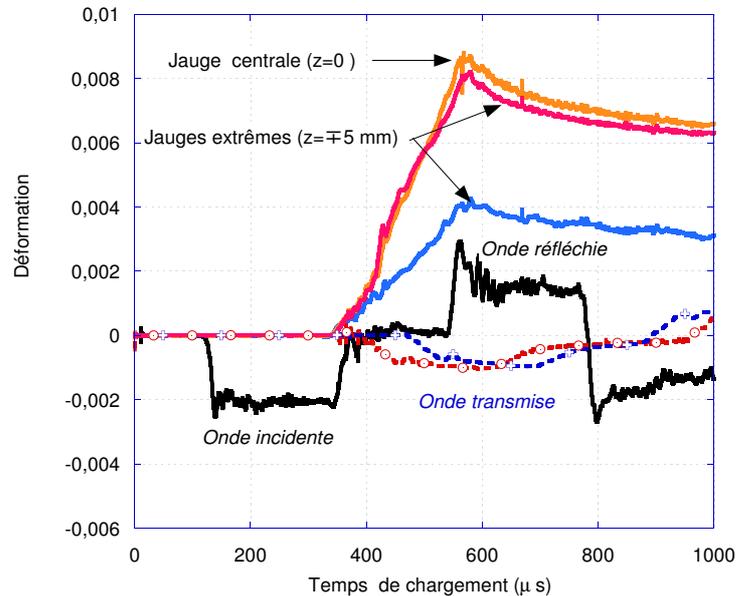


FIG. 4.19 – Données expérimentales lors d'un essai à vitesse d'impacteur 20 m/s

pour un essai de compression quasi-œdométrique (CQO) effectué pour une vitesse d'impact de 20 m/s. Les signaux sont exprimés en déformation axiale pour les barres (ondes incidente, transmise et réfléchie et en déformation orthoradiale pour les jauges collées sur la surface extérieure de la cellule. La jauge centrale  $z = 0$  indique un niveau de déformation supérieur à celui des jauges extrêmes. On remarque que la réponse des jauges extrêmes n'est pas identique, ceci peut s'expliquer par le fait qu'il y a translation de l'éprouvette par rapport à la cellule au cours de l'essai.

#### 4.4.3 Résultats des essais de compression quasi-œdométrique (CQO) dynamiques

La figure 4.20 montre l'évolution au cours du temps des contraintes dans l'éprouvette pour une vitesse d'impact  $V = 20$  m/s. Nous constatons que pour une valeur de contrainte axiale de 760 MPa, la pression hydrostatique atteint une valeur de 670 MPa. Pour ce niveau de pression, la contrainte radiale atteint la valeur de 630 MPa. La courbe déviatorique augmente linéairement avec le temps, dans les 80 premières  $\mu s$  jusqu'à sa chute (rupture probable de l'échantillon) pour ensuite se stabiliser à un niveau quasi-constant aux alentours de 155 MPa (résistance résiduelle de l'échantillon rompu).

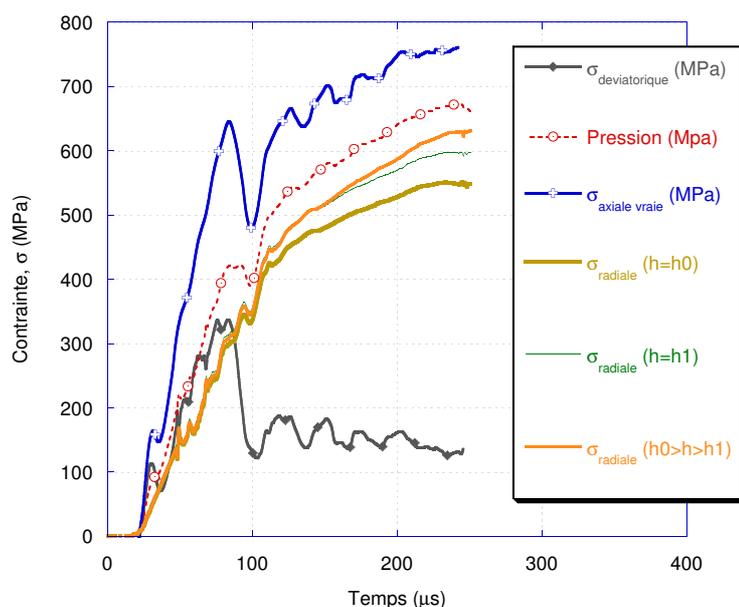


FIG. 4.20 – Evolution au cours du temps des contraintes dans l'éprouvette sous vitesse  $V = 20 \text{ m/s}$

#### 4.4.4 Comparaison entre les essais de compression quasi-oedométrique quasi-statiques et dynamiques

La figure 4.21 présente le comportement déviatorique du PMMA pour un essai quasi-statique et dynamique. Nous constatons que pendant l'essai quasi-statique pour une pression de 300 MPa la résistance atteinte est de 160 MPa. En revanche pour l'essai dynamique la résistance atteint un maximum égale à 330 MPa pour une déformation égale à 0.08. Selon ces résultats la résistance dynamique du PMMA atteint le double de celle mesurée en quasi-statique. Cet effet s'explique par la forte influence de la vitesse de déformation sur le comportement en compression confinée.

À la lumière de cette comparaison, la figure 4.22 représente deux images post-mortem de deux éprouvettes en PMMA. Pendant le premier essai, l'échantillon subit un chargement quasi-statique en compression quasi-oedométrique ( $\dot{\epsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ ) et pendant le deuxième essai, l'échantillon subit un chargement dynamique en compression quasi-oedométrique ( $\dot{\epsilon} = 1430 \text{ s}^{-1}$ ). Les deux essais ont été menés avec des cellules en laiton. On observe sur les deux configurations un plan de rupture à  $45^\circ$  par rapport à l'axe de chargement quasi identique pour les deux essais. Ces observations sont cohérentes avec les résultats expérimentaux trouvés par Rittel et Brill (2008) sur le même matériau.

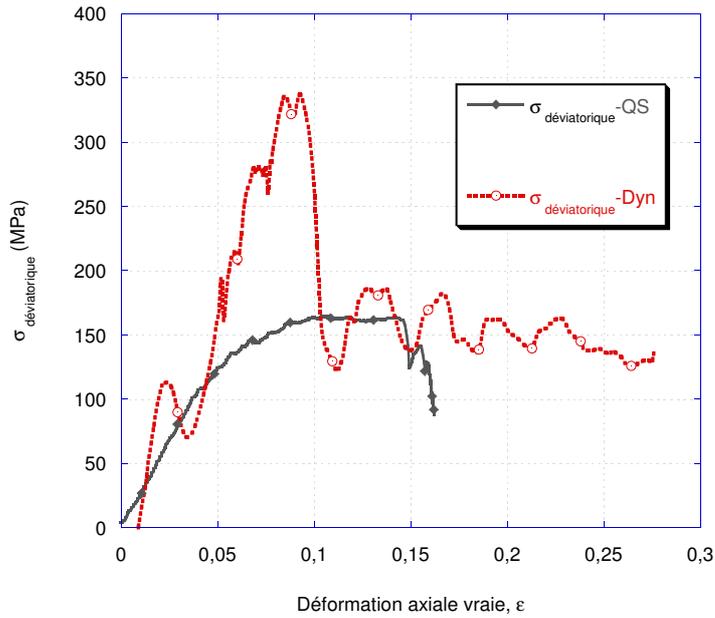


FIG. 4.21 – Comportement déviatorique du PMMA pour l'essai dynamique et statique

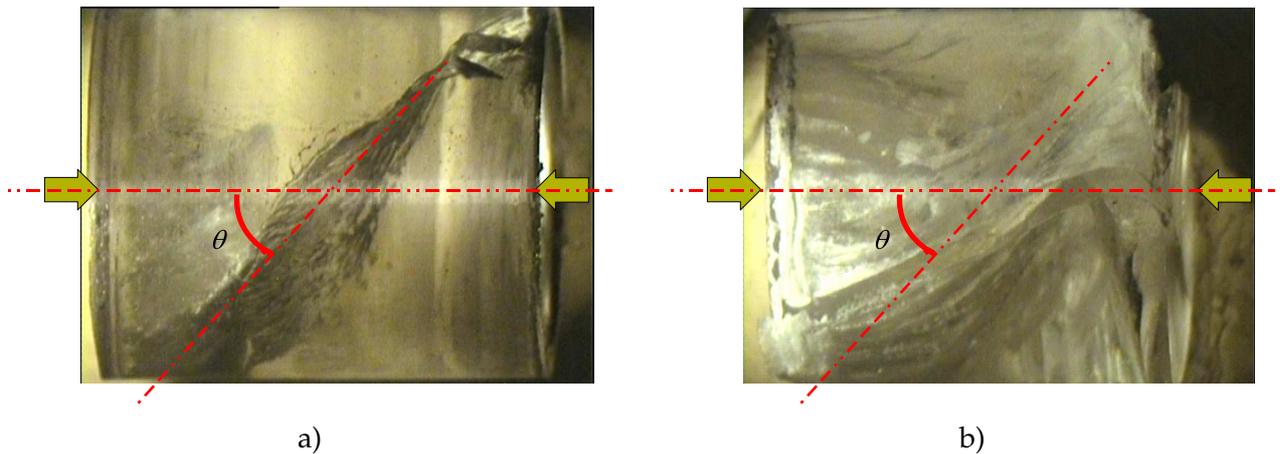


FIG. 4.22 – Etude post-mortem de deux éprouvettes de compression quasi-œdométrique statique et dynamique, a)  $\dot{\epsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  et b)  $\dot{\epsilon} = 1430 \text{ s}^{-1}$ .

#### 4.4.5 Comparaison entre les essais dynamiques de compression uniaxiale et compression quasi-œdométrique

La figure 4.23 présente six essais : quatre essais dynamiques en compression uniaxiale et deux essais dynamiques de compression confinée. Les essais dynamiques confinés "QO dynamique" sont réalisés avec deux cellules différentes (une en laiton et l'autre en aluminium). Avec la première cellule (laiton) l'essai a été réalisé à une vitesse de déformation moyenne de  $1430 \text{ s}^{-1}$ , tandis que pour la deuxième cellule (aluminium) la vitesse de déformation moyenne est égale à  $1194 \text{ s}^{-1}$ . Les essais de compression uniaxiale dynamiques ont été réalisés pour des vitesses de déformation variant de  $700 \text{ s}^{-1}$  à  $3335 \text{ s}^{-1}$ .

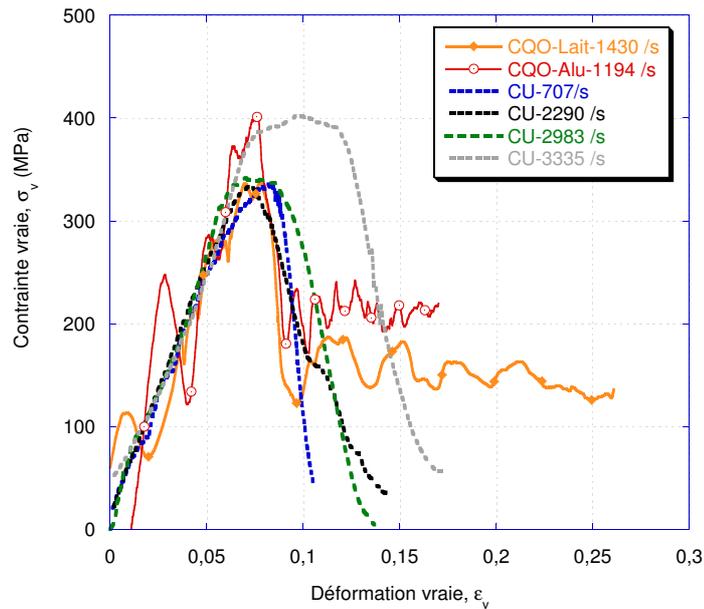


FIG. 4.23 – Contraintes déviatoriques du PMMA sous essais confinés et uniaxiaux

La figure (4.23) montre que avant rupture (déformation axiale inférieure à 8%) les courbes des essais uniaxiaux et quasi-oedométriques présentent une très bonne similitude.

## CONCLUSION DU CHAPITRE

Dans cette partie nous avons présenté le principe des essais de compression quasi-oedométrique (CQO), ainsi que les différentes étapes pratiques et théoriques concernant la préparation des essais statiques et dynamiques et les principaux résultats obtenus à travers ces essais. Cette étude expérimentale montre que le comportement déviatorique du PMMA présente une forte sensibilité à la vitesse de déformation. En revanche le niveau de pression de confinement semble avoir une influence limitée sur le comportement mécanique du PMMA en quasi-statique et dynamique.

En raison de la taille de l'éprouvette, l'épaisseur de la cellule et de son comportement élasto-plastique, la pression hydrostatique obtenue à la fois pendant les essais quasi-statiques et dynamiques est de l'ordre de 400 MPa. Selon les essais quasi-statiques, la résistance maximale du PMMA est faiblement affectée par la pression de confinement. Nous avons constaté que l'augmentation de la résistance est limitée à quelques dizaines de MPa pour un niveau de pression de confinement considéré (quelques centaines de MPa). D'autre part, une réponse élastique fragile est obtenue lors des essais de compression quasi-oedométrique dynamiques

avec ou sans confinement et la contrainte seuil d'écoulement est presque inchangée (environ 330 MPa). Une comparaison entre les résultats d'essais de compression quasi-œdométrique quasi-statiques et dynamiques laisse apparaître une forte sensibilité de la vitesse de déformation sur la résistance du PMMA. Selon ces résultats le PMMA présente un comportement de type fragile pour des vitesses de déformation élevées.

La méthode d'analyse de l'essai de compression quasi-œdométrique quasi-statique et dynamique, repose sur la détermination de la pression interne à partir de la déformation ortho-radiale mesurée sur la surface extérieure de la cellule. La force axiale et la déformation axiale sont fournies par la cellule de charge et les LVDTs dans le cas des essais statiques ou par dépouillement des signaux de barres d'entrée et de sortie pour les essais menés aux barres de Hopkinson. Il est possible ensuite d'évaluer la contrainte déviatorique dans le matériau testé ainsi que sa résistance.

En outre, diverses simulations numériques ont été effectuées pour fournir une estimation de la qualité et de la robustesse de la méthode d'analyse. À partir de ces simulations, nous avons évalué l'influence du frottement entre les surfaces de contact échantillon / cellule (frottement  $f < 0.1$ ). Ensuite des essais de compression quasi-œdométrique ont été entrepris en utilisant des cellules en aluminium et en laiton. Ces essais ont permis de valider la méthode d'analyse et le protocole expérimental.

# FISSURATION DU PMMA 5

## SOMMAIRE

5.1	ESSAI DE RUPTURE	123
5.2	MESURE DE LA TÉNACITÉ	127
5.2.1	Montage de préfissuration	130
5.2.2	Essais de rupture	131
5.3	ESSAI DE TORSION	133
5.3.1	Simulation numérique de l'essai	133
5.3.2	Géométrie des éprouvettes	138
5.3.3	Conditions opératoires	139
5.3.4	Résultats expérimentaux de l'essai de torsion	139
5.3.5	Comparaison du comportement du PMMA en compression et en torsion	141
	CONCLUSION	143

**L**E chapitre II a mis en évidence qu'un endommagement (fissuration) intense est généré dans une cible en PMMA au cours des essais d'impact balistique. Ces essais montrent l'amorçage et la propagation de fissures dans la cible. Cette fissuration influence fortement la réponse des structures minces impactées, c'est pourquoi trois types d'essai ont été menés en mode I et font l'objet de ce chapitre. Des essais de flexion trois points ont été menés sur des éprouvettes en PMMA non entaillées. L'objectif de cet essai est de caractériser la contrainte d'amorçage et la dispersion sur les contraintes à rupture. Ces essais sont réalisés aux mêmes températures que celles utilisées en compression uniaxiale dans le but d'étudier l'influence de la température sur la réponse mécanique du matériau en flexion. Une identification des paramètres du modèle de Weibull a également été étudié. Des essais SENB (Single Edge Notched Bending) ont été réalisés sur des éprouvettes en PMMA afin de mesurer la ténacité du matériau. La poutre entaillée est sollicitée en flexion trois points sous chargement cyclique par

le biais d'une machine hydraulique rapide ZWICK. Ce chargement permet de créer une pré-fissure à partir d'une entaille préexistante dans l'éprouvette. L'éprouvette sous forme d'une poutre préfissurée est sollicitée en flexion trois points jusqu'à rupture. La force maximale à la rupture donne la ténacité du matériau à condition de connaître la longueur de fissure. Des essais de torsion ont également été conduits pour deux vitesses de chargement. Ces essais permettent d'étudier le mode de rupture ainsi que l'influence de la vitesse de chargement sur la contrainte à rupture. Un montage a été conçu et développé spécialement dans le but de sertir les éprouvettes tubulaires.

## 5.1 ESSAI DE RUPTURE

Les propriétés mécaniques (résistance, ténacité) de la plupart des matériaux polymériques sont sensibles à la vitesse de chargement, à la température. Plusieurs essais de rupture en mode I ont été menés sur des éprouvettes en PMMA afin d'évaluer les caractéristiques de rupture de ce matériau et d'étudier sa résistance en traction. Nous présentons quelques résultats de la littérature sur la caractérisation du comportement en traction du PMMA. Des essais de traction ont été réalisés par [Hengyi et al. \(2004\)](#) sur des éprouvettes en PMMA à température ambiante et pour une large gamme de vitesses de déformation variant de  $2.31 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  à  $18.6 \text{ s}^{-1}$  afin d'étudier la résistance du matériau en traction et l'effet de la vitesse de déformation sur la réponse mécanique sur le PMMA (Figure 5.1). Cependant, on observe que la résistance du matériau augmente avec l'élévation de la vitesse de déformation. En effet, la résistance passe de 45 MPa pour la plus faible vitesse  $\dot{\epsilon} = 2.31 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  à 105 MPa pour  $\dot{\epsilon} = 18.6 \text{ s}^{-1}$ . Récemment, dans les travaux de [Loya et al. \(2010\)](#), leurs essais laissent apparaître une résistance à la traction  $\sigma_u$  égale à 47.8 MPa. Le module d'Young et la déformation à rupture semblent aussi sensibles à la vitesse de déformation : une augmentation de la vitesse entraîne une augmentation du Module d'Young et diminution de la déformation à la rupture ([Hengyi et al., 2004](#)). Nous concluons que le PMMA change de comportement, ductile à fragile à mesure que la vitesse de déformation augmente.

Afin d'étudier l'effet de la température sur la résistance à la traction du PMMA, des essais de traction ont été réalisés par [Gomez et al. \(2005\)](#). Les éprouvettes de forme cylindrique en PMMA de 6 mm de diamètre ont été testées sur une gamme de températures allant de  $-60^\circ\text{C}$  à  $25^\circ\text{C}$ , les résultats de ces essais sont reportés sur la figure 5.2. Les courbes contrainte-déformation laissent apparaître une résistance qui diminue avec l'élévation de la température. En effet, la résistance passe de 130 MPa à une température égale  $-60^\circ\text{C}$  jusqu'à 70 MPa à température ambiante ( $25^\circ\text{C}$ ). Nous constatons à  $T = -60^\circ\text{C}$  et  $T = -40^\circ\text{C}$  que le PMMA présente un comportement élastique et un mode de rupture de type fragile. Ceci montre l'effet de la température sur la réponse mécanique du matériau. Dans le cadre de cette étude, des essais de flexion trois points ont été menés sur des poutres en PMMA sans entaille de

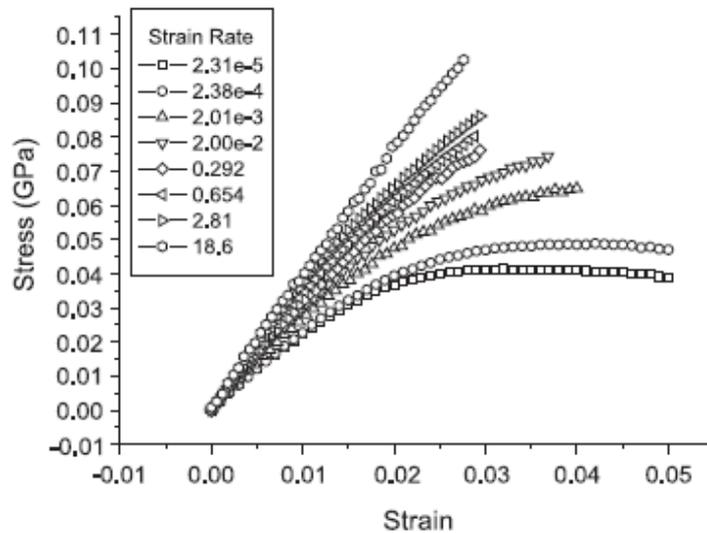


FIG. 5.1 – Courbes : contrainte-déformation à différentes vitesses de chargement lors d'un essai de traction sur le PMMA : source (Hengyi et al., 2004)

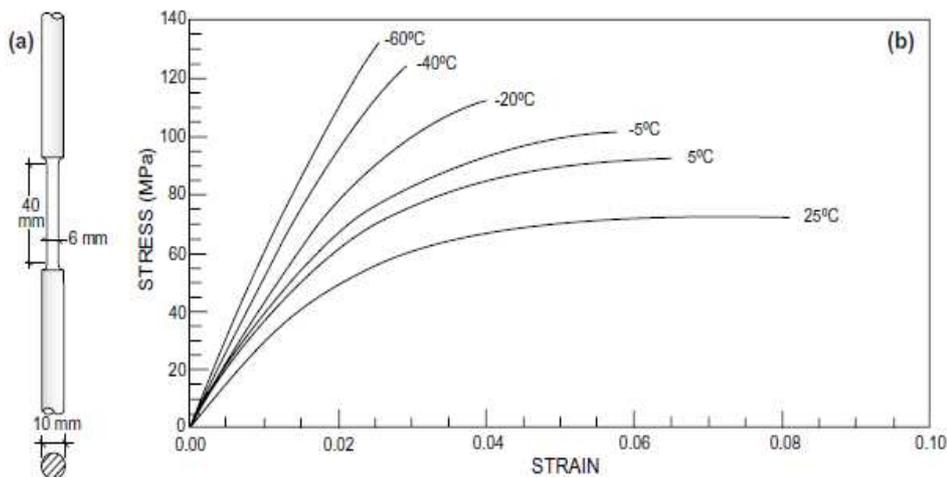


FIG. 5.2 – (a) géométrie de l'éprouvette, (b) courbes : contrainte-déformation à différentes températures lors d'un essai de traction sur le PMMA : source (Gomez et al., 2005).

dimensions :  $(b \times h \times L = 15 \times 15 \times 100 \text{ mm}^3)$ . La longueur entre appuis est de 60 mm. Ces essais ont été réalisés par le biais d'une machine hydraulique universelle ZWICK-Rel (machine de traction compression). Le but de cette étude est de déterminer la contrainte maximale à rupture (contrainte de traction), ces essais ont été réalisés pour différentes températures. Les essais ont été effectués en asservissement en déplacement à vitesse rapide 6.6 mm/min. La valeur de la contrainte  $\sigma_w$  à la rupture est donnée par la relation suivante :

$$\sigma_w = \frac{3 F_{max} \cdot L}{2 b \cdot h^2} \quad (5.1)$$

avec

$F_{\max}$  : la force à la rupture

$L$  : distance entre les deux appuis

$b$  : largeur de l'éprouvette

$h$  : épaisseur de l'éprouvette

Dans le tableau 5.1 les différentes valeurs moyennes des contraintes de rupture déterminées au cours de ces essais sans tenir compte du comportement viscoélastique sont données.

