## Université de Reims Champagne-Ardenne

Spécialité : Mécanique Appliquée et Calcul des Structures

# CONCEPTION ET OPTIMISATION DE SURFACES ADDITIONNELLES DANS LE PROCEDE D'EMBOUTISSAGE PAR L'APPROCHE INVERSE

Thèse présentée publiquement pour l'obtention du grade de Docteur

de l'Université de Reims Champagne-Ardenne

# Par Rachid RADJAI

Soutenance du 15 décembre 2006 devant le Jury composé de :

F. BOGARD	: Maître de conférences, Université de Reims (examinateur)		
A. CHEROUAT	: Professeur, Université de Technologie de Troyes (rapporteur)		
K. DEBRAY	: Professeur, Université de Reims (co-directeur de thèse)		
M. DOMASZEWSKI	VSKI : Professeur, Université de Technologie de Belfort-Monblia		
	(rapporteur)		
Y.Q. GUO	: Professeur, Université de Reims (directeur de thèse)		
H. NACEUR	: Maître de conférences, Université Technologie Compiègne		
	(examinateur)		



A La mémoire des mes grands parents...

# **TABLE DE MATIERES**

Av	ant- propos	1
Ré:	sumé	3
Cho	apitre 1: Introduction générale	6
1.	État de l'art sur le procédé d'emboutissage	6
2.	Objectifs de la thèse	9
4.	Etat de l'art en simulation numérique de la mise en forme de tôles	13
	<ol> <li>Méthodes incrémentales</li> <li>Méthodes à un seul pas</li> </ol>	14 14
5.	Etude bibliographique sur la conception des surfaces d'habillage	15
6.	Etat de l'art de l'optimisation du procédé d'emboutissage	16
7.	Conception et optimisation des surfaces additionnelles	
Cho	apitre 2: Approche Inverse pour la modélisation du procédé d'emboutissage	21
1.	Historique et origine	21
2.	Description de l'Approche Inverse	22
3.	Grandes Transformations des tôles minces	23
	<ul> <li>3.1 Cinématique non linéaire des pièces embouties 3D</li> <li>3.2 Mesure des déformations</li> <li>3.3 Calcul des contraintes par la loi de Henchy intégrée</li> </ul>	23 25 27
	3.4 Vecteur des forces internes	28
	<ul> <li>3.5 Vecteur des forces externes</li> <li>3.6 Formulation éléments finis</li> </ul>	29 29
Cho	apitre 3: Etat de l'art des méthodes d'optimisation : Théorie et aspect mathématique	35
1.	Introduction	

2.	Méthodes d'optimisation avec contraintes		38
3.	Différents types d'algorithmes		
	3.1 3.1.1	Approximation du premier ordre Approximation linéaire	39 39
	3.1.2	Approximation en fonction des variables inverses	40
	3.2	Approximation du second ordre	41
	3.2.1	Approximation quadratique et programmation séquentielle quad	lratique 11
3.2	11	Approximation auadratique	
32	12	Méthode SQP	41
3.L.	1.2	Approximation quadratique séparable	דד תת
5.2.	1.5	Approximation quadratique separable	
3.2.	1.4	Méthode des asymptotes mobiles du second ordre	45
4.	Norm	alisation	45
	4.1	Normalisation des variables	45
	4.2	Normalisation de la fonction objectif	
	4.3	Normalisation des contraintes	46
5.	Concl	usion	46
	<b>-</b> .	des pièces en emboutissage	
1.	Intro		
2.	Logic	iels pour la conception des surfaces additionnelles	49
	2.1	Logiciel "AUTOFORM Diedesigner"	
	2.1.1 2.2	Conception rapide d'habillage, par AUTOFORM Die Designer Logiciel "PAM-Diemaker"	50 52
3.	Descr	ription du Modeleur ASD « Addendum Surface Design »	53
	3.1		
	3.2	Importation de la CAO « partie utile de la pièce »	54
3.2.	1Avant	Importation de la CAO « partie utile de la pièce » Idée de base du modeleur ASD	54 55
3.2.	2 L	Importation de la CAO « partie utile de la pièce » Idée de base du modeleur ASD projet de la partie utile	54 55 56
3.2.		Importation de la CAO « partie utile de la pièce » Idée de base du modeleur ASD projet de la partie utile ecture des informations de la partie utile	54 55 56 56
3.2.	2.1.	Importation de la CAO « partie utile de la pièce » Idée de base du modeleur ASD projet de la partie utile ecture des informations de la partie utile Traitement de la partie utile et additionnelles	54 55 56 56 57
	2.1. 2.2.	Importation de la CAO « partie utile de la pièce » Idée de base du modeleur ASD projet de la partie utile ecture des informations de la partie utile Traitement de la partie utile et additionnelles Continuité G1 entre les surfaces	54 55 56 56 57 59
	2.1. 2.2. 3.3	Importation de la CAO « partie utile de la pièce » Idée de base du modeleur ASD projet de la partie utile ecture des informations de la partie utile Traitement de la partie utile et additionnelles Continuité G1 entre les surfaces Calcul des coordonnées des points de contrôle	54 55 56 56 57 59 60
3.3.	2.1. 2.2. 3.3 1Norm	Importation de la CAO « partie utile de la pièce » Idée de base du modeleur ASD projet de la partie utile ecture des informations de la partie utile Traitement de la partie utile et additionnelles Continuité G1 entre les surfaces Calcul des coordonnées des points de contrôle ales aux coins des surfaces communes	54 55 56 56 57 59 60 60

3.4 Calcul des normales aux points de contrôle		60	
3.5	Transformation de coordonnées entre les repères local et global	60	
3.6	Méthode de Hermite pour créer les courbes de profil	61	
3.6.1Etal	blissement des fonctions des courbes et résolution	61	
3.6.2	Calcul des coefficients des fonctions des courbes	62	
3.7	Structure et organigramme du code ASD et Courbe de profile PCDE	en	
NU	RS	65	
3.9.1Déf	inition des courbes NURBS	66	
3.9.2	Contrôle de forme d'une NURBS	68	
3.9.3	Description de la courbe de profil	69	
3.9.4	Courbe de profil PCDE composée des segments et d'arcs	72	
3.9.4.1.	Position du point A	72	
3.9.4.2.	Détermination du centre D de l'arc $\widehat{AB}$	73	
3.9.4.3.	Points de tangence définissant la droite EF :	75	
4. Exe	4. Exemples numériques de conception des surfaces additionnelles		
5. Con	clusion:	81	

# 

1.	Introduction8		
2.	2. Définition des fonctions objectif		
	2.1 2.2	Fonction d'épaisseur Fonction d'aspect	84 85
3.	Limitations		
4.	Organigramme du processus d'optimisation8		
5. Applications numériques avec modification directe du maillage			88
	5.1 5.2	Exemple du godet axisymétrique de Brunet Exemple de la boîte carrée - cas d'un seul mur	88 93
6.	Applic	ations numériques de modification des surfaces avec GID	96
	6.1 6.2 6.3 6.4	Exemple de la boîte carrée - cas de deux murs Exemple de la coupelle Twingo en présence de la fonction d'épaisseur Exemple de la coupelle Twingo en présence des fonctions d'épaisseur d'aspect Conclusion	96 100 et 103 105

7. Optimisation des surfaces additionnelles avec la méthode des surfaces de

réponses			
7.1	Exemple de la boîte carrée		
7.2	Exemple de la coupelle Twingo		
7.3	Conclusion		
Chapitre 6: Conclusions et perspectives			
Bibliogr	raphie	115	

## Avant-propos

Une thèse de Doctorat représente le plus souvent une tâche ardue. J'ai eu l'immense chance d'avoir d'excellents mentors, qui m'ont guidé tout au long de mes années de recherche effectuées au sein du Groupe Mécanique, Matériaux et Structures à l'Université de Reims Champagne-Ardenne.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude au Professeur Ying-Qiao GUO (mon directeur de thèse) ainsi qu'au Professeur Karl DEBRAY (co-directeur de thèse) pour la confiance qu'ils m'ont témoignés tout au long de cette formation, pour les précieux conseils qu'ils m'ont prodigués et leur encouragements qui ont été décisifs dans l'accomplissement de ce travail. Je tiens à remercier vivement Monsieur Hakim NACEUR (Maître de conférences à l'UTC), pour le soutien qu'il m'a apporté et pour toutes les discussions fructueuses que j'ai eues avec lui.

Je voudrai également adresser ma profonde gratitude aux Drs. Y. LI et F. BOGARD (Maîtres de conférences à l'URCA) ainsi qu'au Dr. Z. C. SUN pour les nombreuses discussions qu'on a eues pendant ma troisième année de thèse, notamment dans le domaine des surfaces additionnelles et de la CAO.

Qu'il me soit permis d'autre part d'exprimer ma reconnaissance aux Drs. Boussad ABBES et Fazily ABBES (Maîtres de conférences à l'URCA), pour les nombreuses rencontres et leurs soutiens, ainsi qu'à la plupart de mes collègues « thésards », et tout spécialement à Monsieur Cheikhna DIAGANA pour les multiples discussions qu'on a eu.

Sans oublier, le soutien moral dont m'ont fait part ma famille, ma femme Hiziya et mes amis de Reims et de Compiègne tout au long de cette thèse. Grâce à tous j'ai compris l'importance d'une bonne ambiance dans une équipe de travail. Je les assure tous d'une sincère amitié durable.

Pour terminer, j'aimerais exprimer mes remerciements au Ministère de l'Enseignement Supérieur et la Recherche d'Algérie et le Centre Régional des Oeuvres Universitaires et Scolaires (CROUS) de Reims, pour la bourse Franco-Algérienne octroyée pour mon DEA et mes trois années de thèse.

# Résumé

Cette thèse traite la conception et l'optimisation des surfaces additionnelles dans le procédé d'emboutissage en présence de fortes non linéarités, en utilisant la méthode des éléments finis couplée à un procédé de conception de ces surfaces et à un algorithme d'optimisation aux méthodes de programmation mathématique. L'objectif principal concerne la mise en œuvre d'un code de conception automatique et d'optimisation des différents paramètres géométriques des surfaces additionnelles pour les emboutis utilisés en carrosserie. Pour atteindre notre objectif, nous avons combiné les trois codes suivants :

- Un code de simulation du procédé d'emboutissage dénommé «Approche inverse », qui a été développé par les Professeurs Batoz, Guo et leurs collaborateurs, au sein de l'Université de Technologie de Compiègne depuis 1987 ([Bat89], [Bat90.1], [Guo90], [Elm91], [Dur92], [Nar93]). Cette approche sera présentée dans le chapitre 2.
- Un code de conception des surfaces additionnelles dénommé « ASD » (Addendum Surface Design), basé sur la CAO de la pièce finale.
- Un algorithme d'optimisation basé sur la méthode SQP (Programmation Quadratique Séquentielle).

Notre étude est divisée en trois grandes parties. Dans la première partie on présentera une étude bibliographique sur l'état de l'art en modélisation de l'emboutissage et des logiciels existants en conception et optimisation des surfaces additionnelles. Dans la seconde partie, on présentera les techniques de conception des surfaces additionnelles et les méthodes mathématiques d'optimisation.

Ensuite on analysera différents algorithmes numériques pour la résolution des problèmes d'optimisation en mécanique des structures. On donnera un aperçu général

sur les tendances actuelles en optimisation des structures et les algorithmes utilisés dans les codes industriels.