Pour caractériser la dispersion sur ces contraintes à rupture, une analyse statistique de

Essai de flexion 3-points sur PMMA ( $b \times h \times L = 100 \times 15 \times 15 \times 100 \text{ mm}^3$ )					
Température(°C)	Vitesse ( $s^{-1}$ )	$\sigma_w$ (MPa)	Nombre d'essais	$m$	$V_{eff} \text{ mm}^3$
300 K	$10^{-3}$	143.66	13	20.45	14.67
273 K	$10^{-3}$	149.45	18	13.27	33.14
253 K	$10^{-3}$	139.06	20	16.67	21.61
300 K	$10^{-2}$	162.73	—	—	—

TAB. 5.1 – Contraintes moyennes à la rupture pour des essais de flexion trois points sur éprouvettes en PMMA

Weibull (1951) a été utilisée. Cette analyse est également utilisée pour étudier la distribution des contraintes à la rupture de matériaux fragiles comme les céramiques. Elle est basée sur les hypothèses suivantes :

- Le matériau est isotrope et homogène.
- La propagation du défaut critique de plus grande taille conduit à une rupture brutale.

La probabilité de rupture d'une structure  $\Omega$  énoncée par Weibull (1951) s'exprime par :

$$P_r = 1 - \exp(-V_{eff}\lambda_0\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_0}\right)^m) \quad (5.2)$$

$P_r$  étant la probabilité de rupture,  $\sigma_m$  est la contrainte principale maximale à la rupture,  $\sigma_0$  et  $\lambda_0$  sont respectivement la contrainte de référence et la densité de défauts critique de référence,  $m$  est le module de Weibull et  $V_{eff}$  est le volume effectif, c'est-à-dire le volume qu'aurait la structure si la contrainte y était uniforme (Devies, 1973). Ainsi les paramètres de Weibull

peuvent être identifiés à partir d'un essai flexion trois points pour lesquels le volume effectif s'écrit :

$$V_{eff} = \frac{b.h.L}{2(m+1)^2} \quad (5.3)$$

Les contraintes à la rupture, classées selon leurs valeurs croissantes, sont affectées d'une probabilité de rupture définie par la formule suivante :

$$P_i = \frac{i - 0.5}{n} \quad (5.4)$$

$i$  étant la  $i^{eme}$  éprouvette classée dans l'ordre des contraintes à rupture croissante et  $n$  le nombre total des éprouvettes utilisées. On peut ainsi déterminer le module de Weibull  $m$  qui indique si le comportement est probabiliste ( $m$  faible) ou déterministe ( $m$  élevé) pour l'ensemble des température (pente de la droite de régression) à partir du graphique  $(\ln \sigma_i, \ln[\ln \frac{1}{1-P_i}])$ . Les résultats sont illustrés sur la figure 5.3.

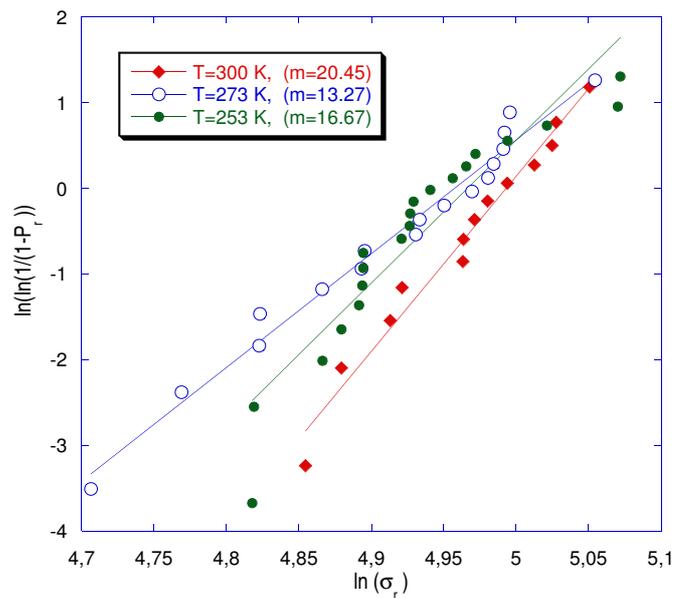


FIG. 5.3 – Approche statistique appliquée à l'essai de flexion 3-points sur le PMMA

Les essais laissent apparaître une rupture fragile ainsi que des paramètres de Weibull différents selon la température de l'essai. De plus, la contrainte moyenne à rupture diminue lorsque la température augmente, ce qui confirme la forte sensibilité du PMMA à la température déjà observée en compression simple pour une même vitesse de déformation. La figure 5.4 montre l'évolution de la contrainte moyenne à la rupture pour une vitesse de déformation constante

$\dot{\varepsilon} = 10^{-3} \text{s}^{-1}$ . D'après ces résultats la résistance du PMMA aux basses températures est plus faible en traction qu'en compression (chapitre III) contrairement à température ambiante où on constate que sa résistance est presque la même pour les deux modes de chargement. Les

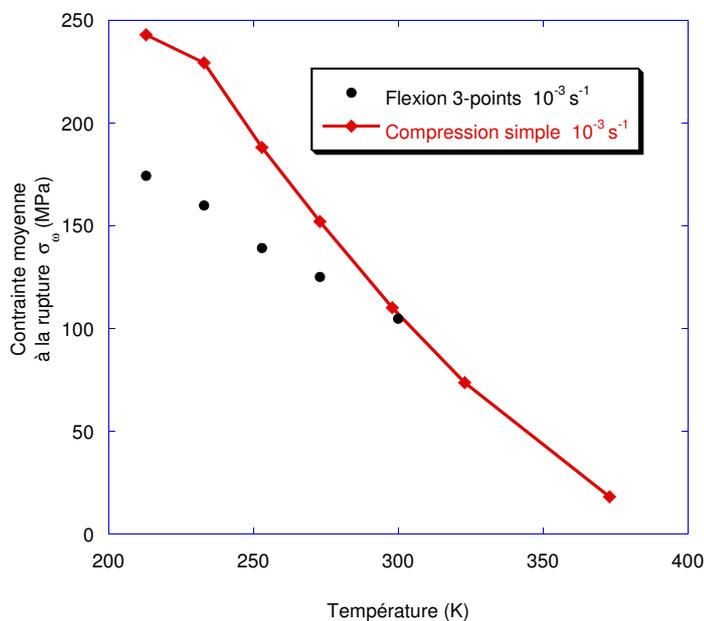


FIG. 5.4 – Evolution de la contrainte moyenne à la rupture en fonction de la température pendant l'essai de flexion 3-points et de compression sur le PMMA

faciès de rupture de quelques éprouvettes de flexion de PMMA ont été observés au microscope électronique à balayage (Figure 5.5 et 5.6). Cette analyse fractographique a permis de déterminer des lieux d'amorçage et le sens de propagation de la fissure. Pour une température  $T = 300 \text{ K}$ , ces faciès laissent apparaître une alternance de zones lisses et rugueuses. D'autre part, pour  $T = 213 \text{ K}$  le faciès de rupture est plus lisse qu'à  $T = 300 \text{ K}$ . Pour la même température ( $T = 213 \text{ K}$ ) et pour un grossissement de  $300\times$  (Figure 5.6), nous observons un éclat a priori postérieur à l'amorçage. Ces faciès n'ont pas permis d'identifier avec certitude de défauts ayant initiés la rupture. L'hypothèse menée à ce dernier est peut être relié à l'enchevêtrement de chaînes moléculaires invisible à l'échelle du micro-mètre.

## 5.2 MESURE DE LA TÉNACITÉ

Plusieurs auteurs ont étudié la fissuration des matériaux fragiles comme les céramiques (Dos Martires, 1999; Forquin et al., 2004) et certains polymères comme le PMMA (Wada, 1992;

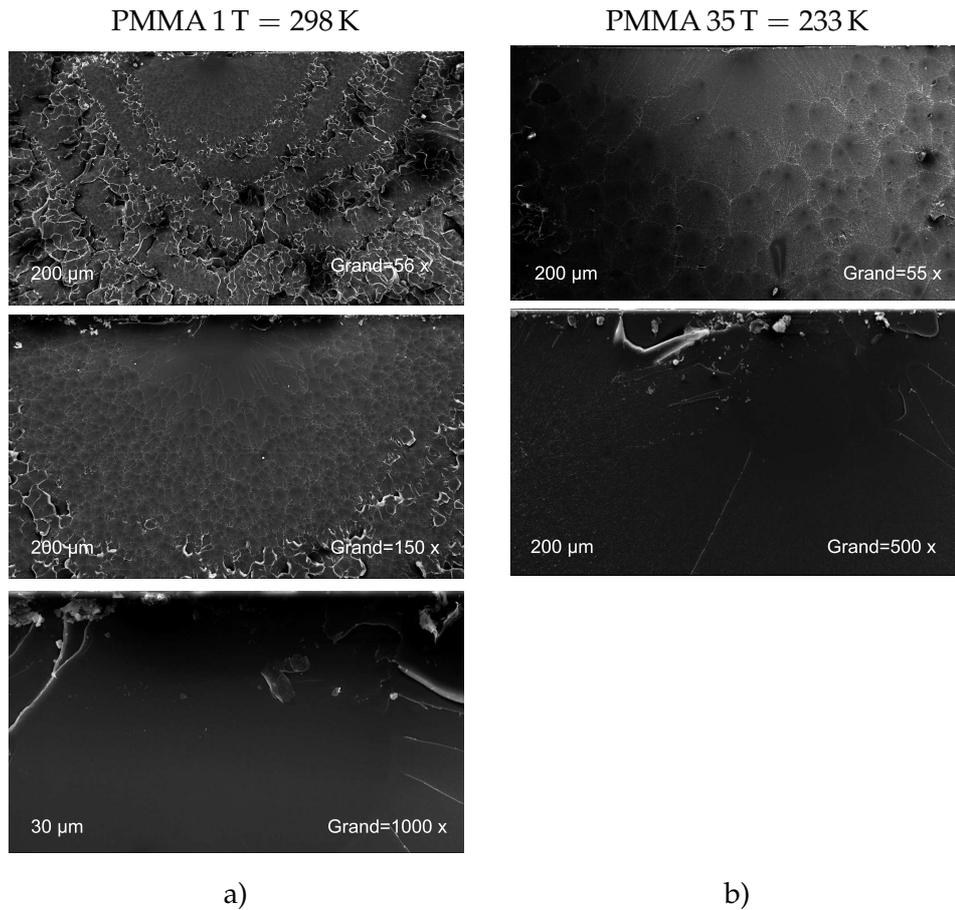


FIG. 5.5 – Observation au MEB des Faciès de rupture des éprouvettes de flexion à différentes échelles, a)  $T = 298\text{ K}$  et b)  $T = 233\text{ K}$

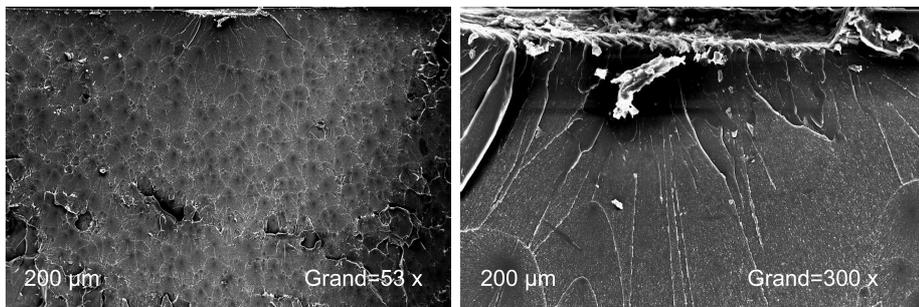


FIG. 5.6 – Observation au MEB des Faciès de rupture des éprouvettes de flexion,  $T = 213\text{ K}$

Rittel et Maigre, 1996; Maigre et Rittel, 1995; Zheng et al., 2003) qui présente un comportement de type fragile selon les conditions d'essai (vitesse de chargement et/ou température) pour une sollicitation en mode I.

Dans les travaux de Gomez et al. (2005) des essais SENB ont été menés sur des éprouvettes en PMMA, permettant de caractériser la rupture. La ténacité a été mesurée sur des éprouvettes entaillées. Trois géométries différentes ont été retenues à cette fin : des éprouvettes dites CT

(Compact Tension Samples), SENB (Single Edge Notched Beams) pour une longueur de fissure ( $a/w = 0.5$ ) et SENB (Single Edge Notched Beams) pour une longueur de fissure ( $a/w = 0.2$ ). Ces essais laissent apparaître une ténacité moyenne  $K_{IC} = 1.7 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ . Cette valeur est légèrement plus élevée que celle mesurée par Saad-Gouider et al. (2006) ( $K_{IC} = 1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  pour  $\dot{K} \leq 110^{-1} \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}/\text{s}$ ), et récemment par Loya et al. (2010) sur le même matériau lors d'un essai SENB ( $K_{IC} = 1.05 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ ) pour un chargement quasi-statique, et d'une part, Loya et al. (2010) ont mesuré la vitesse de propagation de la fissure pour différentes longueurs de fissures ( $a_0 = 2.5, 8, 10 \text{ mm}$ ). Ainsi, les résultats de cette mesure laisse apparaître une décroissance de la vitesse de propagation de fissures à mesure que la longueur de fissure augmente. D'autre part, ces auteurs ont étudié l'effet de la vitesse de chargement sur celle de propagation de fissures. Les résultats de ces essais ne montrent pas clairement cet effet. Dans les travaux de Rittel et Maigre (1996) des essais dynamiques ont été réalisés sur des éprouvettes en PMMA afin de caractériser la ténacité dynamique. Leurs choix s'est porté sur des éprouvettes dites ECC (Eprouvettes de Compression Compactes) pour solliciter une structure fissurée en chargement quasi-statique et dynamique rapide. Ce type d'éprouvette permet d'étudier la rupture en chargement mixte (mode I et II). L'éprouvette est sollicitée par l'intermédiaire de deux barres de Hopkinson placées directement au contact des deux bras de l'éprouvette ECC (Figure 5.7). Un projectile, envoyé à une vitesse de quelques mètres par seconde sur une extrémité de la barre dite d'entrée, génère une onde de compression qui, une fois transmise à l'éprouvette ECC placée à l'autre extrémité met en mouvement ses bras et ouvre la fissure pré-existante. Les résultats issus de ces essais laissent apparaître une ténacité de l'ordre de  $K_{IC} = 2 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  en quasi-statique qui est presque la moitié que celle mesurée pendant les essais dynamiques,  $K_{IC} = 5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ . Ceci confirme que la fissuration influence fortement la réponse des structures minces impactées (*cf. chapitre 2*). Dans ce paragraphe, seul le mode de propagation le plus sévère dans le cas des matériaux isotropes, correspondant à l'ouverture de la fissure dans une direction perpendiculaire à celle de sa propagation a été étudié. Il est communément appelé mode I. Des essais SENB (Single Edge Notched Beam) ont été menés sur des éprouvettes en PMMA afin de mesurer la ténacité du matériau et quantifier sa sensibilité vis-à-vis de la

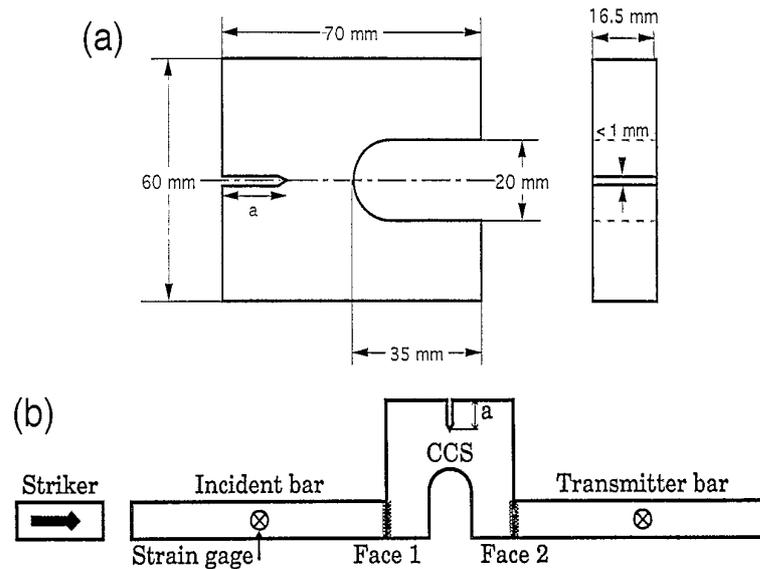


FIG. 5.7 – Essai de rupture dynamique (a) Dimension de l'éprouvette ECC. (b) Schéma de principe de l'essai : source (Rittel et Maigre, 1996).

vitesse de chargement. L'éprouvette «poutre» préfissurée est sollicitée en flexion trois points jusqu'à rupture.

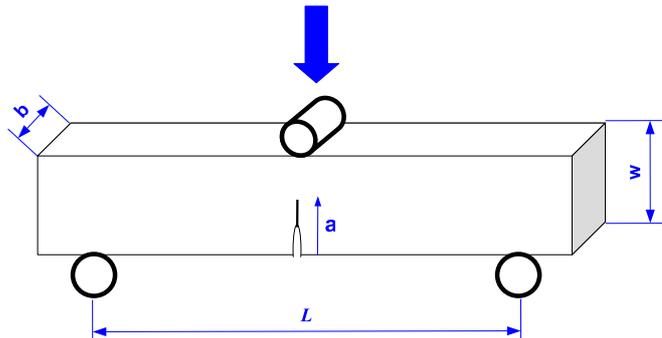


FIG. 5.8 – Taille de l'éprouvette utilisée pendant l'essai SENB

### 5.2.1 Montage de préfissuration

On souhaite mesurer la ténacité du Polyméthacrylate de méthyle (PMMA). Différentes techniques ont été proposées pour préfissurer des éprouvettes SENB de matériaux fragiles (Sglavo et al., 1999). Une méthode couramment utilisée consiste à créer une entaille d'épaisseur de quelques dizaines de micromètres dans une éprouvette «poutre». Cette dernière est sollicitée en flexion trois points. Cette méthode présente l'inconvénient que la force maximale qui correspond à l'amorçage de la fissure est plus directement liée à la concentration de contraintes en pointe d'entaille qu'à la ténacité du matériau testé (Buresch, 1979). Un autre

type d'essai de préfissuration appelé SB (Sandwiched Beam) consiste à solliciter en flexion trois points une poutre entaillée prise en sandwich entre deux poutres. Ce type de montage a été utilisé par différents auteurs (Marshall et al., 1991; Pancheri et al., 1998; Sglavo et al., 1999; Forquin et al., 2004). Il permet de développer une fissure stable dans l'éprouvette. Dans le cadre de ce travail le même type de montage a été utilisé mais il n'a pas été retenu car la fissure se développe de manière instable. Un chargement cyclique a été appliquée sur des éprouvettes en PMMA entaillées dans le but de créer une pré-fissure stable (Figure 5.9). Ce type de chargement (chargement cyclique) est arrêté lorsque la pré-fissure a atteint la taille requise ( $a/w \simeq 0.5$ ). Une fois cette fissure créée, on sollicite notre éprouvette en flexion trois points jusqu'à rupture afin de déterminer la ténacité de notre matériau.

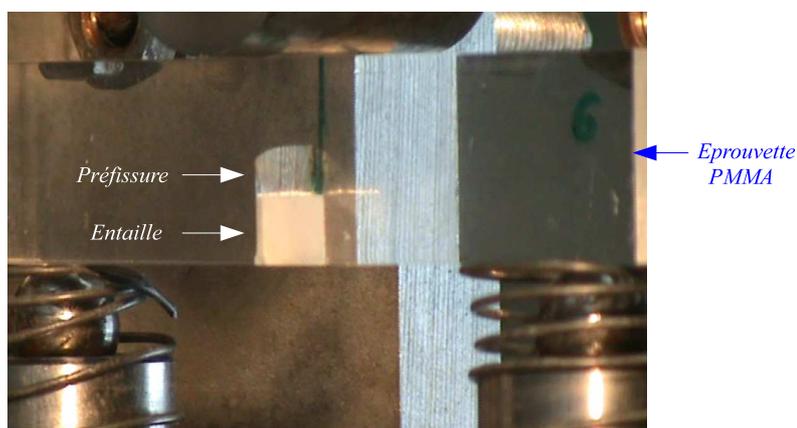


FIG. 5.9 – Préfissuration d'une éprouvette en PMMA par un essai de fatigue

### 5.2.2 Essais de rupture

Les éprouvettes poutres de dimensions  $15 \times 15 \times 80 \text{ mm}^3$  (Figure 5.8) ont été préfissurées sur environ 3 mm. La fissure se développe dans le plan central de l'éprouvette pour une force largement inférieure à celle d'un essai de flexion sans entaille. Les courbes force-déplacement des éprouvettes préfissurées pour chaque condition d'essai sont reportées sur la figure 5.10. Nous distinguons un domaine linéaire jusqu'à une force maximale et une chute brutale de la force puis un comportement adoucissant correspondant à la propagation de la fissure. Au cours de l'essai, la propagation de la fissure a été observée à l'aide d'une caméra numérique. De plus les faciès ont permis de retrouver sans difficulté la zone correspond à la préfissure comme le montre la figure 5.12. La longueur de fissure étant mesurée d'après les images post-

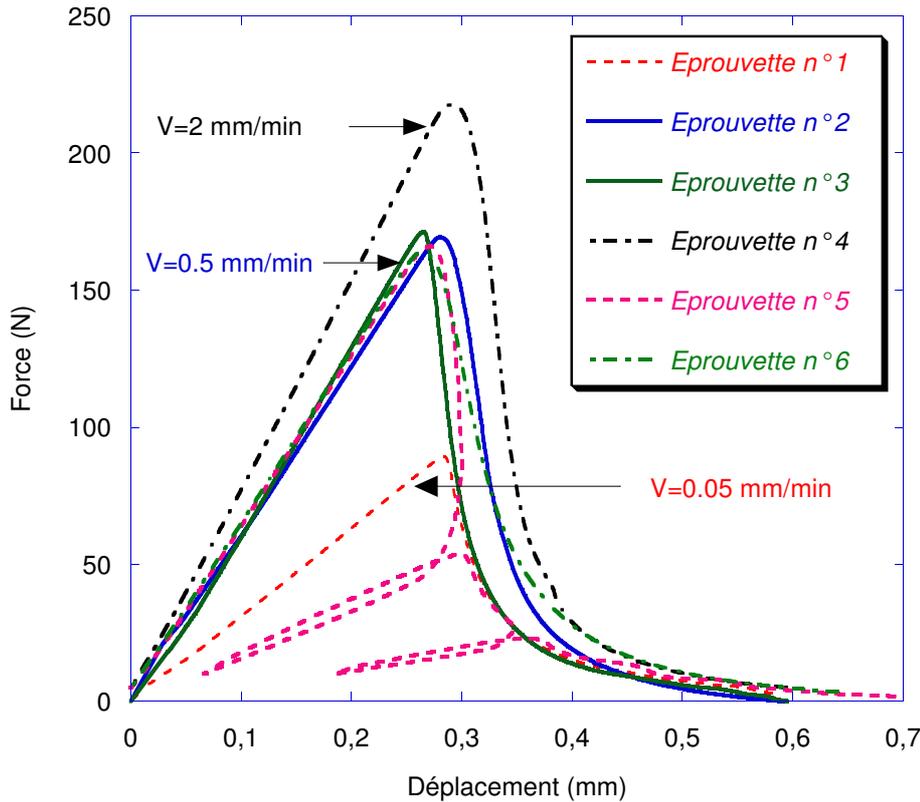


FIG. 5.10 – Courbe de chargement d'éprouvette en PMMA à partir de l'essai SENB

mortem, on en déduit le facteur d'intensité des contraintes (f.i.c) critique  $K_{IC}$  à partir de la charge maximale et de la formule analytique ( $L/w = 4$ ) (Sglavo et al., 1999).

$$K_I = \left(\frac{FL}{bw^{1.5}}\right) f(\alpha), \quad f(\alpha) = 1.5 \frac{\alpha^{0.5} [1.99 - \alpha(1 - \alpha)(2.15 - 3.93\alpha + 2.7\alpha^2)]}{(1 + 2\alpha)(1 - \alpha)^{1.5}} \quad (5.5)$$

Le faciès de rupture dévoile une surface de préfissuration claire alors que la surface de propagation instable de la fissure associée à l'essai SENB apparaît plus sombre. (figure 5.11).

Dans un premier temps, ces essais nous permettent de montrer que la ténacité du matériau est quasi-constante au cours de l'essai. La figure 5.14-a représente l'évolution de la ténacité en fonction de la longueur de fissure. Dans un second temps, ces essais montrent une dépendance de la vitesse de chargement sur la ténacité du PMMA. Les résultats de cet effet sont reportés sur la figure 5.13 qui montre l'évolution du facteur d'intensité critique  $K_{IC}$  en fonction de la vitesse logarithmique. En effet nous constatons que la ténacité du PMMA augmente avec l'augmentation de la vitesse, elle passe de  $1.1 \text{ MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$  pour une vitesse de  $5 \cdot 10^{-2} \text{ mm/min}$  (soit  $\dot{K} = 7.24 \cdot 10^{-3} \text{ MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}/\text{s}$ ) à  $1.38 \text{ MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$  pour une vitesse de  $2 \text{ mm/min}$  (soit  $\dot{K} = 1.58 \cdot 10^{-1} \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}/\text{s}$ ). Ces résultats sont cohérents avec ceux trouvés par

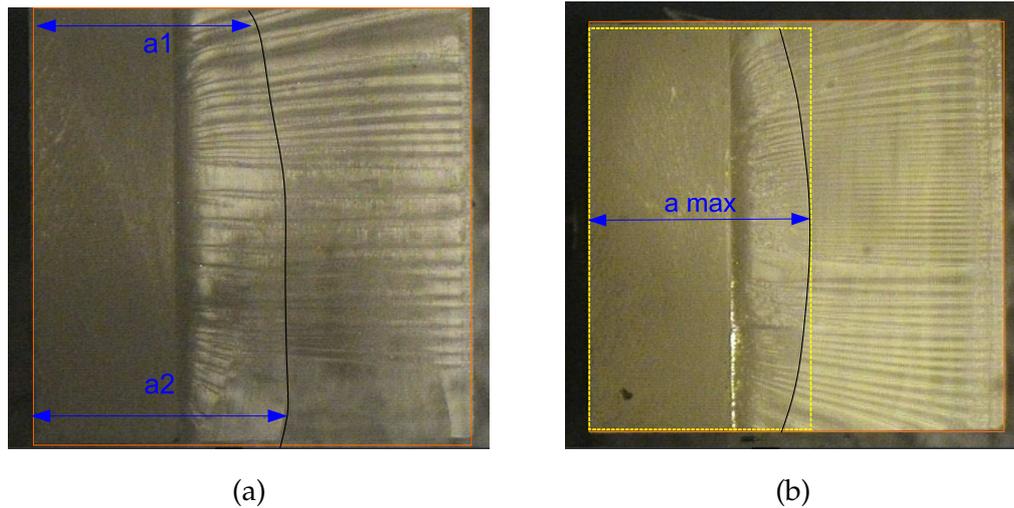


FIG. 5.11 – Procédure de mesure de la fissure amorcée par fatigue dans les deux cas (a) dissymétrique et (b) longueur maximale au cœur de l'épaisseur de l'échantillon

Saad-Gouider et al. (2006) Ces essais nous permettent de montrer que la ténacité du matériau est quasi-constante au cours de l'essai. La figure 5.14-a représente l'évolution de la ténacité en fonction de la longueur de fissure. Dans un second temps, une éprouvette a fait l'objet d'un suivi de fissure à l'aide d'une caméra dont le but de comparer la force délivrée par la machine et celle théorique donnée par la mécanique linéaire de la rupture tout en supposant une propagation de fissure à ténacité constante  $K_{IC} = 1.22 \text{ MPa m}^{1/2}$  (figure 5.14-b). On constate que les deux courbes ont la même pente.

## 5.3 ESSAI DE TORSION

L'essai de torsion a été développé initialement pour l'analyse du comportement des métaux sous cisaillement et à forte déformation, tout en permettant d'éviter les phénomènes d'instabilité (striction) (White et Bronkhorst, 1990). Dans cet essai, la déformation d'une éprouvette tubulaire est imposée par la rotation d'une de ses extrémités.

### 5.3.1 Simulation numérique de l'essai

Un calcul élastique a été conduit à l'aide du code de calcul aux éléments finis /Abaqus-Explicit. Cette simulation a pour objectif de vérifier la distribution de l'état des contraintes dans l'éprouvette. Le comportement est supposé élastique (module d'Young  $E = 3.3 \text{ GPa}$ , coef-

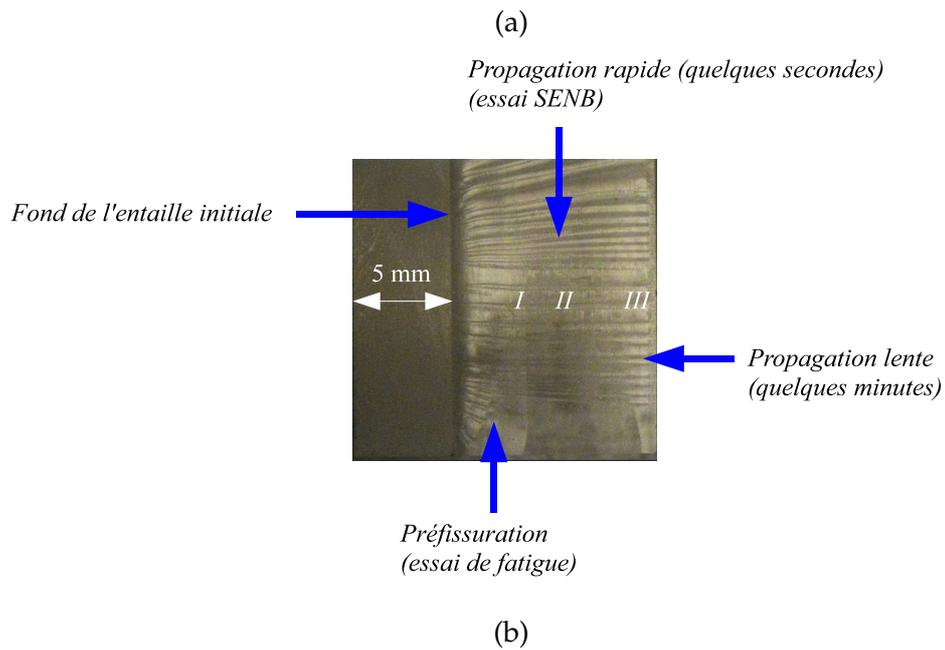
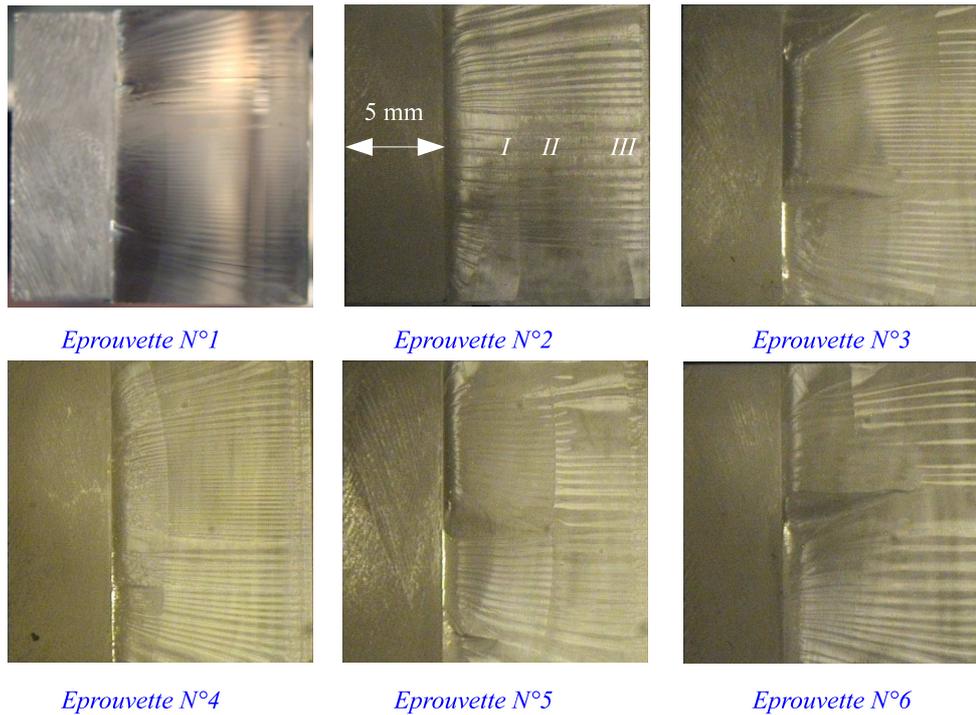
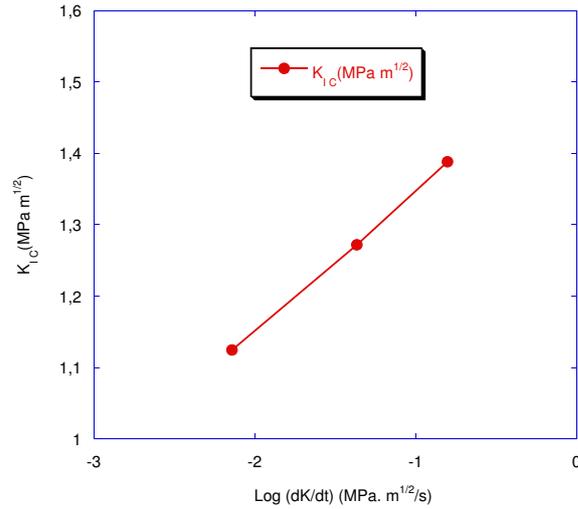
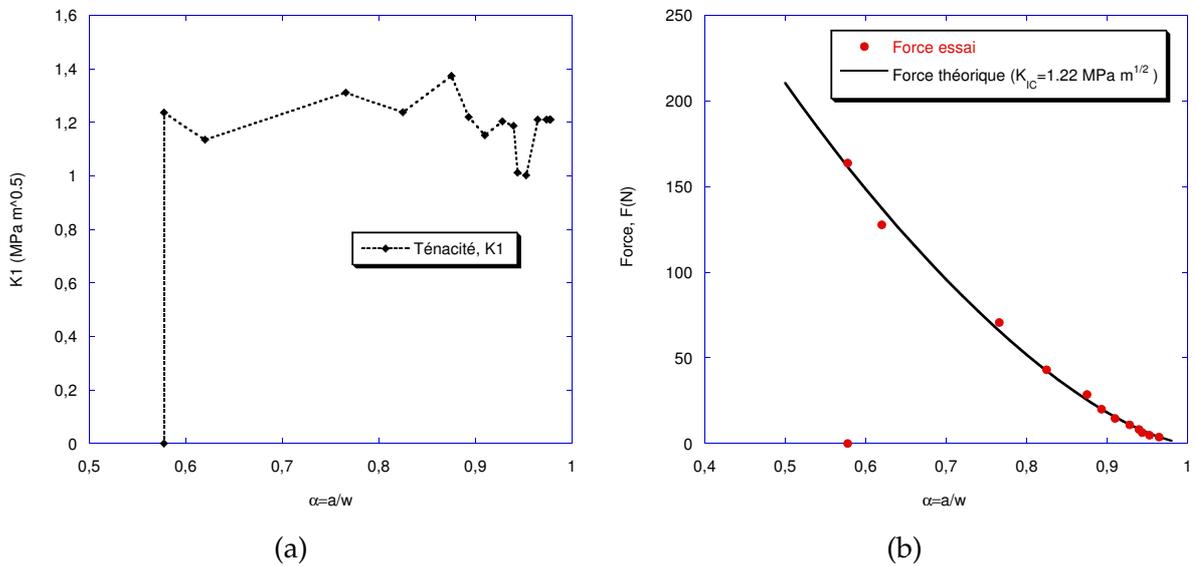


FIG. 5.12 – (a) Faciès de rupture des éprouvettes en PMMA, (b) Schéma descriptif des différents stades de propagation

ficient de poisson  $\nu = 0.34$ ). Pour le maillage de la structure, nous avons utilisé des éléments quadratiques de type C3D8R. La taille de l'élément est de  $0.15 \text{ mm}$  dans l'épaisseur. Une extrémité est encadrée et sur l'autre on impose une vitesse de rotation  $\omega = 0.5 \text{ rad/s}$ .

L'éprouvette tubulaire a pour dimensions :  $r_{int} = 7 \text{ mm}$ ,  $r_{ext} = 8.5 \text{ mm}$  et  $R_{ext} = 14 \text{ mm}$  qui

FIG. 5.13 – Evolution de  $K_{IC}$  en fonction de la vitesse de chargementFIG. 5.14 – (a) Evolution de la ténacité en fonction de la longueur de fissure et (b) Comparaison entre la force théorique pour une ténacité  $K_{IC} = 1.22 \text{ MPa m}^{1/2}$  et celle de l'essai.

correspondent respectivement aux rayons intérieur, extérieur et extérieur sur les extrémités. La hauteur utile est égale à 4 mm avec un rayon de courbure de 1 mm au niveau des raccordement. Les résultats de cette simulation montre que les champs de la contrainte de cisaillement  $\tau_{12}$  et de la première contrainte principale  $\sigma_I$  sont égaux et homogènes dans la la partie utile  $h_{\text{utile}} = 4 \text{ mm}$  (figure 5.18). En revanche sur les rayons de raccordement on observe des concentrations de contraintes et la contrainte de cisaillement  $\tau_{12}$  est inférieure à celle principale. On peut supposer que la rupture s'enclenche au niveau des rayons de raccordement. La contrainte de cisaillement est indépendant de l'angle  $\theta$  et homogène sur la hauteur utile (figure 5.17).

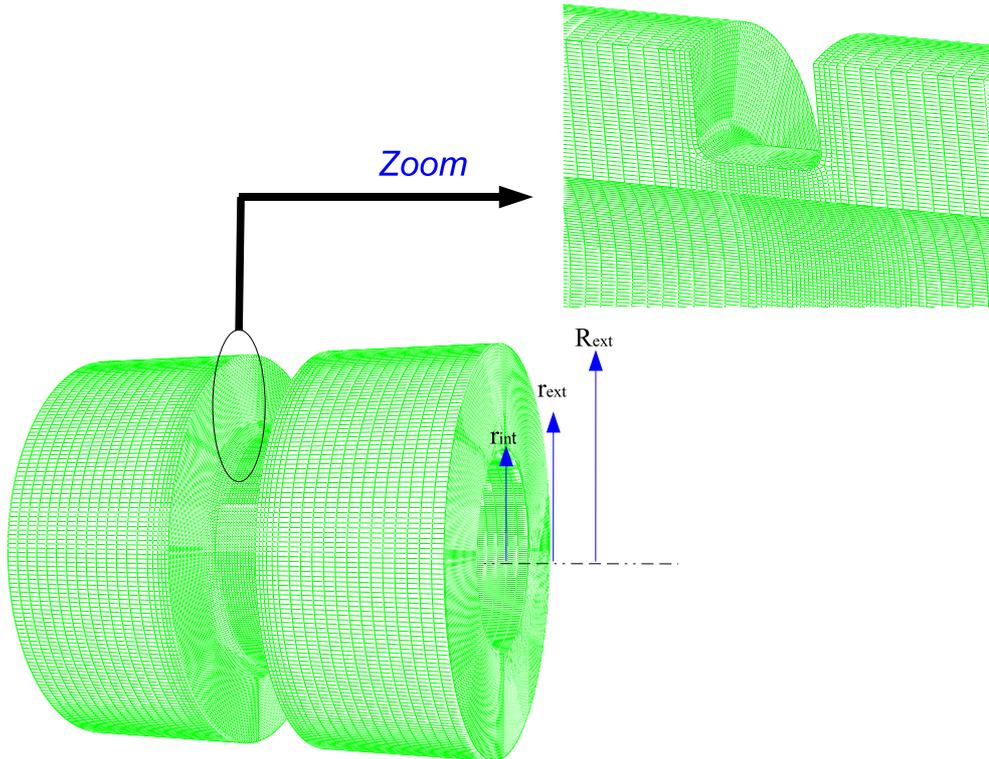


FIG. 5.15 – Maillage du corps de l'éprouvette

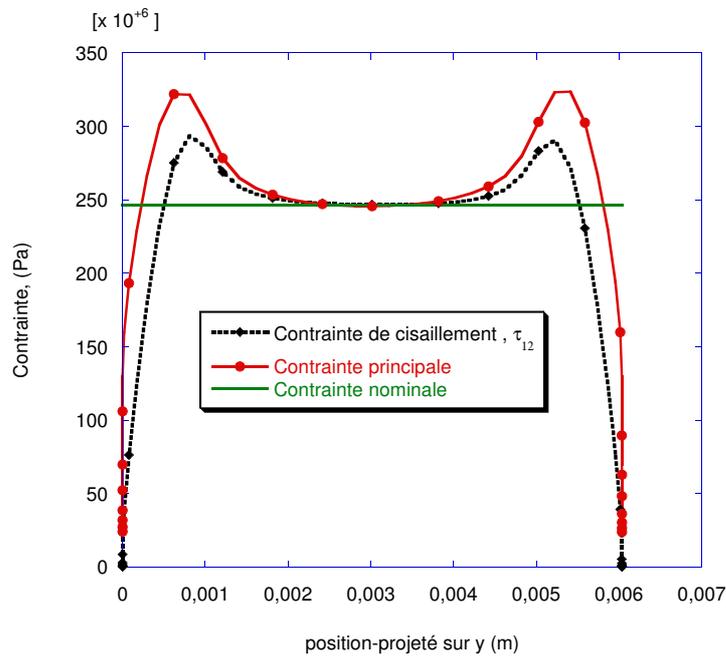


FIG. 5.16 – distribution des champs de contraintes obtenus par simulation numérique