Dans la troisième partie, on exposera les concepts fondamentaux et les hypothèses simplificatrices requis pour la simulation du procédé d'emboutissage par l'Approche Inverse.

Une présentation des différentes pièces traitées sera donnée dans le dernier chapitre (applications numériques). On présentera les résultats obtenus avec notre code de conception et d'optimisation automatique des surfaces additionnelles sur des pièces académiques et des pièces industrielles.

## 1. État de l'art sur le procédé d'emboutissage

Le procédé d'emboutissage est important dans divers secteurs industriels : transport, carrosserie automobile (Figure 1.1), appareils électroménagers, emballages métalliques, etc. Un des intérêts principaux expliquant le succès de ce procédé réside dans la variété des composants réalisables et la cadence de production élevée.



Figure 1.1 : Outils d'emboutissage de carrosserie automobile

La reconnaissance mondiale de ce mode de mise en forme est due en grande partie à la pression d'éléments extérieurs tels que la nécessité croissante d'alléger les produits, la lutte contre la corrosion ou la concurrence des matériaux non métalliques. Cette technique sera au centre de ce chapitre dont le but est de présenter les avancées en termes de simulation et de conception de paramètres de ce mode de formage. Nous développerons cette présentation en deux parties :

*État de l'art sur les travaux en emboutissage* : Dans cette section, nous parlons, d'une façon détaillée, sur la simulation numérique par éléments finis du procédé d'emboutissage en utilisant une méthode inverse.

État de l'art sur les travaux d'optimisation en emboutissage: Nous projetons la lumière, ici, sur les recherches et les travaux récents effectués sur l'optimisation pour la conception de paramètres « idéaux » du procédé d'emboutissage afin d'améliorer la qualité des pièces embouties (minimisation du risque de rupture, de plissement, du retour élastique, marquage, ...).

L'emboutissage consiste à fabriquer, à partir d'un *flan* plan de faible épaisseur, une pièce de forme complexe généralement non développable (Figure 1.2). Le flan étant plaqué, avec une certaine force contre la *matrice*, par le *serre-flan* et, mis en forme par avancée du *poinçon* à l'aide d'une presse.



Figure 1.2 : Procédé d'emboutissage

Les méthodes numériques pour la simulation d'emboutissage doivent, dans la mesure du possible, prendre en compte différentes non linéarités (grandes transformations, élasto-plasticité, anisotropie, contacts-frottements), qui combinées

entre elles, forment un système fortement non linéaire. Nous pouvons classer les approches numériques en deux catégories :

- Les méthodes directes, qui simulent le procédé pas à pas, à partir de la connaissance du flan dans son état initial (forme, matériau), permettent de déterminer les caractéristiques des configurations intermédiaires et finales de l'objet en tenant compte des sollicitations et des conditions géométriques imposées par la présence d'outils.
- Les méthodes inverses, qui déterminent la position initiale de chaque point matériel à partir de la connaissance de la géométrie finale de la pièce désirée, permettent d'étudier l'emboutissabilité et l'influence des différents paramètres.

Deux types d'algorithmes sont couramment utilisés pour déterminer les incréments de déformations et de contraintes, à partir d'un incrément de déplacement. Le premier est de type statique implicite, il utilise la formulation Lagrangienne Actualisée couplée à une méthode de *Newton-Raphson* avec vérification, à chaque itération, de l'équilibre de la pièce. Certains codes tels que *ABAQUS Standard, INDEED* et *MARC* l'emploient. Cet algorithme permet l'obtention de résultats d'une bonne précision pour des temps de calculs malheureusement conséquents. Il existe également sous une forme explicite qui est moins utilisée. Le second algorithme est de type dynamique explicite. L'adjonction d'un terme d'inertie fictif dans le système d'équations statiques permet d'établir un schéma dynamique via une méthode de différences finies. L'avantage de cet algorithme est d'annuler les problèmes de convergence et d'économiser de l'espace mémoire. Néanmoins, les résultats sont moins précis et les temps de calculs restent notables bien que moins grands. De nombreux codes utilisent cette méthode de résolution (*DYNA3D*, *OPTRIS, PAM-STAMP, RADIOS5...*).

Les inconvénients majeurs des approches incrémentales restent de trop grands temps de calculs et la nécessité d'avoir un personnel qualifié pour l'ajustement de ces

méthodes numériques. Elles permettent néanmoins d'effectuer la validation de l'outillage adéquat pour la réalisation de l'emboutissage d'une pièce.

Parallèlement, depuis une décennie, des outils d'analyse basés sur des approches simplifiées ont été développés. Ce sont essentiellement des outils d'aide à la conception. Ces approches simplifiées utilisent la connaissance à priori de la forme finale de l'embouti, ce qui permet de connaître le déplacement vertical de chaque point. Une comparaison avec le flan plan initial permet une estimation significative des déformations élastoplastiques en retenant certaines hypothèses simplificatrices sur la loi de comportement du matériau et sur l'action des outils. La loi de comportement est du type Hencky, c'est à dire, basée sur la théorie de la déformation plastique totale. Le traitement du contact se limite aux calculs des réactions des outils sur la tôle. L'avantage de ce type d'approches réside dans leurs facilités d'emploi et la rapidité d'exécution. Elles sont par contre moins précises, mais permettent de mettre en évidence qualitativement, et cela dès le stade de la conception, les problèmes d'emboutissabilité d'une pièce.

## 2. Objectifs de la thèse

Cette thèse a été réalisée au sein du laboratoire GMMS de l'Université de Reims Champagne Ardenne. L'objectif principal est la mise en œuvre d'un code de conception automatique et d'optimisation des surfaces additionnelles dans les emboutis utilisés en carrosserie.

Elle s'inscrit parmi une suite de travaux dirigés par le Professeur Ying-Qiao GUO et ses collaborateurs sur la conception et l'optimisation des surfaces additionnelles dans le procédé d'emboutissage des tôles minces

La réussite d'une opération d'emboutissage nécessite la maîtrise de nombreux paramètres liés au type de matériau, à la géométrie des outils et de la tôle, aux conditions opératoires (efforts appliqués, vitesse, lubrification). La qualité de

l'embouti final (produits de bonnes qualités sans rupture, rayures ni plissement) dépend essentiellement de la bonne conception des surfaces d'habillages. Elle requiert une connaissance approfondie du procédé et la maîtrise des outils de CAO.

La conception de ces surfaces est une tâche longue, difficile, et coûteuse, elle doit favoriser l'équilibre global au cours de l'emboutissage, éviter des problèmes de contre-dépouille, minimiser la consommation de tôle, assurer la continuité, tout en évitant la rupture, le plissement, un amincissement et/ou un épaississement excessif.

Notre objectif principal est de rendre le procédé d'emboutissage plus fiable et plus efficace par l'optimisation de ces surfaces satisfaisant des critères qui sont, dans notre cas, basés sur la qualité de la pièce emboutie et le coût de l'opération.

Un des aspects principaux du travail de cette thèse consiste à développer un outil de conception des surfaces additionnelles. Un deuxième aspect, plus économique consiste à coupler le code de conception adopté avec un algorithme d'optimisation, à définir et à étudier des critères permettant de caractériser les défauts de type striction, plissement et rayures, à travers des fonctions mathématiques "limitations ou objectifs" calculées à partir des résultats issus de la simulation numérique de l'emboutissage.

Les fonctions de limitations et les fonctions objectifs sont destinées à être utilisées pour la formulation d'un problème d'optimisation global assurant une quantification mathématique des défauts sur l'ensemble de la pièce.

Un de nos objectifs initiaux, concerne la formulation des méthodes de conception de courbes de profil des surfaces additionnelles basée sur des considérations géométriques (méthode Hermite, NURB, Segments et Arcs) pour assurer la continuité entre la partie utile de la pièce et les surfaces additionnelles, ainsi que la recherche de sa géométrie optimale, garantissant la bonne qualité du produit final et évitant les défauts qui proviennent essentiellement d'un déséquilibre global de la tôle sous la force du poinçon, des problèmes de parois verticales, la non satisfaction de la

continuité C<sup>1</sup> des surfaces, ce qui influe sur le produit final et provoque des problèmes de plissement, rupture ou rayures.

On récapitule les principaux objectifs de cette thèse :

- Concevoir un code de conception des surfaces additionnelles basé sur la CAO de la pièce désirée.
- Optimiser les paramètres géométriques des surfaces additionnelles dans l'embouti par combinaison d'un code de simulation du procédé d'emboutissage dénommé «Approche inverse » et des algorithmes d'optimisation de type SQP (Programmation Quadratique Séquentielle) et FSQP.

Pour y parvenir, ma thèse comporte cinq chapitres :

Chapitre 1 : Introduction

Ce premier chapitre rappelle la généralité du procédé d'emboutissage, l'état de l'art en simulation numérique de la mise en forme de tôles, l'historique des travaux concernant l'optimisation des paramètres du procédé ainsi que les codes industriels de conception des surfaces additionnelles et les objectifs de la thèse et son contexte scientifique.

Chapitre 2 : Approche inverse pour la modélisation du procédé d'emboutissage

Ce chapitre rappelle les concepts de base requis pour la simulation du procédé d'emboutissage par l'approche inverse, et les différentes hypothèses simplificatrices retenues.

Chapitre 3 : Etat de l'Art des méthodes d'optimisation

Ce chapitre est consacré à l'état de l'art des méthodes mathématiques utilisées dans la résolution d'un problème d'optimisation. On présente quelques définitions nécessaires à l'application de ces méthodes, la formulation mathématique d'un problème d'optimisation.

Chapitre 4 : Technique de conception des surfaces additionnelles

Ce chapitre présente la technique de conception des surfaces additionnelles. Les points abordés sont :

- **D** Spécifications des logiciels de conception des surfaces additionnelles
- Présentation détaillée de notre démarche de conception des surfaces additionnelles dénommée ASD « Addendum Surfaces Design ».
- **D** Exemples numériques de conception des surfaces additionnelles

Chapitre 5 : Optimisation des paramètres du procédé d'emboutissage

Ce chapitre présente l'application des méthodes de type SQP et FSQP pour la recherche des paramètres optimaux du procédé qui permettent de limiter les risques de rupture, de plissement et de rayures.

Chapitre 6 : Conclusion et perspectives

### 4. Etat de l'art en simulation numérique de la mise en forme de tôles

La simulation de la mise en forme des tôles minces par emboutissage ou hydroformage a connu un grand essor ces dernières décennies. En effet la plupart des éditeurs de logiciels (incrémentaux ou à un pas) offrent de plus en plus de solutions complètes (pré-traitement, calcul, post-traitement). Certains logiciels offrent de plus la possibilité d'optimiser quelques paramètres de procédé (forces de retenue, forme du flan,...). La figure 1.3 donne un aperçu de différentes fonctionnalités qu'on peut retrouver dans la majorité des logiciels de simulation d'emboutissage.