Analytiquement, pour  $r$ ,  $\theta$  et  $h$  donnés on calcule la déformation  $\gamma$  selon

$$\gamma = \frac{r_{ext} \cdot \theta}{h_{utile}} \quad (5.6)$$

Rappelons que la structure étudiée est un tube mince, ainsi en première approximation nous

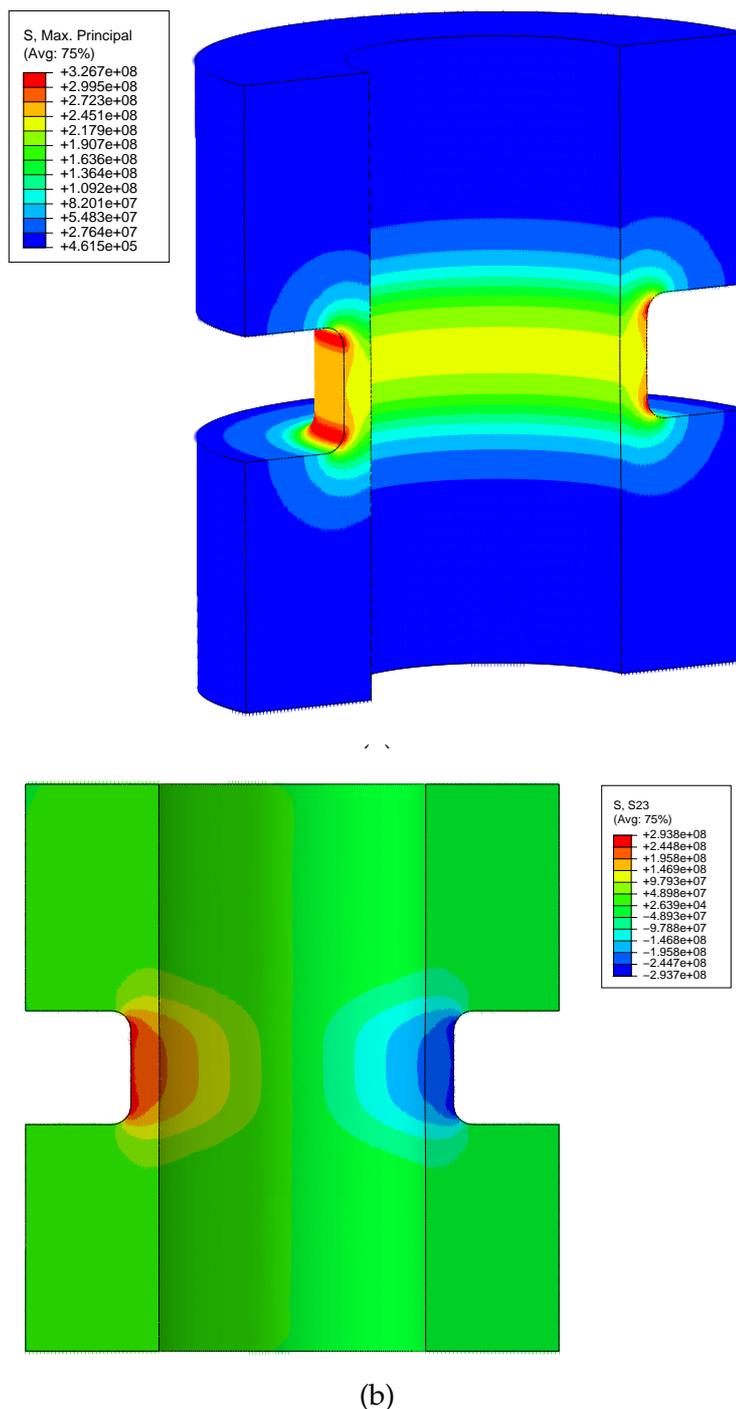


FIG. 5.17 – Champs de contrainte (a) contrainte maximale principale, (b) contrainte de cisaillement

pouvons négliger la variation de la contrainte et de la déformation dans l'épaisseur. Cet essai permet donc de réaliser de fait une sollicitation en cisaillement simple. À partir de la simulation numérique on retrouve la déformation  $\varepsilon_{12}$  puis on la compare avec celle nominale. On constate que le champ de déformation n'est pas homogène sur la partie utile (Figure 5.18). Il est nécessaire de calculer la bonne valeur de la hauteur utile ( $h_{utile}$ ). Dans un premier temps,

on détermine l'angle de torsion par unité de longueur  $\theta$ , puis on procède au calcul de la déformation  $\gamma$  donné par l'équation (5.6). Ensuite, on peut déduire la déformation équivalente  $\varepsilon_{12}$  à partir du calcul de la déformation en cisaillement  $\gamma$  trouver numériquement par la relation  $\gamma = 2 \cdot \varepsilon_{12}$ . Ceci nous permet de procéder au calcul de la nouvelle hauteur  $h_{utile}$  pour une déformation  $\varepsilon_{12} = 0.2$ . La valeur trouvée est égale à  $h = 4.28$  mm, cette valeur sera utilisée pour le redépouillement des essais expérimentaux. La contrainte de cisaillement nominale  $\tau$  est obtenue à partir de la mesure du couple selon :

$$\tau = \frac{r \cdot M_t}{I_0} \quad (5.7)$$

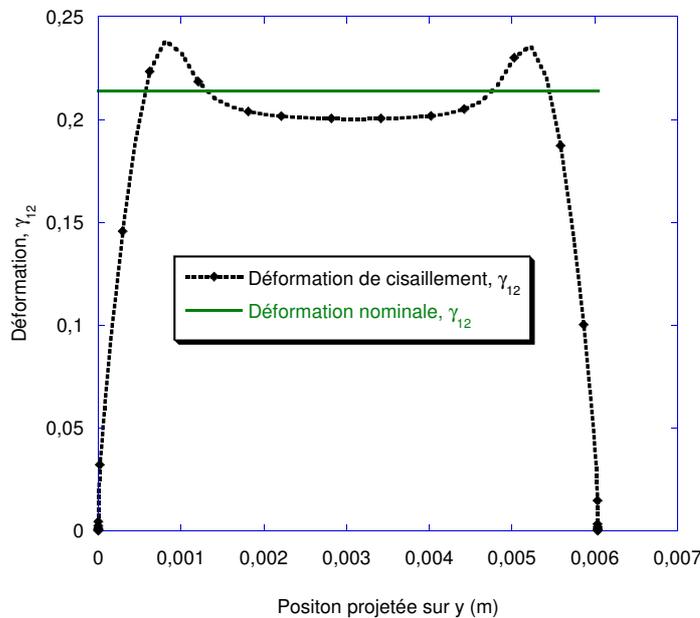


FIG. 5.18 – Evolution de la déformation  $\gamma_{12}$  et la déformation nominale le long de la hauteur utile

### 5.3.2 Géométrie des éprouvettes

L'essai de torsion peut se pratiquer sur des éprouvettes pleines. Toutefois, dans ce cas, les déformations sont fortement hétérogènes et augmentent du centre vers la périphérie de l'éprouvette. Cette hétérogénéité rend difficile la conversion des grandeurs macroscopiques (couples, angle) en grandeurs microscopiques (contrainte et déformation). Des méthodes classiques de dépouillement évoquées par [Fields et Backofen \(1979\)](#) et [Canova et al. \(1982\)](#) permettent d'obtenir ces résultats, mais celles-ci ne sont valables qu'à la surface de l'éprou-

vette. C'est pourquoi nous choisissons dans le cadre de cette étude de travailler sur tubes minces. Notons que la faible épaisseur devant le rayon permet de considérer les états de contrainte et de déformation indépendants de la composante radiale (White et Bronkhorst, 1990).

### 5.3.3 Conditions opératoires

Nous avons choisi d'utiliser des éprouvettes sous formes des tubes minces d'extrémités à section carrée. Un montage a également été conçu et développé spécialement permettant de servir ces éprouvettes comme le montre la figure 5.19. Chaque partie du montage est équipée de quatre paires de vis assurant la fixation de l'éprouvette. La géométrie et les dimensions retenues pour ces éprouvettes sont données sur la figure 5.20. Les essais ont été réalisés à température ambiante. Nous avons choisi des vitesses de rotation ( $\omega = 0.1 \text{ rad/s}$  et  $\omega = 0.5 \text{ rad/s}$ ) permettant une comparaison avec les essais de compression. On peut ainsi remonter



FIG. 5.19 – Montage de l'essai de torsion

à partir de la mesure du couple de torsion aux courbes représentant l'évolution de la contrainte de cisaillement  $\tau$  en fonction de la déformation  $\gamma$ .

### 5.3.4 Résultats expérimentaux de l'essai de torsion

Les résultats obtenues à partir de l'essai de torsion sont montrés sur les courbes de la figure 5.21. Nous constatons, qu'à vitesse de déformation  $\dot{\gamma} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  la contrainte seuil d'écoulement  $\tau_y$  atteint 62 MPa pour une déformation égale à 0.18. Pour la même déformation et à

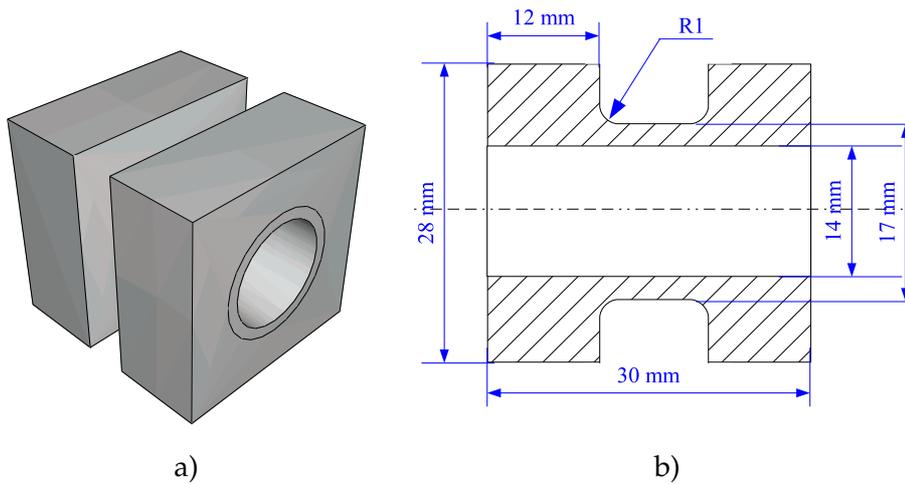


FIG. 5.20 – Dimensions de l'éprouvette de torsion

une vitesse de déformation égale à  $\dot{\gamma} = 1.2 \cdot 10^{-1} \text{ s}^{-1}$  cette contrainte seuil passe à 68 MPa. Cette légère différence s'explique par la sensibilité du PMMA à la vitesse de déformation. Après le pic on observe une chute de contrainte brutale. Le matériau présente un comportement quasi-élastique fragile.

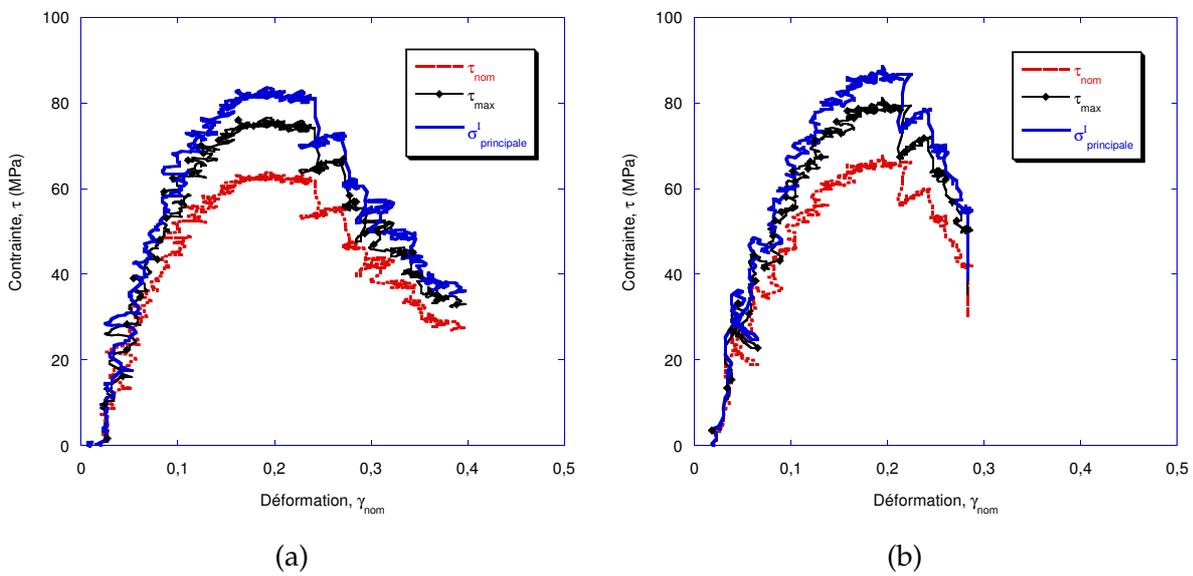


FIG. 5.21 – Courbe contrainte-déformation d'un essai de torsion sur le PMMA à température ambiante, a)  $\dot{\gamma} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  et b)  $\dot{\gamma} = 1.2 \cdot 10^{-1} \text{ s}^{-1}$

### 5.3.5 Comparaison du comportement du PMMA en compression et en torsion

Afin de comparer les résultats expérimentaux obtenus en torsion avec ceux obtenus en compression uniaxiale, en compression quasi-oedométrique et en flexion, nous avons converti ces résultats en utilisant le critère de Mises. Ainsi, les contraintes, les déformations et les vitesses de déformation seront écrites :

$$\begin{aligned}\sigma_{Mises} &= \tau \sqrt{3} \\ \varepsilon_{Mises} &= \frac{\gamma}{\sqrt{3}} \\ \dot{\varepsilon} &= \frac{\dot{\gamma}}{\sqrt{3}}\end{aligned}\quad (5.8)$$

La figure 5.22 présente le résultat issu de cette conversion pour des essais réalisés à température ambiante. Nous constatons que l'influence du chemin de chargement sur la contrainte d'écoulement est très nette. En effet lors de l'essai de compression le PMMA présente un comportement viscoélastique non linéaire pour les petites déformations, un domaine viscoplastique au delà d'un seuil d'écoulement plastique  $\sigma_y$  caractérisé par un adoucissement, et un troisième domaine de consolidation aux grandes déformation (durcissement). Pendant l'essai de compression quasi-oedométrique, le PMMA présente un comportement élastique parfaitement plastique avec une résistance qui varie de 130 MPa pour une vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  jusqu'à 160 MPa pour une vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  avant rupture brutale. Les essais de torsion et de flexion sur le PMMA présente un comportement similaire de celui de compression simple jusqu'au seuil d'écoulement pour une vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ . Ensuite on observe une chute de contrainte jusqu'à rupture. On remarque également que la déformation  $\varepsilon_y$  qui correspond à la contrainte seuil  $\sigma_y$  varie peu pour chaque type d'essai.

L'ensemble de ces essais confirment une forte sensibilité de la réponse mécanique du PMMA à la vitesse de déformation et de la température. D'autre part ces essais laissent apparaître que le type de chargement influence fortement la nature du comportement du PMMA. Ainsi le PMMA présente un comportement ductile lors de l'essai de compression uniaxiale, élastique parfaitement plastique sous confinement avant rupture et fragile pendant l'essai de torsion et également en flexion.

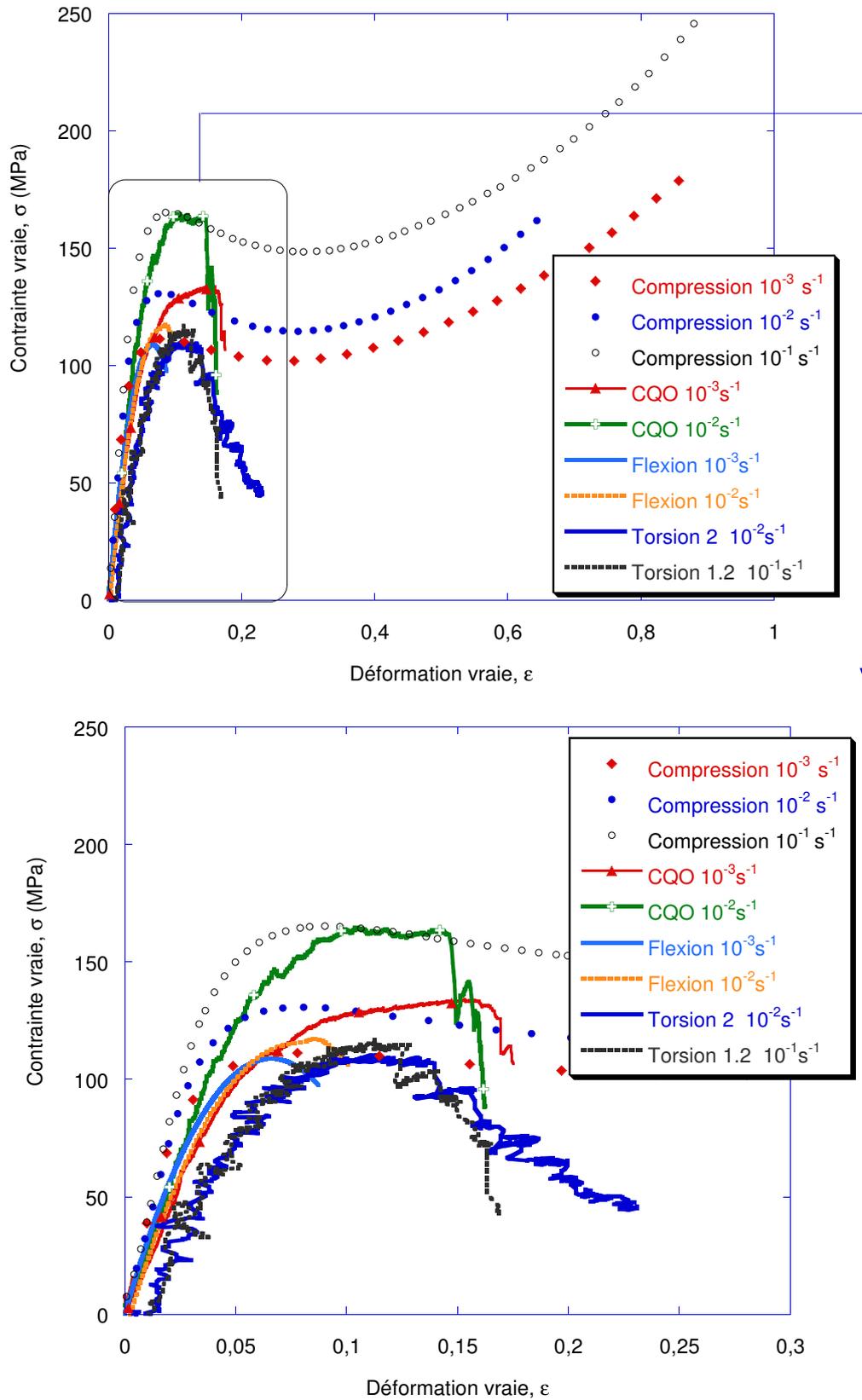


FIG. 5.22 – Comparaison des résultats de compression, de flexion à ceux du torsion modifiés par le critère de Von Mises

## CONCLUSION DU CHAPITRE

Dans le cadre de ce travail, des essais de flexion trois points et de torsion ont été menés sur des éprouvettes de polyméthacrylate de méthyle (PMMA). Des essais de flexion trois points ont été menés sur des éprouvettes non entaillées. Ces essais laissent apparaître une rupture fragile. D'autre part, la contrainte moyenne à rupture diminue lorsque la température de l'essai augmente. Afin d'étudier la ténacité du PMMA des essais de pré-fissuration ont été menés sur des éprouvettes pré-entaillées. Cette pré-fissuration est obtenue par un essai de fatigue dont le but de créer une fissure stable. Ensuite, on sollicite l'éprouvette à travers l'essai SENB jusqu'à rupture. Ces essais nous ont montré que la ténacité du matériau augmente avec l'augmentation de la vitesse de chargement.

Un calcul par EF a été conduit pour simuler l'essai de torsion. Cette simulation a permis de vérifier l'état de contrainte et de préciser la méthode de dépouillement. Les essais de torsion montre un comportement de type fragile. Une étude comparative a été menée à partir des résultats expérimentaux obtenus pour les différents types d'essais. Cette comparaison laisse apparaître que le type de chargement influence le comportement du matériau : Le PMMA présente un comportement ductile lors de l'essai de compression uniaxiale, élastique parfaitement plastique avant rupture sous confinement et fragile pendant l'essai de torsion et également en flexion.



# PROPOSITION D'UNE MODÉLISATION ET SYNTHÈSE DES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

# 6

## SOMMAIRE

6.1	RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX ET MODÈLE DE G'SELL ET JONNAS,79	147
6.1.1	Présentation du Modèle	147
6.1.2	Identification des paramètres de la loi de comportement	147
6.1.3	Résultats obtenus par le modèle	148
6.2	RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX ET MODÈLE DE RICHTON ET AL.,06	151
6.3	PROPOSITION D'UNE LOI DE COMPORTEMENT	153
6.3.1	Identification des paramètres de la loi de comportement	154
6.3.2	Comparaison entre les essais-CQS et le modèle	155
6.3.3	Comparaison entre les essais-CDynamique et le modèle	162
6.3.4	Comparaison entre les essais de CQO-QS et le modèle	162
	CONCLUSION	164

**L**A compréhension ainsi que la modélisation de la déformation et de l'endommagement des polymères amorphes sous sollicitations rapides restent encore un défi à l'heure actuelle. À la lumière des résultats expérimentaux et numériques présentés dans les chapitres précédents nous proposons une loi de comportement qui permet de reproduire toutes les phases de déformation (élastique, plastique et durcissement) dans une gamme de vitesses de déformation variant de  $\dot{\epsilon} = 10^{-3} s^{-1}$  à  $\dot{\epsilon} = 10^{+3} s^{-1}$  et sur une gamme de températures allant  $T = 213 K$  à  $T = 323 K$ . Nous présentons d'abord quelques lois de comportement disponibles dans la littérature. Ensuite, nous les confrontons aux résultats expérimentaux des essais de compression quasi-statiques et dynamiques vus dans le chapitre III.



## 6.1 COMPARAISON ENTRE LES DONNÉES EXPÉRIMENTALES ET LE MODÈLE DE G'SELL ET JONNAS,79

### 6.1.1 Présentation du Modèle

L'utilisation d'une loi phénoménologique reste encore une solution au problème de la prédiction du comportement des polymères. Plusieurs modèles ont été proposés dans la littérature dans le but de prédire le mieux le comportement des polymères. Citons à titre d'exemple la loi de comportement proposée par G'sell et Jonas (1979) pour laquelle la contrainte dépend de la déformation, de la vitesse et de la température. Cette loi a été utilisée avec succès pour caractériser le comportement des polymères selon différents modes de chargement simples (Traction, compression) (G'sell et Jonas, 1981b). À l'origine cette loi est donnée sous la forme suivante :

$$\sigma = K_p(1 - \exp(-w\varepsilon))(1 + c \exp(-b\varepsilon))(1 + h\varepsilon) \dot{\varepsilon}^m \quad (6.1)$$

où  $K_p = K \exp\left(\frac{a}{T}\right)$ , avec  $K$  un facteur d'échelle. Le terme  $1 - \exp(-w\varepsilon)$  décrit le comportement viscoélastique, tandis que  $1 + c \exp(-b\varepsilon)$  présente un éventuel crochet de traction.  $1 + h\varepsilon$  décrit quant à lui le durcissement progressif aux grandes déformations. Finalement, la sensibilité à la vitesse est exprimée en terme de puissance sous la forme de  $\dot{\varepsilon}^m$ ,  $m$  étant la sensibilité logarithmique à la vitesse de déformation.

### 6.1.2 Identification des paramètres de la loi de comportement

Dans cette partie on calcule les coefficients inconnus intervenant dans celui-ci permettant d'aboutir à la meilleure représentation possible des essais. Ce modèle fait intervenir six paramètres indépendants. Pour les identifier, nous utilisons la procédure numérique par la méthode des moindres carrés. Celle-ci consiste à réduire l'écart pouvant exister entre le résultat de la modélisation  $\sigma_j^{th}$  et les résultats de l'expérience des essais de compression  $\sigma_j^{exp}$ . Cet écart

est appelé fonction écart type moyen, donné par la relation

$$E_r = \frac{\left( \sum_{j=1}^N [\sigma_j^{th} - \sigma_j^{exp}] \right)^{1/2}}{N} \quad (6.2)$$

où  $N$  est le nombre de points expérimentaux. Rappelons que  $K$  est un coefficient identifié à 273 K. Pour trouver ce coefficient, nous avons utilisé les résultats expérimentaux des essais de compression quasi-statique présentés dans le chapitre III. Ces résultats sont indiqués sur la figure 6.1 donnant la contrainte seuil en fonction de la température pour une vitesse de  $\dot{\epsilon} = 10^{-3} s^{-1}$ . La valeur de  $K$  vaut 152.79 MPa. En outre, comme le paramètre  $m$  est le coef-

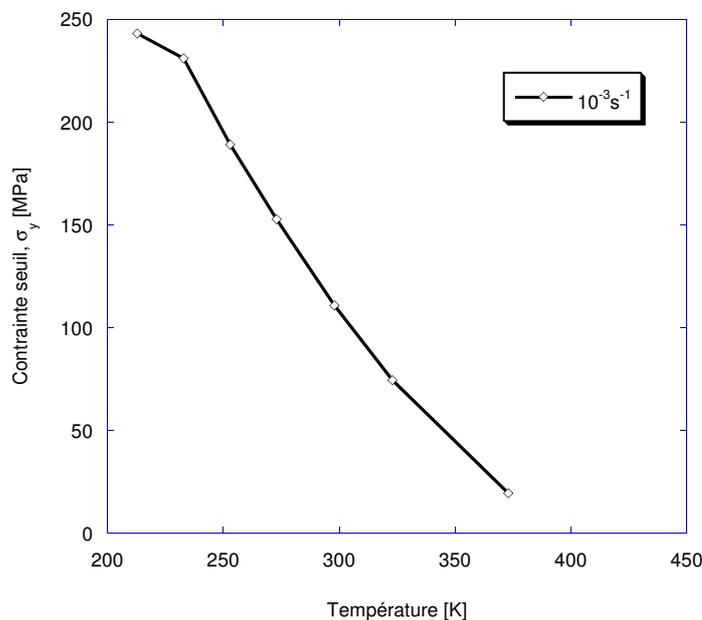
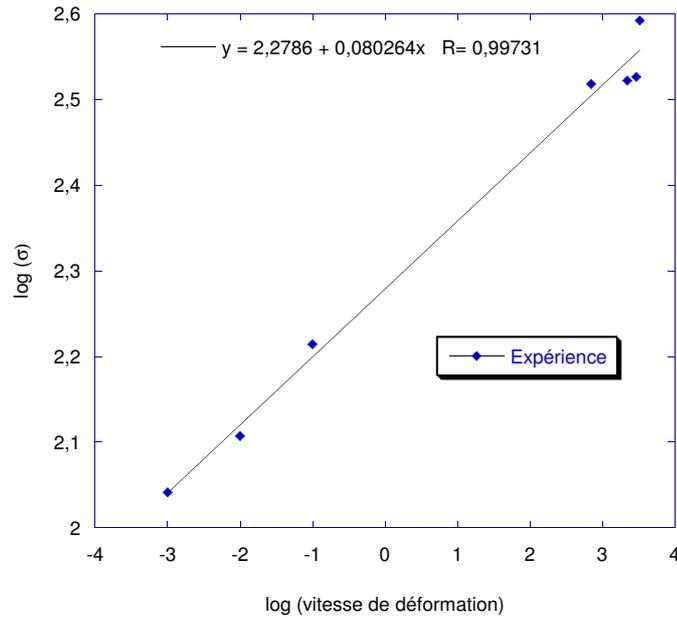


FIG. 6.1 – Evolution de la contrainte seuil en fonction de la température

ficient de sensibilité à la vitesse de déformation, il est déterminé à partir de la figure 6.2, il désigne la pente de la droite sur cette figure. Finalement, les valeurs des paramètres ajustant les prévisions du modèle aux résultats des essais de compression sont regroupées dans le tableau .

### 6.1.3 Résultats obtenus par le modèle

Les résultats trouvés après cette identification sont présentés sur la figure 6.4 donnant les courbes contrainte vraie-déformation vraie à une température  $T = 298 K$ . Les courbes montrent une bonne corrélation entre les résultats expérimentaux et ceux issus de la modélisation. En effet, cette loi permet de reproduire toutes les phases de déformation (élastique,

FIG. 6.2 – Détermination du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$ 

Paramètres	Valeurs	Unités
$K$	152.79	MPa
$a$	-170	-
$w$	14.393	-
$c$	5.714	-
$b$	13.97	-
$h$	2.7975	-
$m$	0.08	-

TAB. 6.1 – Valeurs identifiées des paramètres intervenant dans la loi de comportement de G'sell et Jonas (1979)

plastique, adoucissement et durcissement) dans une gamme de vitesse de déformation variant de  $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  à  $\dot{\epsilon} = 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ . Cependant, il présente une faiblesse dès que la vitesse de déformation devient importante. D'autre part, une comparaison a été menée pour une vitesse de déformation constante  $\dot{\epsilon} = 10^{-1} \text{ s}^{-1}$  et différentes températures. Les résultats de cette comparaison montrent que loi de comportement présente aussi une faiblesse pour les basses température (figure 6.4). Achor Zyad (1999), a apporté une modification de la loi de G'sell et Jonas (1979) cité auparavant. Cette modification semble importante, elle touche notamment la dépendance du coefficient  $K_p$  vis-à-vis de la température. Dans son travail, Achor Zyad (1999) a émis l'hypothèse sur le fait que la limite élastique tend rapidement vers zéro lorsque la température d'essai tend vers celle de transition vitreuse  $T_g$ , ce qui n'est pas le cas dans l'expression de la loi de comportement présentée dans l'équation 6.1. Ainsi, la nouvelle expression de  $K_p$

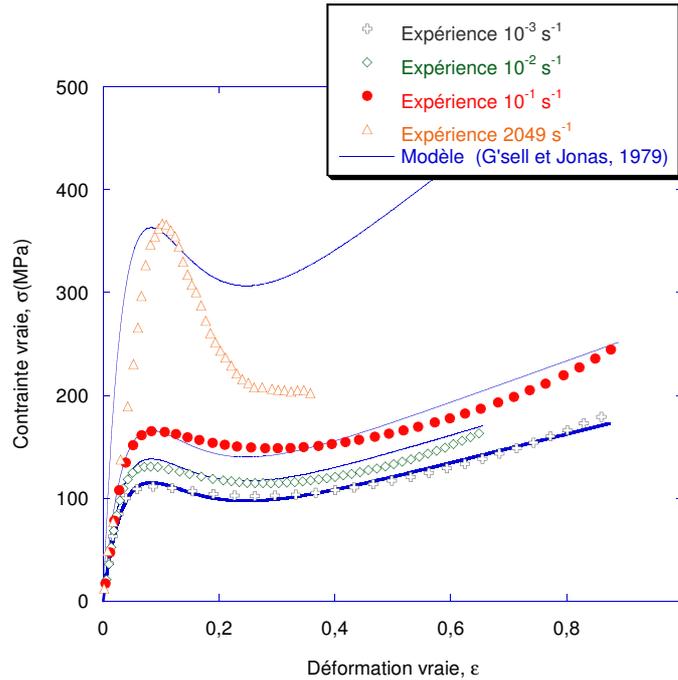


FIG. 6.3 – Comparaison entre les résultats du modèle de G'sell et Jonas (1979) et les données expérimentales à une température  $T = 298 \text{ K}$  et des vitesses de déformation variant de  $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  à  $\dot{\epsilon} = 2049 \text{ s}^{-1}$

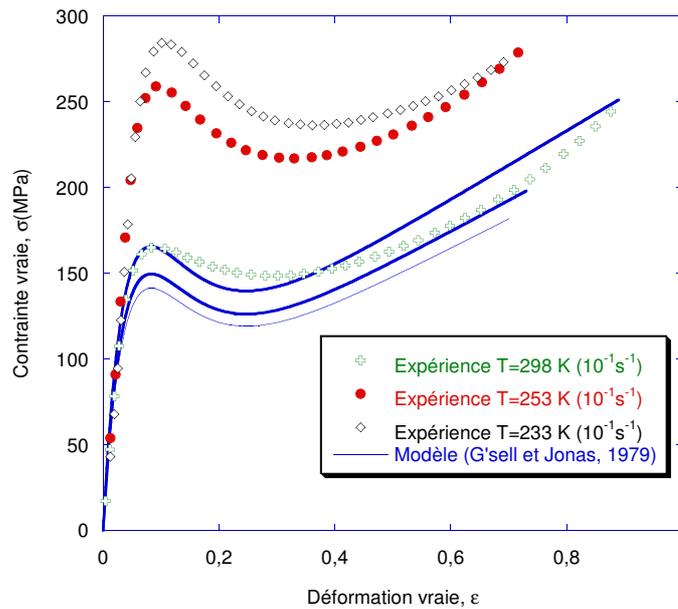


FIG. 6.4 – Comparaison entre les résultats du modèle de G'sell et Jonas (1979) et les données expérimentales à une vitesse de déformation  $\dot{\epsilon} = 10^{-1} \text{ s}^{-1}$  et pour des températures  $T = 298 \text{ K}$ ,  $T = 253 \text{ K}$  et  $T = 233 \text{ K}$

sera donnée par la forme suivante :

$$K_p = K_0 \left(1 - \frac{T}{T_N}\right) \left[1 - \tanh\left(\theta^* \left(\frac{T}{T^*} - 1\right)\right)\right] \quad (6.3)$$

où  $T_N$  est la température de normalisation ( $T_N = T_g + 100$ ),  $\theta^* = \zeta\left(\frac{T}{T^*}\right)$  et  $T^*$  est la température caractéristique correspond à la température à partir de laquelle la courbe de la limite élastique en fonction de la température change de pente. Une expression a également été proposée par

le même auteur pour le coefficient de sensibilité logarithmique à la vitesse de déformation  $m$ , cette dernière est donnée sous la forme suivante :

$$m(\dot{\varepsilon}) = m_0(1 + m_1 \tanh(m_2 \text{Log}(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_c}))) \quad (6.4)$$

Pour mettre en évidence la sensibilité à la vitesse de déformation, [Achor Zyad \(1999\)](#) a proposé une expression pour le paramètre  $h$  qui dépend nettement de la vitesse de déformation. L'expression proposée peut être décrite comme suit :

$$h = h_0 \left( \frac{\dot{\varepsilon}_{\min}}{\dot{\varepsilon}} \right)^{h_1} \quad (6.5)$$

Dans le cadre de son travail, cette nouvelle loi a été comparée avec les résultats expérimentaux issus des essais de cisaillement sur des éprouvettes en PC. Les résultats laissent apparaître une bonne corrélation entre les résultats expérimentaux et ceux issus de la modélisation. En effet, ce modèle permet de reproduire toutes les phases de déformation pour des vitesses de déformation variant de  $\dot{\varepsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  à  $\dot{\varepsilon} = 10^2 \text{ s}^{-1}$ . Au-delà, pour des vitesses plus élevées, ce dernier présente une faiblesse. De plus ce modèle ne tient pas compte de la transition ductile-fragile.

## 6.2 COMPARAISON ENTRE LES DONNÉES EXPÉRIMENTALES ET LE MODÈLE DE RICHETON ET AL., 2006

Dans cette partie nous comparons le modèle de [Richeton et al. \(2006\)](#) avec les données expérimentales des essais de compression quasi-statiques et dynamiques. Le modèle ne permet pas de rendre compte de la variation de résistance avec la déformation et il est écrit sous forme de deux expressions. En effet on s'intéresse uniquement au cas où la température est au-dessous de la température de transition vitreuse  $T_g$  ( $T < T_g$ ). Les paramètres de ce modèle sont donnés dans le chapitre II. D'après la comparaison donnée sur la figure 6.5, on peut annoncer que cette loi de comportement ne reproduit pas toutes les phases de la courbe expérimentale. On observe que la contrainte maximale atteinte pendant les essais de compression quasi-statiques et dynamiques est quasi-identique à celle donnée par le modèle.

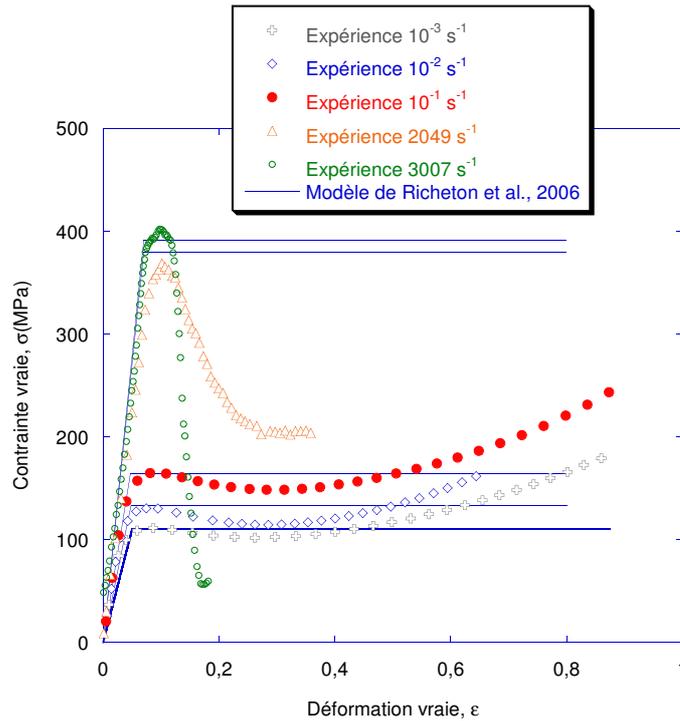


FIG. 6.5 – Comparaison entre les résultats du modèle de Richeton et al. (2006) et les données expérimentales à une température  $T = 298$  K et pour des vitesses de déformation variant de  $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  à  $\dot{\epsilon} = 3007 \text{ s}^{-1}$

Afin d'étudier la sensibilité à la température, une étude comparative entre les résultats expérimentaux et analytiques (modèle de Richeton et al. (2006)) a été réalisé dans le chapitre III. Ces résultats font l'objet de la figure 6.6. Nous observons une bonne concordance en ce qui concerne la limite élastique pour la gamme des températures étudiées.

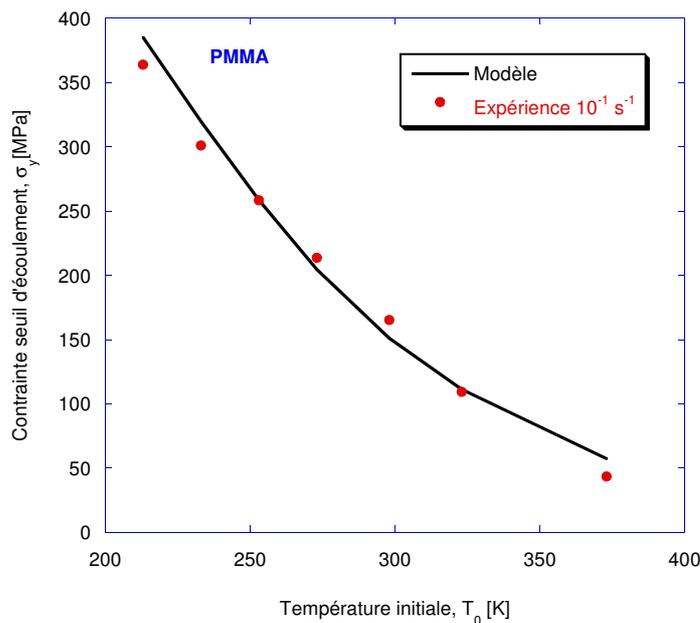


FIG. 6.6 – Comparaison entre les résultats du modèle de Richeton et al. (2006) et les données expérimentales à une vitesse de déformation de  $\dot{\epsilon} = 10^{-1} \text{ s}^{-1}$  et des températures variant de  $T = 213$  K à  $T = 323$  K

### 6.3 PROPOSITION D'UNE LOI DE COMPORTEMENT

La loi proposée par G'sell et Jonas (1979) (equation 6.1) ne permet pas de reproduire l'adoucissement à basse température et à vitesse de déformation élevée. Nous proposons alors une nouvelle formulation inspirée des expressions du modèle de G'sell et Jonas (1979) permettant de reproduire les observations expérimentales macroscopiques majeures du PMMA pour différentes vitesses de sollicitations et une large gamme de températures. Ce modèle apporte une description des différentes phases observées, à savoir le comportement viscoélastique, l'adoucissement à faible déformation et le durcissement aux grandes déformations. La loi de comportement proposée dans notre approche est donnée par :

$$\sigma_{eq}(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T, p) = \left(1 - \frac{T}{T_g}\right) \left(1 - \exp(-w\varepsilon_{eq})\right) \left[\sigma_1 \exp(-b\varepsilon_{eq}) \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)^{m_1} + (\sigma_2 + \alpha_p p) \exp\left(\left(h_0 + h_1 \frac{T - T_{ref}}{T_{ref}}\right)(\varepsilon_{eq}^2)\right) \left(1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)^{-1}\right)^{-m_2}\right] \quad (6.6)$$

où  $T$  est la température,  $T_{ref}$  est la température de référence, prise égale à 298 K,  $\varepsilon_{eq}$  est la déformation équivalente, et  $\dot{\varepsilon}_0$  est une vitesse de déformation de référence prise égale à  $0.1 \text{ s}^{-1}$ . Les paramètres  $w$ ,  $b$ ,  $h_0$ ,  $h_1$ ,  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $\sigma_1$ , et  $\sigma_2$  sont des paramètres matériaux à identifier.

Dans l'équation 6.6 le terme  $(\sigma_1 \exp(-b\varepsilon_{eq}) (\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0})^{m_1})$  permet de décrire la limite élastique plus le crochet de traction. Le terme  $\sigma_2 \exp((h_0 + h_1 \frac{T - T_{ref}}{T_{ref}})(\varepsilon_{eq}^2))(1 + (\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0})^{-1})^{-m_2}$  permet de reproduire le durcissement observé pour des grandes déformations. Les coefficients de sensibilité à la vitesse de déformation,  $m_1$  et  $m_2$ , sont donnés par l'expression :

$$m_i = \left(\frac{\partial \log \sigma}{\partial \log \dot{\varepsilon}}\right)_{\varepsilon, T} \quad (6.7)$$

La valeur de  $m_1$  est déterminée en partie à partir de la figure 6.7 qui montre la variation de la contrainte d'écoulement en fonction du logarithme de la vitesse de déformation pour une déformation seuil  $\varepsilon_y = 0,09$ . Compte tenu de la valeur choisie pour  $\dot{\varepsilon}$ , les effets visqueux deviennent prépondérants pour des vitesses élevées. Ainsi, il est préférable d'identifier  $m_1$  pour des essais à grandes vitesses de déformation. Les courbes expérimentales retenues pour l'identification de  $m_1$  sont celles obtenues pour  $\dot{\varepsilon} = 707 \text{ s}^{-1}$ ,  $\dot{\varepsilon} = 2049 \text{ s}^{-1}$  et  $\dot{\varepsilon} = 3335 \text{ s}^{-1}$ . Nous obtenons  $m_1 = 0.125$  (figure 6.7).

La valeur de  $m_2$  est déterminée pour les grandes déformations à partir des essais de compression quasi-statiques.