Figure 1.3. Simulation et optimisation de la mise en forme de tôles minces

AutoForm avec son module DieDesigner et le logiciel PamStamp avec le module Pam-Diemaker, proposent cette approche. Il s'agit d'un modeleur géométrique capable de générer les surfaces dites "additionnelles" qui forment le support de la tôle pendant le formage. Cependant ces surfaces générées sont limitées à des formes simples du style : surfaces planes, cylindriques et de type NURBS. La génération de ces surfaces d'habillage est obtenue en se basant sur la connaissance de la géométrie de la partie utile. La troisième partie (cœur du logiciel) concerne le module d'analyse. Nous distinguons généralement deux familles :

#### 1. Méthodes incrémentales

Ce sont les méthodes les plus courantes et les plus utilisées car elles donnent des résultats en général très précis. Par contre elles nécessitent des temps de calculs importants. Ces méthodes se décomposent en deux grandes familles:

- <u>Algorithme dynamique explicite</u>: il prend en compte le terme d'accélération dans les équations d'équilibre. Le pas de temps étant très petit pour des raisons de précision et de stabilité du schéma, il conduit à des temps de calcul très élevés.
- <u>Algorithme statique implicite</u>: il considère l'équilibre statique sans termes d'accélération. La résolution statique non linéaire est en général beaucoup plus lente que les méthodes explicites car on est obligé d'utiliser de très petits pas de temps pour assurer la convergence.

#### 2. Méthodes à un seul pas

Ces méthodes sont moins utilisées que les précédentes car elles donnent des résultats moins précis, par contre elles sont très rapides. Ces méthodes utilisent en général l'algorithme statique implicite pour la résolution du système non linéaire.

Concernant la partie de post-traitement, tous les logiciels de simulation d'emboutissage en disposent. Les résultats sont en général donnés sous forme de cartes d'iso valeurs (des déformations, déplacements, épaisseur...). La plupart de ces logiciels incluent des possibilités de post-traitement des résultats sous forme de courbes par exemple les courbes Limite de Formage.

La dernière fonctionnalité qui concerne l'optimisation de paramètres du procédé, le logiciel AutoForm en dispose avec son module "AutoForm Optimizer". Ce module permet d'optimiser certains paramètres tels que la force de serrage, la forme du flan initial, les dimensions des joncs de retenue...

### 5. Etude bibliographique sur la conception des surfaces d'habillage

De nos jours la simulation numérique de l'emboutissage est largement utilisée dans l'industrie automobile, car elle permet de satisfaire les objectifs des industriels, notamment des constructeurs automobiles, qui souhaitent augmenter le nombre de nouveaux produits, et limiter le temps de développement. De plus en conception de produits [BAR94], la phase de conception d'un produit, dont le coût représente environ 10 % du prix du produit, engage 80% du coût total. Pour une pièce obtenue par emboutissage (tout comme pour d'autres procédés de mise en forme) la prise en compte des paramètres de fabrication lors de la conception contribue à faciliter l'obtention finale du produit. Il est donc judicieux de faire intervenir la simulation numérique du procédé de mise en forme, le plus tôt possible pour permettre une aide à la conception des pièces à moindres coûts.

La simulation numérique par éléments finis a été étudiée largement et des développements considérables sont rapportés dans les débats de plusieurs conférences internationales.

En 1998, Tekkaya [TEK98] a présenté un état de l'art sur la simulation numérique en emboutissage. Plusieurs approches co-existent. En 1990, l'équipe du professeur Batoz [GUO90], [BAT90] a présenté une méthode très rapide appelée Approche Inverse en utilisant des hypothèses simplificatrices sur le chemin de déformation et sur l'action des outils pour estimer les déformations dans la pièce finale. Des codes commerciaux et spécifiques à l'emboutissage, basés sur cette approche, existent : QUICK-STAMP, AUTOFORM, ISOPUNCH, SIMEX, STAMPACK-ONE STEP, FAST-FORM 3D...

La conception des surfaces additionnelles (habillages) dans l'emboutissage est une tâche très difficile. Cette difficulté vient de la géométrie complexe, des exigences techniques du procédé, des divers critères de qualité utilisés et des non linéarités des paramètres du processus. La simulation numérique, permet d'étudier l'influence

des paramètres du procédé sur la qualité de la pièce emboutie. Certains chercheurs (EL Mouatassim et al [ELM95], Hibon et al [HIB96]) ont proposé des conceptions et des méthodologies d'optimisation dans le but d'optimiser les paramètres de mise en forme. Ces méthodologies peuvent êtres considérées comme «Optimisation manuelle ». Luet et al. [LUE98] ont présenté la combinaison de la méthode E.F. avec un algorithme d'optimisation. L'objectif de cette étude, est de minimiser le risque de rupture, de plissement et les zones non tendus. Les variables de conception sont les forces de retenue, les surfaces additionnelles de la matrice et la forme de la partie sous serre-flan. Cette étude a été appliquée à l'emboutissage de la portière de Renault Kangoo. Sklad [SKL92] a développé un logiciel de CAO qui permet l'analyse de l'emboutissage en utilisant la méthode "Ideal Forming", avec la possibilité de création de surfaces additionnelles de forme axisymétrique ce qui permet de calculer la taille du brin libre et ainsi il obtient la forme du flan. Si la conception des surfaces additionnelles est faite manuellement avec un logiciel de CAO, plusieurs corrections doivent être faites en accord avec les résultats de la simulation d'emboutissage.

L'automatisation du procédé de conception a déjà été considérée pour différents procédés (par exemple: l'extrusion par Kusiak et al, [KU589], lancé par Deng, 1993 [DEN93]. Des pièces de formes simples ont aussi été étudiées par Barlet et al, [BAR96], ce dernier a permis l'optimisation du contour du flan initial sous des critères de minimisation des risques de plissement et de déchirure.

### 6. Etat de l'art de l'optimisation du procédé d'emboutissage

Plusieurs travaux ont permis d'étudier l'influence de différents paramètres du procédé (tels que les propriétés matérielles, les dimensions de la tôle, la force de serrage, le coefficient de frottement, les forces de retenue,...), en utilisant des méthodes incrémentales et les méthodes simplifiées [OWE97], [HUE98], [TEK98], [GEL99]. Une étude de l'influence des propriétés du matériau dans le cas de configurations géométriques simples a été proposée par Baque et al. [BAQ73],

#### François [FRA84].

L'optimisation du procédé d'emboutissage, en particulier, nécessite la définition des fonctions objectif et limitations traduisant les critères de qualité recherchés de la pièce finale. Plusieurs fonctions ont été formulées et utilisées pour l'optimisation de ce procédé ([OHA96], [NAC98], [BAR98], [DEL02a], [MIC02], [KLE03a], [LAB03], ...). Naceur [NAC98] a formulé un problème d'optimisation pour la détermination du contour optimal du flan initial. La résolution du problème d'optimisation est basée sur un algorithme de type SQP, couplé avec une simulation par Approche Inverse qui donne comme résultats les fonctions objectif, les limitations et leurs gradients semianalytiques. Delamézière [DEL02a], Naceur et al. [NAC04], Gantar et al. [GAN02] et [GAN05] ont utilisé la courbe limite de formage (CLF) pour définir des fonctions qualité. Pour éviter la rupture et le plissement Gantar et Kuzman [GAN02a] ont formulé une fonction objectif en se basant sur la CLF et la hauteur des plis. Ghouati, Gélin et Lenoir [GHO00] ont évalué la gualité de la pièce en fonction des caractéristiques géométriques obtenues par simulation pour atteindre la géométrie souhaitée. Labergère [LAB03] a défini une fonction objectif pour l'optimisation de la géométrie initiale du flan dédiée à trouver la forme désirée du contour extérieur de la tôle après déformation. Le plissement est un défaut dû à l'instabilité locale dans la tôle. Cette instabilité est liée principalement à l'état des contraintes, à l'épaisseur de la tôle et aux conditions aux limites. Plusieurs travaux ont été réalisés pour analyser, évaluer et contrôler le risque de plissement [HIL58], [HUT85], [NEA90], [BRU97], [ZEN98], [CA000], [CH000] et [KIM00]. Une méthode d'analyse locale simplifiée du plissement a été développée par Brunet, Batoz et Bouabdallah [BRU97], en s'inspirant des travaux de Hutchinson, Neale et al. [HUT85], [NEA90]. Pour éviter le plissement et la striction Keltz [KELO4] a défini deux fonctions objectifs. Une première approche a été formulée en se basant sur les travaux de Delamézière [DEL02b], Hutchinson et Neale [HUT85] et Améziannne-Hassani et Neale [AME91]. Une seconde approche a été formulée par Xiaoxiang et al. [XIA04], ce problème d'optimisation a pour objectif de déterminer une géométrie optimale de la matrice

permettant d'améliorer la formabilité du matériau. Une procédure d'optimisation basée sur la méthode du Simplex a été utilisée et couplée avec le code AutoForm. Naceur et al. [NACO4] ont utilisé un critère, basé sur la répartition de la densité d'énergie plastique dans la tôle emboutie, pour l'optimisation de la surface sous le serre-flan de la tôle

## 7. Conception et optimisation des surfaces additionnelles

Un embouti est souvent composé de deux parties (figure 1.4) : la pièce désirée (partie utile) et les surfaces additionnelles, qui comprennent les surfaces d'habillage de protection, celles d'arrondi d'entrée matrice et celles sous serre-flan. Ces surfaces additionnelles ont une grande influence sur la qualité de la pièce obtenue. Une bonne conception des surfaces additionnelles doit faciliter l'équilibre global de la tôle sous la force du poinçon, éviter les problèmes des parois verticales, minimiser la consommation de la matière, assurer la continuité  $C^1$  entre les surfaces, éliminer les problèmes de rayures (qui proviennent du passage de la tôle sous le rayon d'entrée matrice), de plissement et de rupture (qui proviennent d'un fort épaississement ou amincissement).



Figure 1.4. Surfaces additionnelles dans une pièce emboutie

L'optimisation des surfaces additionnelles s'appuie sur les données CAO de la pièce, qui sont souvent représentées par des surfaces NURBS composées de contours fermés et stockés dans des fichiers CAO de type IGES. Chaque surface NURBS est définie par un contour fermé composé de 4 ou 5 courbes NURBS, chaque courbe est définie par des points de contrôle. Pour générer les surfaces additionnelles, nous devons détecter les contours de la pièce finale ainsi que les surfaces, les lignes et les points correspondants. Si le contour de la partie utile est trop complexe, des surfaces NURBS supplémentaires doivent être créées pour obtenir une frontière lisse (de continuité  $C^1$ ) avec le reste de la pièce.

# Chapitre 2 : Approche Inverse pour la modélisation du procédé d'emboutissage

Nous allons aborder les concepts fondamentaux requis pour la modélisation du procédé d'emboutissage par l'Approche Inverse et les différentes hypothèses simplificatrices retenues dans cette approche. Nous allons d'abord commencer par un bref rappel sur les origines de cette méthode.

## 1. Historique et origine

Historiquement Batoz, Guo et leurs collaborateurs ont développé, au sein de l'Université de Technologie de Compiègne, une approche simplifiée dénommée Approche Inverse et cela dès 1987 [BAT89], [BAT90.1], [GUO90], [ELM91], [DUR92], [NAR93]. Cette approche, par éléments finis, utilise la forme connue de l'embouti final pour déterminer les positions initiales des particules dans le flan plan initial, permettant ainsi de calculer les distributions d'épaisseur, de déformations et de contraintes dans la pièce finale. Plusieurs codes de calculs sont issus de cette approche: FLECHE, REFORM, SIMEM2 (RENAULT), SIMEX (SIMTECH), ISOPUNCH (SOLLAC).

Parmi les groupes ayant développés un type d'approche similaire, le groupe "Forming.Technologies.Incorporated" au Canada a créé un code nommé FAST3D (Liu et Karima [LIU92], [LIU95]), en s'inspirant de l'Approche Inverse et de la "Ideal forming theory" [CHU98]. Actuellement, d'autres groupes, en Corée et en Chine, travaillent aussi sur ce type de méthodes [HUH97].