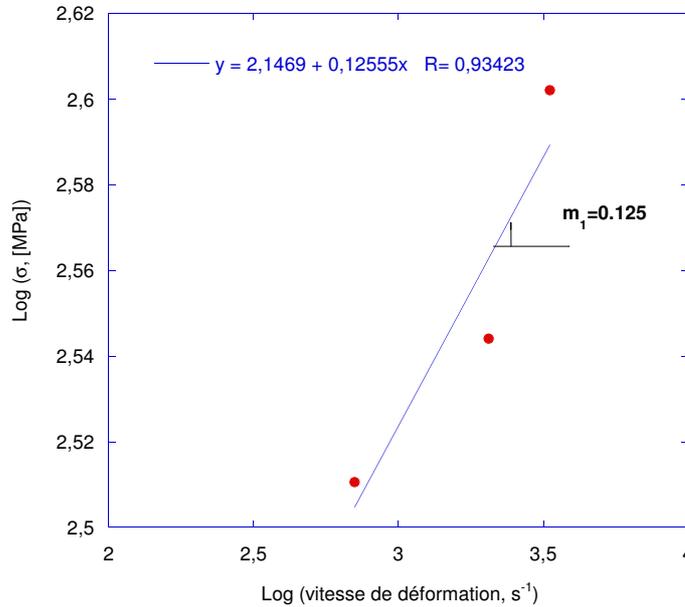


FIG. 6.7 – Détermination du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$

Dans l'expression de  $\sigma_{eq}$  (équation 6.6), la prise en compte de l'effet de la pression hydrostatique  $p$  (cas des essais de compression quasi-œdométrique quasi-statique, voir chapitre IV) intervient via le paramètre  $\alpha_p$  qui est nul dans le cas d'essais de compression uniaxiale quasi-statiques et dynamiques.

### 6.3.1 Identification des paramètres de la loi de comportement

Pour identifier les paramètres inconnus qui interviennent dans la loi de comportement et qui conduisent par la suite à une meilleure représentation possible des essais pour une large gamme de vitesses et de température, nous avons utilisé la méthode des moindres carrés, basée sur l'algorithme de Levenberg-Marquardt. Celle-ci consiste à réduire l'écart entre les contraintes issues de la modélisation  $\sigma_j^{th}$  et celles mesurées expérimentalement lors des essais de compression  $\sigma_j^{exp}$ . Dans cette démarche il n'y a pas d'influence de la pression et dans ce cas,  $\alpha_p$  est fixé à zéro. L'écart entre les deux résultats est appelé fonction écart type moyen, donnée par l'équation 6.2.

Dans un premier temps nous avons utilisé les résultats des essais de compression simple quasi-

statiques et dynamiques en imposant  $\alpha_p = 0$  (pas d'influence de la pression). Les valeurs des paramètres ainsi identifiés sont résumés dans le tableau 6.2.

Numéro( $N^\circ$ )	Paramètres	Valeurs	Unités
1	$w$	14,079	—
2	$\sigma_1$	1550	MPa
3	$b$	13,44	—
4	$\sigma_2$	605	MPa
5	$h_0$	0,88	—
6	$h_1$	1,584	—
7	$\dot{\epsilon}_0$	$10^{-1}$	$s^{-1}$
8	$m_1$	0,125	—
9	$m_2$	0,071	—

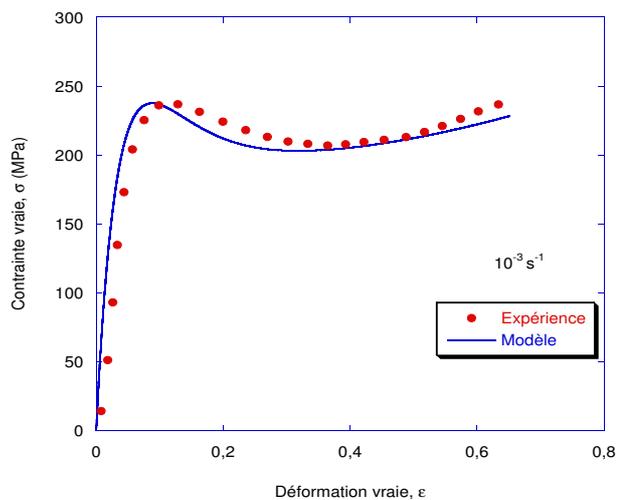
Tab. 6.2 – Valeurs identifiées des paramètres intervenant dans la loi de comportement proposée donnée par l'équation 6.6

Afin d'évaluer l'influence éventuelle de la pression hydrostatique  $p$  sur la limite d'écoulement, nous avons, dans un deuxième temps, considéré les essais de compression quasi-œdométrique quasi-statiques afin d'identifier le paramètre  $\alpha_p$ . La valeur identifiée de  $\alpha_p$  est égale à 0.45.

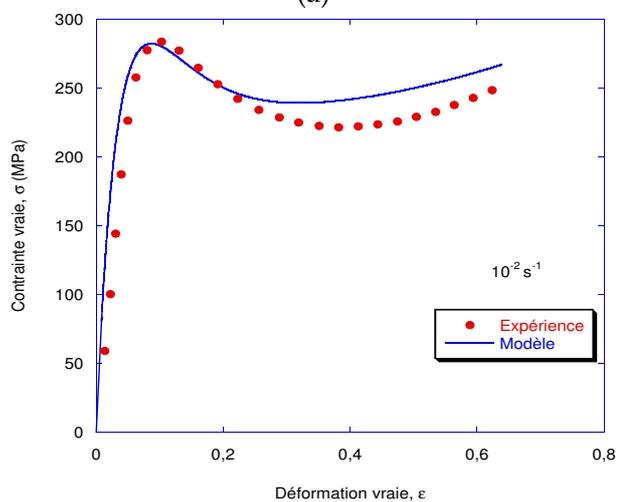
### 6.3.2 Comparaison entre les essais et le modèle en compression quasi-statique

Les figures ci-après montrent la comparaison entre les résultats du modèle et les résultats expérimentaux de compression quasi-statique pour des vitesses de déformation variant de  $\dot{\epsilon} = 10^{-3} s^{-1}$  à  $\dot{\epsilon} = 10^{-1} s^{-1}$  et pour une gamme de température allant de  $T = 213 K$  à  $T = 323 K$ .

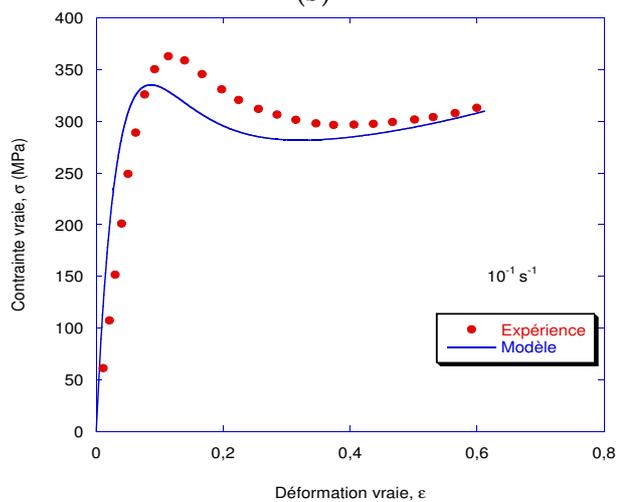
Comparaison à  $T = 213 K$



(a)

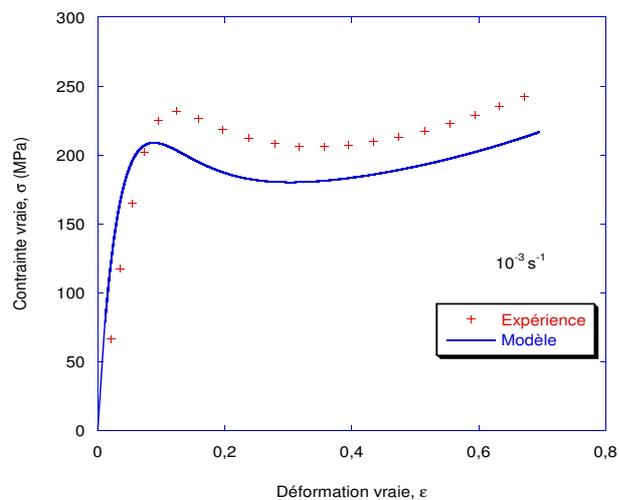


(b)

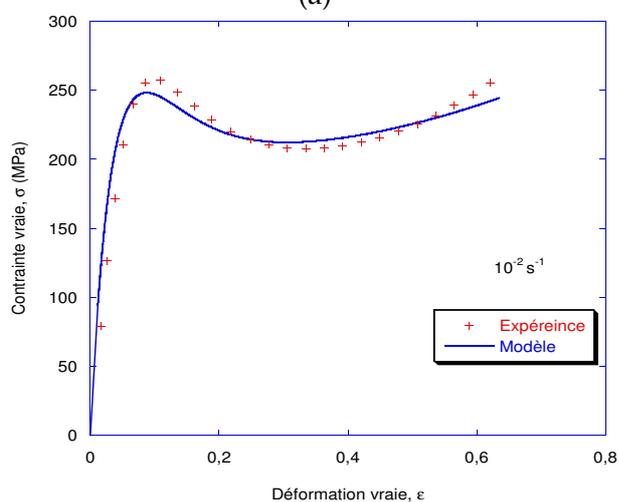


(c)

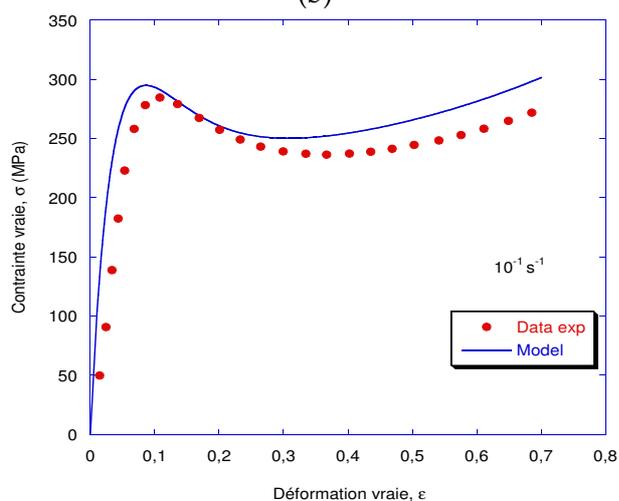
FIG. 6.8 – Comparaison des courbes contrainte vraie-déformation vraie des données expérimentales avec la prévision du modèle pour différentes vitesses, a)  $10^{-3} s^{-1}$ , b)  $10^{-2} s^{-1}$  et c)  $10^{-1} s^{-1}$  à température  $T = 213 K$

Comparaison à  $T = 233\text{ K}$ 

(a)



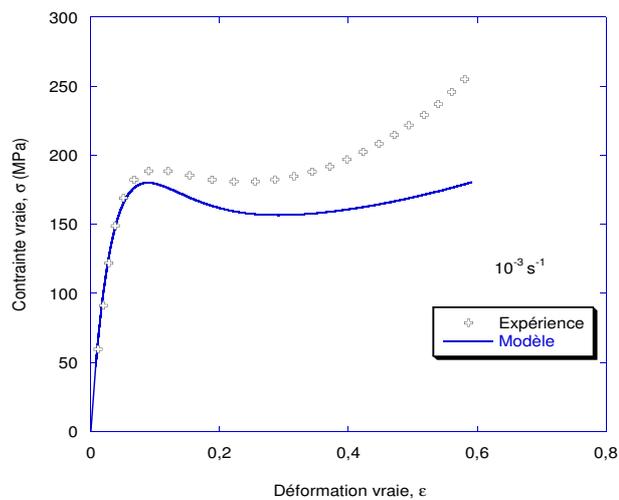
(b)



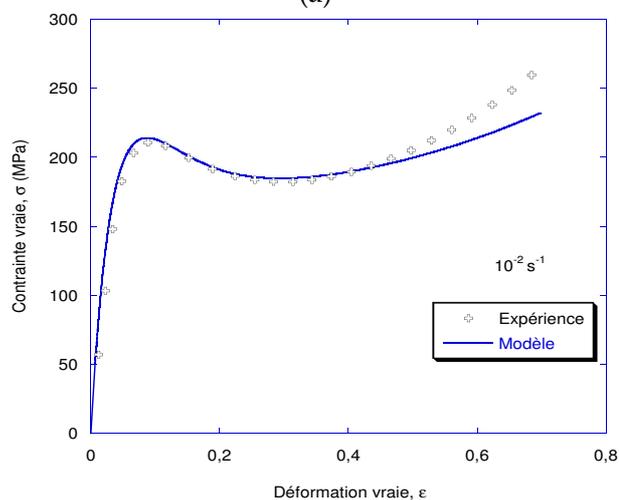
(c)

FIG. 6.9 – Comparaison des courbes contrainte vraie-déformation vraie des données expérimentales avec la prévision du modèle pour différentes vitesses, a)  $10^{-3}\text{ s}^{-1}$ , b)  $10^{-2}\text{ s}^{-1}$  et c)  $10^{-1}\text{ s}^{-1}$  à température  $T = 233\text{ K}$

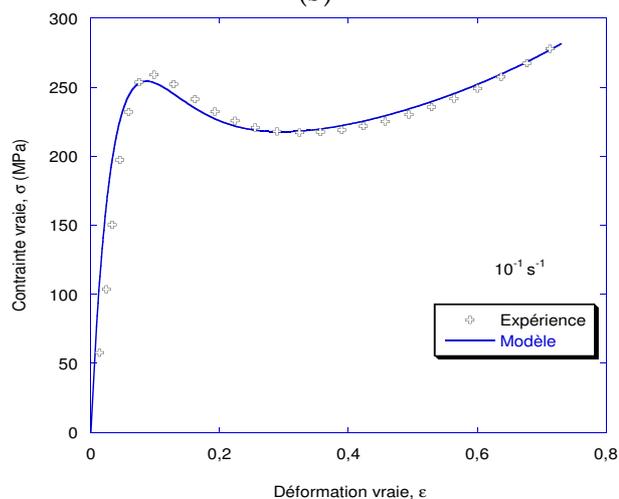
Comparaison à  $T = 253\text{ K}$



(a)



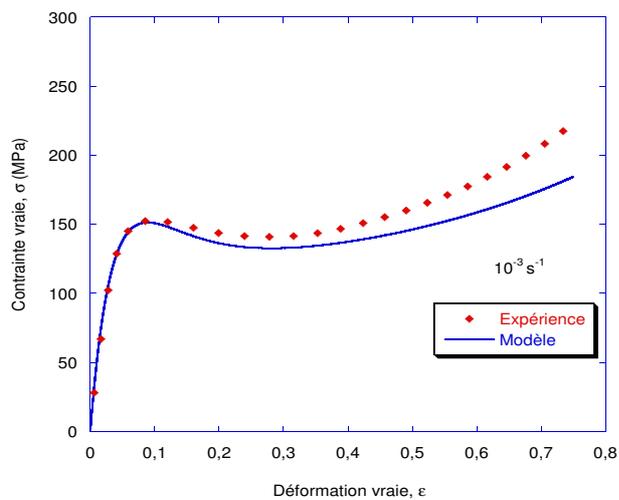
(b)



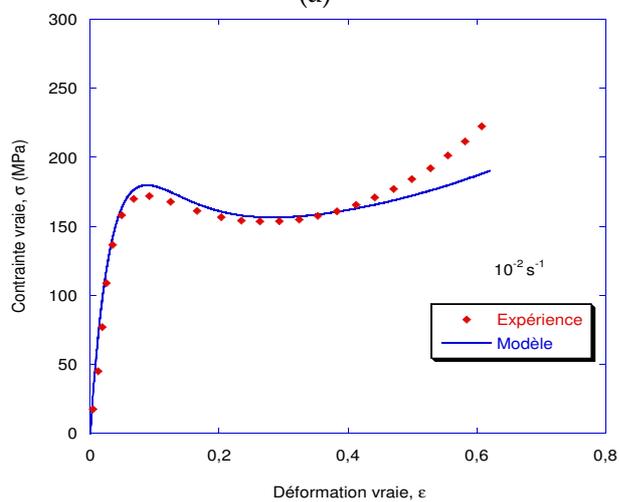
(c)

FIG. 6.10 – Comparaison des courbes contrainte vraie-déformation vraie des données expérimentales avec la prévision du modèle pour différentes vitesses, a)  $10^{-3}\text{ s}^{-1}$ , b)  $10^{-2}\text{ s}^{-1}$  et c)  $10^{-1}\text{ s}^{-1}$  à température  $T = 253\text{ K}$

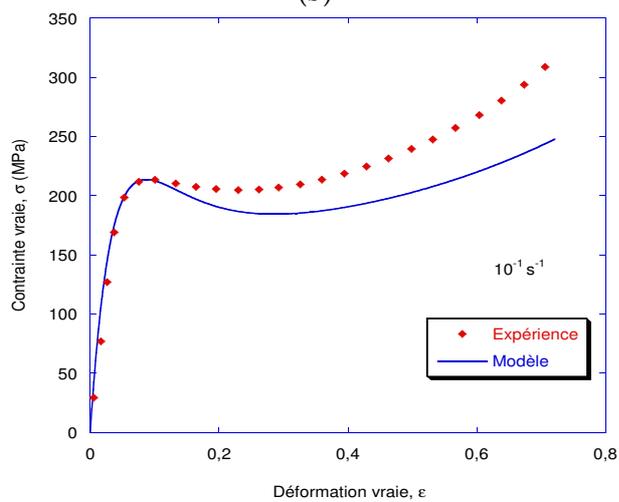
*Comparaison à  $T = 273\text{ K}$*



(a)

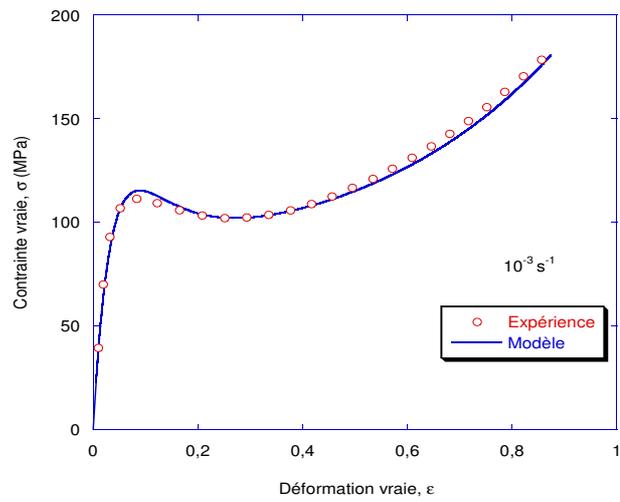


(b)

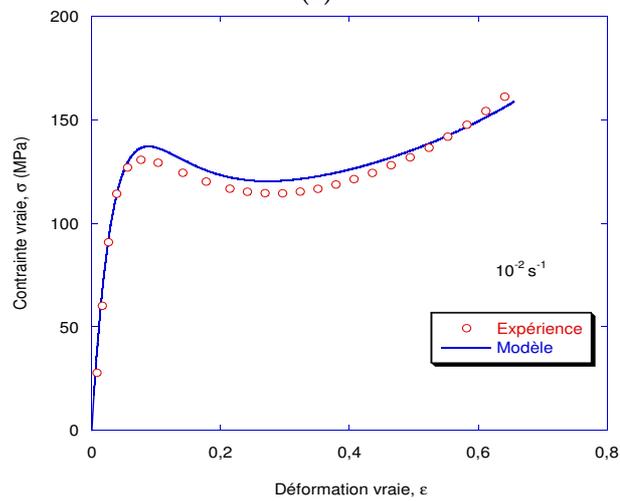


(c)

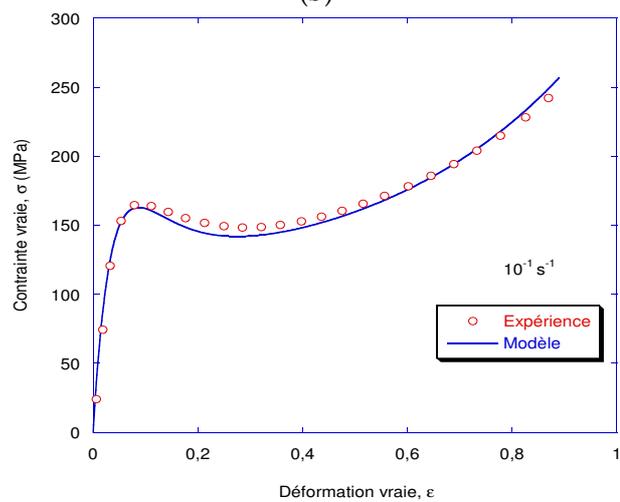
FIG. 6.11 – Comparaison des courbes contrainte vraie-déformation vraie des données expérimentales avec la prévision du modèle pour différentes vitesses, a)  $10^{-3}\text{ s}^{-1}$ , b)  $10^{-2}\text{ s}^{-1}$  et c)  $10^{-1}\text{ s}^{-1}$  à température  $T = 273\text{ K}$

Comparaison à  $T = 298\text{ K}$ 

(a)

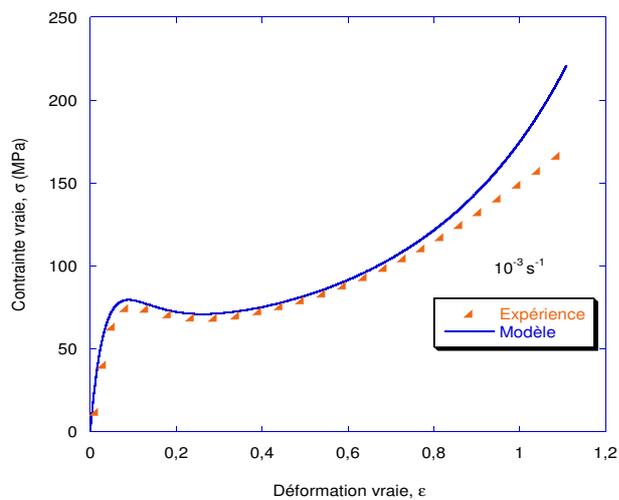


(b)

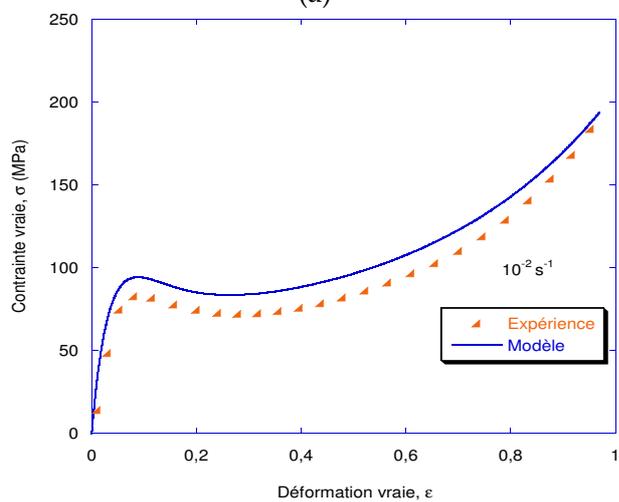


(c)

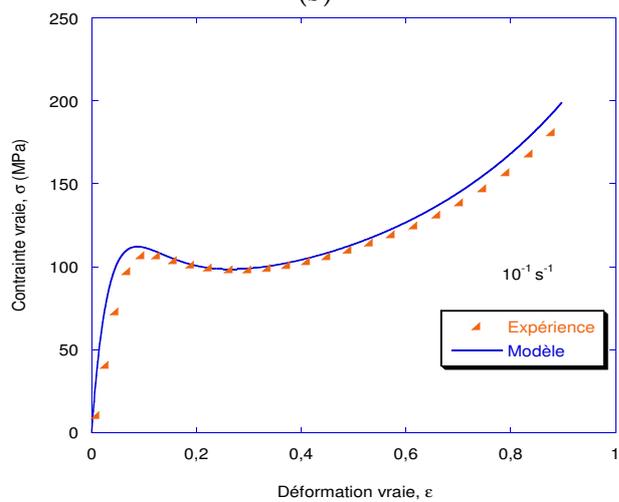
FIG. 6.12 – Comparaison des courbes contrainte vraie-déformation vraie des données expérimentales avec la prévision du modèle pour différentes vitesses, a)  $10^{-3}\text{ s}^{-1}$ , b)  $10^{-2}\text{ s}^{-1}$  et c)  $10^{-1}\text{ s}^{-1}$  à température  $T = 298\text{ K}$

*Comparaison à  $T = 323\text{ K}$* 

(a)



(b)



(c)

FIG. 6.13 – Comparaison des courbes contrainte vraie-déformation vraie des données expérimentales avec la prévision du modèle pour différentes vitesses, a)  $10^{-3}\text{ s}^{-1}$ , b)  $10^{-2}\text{ s}^{-1}$  et c)  $10^{-1}\text{ s}^{-1}$  à température  $T = 323\text{ K}$

### 6.3.3 Comparaison entre les essais de compression dynamiques et le modèle

La figure 6.14 représente une comparaison entre les données expérimentales de compression simple dynamique et celles issues de la modélisation. On remarque que la limite élastique (pic sur les courbes) est bien reproduite par le modèle. Au-delà de cette limite d'élasticité, la chute de contrainte d'écoulement (adoucissement) est relativement bien reproduite par le modèle à l'exception des essais conduisant à une rupture brutale des échantillons (fragmentation des échantillons).

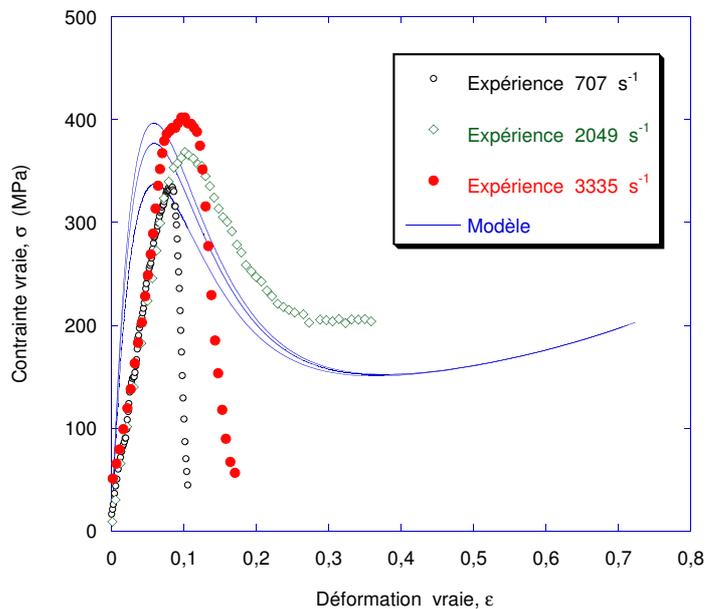


FIG. 6.14 – Comparaison des courbes contrainte vraie-déformation vraie des données expérimentales avec la prévision du modèle pour différentes vitesses  $\dot{\epsilon} = 707 \text{ s}^{-1}$ ,  $\dot{\epsilon} = 2048 \text{ s}^{-1}$ ,  $\dot{\epsilon} = 3335 \text{ s}^{-1}$  à  $T = 298 \text{ K}$ .

### 6.3.4 Comparaison entre les essais de compression quasi-œdométrique, compression uniaxiale quasi-statiques et le modèle

La figure 6.15 présente une comparaison entre un essai de compression quasi-œdométrique quasi-statique et le modèle pour deux vitesses de déformation respectivement  $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  et  $\dot{\epsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ . On observe que le modèle reproduit assez bien les courbes expérimentales jusqu'au début de la chute. Pour les mêmes vitesses de déformation, la figure 6.16 présente une comparaison entre les courbes contrainte vraie-déformation vraie issues des essais expérimentaux pour deux types d'essais (compression quasi-œdométrique et compression uniaxiale quasi-statique) et celles données par le modèle. Nous constatons que les résultats donnés par le modèle sont en bon accord avec ceux donnés par l'expérience. D'autre part, on remarque

que la sensibilité du PMMA à la vitesse de déformation apparaît en compression confinée comme en compression non confinée. En effet, le modèle confirme ce résultat.

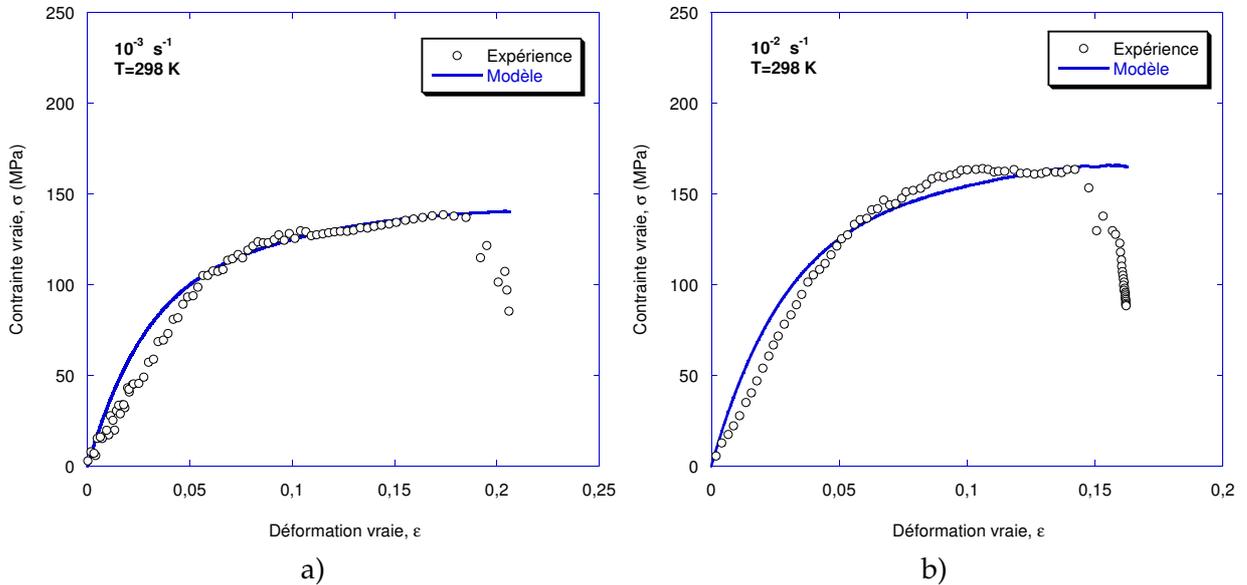


FIG. 6.15 – Comparaison des courbes contrainte vraie-déformation vraie des données expérimentales en compression quasi-oedométrique avec la prévision du modèle pour deux vitesses de déformation a)  $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  et b)  $\dot{\epsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  à  $T = 298$  K.

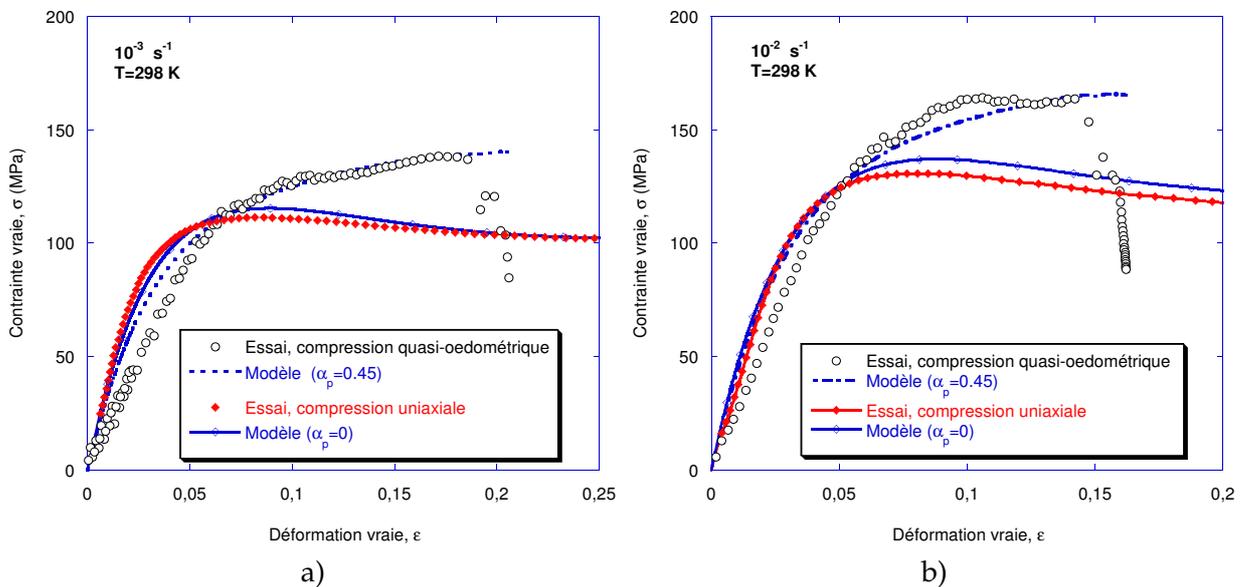


FIG. 6.16 – Comparaison des courbes contrainte vraie-déformation vraie des données expérimentales avec la prévision du modèle pour deux vitesses de déformation a)  $\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  et b)  $\dot{\epsilon} = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  à  $T = 298$  K.

## CONCLUSION DU CHAPITRE

Les courbes des figures précédentes montrent une comparaison entre les résultats issus de la modélisation et ceux des résultats expérimentaux des essais de compression uniaxiale quasi-statiques et dynamiques et de compression quasi-œdométrique quasi-statiques. Ces courbes montrent une bonne corrélations entre les deux résultats. Par conséquent, le modèle proposé permet de reproduire quasiment toutes les phases de déformation dans une gamme de vitesse de déformation allant de  $10^{-3} s^{-1}$  à  $10^{+3} s^{-1}$ , et une large gamme de température inférieure à la température de transition vitreuse  $T_g$ . Le modèle reproduit la transition ductile-fragile (basse température et haute vitesses de déformation). Notons que dans certaines conditions le modèle ne reproduit pas bien la phase des grandes déformations.

# CONCLUSION GÉNÉRALE

Dans ce travail de thèse on s'intéresse à l'étude de comportement sous impact balistique de structures en polyméthacrylate de méthyle (PMMA). Lors de ce chargement, le matériau subit un chargement intense et complexe incluant de fortes pressions au voisinage du contact projectile / cible et des contraintes de compression et de traction. Ce chargement peut induire une déformation du matériau, une augmentation locale de la température et différents modes d'endommagement pouvant conduire à la rupture de la cible. Afin d'étudier et d'identifier le comportement du PMMA pour des conditions représentatives d'un impact balistique, de nombreux essais quasi-statiques et dynamiques ont été réalisés sur le PMMA.

Pour initier ce travail des essais d'impact avec caméra ultra-rapide et des simulations numériques ont été entrepris. Ces travaux ont montré différents mécanismes d'endommagement et de déformation dépendant de l'énergie d'impact, de la vitesse, de la masse et la géométrie du projectile, ainsi que les dimensions de la structure impactée. C'est pourquoi, afin de caractériser le comportement du PMMA des essais de compression uniaxiale quasi-statiques et dynamiques, de compression quasi-œdométrique, de flexion, de torsion et de fissuration ont été menés en utilisant des éprouvettes conçues pour chaque type d'essai.

Lors des essais de compression quasi-statiques et dynamiques, nous avons examiné plus particulièrement l'influence de la vitesse de déformation et de la température sur le comportement du Polyméthacrylate de Méthyle (PMMA). Les vitesses de déformations sont comprises entre  $\dot{\epsilon} = 10^{-3} s^{-1}$  et  $\dot{\epsilon} = 10^{+3} s^{-1}$ . Les essais quasi-statiques ont été menés à des températures variant de  $T = 213 K$  à  $T = 373 K$ . L'effet de l'échauffement dû au travail plastique a été pris en compte. L'analyse des résultats expérimentaux de ces essais nous ont montré une forte sensibilité de la vitesse de déformation sur la contrainte seuil d'écoulement. À faible vitesse de déformation le PMMA présente un comportement ductile, tandis qu'aux vitesses de dé-

formation élevées le matériau présente un comportement de type élastique fragile. D'autre part, le comportement du matériau (PMMA) est très sensible à la température, notamment la contrainte seuil qui diminue quand la température augmente. L'influence de la température a révélé également la tendance de notre matériau à évoluer vers un comportement de type fragile aux basses températures. Enfin, il faut noter que la déformation s'est accompagnée d'une élévation importante de température de l'ordre de 43 K pour une vitesse de déformation  $\dot{\epsilon} = 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ .

Par ailleurs, les simulations numériques d'essais d'impact balistique ont montré que le premier chargement correspond à une compression confinée, caractérisée par une pression hydrostatique au voisinage du contact projectile /cible de plusieurs centaines de MPa. Afin d'étudier l'influence de la pression de confinement sur la résistance du matériau PMMA, des essais de compression quasi-œdométrique quasi-statiques et dynamiques ont été menés (Chapitre IV) sur des éprouvettes cylindriques en PMMA. Ces essais ont été dimensionnés dans le but d'avoir des pressions élevées à l'interface éprouvette /cellules tout en ayant des niveaux de déformation aisément mesurable sur la surface extérieure de la cellule. D'une part, les résultats de ces essais montrent que la résistance maximale est faiblement affectée par la pression de confinement. D'autre part, ces résultats laissent apparaître une résistance fortement dépendante de la vitesse de déformation ce qui confirme les résultats obtenus en compression uniaxiale quasi-statique et dynamique. Ainsi, quelle que soit la pression de confinement le PMMA présente un comportement de type élastique parfaitement plastique en compression quasi-statique tandis qu'il présente un comportement de type fragile en compression dynamique.

En outre, diverses simulations numériques de ce type d'essai (essai de compression quasi-œdométrique) ont été effectués afin d'évaluer l'influence du frottement entre les surfaces de contact échantillon / cellule. En effet, une comparaison entre le ratio des déformations ortho-radiale issus des données expérimentales et celui donné par la simulation numérique montre que le frottement ne peut pas être négligé mais qu'il est proche de zéro expérimentalement. D'autre part, ces simulations numériques ont permis d'évaluer la robustesse de la méthode d'analyse utilisée.

L'utilisation d'une caméra ultra-rapide au cours des essais d'impact a permis de suivre l'évolution de l'endommagement (fissuration) généré dans la cible. Cette fissuration influence directement la réponse des structures minces impactées. C'est pourquoi des essais de flexion trois points (Chapitre V) ont été menés sur des éprouvettes poutres en PMMA, afin de caractériser la contrainte d'amorçage et la dispersion sur les contraintes à rupture. Les essais ont été effectués sur une large gamme de températures. Selon cette sollicitation (mode I), ces essais laissent apparaître une rupture fragile et des paramètres de Weibull différents selon la température d'essais. De plus, la contrainte moyenne à rupture diminue lorsque la température augmente, ce qui confirme la forte sensibilité du PMMA à la température déjà observée en compression simple pour la même vitesse de déformation.

Les essais SENB (Single Edge Notched Beam) ont été menés sur des éprouvettes pré-fissurées avec une longueur de fissure ( $a/w \simeq 0.5$ ) afin de mesurer la ténacité du PMMA et de quantifier sa sensibilité vis-à-vis de la vitesse de déformation. Nous avons constaté que la ténacité du PMMA augmente avec la vitesse, passant de  $1.1 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$  pour une vitesse  $\dot{K} = 7.24 \cdot 10^{-3} \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}} / \text{s}$  à  $1.38 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$  pour une vitesse de  $\dot{K} = 1.58 \cdot 10^{-1} \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}} / \text{s}$ . De plus, ces essais nous ont permis de montrer que la ténacité du matériau est quasi-constante au cours de l'essai.

L'ensemble des résultats expérimentaux et numériques ont ensuite servi de base de données expérimentales pour discuter de la qualité de plusieurs modèles de la littérature et pour proposer une nouvelle loi de comportement en fonction de la déformation, de la vitesse de déformation, de la température et de la pression. Les modèles de la littérature ont montré des lacunes pour décrire le comportement fragile du PMMA à haute vitesse de déformation ou basse température. Ces lacunes sont en partie comblées par le modèle proposé. En effet, ce modèle permet de décrire de façon satisfaisante l'ensemble des résultats expérimentaux sur la gamme de vitesses de déformation, de températures et de pression explorée dans le cadre de ce travail.

## PERSPECTIVES

Dans la continuité directe de ce travail de thèse, nous pouvons étendre l'identification des paramètres du modèle proposé. Ensuite, la modélisation pourra être implantée dans un code de calcul EF et validée en procédant à des simulations numériques d'essais d'impact. Il s'agira de développer une méthode numérique permettant de prendre en compte les phénomènes d'amorçage, de propagation et d'arrêt de fissures dans une structure en PMMA.

# BIBLIOGRAPHIE

- K. Achor Zyad. *Etude du comportement élastoviscoplastique d'un polycarbonate à grande vitesse de déformation-simulation numérique du cisaillement adiabatique*. PhD thesis, Université de Metz, 1999. (Cité pages 149 et 151.)
- A.S. Argon. theory for the flow temperature-plastic deformation of glassy polymers. *Phil. Mag*, 28 :839–865, 1973. (Cité pages 19, 22 et 75.)
- A.S. Argon et M.I. Bessonov. Plastic flow in glassy polymers. *Polymer Engineering and Science*, 17 :174–182, 1977. (Cité pages 18, 19 et 28.)
- A.S. Argon et J.G. Hannoosh. Initiation of crazes in polystyrene. *Philos. Mag*, 36 :1195–1216, 1977. (Cité page 28.)
- A.S. Argon et M.M. Salama. Growth of crazes glassy polymers. *Philos. Mag*, 36 :1217–1234, 1977. (Cité page 28.)
- E.M. Arruda, M.C. Boyce, et A. Jayachandran. Effects of strain rate, temperature and thermo-mechanical coupling on the finite strain deformation of glassy polymers. *Mech. Mater.*, 19 : 193–212, 1995. (Cité pages 8, 9, 78 et 88.)
- J.C. Bauwens. Relation between the compression yield stress of pvc and the loss peak in the béta relaxation range. *J. Polym. Sci*, 33 (C) :123, 1971. (Cité pages 12 et 17.)
- C. Bauwens-Crowet. The compression yield behavior of pmma of a wide range of temperature and strain rates. *J. Mat. Sci*, 8 :968–979, 1973. (Cité pages 17, 23 et 73.)
- C. Bauwens-Crowet, J.C. Bauwens, et G. Homes. The temperature dependence of yield of pc. *J. Mat. Sci*, 7 :176–183, 1972. (Cité pages 17 et 73.)

- Z.P. Bazant, F.C. Bishop, et T.P. Chang. Confined compression tests of cement paste and concrete up to 300 ksi. *ACI Journal*, 33 :553–560, 1986. (Cité page 97.)
- P. Beahan, M. Bevis, et D. Hull. Electron microscopy studies of fracture processes in amorphous thermoplastics. *Polymer*, 14 :96–102, 1973. (Cité page 28.)
- N. Billon. Effet de cpoulage thermomécanique dans la caractérisation du comportement de polymères solides. *Mécanique et industries*, 4 :357–364, 2003. (Cité page 16.)
- S. Bouzid, A. Nyongue, Z. Azari, N. Bouaouadja, et G. Pluinage. Fracture criterion for glass under impact loading. *Int. J. Impact Eng*, 25 :831–845, 2001. (Cité page 52.)
- P.B. Bowden et J.A. Jukes. The plastic flow of isotropic polymers. *J. Mat. Sci*, 7 :52, 1972. (Cité page 12.)
- M.C. Boyce et E.M. Arruda. An experimental and analytical investigation of the large strain compressive and tensile response of glassy polymers. *Polymers Engineering and Science*, 30(20) :1288–1298, 1990. (Cité page 8.)
- M.C. Boyce, D.M. Parks, et A.S. Argon. Large enelastic deformation of glasy polymers, part i rate dependent constitutive model. *Mech. Mater*, 7 :15–33, 1988. (Cité pages 20 et 21.)
- P.W. Bridgman. Flow and fracture. *Appl. Phys. lett*, 162 :569–583, 1945. (Cité page 97.)
- F.E. Buresch. Fracture toughness testing of alumina. fracture mechanics applied to brittle materials. Dans *S.W.F. Philadelphie, ASTM*, pp 151-165, 1979. (Cité page 130.)
- N. Burlion. *Compaction des bétons : éléments de modélisation et caractérisation expérimentale*. PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Cachan, France., 1997. (Cité page 98.)
- G. R. Canova, S. Shrivastava, J.J. Jonas, et C. G'sell. The use of torsion testing to asses materials formability. *Proceedings ASTM*, 2000 :189–210, 1982. (Cité page 138.)
- M.M. Chaudhri. Impact breakage of semi-brittle spheres. *Powder Technology*, 133-134 :31–40, 2004. (Cité pages 37 et 49.)