## 2. Description de l'Approche Inverse

L'approche inverse est basée sur la connaissance de la forme finale de l'embouti. A partir d'un maillage de la pièce finale, on cherche les positions des points matériels dans le flan initial plan (Figure 2.1). Deux hypothèses principales sont retenues dans l'AI : l'hypothèse du chargement radial qui permet d'utiliser la loi intégrée de Hencky et celle des actions des outils qui sont remplacées par des forces externes de type pression nodale. Ainsi nous obtenons une méthode directe et indépendante de l'histoire des déformations.



Figure 2.1: Description générale de l'approche inverse

Afin d'identifier clairement les diverses variables utilisées au sein de l'AI, le tableau 2.1 récapitule les quantités connues ainsi que celles à déterminer par le calcul.

	Entités connues	Entités à déterminer
Flan plan initial C <sup>o</sup>	<ul> <li>épaisseur initiale h<sup>0</sup>.</li> <li>contraintes et déformations nulles</li> <li>forme du contour</li> </ul>	<ul> <li>Positions des points P<sup>0</sup></li> <li>(déplacements U et V).</li> </ul>
Embouti final connu C	<ul> <li>géométrie, positions des points P.</li> <li>déplacement vertical W de chaque point matériel</li> </ul>	<ul> <li>variation d'épaisseur.</li> <li>déformations et contraintes</li> <li>forme du contour</li> </ul>

Tableau 2.1: Identification des diverses entités dans l'approche inverse

D'autres hypothèses prises pour cette approche sont :

□ Matériau est considéré élasto-plastique isotrope ou anisotrope transverse avec écrouissage isotrope.

□ Incompressibilité du matériau, les déformations élastiques étant petites par rapport aux déformations plastiques.

□ Contraintes planes.

Le flan est initialement plan, on connaît son épaisseur. Le contour du flan peut être choisi d'avance (calcul avec relocalisation des nœuds sous serre-flan), le bord de l'embouti sous serre-flan étant alors inconnu. A l'inverse, le flan initial est à déterminer si le contour de l'embouti est fixé.

La résolution non linéaire est effectuée par une procédure itérative de Newton-Raphson.

## 3. Grandes Transformations des tôles minces

Pour traiter de grandes transformations géométriques de structures minces, nous présentons les concepts de base utilisés dans l'Approche Inverse.

### 3.1 Cinématique non linéaire des pièces embouties 3D



Figure 2.2 Cinématique d'une tôle mince

Seule la configuration initiale  $C^0$  (supposée plane) et la configuration finale C sont utilisées dans l'Approche Inverse (figure 2.2) pour définir les déformations.

Le vecteur position d'une particule p qui appartient à la surface moyenne de la configuration  $C^0$  est donné par :

$$\vec{x}_{p}^{0} = \vec{X}_{p} - \vec{U}_{p}$$
 (2.1)

$$\vec{U}_{p} = U\,\vec{i} + V\,\vec{J} + W\vec{K}$$
(2.2)

où  $\vec{U}_{\rho}$  représente le vecteur déplacement de la particule p dans le repère global dont les vecteurs unitaires $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On peut définir le vecteur  $\vec{U}_{p}$  dans un repère local orthonormé  $(\vec{t}_{1}, \vec{t}_{2}, \vec{n})$  lié à la particule p, de telle manière que  $\vec{t}_{1}$  et  $\vec{t}_{2}$  soient tangents à la surface moyenne de la configuration finale C.

$$\vec{U}_{p} = U\vec{t}_{1} + V\vec{t}_{2} + W\vec{n}$$
 (2.3)

Le vecteur position d'un point quelconque q, selon l'hypothèse de Kirchhoff (conservation des normales), peut être défini par sa position suivant l'épaisseur z et le vecteur position du point p (sur la surface moyenne) :

$$\vec{X}_q = \vec{X}_p + z\vec{n} \tag{2.4}$$

où z est la position de q suivant l'épaisseur par rapport à la surface moyenne de la tôle dans la configuration finale C.

Dans la configuration initiale nous avons :

$$\vec{\chi}_{q}^{O} = \vec{\chi}_{p}^{O} + z^{O} \vec{n}^{O}$$
(2.5)

$$\vec{n}^{0} = k_{x}\vec{t_{1}} + k_{y}\vec{t_{2}} + k_{z}\vec{n}$$
(2.6)

où  $\vec{n}^0$  est le vecteur normal unitaire à la surface moyenne dans la configuration initiale  $C^0$ ,  $k_x$ ,  $k_y$  et  $k_z$  sont les cosinus directeurs de  $\vec{n}^o$  par rapport à  $\vec{t_1}, \vec{t_2}, \vec{n}$ . Puisque le point p et le repère  $\vec{t_1}, \vec{t_2}, \vec{n}$  sont connus et restent inchangés au cours des itérations d'équilibre, la définition des déformations et des contraintes dans ce repère et par rapport au point p rend la formulation beaucoup plus simple.

A partir des deux équations 2.1 et 2.5, on peut exprimer le vecteur position du point q dans la configuration initiale  $C^0$ , en fonction de la position du point p dans la configuration finale connue et du déplacement du point p recherché :

$$\vec{X}_{q}^{O} = \vec{X}_{p} - \vec{U}_{p} + z^{O} \vec{n}^{O}$$
(2.7)

D'où on trouve les trois composantes du vecteur position  $\vec{\chi}_{q}^{o}$  dans le repère local x, y, z défini par  $\vec{t}_{1}, \vec{t}_{2}, \vec{n}$  :

$$\vec{\chi}_{q}^{O} = \left(x - u + \frac{z}{\lambda_{3}}k_{x}\right)\vec{t}_{1} + \left(y - v + \frac{z}{\lambda_{3}}k_{y}\right)\vec{t}_{2} + \left(-w + \frac{z}{\lambda_{3}}k_{z}\right)\vec{n}$$
(2.8)

L'élongation suivant l'épaisseur de la tôle est définie par :

$$\lambda_3 = \frac{z}{z^0} \tag{2.9}$$

### 3.2 Mesure des déformations

L'inverse du tenseur gradient de déformation s'écrit :

$$\left[F\right]^{-1} = \frac{\partial \vec{X_q}}{\partial \vec{X_q}}$$
(2.10)

Dans un comportement membranaire (z=0 sur la surface moyenne),  $[F]^1$  est donné par :

$$\left[\mathcal{F}\right]^{-1} = \frac{\partial \vec{X}_{q}^{0}}{\partial \vec{X}_{p}} \tag{2.11}$$

En utilisant les équations (2.9) et (2.10),  $[F]^{-1}$  peut être défini dans le repère local  $\vec{t_1}, \vec{t_2}, \vec{n}$  sous une forme très simple :

$$[F]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{\partial u}{\partial x} & -\frac{\partial u}{\partial y} & \frac{k_x}{\lambda_3} \\ -\frac{\partial v}{\partial x} & 1 - \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{k_y}{\lambda_3} \\ -\frac{\partial w}{\partial x} & -\frac{\partial w}{\partial y} & \frac{k_z}{\lambda_3} \end{bmatrix}$$
(2.12)

L'inverse du vecteur de Cauchy Green gauche [B] est définie par :

$$\left\langle dX_{q}^{O}\right\rangle \left\{ dX_{q}^{O}\right\} = \left\langle dX_{q}\right\rangle [F]^{-T} [F]^{-1} \left\{ dX_{q}\right\} = \left\langle dX_{q}\right\rangle [B]^{-1} \left\{ dX_{q}\right\}$$
(2.13)

Les équations (2.12) et (2.13) permettent de définir  $[B]^{-1}$ :

$$\begin{bmatrix} B \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} (1 - u_{,x})^2 + v_{,x}^2 + w_{,x}^2 & -u_{,y}(1 - u_{,x}) - v_{,x}(1 - v_{,y}) + w_{,x}w_{,y} & 0 \\ & u_{,y}^2 + (1 - v_{,y})^2 + w_{,y}^2 & 0 \\ & sym & \lambda_3^{-2} \end{bmatrix}$$
(2.14)

où le flan initial est supposé plan et horizontal (k\_x = k\_y = 0 , k\_z = 1 )

Les valeurs propres de [B]<sup>-1</sup> donnent les trois élongations principales  $(\lambda_1, \lambda_2 \ et \ \lambda_3)$ , les vecteurs propres de [B]<sup>-1</sup> donnent leurs directions  $(\vec{n}_1, \vec{n}_2 \ et \ \vec{n}_3)$ :

$$\begin{bmatrix} B \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda^{-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \end{bmatrix}^T$$
(2.15)

avec  $[m] = \begin{bmatrix} \vec{n}_1 \\ \vdots \\ \vec{n}_2 \\ \vdots \\ \vec{n}_3 \end{bmatrix}$ 

$$\begin{bmatrix} \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \lambda_2 & \\ & & \lambda_3 \end{bmatrix}$$
(2.16)

L'équation (2.14) permet d'obtenir deux déformations principales logarithmiques dans le plan de la tôle :

$$\begin{cases} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{cases} = \begin{cases} \ln \lambda_1 \\ \ln \lambda_2 \end{cases}$$
 (2.17)

L'hypothèse d'incompressibilité du matériau (déformation isochore) donne la déformation suivant l'épaisseur :

$$\lambda_1 \bullet \lambda_2 \bullet \lambda_3 = 1$$
 ou  $\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 = 0$  (2.18)

$$\lambda_3 = \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2}$$
 ou  $\varepsilon_3 = -(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$  (2.19)

La matrice de transformation est déterminée par les directions des élongations principales :

$$[m] = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0\\ -\sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(2.20)

où  $\theta$  est l'angle entre le repère des déformations principales et le repère local.

Les déformations logarithmiques dans le repère local s'exprime comme suit :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{x} & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & 0\\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_{y} & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ln \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \end{bmatrix}^{T}$$
(2.21)

## 3.3 Calcul des contraintes par la loi de Henchy intégrée

Retenons les hypothèses des contraintes planes et d'anisotropie transverse du matériau. Le seuil de plasticité est défini par le critère de Hill :

$$\phi = \sigma_{eq}^2 - \overline{\sigma}^2 = \langle \sigma \rangle [\mathsf{P}] \{\sigma\} - \overline{\sigma}^2 = 0 \tag{2.22}$$

avec  $\langle \sigma \rangle = \langle \sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_{xy} \rangle$ 

où  $\sigma_{eq}$  est la contrainte équivalente,  $\overline{\sigma}(\overline{\varepsilon})$  représente la courbe de traction uniaxiale, [P] est une matrice définie par les coefficients d'anisotropie moyenne (de Lankford)  $\overline{r}$ .

Selon l'hypothèse du chargement radial (loi de Henchy ou la théorie de la déformation plastique totale), le taux de déformations peut être intégré pour obtenir une loi totale :

$$\left\{ \varepsilon^{\rho} \right\} = \frac{\overline{\varepsilon}^{\rho}}{\overline{\sigma}} \left[ \rho \right] \left\{ \sigma \right\}$$
(2.23)

avec 
$$\overline{\varepsilon}^{p} = \sqrt{\langle \varepsilon^{p} \rangle [P]^{-1} \{ \varepsilon^{p} \}}$$
 (2.24)

où  $\overline{\mathcal{E}}_{p}$  est la déformation plastique équivalente.