- W. Chen, F. Lu, et M. Cheng. Tension and compression tests of two polymers under quasi-static and dynamic loading. *Polymer testing*, 21 :113–121, 2002. (Cité pages 57 et 63.)
- W. Chen et G. Ravichandran. Static and dynamic compressive behavior of alumin under moderate confinement. *J. Am. Ceram. Soc*, 79 (3) :579–584, 1996. (Cité page 95.)
- W. Chen et G. Ravichandran. Dynamic compressive failure of glass ceramic under lateral confinement. *J. Mech. Phys. Solids*, 45 (8) :1303–1328, 1997a. (Cité page 1.)
- W. Chen et G. Ravichandran. Dynamic compressive failure of glass ceramic under lateral confinement. *J. Mech. Phys. Solids*, 45 (8) :1303–1328, 1997b. (Cité pages 95 et 97.)
- W. Chen et G. Ravichandran. Failure mode transition in ceramics under dynamic multiaxial compression. *Int. J. Fract*, 1 (1-2) :141–159, 2000. (Cité page 95.)
- D.G.S. Devies. The statical approach to engineering design in ceramics. *Proc. Brit. Ceram. Soc.*, 22 :429–452, 1973. (Cité page 125.)
- W. Döl. Optical interference measurments and fracture mechanics analysis of crack tip craze zones. *Adv. Polym. Sci*, 52-53 :105–168, 1983. (Cité page 31.)
- W. Döll et L. Könczöl. *Crazing in Polymer*, volume 2. Springer, Berlin, 1990a. (Cité pages 31, 32, 33 et 34.)
- W. Döll et L. Könczöl. Micromechanics of failure under static and fatigue loading : Optical interferometry of crack tip craze zones. *Advance in Polymer Science*, 2 :137, 1990b. (Cité pages 31 et 35.)
- N. Dos Martires. *Mise au point d'une procédure de détermination de la ténacité sous sollicitation dynamique d'un matériau ductile*. PhD thesis, Ecole Polytechnique, 1999. (Cité page 127.)
- R. Estevez et S. Basu. On the importance of thermo-elastic cooling in the fracture of glassy polymers at high rates. *Int. J. Solids and Structures*, 45 :3449–3465, 2008. (Cité page 1.)
- H. Eyring. Viscosity, plasticity and diffusion as examples of absolute reaction rates. *J. Chem*, 4 :283, 1936. (Cité page 16.)

- J. D. Ferry. *Viscoelastic Properties of Polymers*. New-York, P 641, 1961. (Cité page 18.)
- D. S. Fields et W.A. Backofen. Determination of strain hardening characteristics by torsion testing. *Proceedings ASTM*, 57 :583–591, 1979. (Cité page 138.)
- J. Fineberg et M. Marder. Instability in dynamic fracture. *Physics Reports*, 313 :1–108, 1999. (Cité page 49.)
- N.A. Fleck, W.J. Stronge, et J.H. Liu. High strain-rate shear response of polycarbonate and polymethacrylate. *Proc. R. Soc. Lon*, A429 :459, 1990. (Cité pages 10 et 12.)
- P. Forquin. *Endommagement et fissuration de matériaux fragiles sous impact balistique, rôle de la microstructure*. PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Cachan, France., 2003. (Cité pages 95 et 98.)
- P. Forquin, A. Arias, et R. Zaera. An experimental method of measuring the confined compression strength of geomaterials. *Int. J. of Solid and Structures*, 44 :4291–4317, 2007. (Cité pages 83, 97, 98, 102 et 115.)
- P. Forquin, A. Arias, et R. Zaera. Role of porosity in controlling the mechanical and impact behaviours of cement-based materials. *Int. J. Impact Eng.*, 35 (3) :133–146, 2008a. (Cité page 97.)
- P. Forquin, Y. Charles, L. Rota, et F. Hill. A method to determine the toughness scatter of brittle materials. *Int. J. Fracture*, 125(1) :171–187, 2004. (Cité pages 127 et 131.)
- P. Forquin, G. Gary, et F. Gatuingt. A testing technique for concrete under confinement at high rates of strain. *Int. J. Impact Eng.*, 35 (6) :425–446, 2008b. (Cité page 97.)
- P. Forquin, K. Safa, et F. Gatuingt. Influence of free water on the quasi-static and dynamic strength of concrete in confined compression tests. *Cement Con Res*, doi :10.1016/j.cemconres.2009.09.024 : , 2009. (Cité page 97.)
- D.G. Fotheringham et B.W. Cherry. Comment on "the compression yield behaviour of polymethyl methacrylate over a wide range of temperatures and strain-rates". *Journal of Materials Science*, 11 :1368–1370, 1976. (Cité page 22.)

- D.G. Fotheringham et B.W. Cherry. The role of recovery forces in the deformation of linear polyethylene. *Journal of Materials Science*, 13 :951–964, 1978. (Cité page 22.)
- F. Gatuingt. *Prévision de la rupture des ouvrages en béton sollicités en dynamique rapide*. PhD thesis, ENS Cachan, 1999. (Cité page 98.)
- F. J. Gomez, M. Elices, et J. Planas. The cohesive crack concept : application to pmma at  $-60^{\circ}\text{C}$ . *Eng. Fracture. Mechanics*, 72 :1268–1285, 2005. (Cité pages 123, 124 et 128.)
- D.A. Gorham, A.D Salman, et M.J. Pitt. Static and dynamic failure of pmma spheres. *Powder Technology*, 138 :229–238, 2003a. (Cité page 38.)
- D.A. Gorham, A.D. Salman, et M.J. Pitt. Static and dynamic failure of pmma spheres. *Powder Technology*, 138 :229–238, 2003b. (Cité pages 39, 40 et 49.)
- C. G'ssell, N.A. Aly-Helal, et J.J. Jonas. Effect of stress triaxiality on neck propagation during the tensile stretching of solid polymers. *Journal of Materials Science*, 18 :1731–1742, 1983. (Cité page 16.)
- C. G'ssell et A. J. Gopez. Plastic banding in glassy polycarbonate under plane simple shear. *Journal of Materials Science*, 20 :3462–3478, 1985. (Cité pages 23 et 88.)
- C. G'ssell et J.M. Haudin. *Lois de comportement mécanique des polymères solides*. Introduction à la mécanique des polymères, 1995. (Cité pages 1, 8, 9, 15 et 25.)
- C. G'ssell et J.J. Jonas. Determination of the plastic behavior of solid polymers at constant true strain rate. *Journal of Materials Science*, 14 :583–591, 1979. (Cité pages 16, 147, 149, 150 et 153.)
- C. G'ssell et J.J. Jonas. Yield and transient effects during the plastic deformation of solid polymers. *J. Mater. Sci*, 16 :1956–1974, 1981a. (Cité page 11.)
- C. G'ssell et J.J. Jonas. Yield and transition effects during the plastic deformation of solid polymers. *Journal of Materials Science*, 16 :1956, 1981b. (Cité page 147.)
- E. hanina, D. Rittel, et Z. Rosenberg. Pressure sensitivity of adiabatic shear banding in metals. *Appl. Phys. Lett*, 90 (2) :021915, 2007. (Cité pages 95 et 97.)

- W. Hengyi, M. Gang, et X. Yuanming. Experimental study of tensile properties of pmma at intermediate strain rate. *Materials Letters*, 58 :3681–3685, 2004. (Cité pages 57, 63, 123 et 124.)
- G. R. Johnson et W. H. Cook. A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rate and high temperatures. Dans *Dans 7th International Symposium on Ballistics*, pages 541–547, 1983. (Cité page 61.)
- J. R. Klepaczko. A general approach to rate sensitivity constitutive modelling of fcc and bcc metals, impact : effet of fast transient loading. Dans *Belkeman, rotterdam. P. 3*, 1988. (Cité page 10.)
- H. Kolsky. An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading. *Proc. Phys. Soc. London*, 62 (B) :676–700, 1949. (Cité pages 69, 82 et 84.)
- L. Könczöl, M.G. Schinker, et W. Döll. In : Deformation, yield and fracture of polymers, 6th intern. Dans *The plastic and Rubber Institute, London p 31.1*, 1985. (Cité page 35.)
- E.J. Kramar. Microscopic and molecular fundamentals of crazing. *Adv. Polym Sci*, 52-53 :1–56, 1983. (Cité page 30.)
- E.J. Kramer et L.L. Berger. Fundamental processes of crazes growth and fracture. *Adv. Polym Sci*, 91-92 :1–68, 1990. (Cité page 30.)
- J. C. M. Li et J. J. Gilman. Dislocation loops in polymers. *J. App. Phys*, 41 :42–48, 1970. (Cité page 19.)
- J. A. Loya, E. I. Villa, et J. Fernandez-Saez. Crack-front propagation during three-point-bending tests of polymethyl-methacrylate beams. *Polymers testing*, 29 :113–118, 2010. (Cité pages 123 et 129.)
- Z. Ma et K. Ravi-Chandar. Confined compression : A stable homogeneous deformation for constitutive characterization. *Exp. Mech*, 40 (1) :38–45, 2000. (Cité page 95.)
- H. Maigre et D. Rittel. Dynamic fracture detection using the force-displacement reciprocity : application to the compact compression specimen. *Int. J. Frac*, 73 :67–79, 1995. (Cité page 128.)

- D. B. Marshall, J. J. Ratto, et F.F. Lange. Enhanced fracture toughness in layered microcomposites of  $ce - zro_2$  and  $al_2o_3$ . *J. Am. Ceram. Soc*, 74 (12) :2979–2987, 1991. (Cité page 131.)
- A. Molinari et C. G'Sell. *Introduction à la mécanique des polymères*. INPL-MECAMAT et GFP, 1995. (Cité page 27.)
- A. D. Mulliken et M. C. Boyce. Mechanics of the rate-dependent elastic-plastic deformation of glassy polymers from low to high strain rates. *Int. J. of Solid and Structures*, 43 :1331–1356, 2006a. (Cité page 88.)
- A.D. Mulliken et M.C. Boyce. Mechanics of the rate-dependent elastic-plastic deformation of glassy polymers from low to high strain rates. *International Journal of Solids and Structures*, 43 :1331–1356, 2006b. (Cité page 75.)
- Y. Nanzai. Molecular kinetics of yield deformation and ductile fracture in polymer glasses. *Prog. Polym. Sci*, 18 :437–479, 1993. (Cité page 17.)
- N. Ouali, M. Mangion, et J. Perez. Experimental and theoretical analysis of both the small-and the large-stress mechanical response of poly (methy methacrylate). *Phil. Mag. A67*, A67 : 827–848, 1993. (Cité pages 11 et 21.)
- P. Pancheri, P. Bosetti, R. Dall Maschio, et V. M. Sglavo. Production of sharp cracks in ceramic materials by three-point bending of sandwiched specimens. *Eng. Frac. Mech*, 59 (4) :447–456, 1998. (Cité page 131.)
- J. Perez et J.M. Lefebvre. *Modélisation viscoélastique et plastique des polymères vitreux*. Introduction à la mécanique des polymères, 1995. (Cité page 20.)
- H.S. Qasim. Impact resistance of a rectangular polycarbonate armor plate subjected to single and multiple impacts. *Int. J. Impact Eng*, 36 :1128–1135, 2009. (Cité pages 35, 36, 37, 49 et 50.)
- R. Quinson. *Caractérisation et modélisation de la déformation non élastique des polymères amorphes à l'état solide*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées, Lyon, 1995. (Cité page 8.)
- S. Rabinowitz et P. Breadmore. Cyclic deformation and fracture of polymers. *J. Mat. Sci*, 9 :81, 1974. (Cité page 14.)

- S. Rabinowitz, I. M. Ward, et J.S.C. Parry. The effect of hydrostatic pressure on the shear yield behavior of polymers. *J. Mat. Sci*, 5 :29, 1970. (Cité pages 12, 14 et 23.)
- K.T. Ramesh. High strain rate and impact experiments. *Springer Handbook of experimental Solid Mechanics*, 58 :874–1098, 2008. (Cité page 84.)
- T. Ree et H. Eyring. Theory of non-newtonian flow. i. solid system. *J. App. Phys*, 26 :793–800, 1955. (Cité pages 17 et 23.)
- Z. Resenberg, Z. Surujon, Y. Yeshurun, Y. Ashuach, et E. Dekel. Ricochet of 0.3 ap projectile from inclined polymeric plates. *Int. J. Impact Eng*, 31 (3) :221–233, 2005. (Cité page 36.)
- J. Richeton, S. Ahzi, K.S. Vecchio, F.C. Jiang, et R.R. Adharapurapu. Influence of temperature and strain rate on the mechanical behavior of three amorphous polymers : Characterization and modelling of the compressive yield stress. *International Journal of Solids and Structures*, 43 :2318–2335, 2006. (Cité pages 9, 11, 12, 13, 24, 26, 47, 55, 56, 61, 65, 73, 75, 88, 90, 91, 151 et 152.)
- J. Richeton, A. Said, L. Daridon, et Y. Rémond. A formulation of the cooperative model for the yield stress of amorphous polymers for a wide range of strain rates and temperatures. *Polymer*, 46 :6035–6043, 2005a. (Cité page 23.)
- J. Richeton, G. Schlatterb, K.S. Vecchioc, Y. Rémond, et S. Ahzi. A unified model for stiffness modulus of amorphous polymers across transition temperatures and strain rates. *Polymer*, 46 :8194–8201, 2005b. (Cité pages 1, 22, 24, 25 et 73.)
- D. Rittel. *A note on the dynamic failure of PMMA*. Faculty of Mechanical Engineering Technion 32000 Haifa, Israel. (Cité page 38.)
- D. Rittel. On the conversasion of plastic work to heat during hight strain rate deformation of glassy polymers. *Mechanics of Materials*, 31 :131–139, 1999. (Cité pages 59, 79 et 80.)
- D. Rittel et A. Brill. Dynamic flow and failure of confined polymethylmethacrylate. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 56 :1401–1416, 2008. (Cité pages 95, 96, 97 et 117.)

- D. Rittel et H. Maigre. An investigation of dynamic crack initiation in pmma. *Mechanics of Materials*, 23 :229–239, 1996. (Cité pages 128, 129 et 130.)
- R.E. Roberston. The equation for the plasticity of glassy polymers. *J. Chem. Phys*, 44 :3950–3956, 1966. (Cité page 18.)
- J.A. Roetling. Yield stress behaviours of polymethylmethacrylate. *Polymer*, 7 :311–317, 1965. (Cité page 17.)
- N. Saad-Gouider, R. Estevez, C. Olagnon, et R. Séguéla. Calibration of a viscoplastic cohesive zone for crazing in pmma. *Eng. Fract. Mech*, 73 :2503–2522, 2006. (Cité pages 129 et 133.)
- R. Schirrer. *Les craquelures dans les polymères*. Introduction à la mécanique des polymères INPL, pp 395-411, 1995. (Cité pages 26, 27, 28, 29 et 31.)
- M. Segreti, A. Rusinek, et J.R. Klepaczko. Experimental study on puncture of pmma at low and high velocities, effect on the failure mode. *Polymer Testing*, 23 :703–718, 2004. (Cité pages 40, 41, 42, 43 et 49.)
- V.M. Sglavo, P. Bosetti, E. trentini, et M. Ceschini. Sandwiched-beam procedure for precracking brittle materials. *J. Am. Soc*, 82(8) :2269–2272, 1999. (Cité pages 130, 131 et 132.)
- W.A. Spitzig et O. Richmond. Effect of hydrostatic pressure on the deformation behavior of polyethylene and polycarbonate in tension and in compression. *Polymers Engineering and Science*, 19 :1129–1139, 1979. (Cité pages 12 et 23.)
- S. S. Sternstein, L. Ongchin, et A. Silverman. Inhomogeneous deformation and yielding of glass-like high polymers. *Appl. Polym. Symp.*, 7 :175–199, 1968. (Cité page 28.)
- S.S. Sternstein et F.A. Myer. Yielding in the glassy polymers in the second quadrant of principal stress space. *J. Macromol. Sci. Phys.*, B (8) :539–571, 1973. (Cité page 28.)
- S.S. Sternstein et L. Onching. Yield criteria for plastic deformation of glassy high polymers in general stress fields. *Polym. Prep. Amer. Chem. Soci. Poly. Chem*, 10 :1117–1124, 1969. (Cité pages 28 et 29.)

- M. Theodorou et U. W. Suter. Shape of unperturbed linear polymers : polypropylene. *Macromolecule*, 18 (4) :1206–1214, 1984. (Cité page 18.)
- Y. Tomita. Constitutive modeling of déformation behavior of glassy polymers and applications. *Int. J. Mechanical Sciences*, 42 :1455–1469, 2000. (Cité page 7.)
- H. Wada. Determination of dynamic fracture toughness for pmma. *Eng. Frac. Mech*, 41(6) : 821–831, 1992. (Cité page 127.)
- I.M. Ward. Review : The yield behaviour of polymers. *J. Mat. Sci*, 16 :1397, 1971. (Cité page 12.)
- W. Weibull. A statistical distribution function of wide applicability. *ASME. J. Appl. Mech*, 18(3) : 293–297, 1951. (Cité page 125.)
- C. S. White et C.A. Bronkhorst. An improved isotropic-kinematic hardening model for moderate deformation metal plasticity. *Mechanics of materials*, 10 :127–147, 1990. (Cité pages 133 et 139.)
- Z. Xu, B. Jasse, et L. Monnerie. Fourier transform infrared study of conformational changes occurring at the yield point in uniaxially drawn polymers. *J. Polym. Sci*, 27 :355–368, 1989. (Cité page 18.)
- S. Yamini et R.J. Young. The mechanical properties of epoxy resins : Part i mechanisms of plastic deformation. *J. Mat. Sci*, 15 :1814–1822, 1980. (Cité page 19.)
- L. Yanxiong et L. Benjamin. Drop-weight impact tests and finite element modeling of cast acrylic plates. *Polymer Testing*, 28 :599–611, 2009. (Cité page 49.)
- X.L. Zheng, H. Wang, et J.H. Yan. Notch strength and notch sensitivity of polymethyl methacrylate. *Materials Science and Engineering*, A(349) :80–88, 2003. (Cité page 128.)



**Titre** Comportement mécanique du PMMA (Polyméthacrylate de Méthyle) sous sollicitations dynamiques : application à des structures minces impactées

**Résumé** Pour de nombreuses applications industrielles une connaissance précise du comportement mécanique des polymères solides s'avère essentielle. Dans ce travail de thèse on s'intéresse à l'étude du comportement sous impact balistique de structures en polyméthacrylate de méthyle (PMMA). Lors de ce type de sollicitation, le matériau subit un chargement intense et complexe incluant de fortes pressions au voisinage du contact projectile/cible, des contraintes de compression et de traction ainsi qu'une augmentation locale importante de la température dans la structure. Ce chargement peut induire une déformation du matériau et différents modes d'endommagement pouvant conduire à la rupture de la cible. Afin d'étudier le comportement du PMMA pour des conditions représentatives d'un impact balistique, de nombreux essais quasi-statiques et dynamiques ont été réalisés. Par ailleurs, des simulations numériques d'essais d'impact balistique ont été menés et ont révélé que le premier chargement correspond à une compression confinée caractérisée par une pression hydrostatique au voisinage du contact projectile-cible de plusieurs centaines de MPa.

À la lumière des résultats issus des essais expérimentaux et ceux obtenus par simulation numérique, une loi de comportement phénoménologique est proposée et identifiée prenant en compte les effets de la déformation, de la vitesse de déformation, de la pression et de température sur la limite d'écoulement. La comparaison entre les résultats expérimentaux et ceux issus de la modélisation sont en bon accord.

**Mots-clés** PMMA, impact balistique, compression simple, oedométrique, endommagement, Ténacité, quasi-statique et dynamique, simulation numérique, Modélisation, condition adiabatique-isotherme, rupture, fragile/ductile

**Title** Mechanical behavior of PMMA (polymethyl methacrylate) under dynamic loading : application to thin structures impacted

**Abstract** For many industrial applications an accurate knowledge of the mechanical behavior of solid polymers is of prime importance. In this work we are interested in studying the behavior of Polymethyl methacrylate (PMMA) under ballistic impact. The material undergoes an intense and complex loading including high pressure near the projectile/target contact zone, compressive and tension stresses and a significant local increase in temperature. In addition, this loading can induce a deformation of the material and reveal several failure paths that many lead to the rupture of the target. To study the behavior of PMMA for representative conditions of a ballistic impact, many quasi-static and dynamic tests have been conducted. Numerical simulations of ballistic impact tests were also conducted and revealed that the first load is characterized by a confined compression where the hydrostatic pressure near the projectile/target contact zone may reach few hundreds of MPa.

In the light of results from experimental tests and those obtained by numerical simulation, a phenomenological constitutive law is proposed and identified taking into account the effects of deformation, strain rate, pressure and temperature on yield flow. The comparison between experimental and the modeling results are in good agreement.

**Keywords** PMMA, ballistic impact, compression, oedometric, damage, toughness, quasi-static and dynamic, numerical simulation, modeling, adiabatic-isothermol condition, rupture, brittle/ductile