En tenant compte des déformations élastiques, on obtient la relation suivante entre les déformations totales et les contraintes de Cauchy :

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^{e}\} + \{\varepsilon^{p}\} = \left\langle [\mathcal{C}] + \frac{\overline{\varepsilon}^{p}}{\overline{\sigma}} [\mathcal{P}] \right\rangle \{\sigma\}$$
(2.25)

ou

$$\{\sigma\} = \left( \left[ \mathcal{C} \right] + \frac{1}{H_{s}} \left[ \mathcal{P} \right] \right)^{-1} \{\varepsilon\}$$
(2.26)

avec 
$$H_s = \overline{\sigma} / \overline{\varepsilon}_p$$
 (2.27)

où  $H_s$  est module sécant de la courbe  $\overline{\sigma} - \overline{\varepsilon}_p$ .

### 3.4 Vecteur des forces internes

Le travail virtuel interne élémentaire  $W_{int}^e$  est donné par :

$$\mathbf{W}_{\text{int}}^{e} = \int_{\mathbf{v}^{e}} \langle \varepsilon^{\star} \rangle \{\sigma\} \, \mathrm{d}\mathbf{v} = \int_{\mathbf{v}^{e}} \langle \varepsilon^{\star}_{\mathbf{x}} \varepsilon^{\star}_{\mathbf{y}} \varepsilon^{\star}_{\mathbf{xy}} \rangle \begin{cases} \sigma_{\mathbf{x}} \\ \sigma_{\mathbf{y}} \\ \sigma_{\mathbf{xy}} \end{cases} \, \mathrm{d}\mathbf{v} \tag{2.28}$$

avec  $<\epsilon^*>=<e^*>+z<\chi^*>$ ,  $\left(-\frac{h}{2}\leq z\leq \frac{h}{2}\right)$  (2.29)

 $<\epsilon^{*}>$  : comporte les déformations virtuelles de membrane et de flexion,

 $\{\sigma\}\,:\,$  vecteur des contraintes de Cauchy,

h : épaisseur finale constante par élément.

En utilisant l'élément de membrane CST et l'élément de flexion DKT6, le vecteur des forces internes peut s'exprimer dans le repère local x, y, z par :

$$\left\{\mathsf{F}_{\mathsf{int}}^{e}\right\} = \int_{v^{*}} \left(\left[\mathsf{B}_{\mathsf{m}}\right]^{\mathsf{T}} + \mathsf{z}\left[\mathsf{B}_{\mathsf{f}}\right]^{\mathsf{T}}\right) \{\sigma\} \, \mathsf{d}\mathsf{z} \, \mathsf{d}\mathsf{A}$$
(2.30)

#### 3.5 Vecteur des forces externes

Dans l'approche inverse, on suppose que le chargement externe (action des outils) est une pression nodale. Les forces du frottement pour chaque élément sous serreflan peut s'exprimer comme suit :

$$\vec{\mathbf{f}} = -2\,\mu\,\mathbf{q}_n\,\vec{\mathbf{t}} \tag{2.31}$$

où  $\vec{f}$  est la force de frottement tangente par unité de surface,  $q_n$  la force de pression sous serre-flan. $\mu$  le coefficient de frottement.  $\vec{t}$  le vecteur unitaire dans la direction du glissement.

Le vecteur résidu à un nœud k doit vérifier l'équilibre :

$$\left\{ F_{ext}^{k} \right\} - \left\{ F_{int}^{k} \right\} = P^{k} \left\{ \begin{matrix} n_{X}^{f} \\ n_{y}^{f} \\ n_{Z}^{f} \end{matrix} \right\}_{ext} - \left\{ \begin{matrix} F_{X}^{k} \left( U, V \right) \\ F_{Y}^{k} \left( U, V \right) \\ F_{Z}^{k} \left( U, V \right) \end{matrix} \right\}_{int} = 0$$

$$(2.32)$$

où P<sup>k</sup> peut être calculé en pré multipliant (2.32) par <  $n_x^{\dagger}$   $n_y^{\dagger}$   $n_z^{\dagger} >$ .

L'action du poinçon est composée d'une pression normale et d'une force de frottement tangentielle. Leur résultante se trouve dans le cône de frottement, son intensité P<sup>k</sup> inconnue et sa direction pouvant être calculée par le coefficient du frottement et la direction du glissement.

#### 3.6 Formulation éléments finis

La pièce finale est discrétisée par des éléments de coque triangulaires à facettes planes et d'épaisseur constante, chaque élément comporte 3 nœuds aux sommets P1, P2, P3 et 3 nœuds aux milieux des côtés P4, P5, P6 (DKT12) (figure 2.3).


Figure 2.3: Elément triangulaire de facette plane de type DKT12

Le Principe des Travaux Virtuels est utilisé pour établir l'équilibre dans la pièce finale (équation 2.34). Les effets de cisaillement transverse dans les tôles minces sont négligés, ce qui permet d'écrire le travail virtuel interne élémentaire sous la forme suivante :

$$W_{int}^{e} = \int_{V^{e}} \langle \varepsilon^{\star} \rangle \{\sigma\} dV$$
 (2.33)

avec

dV=dz•dA=dz•dx•dy

 $\begin{array}{l} \left\langle \epsilon^{\star} \right\rangle = \left\langle \epsilon^{\star}_{\mathsf{x}} \quad \epsilon^{\star}_{\mathsf{y}} \quad \gamma^{\star}_{\mathsf{x}\mathsf{y}} \right\rangle \quad \text{vecteur des déformations virtuelles} \\ \left\langle \sigma \right\rangle = \left\langle \sigma_{\mathsf{x}} \quad \sigma_{\mathsf{y}} \quad \sigma_{\mathsf{x}\mathsf{y}} \right\rangle \quad \text{vecteur des contraintes de Cauchy.} \end{array}$ 

L'épaisseur h est considérée constante par élément et les déformations virtuelles sont exprimées par:

$$\langle \varepsilon^* \rangle = \langle e^* \rangle + z \langle \chi^* \rangle$$
 (2.34)

où

 $\left< e^{\star} \right>~$  est le vecteur des déformations virtuelles de membrane,

 $z \big< \chi^{\star} \big>$  est le vecteur des déformations virtuelles de flexion.

Pour l'élément triangulaire à facette plane DKT12 présenté ici, les déformations virtuelles de membrane sont exprimées par les déplacements virtuels u<sup>\*</sup>, v<sup>\*</sup> suivant les coordonnées locales x, y de l'élément (figure 2.4).

Des approximations linéaires sont considérées pour u\* et v\* (élément de membrane CST) :

$$\left\langle \boldsymbol{e}^{\star}\right\rangle = \left\langle \boldsymbol{u}_{,x}^{\star} \quad \boldsymbol{v}_{,y}^{\star} \quad \boldsymbol{u}_{,y}^{\star} + \boldsymbol{v}_{,x}^{\star}\right\rangle$$
(2.35)

$$\left\{\boldsymbol{e}^{\star}\right\} = \left[\boldsymbol{B}_{m}\right]\left\{\boldsymbol{u}_{n}^{\star}\right\}$$
(2.36)

 $\text{avec} \qquad \left\langle u_{n}^{\star}\right\rangle = \left\langle u_{i}^{\star} \quad v_{i}^{\star} \quad w_{i}^{\star} \quad i=1,2,3\right\rangle$ 

Les déformations virtuelles de flexion sont définies sous une forme simple en utilisant un élément de plaque mince en flexion appelé DKT6 [Bat91]. Cet élément de plaques permet d'avoir l'opérateur de déformation [B<sub>f</sub>] constant. L'élément DKT6 est caractérisé par 6 degrés de liberté (3 déplacements transversaux w aux nœuds des sommets et 3 rotations  $\theta_s$  aux milieux des côtés, figure 2.4).



Figure 2.4: Coordonnées locales, degrés de liberté de l'élément DKT12

Afin de définir les courbures virtuelles de l'élément DKT6, les rotation  $\beta_x^*$  et  $\beta_y^*$ sont exprimées linéairement en utilisant une approximation semi  $C^0$  des rotations aux noeuds milieux.

$$\beta_{x}^{*} = \sum_{k=4,5,6} N_{k} \beta_{xk}^{*}$$

$$\beta_{y}^{*} = \sum_{k=4,5,6} N_{k} \beta_{yk}^{*}$$
(2.37)

 $o \dot{u} \quad N_4 = 1 - 2 \eta \ ; \qquad N_5 = -1 + 2 \xi + 2 \eta \ ; \qquad N_6 = 1 - 2 \xi$ 

La théorie des plaques minces en flexion de Kirchhoff permet d'exprimer la rotation  $\beta_{sk}^{*}$  de chaque coté d'élément par les déplacements  $w_{i}^{*}$  et  $w_{j}^{*}$  des noeuds sommets [BAT92]:

$$\int_{0}^{L_{k}} \gamma_{sk}^{*} ds = \int_{0}^{L_{k}} \left( w_{s}^{*} + \beta_{s}^{*} \right) ds = 0$$

$$\frac{w_{i}^{*} - w_{j}^{*}}{L_{k}}$$
(2.38)

d'où  $\beta_{sk}^{\star} = \frac{\left(w_{i}^{\star} - \frac{1}{L_{k}}\right)}{L_{k}}$ 

Les rotations virtuelles  $\beta_{nk}^* = \theta_{sk}^*$  sont nulles puisque dans la configuration déformée *C*, les rotations aux noeuds milieux sont connues.

Ainsi nous obtenons la matrice [B<sub>f</sub>] sous la forme suivante [Bat92] :

$$\begin{cases} \chi^{*} \rangle = \langle \beta_{x,x}^{*} & \beta_{y,y}^{*} & \beta_{x,y}^{*} + \beta_{y,x}^{*} \rangle \\ \{\chi^{*} \} = [B_{f}] \{u_{h}^{*} \} \\ \begin{bmatrix} B_{f} \end{bmatrix} = \frac{1}{A} \begin{bmatrix} 0 & 0 & a_{1} & 0 & 0 & a_{2} & 0 & 0 & a_{3} \\ 0 & 0 & b_{1} & 0 & 0 & b_{2} & 0 & 0 & b_{3} \\ 0 & 0 & c_{1} & 0 & 0 & c_{2} & 0 & 0 & c_{3} \end{bmatrix}$$

$$a_{1} = S_{4}C_{4} - S_{6}C_{6}; \qquad b_{1} = -C_{4}S_{4} + C_{6}S_{6}; \quad c_{1} = -C_{4}^{2} + S_{4}^{2} + C_{6}^{2} - S_{6}^{2} \\ C_{k}L_{k} = x_{ji}; \quad S_{k}L_{k} = \gamma_{ji}; \quad L_{k}^{2} = x_{ji}^{2} + \gamma_{ji}^{2} \\ k = 4, 5, 6 \text{ pour } ji = 21, 32, 13 \end{cases}$$

$$(2.39)$$

A partir des équations 2.34, 2.36 et 2.39, nous obtenons:

$$\left\{\epsilon^{\star}\right\} = \left(\left[B_{m}\right] + z\left[B_{f}\right]\right)\left\{u_{n}^{\star}\right\}$$
(2.40)

$$W_{int}^{e} = \left\langle u_{n}^{*} \right\rangle \left\{ f_{int}^{e} \right\}$$
(2.41)

avec  $\left\{ f_{int}^{e} \right\} = \int_{v^{e}} \left( \left[ B_{m} \right]^{T} + z \left[ B_{f} \right]^{T} \right) \left\{ \sigma \right\} dz dA$ 

Pour une valeur donnée de z, les déformations et contraintes sont constantes par élément, soit alors :

$$\left\{f_{int}^{e}\right\} = \left(\left[B_{m}\right]^{T}\left\{N\right\} + \left[B_{f}\right]^{T}\left\{M\right\}\right)A$$
(2.42)

où les forces de membrane et les moments de flexion s'expriment comme suit:

$$\{N\} = \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \{\sigma\} d\zeta \{M\} = \frac{h^{2}}{4} \int_{-1}^{1} \{\sigma\} \zeta d\zeta$$
 (2.43)

Les forces résultantes sont obtenues par une intégration numérique suivant l'épaisseur au centre de l'élément en considérant 5 points d'intégration de Lobatto, afin d'avoir les déformations et contraintes aux peaux supérieure et inférieure.

Le travail virtuel externe s'exprime par :

$$\left\{ F_{ext}^{i} \right\} = P^{i} \left\{ n^{i} \right\}$$

$$\left\langle n^{i} \right\rangle = \left\langle n_{x}^{i} \quad n_{y}^{i} \quad n_{z}^{i} \right\rangle$$

$$\left\langle n^{i} \right\rangle = \left\langle n_{x}^{i} \quad n_{y}^{i} \quad n_{z}^{i} \right\rangle$$

$$\left\langle n^{i} \right\rangle = \left\langle n_{x}^{i} \quad n_{y}^{i} \quad n_{z}^{i} \right\rangle$$

où

# 1. Introduction

Le but de ce chapitre est d'étudier des méthodes de résolution du problème d'optimisation mathématique issu de la conception de surface d'habillage en emboutissage. Mathématiquement, le problème à traiter est un problème d'optimisation non linéaire que l'on peut écrire sous une forme générale :

minimiser 
$$f(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)^T$$
  
avec  $c_i(\mathbf{x}) = 0, \quad i = 1, 2, ..., m'$   
 $c_i(\mathbf{x}) \ge 0, \quad i = m'+1, ..., m$ 
(1.1)

où  $f(\mathbf{x})$  est la fonction objectif,  $\mathbf{x}$  est le vecteur des variables de conception et  $c_i(\mathbf{x})$  est l'ensemble des fonctions contraintes. Les contraintes qui s'écrivent sous la forme  $c_i(\mathbf{x}) = 0$  sont appelées suivant les cas "*contraintes d'égalité*" ou "*contraintes d'inégalité*".

Toutes les limitations sur le comportement mécanique sont généralement des fonctions implicites et fortement non linéaires des variables de conception. Le coût numérique de leur évaluation, et a fortiori celui de leurs dérivées, est fort onéreux puisqu'il requiert une simulation de mise en forme par éléments finis. Comme ce fut le cas pour Bendsøe et Kikuchi [Ben88], Bendsøe [Ben89], Suzuki et Kikuchi [Suz91], on peut utiliser une technique de critère d'optimalité pour résoudre le problème d'optimisation. Le critère d'optimalité repose sur un algorithme de type point fixe construit à partir des conditions d'optimalité du problème. Hélas, même si cette stratégie a donné lieu à des résultats de bonne qualité pour plusieurs applications, elle se heurte aux limitations des critères d'optimalité : les critères d'optimalité ne sont réellement adaptés qu'aux problèmes de conception qui ne comportent qu'une seule contrainte. Dès lors, nous nous sommes tournés vers les techniques de programmation mathématique, qui sont plus souples et plus générales. L'intégration d'une nouvelle contrainte sur le périmètre ou la gestion des cas de charge multiples devient alors facile.

Dans ce chapitre, nous voulons adapter, à l'optimisation des surfaces d'habillage en emboutissage de tôle, la stratégie classique de résolution basée sur les notions d'approximation explicite séparable, de sous-problèmes convexes et de la résolution de ces sous-problèmes d'optimisation par une méthode de programmation mathématique. L'utilisation de cette stratégie a montré qu'elle était fructueuse en optimisation de dimensions et en optimisation de forme.

Suivant une idée émise par Fleury [Fle73] ainsi que par Schmit [Sch73] et ses collaborateurs, on remplace le problème implicite d'optimisation des structures par une séquence de sous-problèmes explicites de structure algébrique simple. On résout le problème implicite (3.1) de manière itérative. De manière simplifiée, on décompose la résolution du problème complet selon les étapes principales suivantes :

- 1) Effectuer une analyse d'emboutissage par Approche Inverse pour un jeu de variables de conception donné.
- Compléter l'analyse E.F. par une analyse de sensibilité du premier ou du second ordre.
- 2. Former un problème d'optimisation approché sur la base des données de l'exécution

36

- 1) sensibilité disponibles.
- 2) Résoudre le problème approché explicite, convexe et séparable au moyen d'une méthode de résolution appropriée (généralement en formulation duale).
- Mettre la conception des surfaces d'habillage à jour sur la base de la solution du problème de conception approché.
- Examiner un critère de convergence et, s'il n'est pas satisfait, reprendre le processus d'optimisation à l'étape initiale.

Aujourd'hui, le concept de sous-problème est clarifié et généralisé par la notion de programmation séquentielle convexe (SCP). Chaque limitation est remplacée par une approximation convexe de haute qualité. Les problèmes d'optimisation convexe auxquels on aboutit génèrent une suite convergente de points de conception. La force et le succès de cette approche résident dans la possibilité d'obtenir une solution admissible de meilleure qualité en dix analyses éléments finis environ.

Il est particulièrement intéressant de décomposer la solution en sous-problèmes si l'on a des algorithmes de programmation mathématique performants pour les résoudre. Pour résoudre directement les sous-problèmes, on dispose de méthodes puissantes et efficaces telles que les algorithmes de programmation quadratique séquentielle ou SQP (Belegundu et Arora [Bel84], Schittkowski [Sch85]). Mais la démonstration du concept de résolution efficace est principalement acquise depuis que Fleury [Fle79] a suggéré d'y appliquer les méthodes duales. L'aspect très attractif des méthodes Lagrangiennes consiste à échapper au problème primal contraint comportant un très grand nombre de variables et à le remplacer par le problème dual de dimension beaucoup plus faible. En passant dans l'espace des multiplicateurs de Lagrange associés aux contraintes linéarisées, on transforme le problème d'optimisation en une maximisation quasi non contrainte de la fonction duale. Toute la puissance et l'efficacité de l'algorithme de maximisation Lagrangienne proviennent alors de la possibilité de travailler dans un sous-espace dont la dimension est limitée au nombre de contraintes actives. Le gain de l'approche duale est réel si le problème primal est convexe et séparable. Auquel cas, la formation de la fonction duale est peu coûteuse. Avec l'arrivée des approximations de haute qualité, les méthodes de résolution les plus performantes (Fleury [Fle91]) combinent les approches SQP et duales. Dans cette stratégie, le sous-problème primal est lui-même résolu en créant une suite de sous-problèmes quadratiques. Si les approximations des restrictions sont toutes séparables, les problèmes quadratiques de la suite le sont aussi et ils se prêtent bien à une résolution par méthode duale.

# 2. Méthodes d'optimisation avec contraintes

Un problème d'optimisation est dit problème avec contraintes s'il contient au moins une fonction contrainte  $c_i(\mathbf{x}) = 0$  " contraintes d'égalité" ou  $c_i(\mathbf{x}) \ge 0$  "contraintes d'inégalité", Un problème avec contraintes peut être écrit de façon générale sous la forme de (3.1).

Si nous considérons qu'une contrainte d'égalité  $c_i(\mathbf{x}) = 0$  peut être décrite par deux contraintes d'inégalité  $c_i(\mathbf{x}) \le 0$  et  $c_i(\mathbf{x}) \ge 0$ , le problème devient :

minimiser 
$$f(\mathbf{x})$$
,  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)^T$   
avec  $c_i(\mathbf{x}) \ge 0$ ,  $i = 1, ..., s = m + 2m'$  (3.2)  
 $\mathbf{x}_{k\min} \le x_k \le x_{k\max}$ ,  $k = 1, ..., n$ 

On appelle Fonction de Lagrange associée au problème d'optimisation, la fonction :

$$L(\mathbf{x},\lambda) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{s} \lambda_i c_i(\mathbf{x})$$
(3.3)

Où  $\lambda_i \ge 0$  sont les Multiplicateurs de Lagrange.

Une condition nécessaire pour que  $\mathbf{x}^*$  soit minimum local d'un problème contraint est donnée par les équations de Kuhn-Tucker [Sal92] :

$$\begin{cases} \nabla f(\mathbf{x}^{\star}) + \sum_{i=1}^{s} \lambda_{i}^{\star} \nabla c_{i}(\mathbf{x}^{\star}) = 0 \\ \lambda_{i}^{\star} c_{i}(\mathbf{x}^{\star}) = 0 \quad \forall i = 1, ..., s \end{cases}$$
(3.4)

L'existence de fonctions contraintes dans un problème d'optimisation demande une attention spéciale à la résolution du problème, car une solution qui minimise la fonction objectif ne sera valable que dans le cas où elle respecte aussi les contraintes existantes.

L'ensemble de régions de l'espace de recherche où les contraintes de conception sont vérifiées est dénommé espace réalisable ou domaine admissible.

La solution d'un problème contraint peut être obtenue à partir de l'application de méthodes que nous classifions en deux grands groupes : les Méthodes de Transformation et les Méthodes Directes.

# 3. Différents types d'algorithmes

# 3.1 Approximation du premier ordre

La diversité des approximations du premier ordre provient d'un choix de plus en plus élaboré de variables intermédiaires de linéarisation. La linéarisation en fonction des variables inverses est une des clés des techniques de linéarisation en dimensionnement et en optimisation des structures. La seconde clé est certainement la recherche d'approximations convexes et conservatives.

#### 3.1.1 Approximation linéaire

L'approximation linéaire est l'approximation du premier ordre la plus simple que l'on puisse imaginer. Elle s'obtient par un développement en série de Taylor limité au premier ordre :

$$\tilde{g}(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x}^{0}) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial g(\mathbf{x}^{0})}{\partial \mathbf{x}_{i}} (\mathbf{x}_{i} - \mathbf{x}_{i}^{0})$$
(3.5)

Le choix de cette approximation s'impose lorsqu'il correspond à la nature de la restriction étudiée. Pour des choix particuliers des variables de conception, la linéarisation simple est exacte pour certaines restrictions. Cette linéarisation est également indispensable pour le traitement des restrictions d'égalité au sein de problèmes convexes.

Etant donné que les restrictions linéaires n'introduisent aucune courbure, la linéarisation élargit le domaine de conception, de sorte que les solutions intermédiaires sont souvent inadmissibles et le processus de convergence est soit trop lent, soit oscillant. De plus, pour un nombre de contraintes actives inférieures au nombre de variables de conception, la solution est non bornée et on doit imposer des bornes artificielles appelées "move-limits" pour confiner l'optimum de chaque sousproblème dans une région de confiance. La précision de la solution est acquise en relaxant progressivement la tolérance sur ces bornes. Pourtant, la résolution du problème d'optimisation structurale au moyen de la programmation linéaire séquentielle (SLP) semble intéressante, parce que les sous-problèmes de programmation linéaire peuvent être résolus efficacement par l'algorithme du SIMPLEX.

#### 3.1.2 Approximation en fonction des variables inverses

Une grande variété d'approximations structurales est obtenue en développant les contraintes ou la fonction objectif en termes de variables intermédiaires. La linéarisation en fonction des variables inverses est une technique d'une importance capitale en optimisation des structures. Un développement similaire à l'équation (3.5) est donné par :

$$\tilde{g}(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x}^{0}) + \sum_{i=1}^{n} -(\mathbf{x}_{i}^{0})^{2} \frac{\partial g(\mathbf{x}^{0})}{\partial \mathbf{x}_{i}} (\frac{1}{\mathbf{x}_{i}} - \frac{1}{\mathbf{x}_{i}^{0}})$$
(3.6)

La justification intuitive du succès de cette technique repose sur le fait que les déplacements et les contraintes de structures isostatiques sont des fonctions linéaires exactes de l'inverse des sections transversales des éléments constitutifs. Suggéré initialement par Fleury [Fle73], ainsi que par Schmit et ses collaborateurs [Sch74] pour le dimensionnement des structures minces, ce choix de variables intermédiaires a été étendu avec succès aux problèmes d'optimisation de forme où il ne possède cependant aucune justification théorique.

#### 3.2 Approximation du second ordre

Les approximations dites du second ordre sont généralement des extensions des schémas classiques. Elles intègrent cependant les informations de courbure et elles possèdent donc une convexité meilleure. En conséquence, ces approximations sont plus simples à employer puisqu'elles utilisent une sélection automatique des variables intermédiaires. De nombreuses applications numériques ont montré que ces méthodes du second ordre donnent de bons résultats sur un grand échantillon de problèmes.

# 3.2.1 Approximation quadratique et programmation séquentielle quadratique

#### 3.2.1.1 Approximation quadratique

L'approximation du second ordre la plus naturelle consiste à prendre le développement en série de Taylor limité au second ordre. La fonction est alors remplacée par son approximation quadratique locale :

$$\tilde{g}(x) = g(x_0) + \nabla g(x_0)^{\mathsf{T}}(x - x_0) + \frac{1}{2}(x - x_0)^{\mathsf{T}} \nabla^2 g(x_0)(x - x_0)$$
(3.7)

Cette approximation n'est cependant pas séparable puisqu'il existe en général des dérivées secondes croisées. Elle peut être coûteuse parce qu'elle demande l'estimation de toutes les dérivées secondes.

#### 3.2.1.2 Méthode SQP

La méthode SQP, consiste à résoudre un problème d'optimisation pour un nombre de variables limité sous la forme générale suivante :

minimiser 
$$f(\vec{x}), \quad x \in \mathbb{R}^n$$
  
avec  $h_j(\vec{x}) = \vec{0}, \quad j = 1,...,m$   
 $g_k(\vec{x}) \le \vec{0}, \quad k = 1,...,p$  (3.8)

où  $f(\mathbf{x})$  est la fonction objective,  $\mathbf{x}$  est le vecteur des variables (indépendantes) d'optimisation et  $h_j(\mathbf{x})$  est l'ensemble des limitations d'égalité,  $g_k(\mathbf{x})$  sont appelées "*contraintes d'inégalité*".

Cette méthode est basée sur la modélisation du système en un point donné  $\vec{x}_i$  par un sous problème de programmation quadratique, dont la solution est utilisée pour construire une meilleure approximation  $\vec{x}_{i+1}$ . La succession d'approximations, est obtenue par la répétition de ce processus afin de converger vers la solution x<sup>\*</sup>.

La méthode SQP possède, les propriétés suivantes :

• Elle ne nécessite pas une solution initiale satisfaisant toutes les limitations imposées.

 La dépendance de l'existence et de la validité des algorithmes de résolution des problèmes quadratiques, lui assure le succès dans la résolution des problèmes rencontrés.

Une condition nécessaire à remplir par le point {x\*} pour qu'il soit un minimum local d'optimisation avec limitations d'égalités et d'inégalités est la suivante:

$$\begin{cases} \exists \lambda_{k}^{*} \geq 0, j = 1, p \text{ et } \mu_{j}^{*} \geq 0, i = 1, m \\ \nabla L(\vec{x}^{*}, \vec{\lambda}^{*}, \vec{\mu}^{*}) = \nabla f(\vec{x}^{*}) + \sum_{k=1}^{p} \lambda_{k}^{*} \vec{\nabla} g_{k}(\vec{x}^{*}) + \sum_{j=1}^{m} \mu_{j}^{*} \vec{\nabla} h_{j}(\vec{x}^{*}) = 0 \end{cases}$$
(3.9)  
$$\lambda_{k}^{*} \vec{\nabla} g_{k}(\vec{x}^{*}) \quad \forall k = 1, p$$

Où :  $L(\vec{x}^*, \vec{\lambda}^*, \vec{\mu}^*)$  est appelé Lagrangien, f,  $\vec{h}$  et  $\vec{g}$ , sont supposées continûment différentiables. Les coefficients  $\lambda_k^* \ge 0$  (k=1, p) sont appelés multiplicateurs de Lagrange. Les limitations doivent vérifier les deux conditions suivantes:

Les fonctions g<sub>k</sub> (k=1, p) sont convexes, les fonctions h<sub>j</sub>, (j=1, m) sont linéaires, et il existe w ∈ R tel que g<sub>k</sub>(w) < 0 (k = 1, p) et h<sub>j</sub>(w) = 0 (j = 1, m).

• En  $\vec{x}^*$  les gradients  $\vec{\nabla}g_k(\vec{x}^*)$ ,  $\vec{\nabla}h_j(\vec{x}^*)$  sont linéairement indépendants.

Ces conditions sont appelées conditions de Kuhn-Tucher.

La modélisation du système (3.8) par des sous problèmes représente la tache la plus importante pour ce type de méthodes. Le sous-problème est obtenu par la linéarisation des limitations en prenant une approximation quadratique de la fonction objectif au point  $\vec{x}_i$ :

minimiser 
$$\langle r_i \rangle \{ d_v \} + (1/2) \langle d_v \rangle [B_i] \{ d_v \}, v \in \mathbb{R}^n$$
  
avec  $[\nabla \vec{h}(\vec{x}_i)]^T \{ d_v \} + \{ \vec{h}(\vec{x}_i) \} = \{ 0 \}$   
 $[\nabla \vec{g}(\vec{x}_i)]^T \{ d_v \} + \{ \vec{g}(\vec{x}_i) \} \le \{ 0 \}$  (3.10)

où  $\vec{d}_v = \vec{x} - \vec{x}_i$  et [B<sub>i</sub>] sont à déterminer.

Pour prendre en compte les non linéarités dans les limitations et les linéariser dans le sous-problème quadratique, on transforme le problème (3.8) par une expression quadratique du Lagrangien L (3.9) sous la forme suivante :

minimiser 
$$L(\vec{x}, \vec{\lambda}^*, \vec{\mu}^*)$$
,  
avec  $h_j(\vec{x}) = 0$  (3.11)  
 $g_k(\vec{x}) \le 0$ 

À l'itération i  $(\vec{x}_i, \vec{\lambda}_i, \vec{\mu}_i)$ , le développement en série de Taylor du Lagrangien est :

$$L(\vec{x}_{i},\vec{\lambda}_{i},\vec{\mu}_{i})+\left\langle \nabla L\left(\vec{x}_{i},\vec{\lambda}_{i},\vec{\mu}_{i}\right)\right\rangle \{d_{v}\}+(1/2)\left\langle d_{v}\right\rangle [B_{i}]\{d_{v}\}$$
(3.12)

Le sous problème quadratique devient :

minimiser 
$$\langle \nabla L(\vec{x}_{i},\vec{\lambda}_{i},\vec{\mu}_{i}) \rangle \{d_{v}\} + (1/2) \langle d_{v} \rangle [B_{i}] \{d_{v}\}, v \in \mathbb{R}^{n}$$
  
avec  $[\nabla \vec{h}(\vec{x}_{i})]^{T} \{d_{v}\} + \{\vec{h}(\vec{x}_{i})\} = \{0\}$   
 $[\nabla \vec{g}(\vec{x}_{i})]^{T} \{d_{v}\} + \{\vec{g}(\vec{x}_{i})\} \leq \{0\}$ 
(3.13)

 $o\dot{u} < \nabla L \left( \vec{x}_{i}, \vec{\lambda}_{i}, \vec{\mu}_{i} \right) > \{d_{v}\} \text{ par } < \nabla L \left( \vec{x}_{i} \right) > \{d_{v}\}.$ 

Pour garantir la convergence locale des algorithmes SQP, la matrice  $[B_i]$  doit vérifier les conditions suivantes:

- [B<sub>i</sub>] est définie positive
- [B<sub>i</sub>] est bornée :  $||[B_i]|| \le \beta$  avec  $\beta > 0$
- $[B_i]^{-1}$  est bornée :  $\|[B_i]^{-1}\| \le \delta$  avec  $\delta > 0$

#### 3.2.1.3 Approximation quadratique séparable

Pour l'optimisation de l'emboutissage, l'évaluation des sensibilités du second ordre peut devenir onéreuse, puisque le nombre de dérivées secondes à calculer est de n(n+1)/2 où n est le nombre de variables de conception. Ainsi le nombre de dérivées à calculer devient vite un obstacle. Dans un problème d'emboutissage, la raideur est souvent une fonction implicite des variables de conception. L'évaluation des dérivées secondes des matrices de raideur doit se faire numériquement et nécessite de nombreux appels du solveur d'emboutissage. D'un autre côté, l'approximation quadratique complète n'est plus séparable à cause de la présence des termes de dérivées partielles croisées et l'approche de résolution duale devient beaucoup moins attractive. En conséquence, Fleury [Fle89] a proposé de se limiter à l'information des dérivées secondes diagonales et de négliger les termes croisés.

La réduction de l'approximation quadratique en une forme séparable consiste à restreindre les termes de courbures aux dérivées secondes diagonales en y ajoutant éventuellement des termes de convexification supplémentaires pour rendre l'approximation convexe ou pour augmenter le caractère conservatif. L'approximation quadratique séparable s'écrit :

$$\tilde{g}(x) = g(x^{0}) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial g(x^{0})}{\partial x_{i}} (x_{i} - x_{i}^{0}) + \frac{1}{2} (\frac{\partial g^{2}(x^{0})}{\partial x_{i}^{2}} + \delta_{ii}) (x_{i} - x_{i}^{0})^{2}$$
(3.14)

#### 3.2.1.4 Méthode des asymptotes mobiles du second ordre

On peut imaginer combiner les potentialités des approximations convexes de haute qualité avec les informations du second ordre afin d'ajuster les valeurs de ses paramètres, ici les asymptotes mobiles, de manière automatique. En outre on sait qu'une bonne estimation de la courbure de la restriction dans une approximation de haute qualité permet d'accélérer la convergence. Dès lors, il semble intéressant de combiner les avantages de ces deux types d'approches. Smaoui et al. (1988) ont défini une stratégie de sélection des asymptotes mobiles en fonction des dérivées secondes. Les dérivées secondes servent à adapter la courbure de l'approximation afin qu'elle "colle" au mieux au comportement réel du problème. MMA étant séparable, seules les dérivées secondes non croisées sont nécessaires.

# 4. Normalisation

#### 4.1 Normalisation des variables

La normalisation des variables joue un rôle très important sur la convergence de l'algorithme d'optimisation et sur la qualité de la solution optimale. Elle représente une transformation linéaire des variables originales {v} en nouveaux variables {w} dite variables transformées, elle est donnée par :

$$\{w\}=[A_1]\{x\}+\{A_2\}$$
(3.15)

où  $[A_1]$  et  $\{A_2\}$  sont respectivement une matrice et un vecteur constants.

Cette technique ne peut être utilisée pour normaliser les gradients qu'après avoir normalisé les variables. Elle est surtout utilisée lorsque le calcul des gradients est fait par différences finies. Un choix simple est de prendre  $\{A_2\} = 0$  et la matrice  $[A_1]$  diagonale dont les composantes sont données par [GIL 83].

$$A_{ii} = \frac{2|\nabla f_i|}{1+|f|}$$
(3.16)

#### 4.2 Normalisation de la fonction objectif

La normalisation de la fonction objectif se faire facilement en divisant la fonction objectif à chaque itération par  $f_0$ , où  $f_0$  est la valeur de la fonction objectif à la première itération. Des précautions sont à prendre si  $f_0$  est très faible (par exemple  $f_0 = 10^{-6}$ ) ce qui peut influencer les valeurs des gradients et causer des instabilités de l'algorithme.

#### 4.3 Normalisation des contraintes

Dans un problème d'optimisation il est impératif que les limitations aient des "poids égaux" durant le processus de recherche de la solution et que chaque limitation soit bien conditionnée par rapport aux perturbations des variables.

Pour le cas des contraintes linéaires on peut utiliser une des techniques ci-dessus, mais d'autres ont été également proposées [GIL 83]. Pour le cas des contraintes non linéaires, plusieurs méthodes normalisent la matrice jacobienne des limitations en normalisant à 1 le gradient de chaque limitation.

# 5. Conclusion

Ce troisième chapitre donne une description sommaire de différents algorithmes d'optimisation et notamment de la méthode SQP et son adaptation aux problèmes d'optimisation des surfaces d'habillage.

Pour élargir le champ des problèmes de conception de surfaces d'habillage et pour accélérer la résolution numérique du problème d'optimisation, nous avons d'abord proposé d'abandonner les critères d'optimalité et de résoudre le problème d'optimisation par une procédure de programmation séquentielle convexe. Dans cette approche, on remplace le problème original d'optimisation par une suite de sousproblèmes convexes formés d'approximations séparables que l'on résout par une méthode duale. Enfin, nous avons présenté la technique de normalisation des variables afin d'accélérer les calculs d'optimisation et d'éviter dans une certaine mesure les minima locaux.

# Chapitre 4 : Conception des surfaces additionnelles des pièces en emboutissage

# 1. Introduction

L'objectif de ce chapitre est de proposer une procédure pour la conception des surfaces additionnelles.

Nous allons présenter dans la première section de ce chapitre une vision globale sur les deux seuls logiciels de simulation d'emboutissage permettant d'effectuer la conception semi-automatique des surfaces d'habillage : *AUTOFORM-Diedesigner* de la société AUTOFORM GmBH (<u>http://www.AUTOFORM.de</u>) *et PAM-Diemaker* de la société ESI (<u>http://www.esi-group.com</u>). L'objectif de cette section n'est pas de fournir au lecteur un manuel détaillé sur ces logiciels, mais plutôt un aperçu général pour montrer l'importance des surfaces d'habillage dans le monde industriel.

Ensuite, nous décrirons notre procédure de conception de ces surfaces basée sur des considérations géométriques et sur l'utilisation du logiciel commercial GID (<u>http://gid.cimne.upc.es</u>).

### 2. Logiciels pour la conception des surfaces additionnelles

#### 2.1 Logiciel "AUTOFORM Diedesigner"

Le logiciel "AUTOFORM Diedesigner" (Figure 4.1) est un modeleur géométrique, destiné aux concepteurs, aux ingénieurs méthodes et aux outilleurs, pour générer rapidement les surfaces additionnelles des outils d'emboutissage. La figure 4.1 résume les principales caractéristiques de ce logiciel.

Les surfaces obtenues peuvent être utilisées directement pour lancer des simulations ou réaliser des outils prototypes. La structure simple et logique d'AUTOFORM-Die Designer permet de travailler pas à pas, des données CAO de la pièce jusqu'aux surfaces complètes d'outils. Grâce aux fonctions automatiques du logiciel, l'utilisateur génère des surfaces annexes très rapidement, au lieu de créer manuellement chaque surface dans un système CAO. Le logiciel permet d'arrondir des arêtes vives avec un rayon constant ou évolutif pour améliorer la formabilité de la pièce. La direction d'emboutissage est un des points les plus importants du processus d'emboutissage, ce logiciel offre deux méthodes d'analyse de contre dépouilles et deux types de balance pour déterminer la direction optimale d'emboutissage.



Figure 4.1. Principales caractéristiques du logiciel "AUTOFORM DieDesigner"

# 2.1.1 Conception rapide d'habillage, par AUTOFORM Die Designer

AUTOFORM Die-Designer crée automatiquement un premier concept d'habillage, défini par des profils de surfaces, il peut éditer ces profils et définir interactivement les rayons d'entrée matrice et du poinçon, les angles d'inclinaison de murs, et les distances entre la pièce utile et la ligne d'entrée matrice (figure 4.2).

AUTOFORM Die-Designer calcule rapidement l'habillage à partir des profils définis par l'utilisateur. Ce dernier peut modifier l'habillage interactivement sur les profils locaux (figure 4.3). Par exemple pour éviter la formation de plis sur le hayon, le profil est modifié ainsi : la ligne d'entrée matrice est écartée, un boudin et un contreembouti sont ajoutés dans l'habillage. Grâce à une paramétrisation totale, les modifications de l'utilisateur sont instantanées. On peut voir ci-dessous que la ligne d'entrée matrice a été écartée, un boudin a été créé sur le poinçon et le rayon de contre-embouti a été augmenté.



Figure 4.2. Profil édité pour définir les paramètres d'habillage



Figure 4.3. Modification d'habillage par les profils locaux





Figure 4.4 Pièce hayon (bleu), habillage (vert), serre flan (rouge) et profil défini par l'utilisateur (jaune)

Figure 4.5 Pièce hayon (bleu), habillage (vert), serre flan (rouge) et profil défini par l'utilisateur (jaune)

#### 2.2 Logiciel "PAM-Diemaker"

Le logiciel "PAM-Diemaker" est un modeleur géométrique, qui après lecture de la géométrie de la partie utile à emboutir, permet de générer les surfaces additionnelles grâce à des considérations géométriques. Les figures ci-dessous résument le principe de fonctionnement du logiciel "PAM-Diemaker" ainsi que son contexte d'utilisation dans une chaîne de faisabilité.



PASES DESIGN DEDESIGN DE DESIGN DE AUGENUM DE AUGENUM DE AUGENUM DE AUGENUM DE AUGENUM DE DESIGN DE AUGENUM DE AUGENUM DE AUGENUM DE DESIGN DE AUGENUM DE AUGE

Figure 4.6 : Principe de fonctionnement de "PAM-Diemaker"



L'objectif de ce code est de créer le premier avant-projet des surfaces additionnelles, grâce à son approche paramétrique rapide et itérative, il permet une simulation plus réaliste de la faisabilité et la formabilité de la pièce. PAM-DIEMAKER est construit avec technologie du viking développée en collaboration avec DIEMAKERChrysler, Volkswagen, Thyssen,.... Il offre des outils interactifs puissants et des fonctionnalités qui représentent un support de la partie développement des outils définitifs d'emboutissage.

PAM-DIEMAKER produit des surfaces additionnelles ayant une transition tangentielle à la partie utile de la pièce. La forme des surfaces additionnelles et sa transition à la partie utile de la pièce peuvent suivre des profils paramétriques prédéfinis. Une fois les profils sont définis, ces surfaces peuvent être créées on utilisant des splines.

Lorsque la ligne d'entrée matrice est déjà définie dans la CAO, PAM-DIEMAKER offre la possibilité d'importer cette ligne et de projeter automatiquement sur la surface du flan initial. Une fois les profils additionnels définis, le choix du type du profil désiré liera automatiquement la partie utile de la pièce et la ligne entrée matrice.

Dans notre étude, nous allons proposer une méthodologie de conception et d'optimisation des surfaces d'habillage : notre programme de conception baptisé ASD « Addendum Surface Design » s'appuie sur l'utilisation de la plate-forme GID ; cet ensemble est ensuite combiné avec un algorithme d'optimisation FSQP (programmation quadratique séquentielle) ou MSR (Moving Least Squares) pour obtenir une procédure de conception et optimisation automatique.

#### 3. Description du Modeleur ASD « Addendum Surface Design »

Nous allons présenter l'architecture de notre modeleur géométrique (ASD) développé dans le but de combiner cet outil numérique avec le code de simulation de l'emboutissage dénommé (Approche Inverse « AI ») et l'algorithme d'optimisation

53

basé sur la méthode SQP (Programmation Quadratique Séquentielle). Ce développement a pour but la mise en œuvre d'un code de conception et d'optimisation automatique de différents paramètres géométriques des surfaces additionnelles dans un embouti.

La géométrie complexe des pièces industrielles est souvent donnée sous forme d'un fichier en formats IGES, STEP, VDA, ... En règle générale tout logiciel commercial d'emboutissage possède une interface de prétraitement qui permet la lecture des formats standards dont le plus utilisé est le format IGES. Dans notre cas, nous avons choisi de travailler avec la plateforme GID, ce qui nous a permis d'exploiter facilement les fonctionnalités géométriques du logiciel pour la lecture et l'exportation des informations CAO de la partie utile (points, courbes, surfaces, ...). Durant le processus de conception et d'optimisation, les surfaces de la partie désirée restent inchangées, alors que les surfaces additionnelles sont modifiées en fonction de l'évolution des paramètres géométriques à chaque itération d'optimisation.

Nous commencerons par une présentation détaillée de la méthodologie utilisée dans notre modeleur pour la conception des surfaces additionnelles.

#### 3.1 Importation de la CAO « partie utile de la pièce »

Le logiciel GID nous permet de lire un fichier CAO de la pièce (partie utile). Lors de l'importation de ces fichiers CAO (le cas des pièces industrielles composées de surfaces complexes et très inadaptées) nous avons rencontré un certain nombre de problèmes d'incompatibilités dus aux échanges de données. Pour avoir une géométrie saine et correcte prête a être maillée, nous étions obligés de réparer manuellement la géométrie générée à partir de la CAO : supprimer les objets doubles (courbes, surfaces, …) et enlever les chevauchements des surfaces (Fig. 4.8, 4.9).

Nous avons utilisé un fichier batch (fichier de commande ascii du modeleur CAO de GID) pour sauvegarder à nouveau la CAO de la pièce, car ce dernier présente un ordonnancement clair des différents éléments géométriques de la pièce (points, lignes, surfaces,...). Notons également que les modifications de la géométrie

54

(commande de CAO au cours de l'optimisation) peuvent être pilotées automatiquement par un fichier batch.



Figure 4.8 : Géométrie avant corrections



Figure 4.9 : Géométrie avant corrections

# 3.2 Idée de base du modeleur ASD

La pièce emboutie entière (partie utile et les surfaces auxiliaires) est composée de nombreuses petites surfaces NURBS. Chaque surface NURBS est définie par un contour comportant trois à cinq courbes dont chacune est déterminée par au moins 3 points.

La figure 4.10 montre une surface NURBS définie par 8 points. Les points de contrôle ont la numérotation locale de 1 à 8, les quatre courbes quadratiques formant le contour ont la numérotation locale de 1 à 4 (figure 4.11).



Figure 4.10 : Surface NURBS



Figure 4 .11 Principales étapes pour créer une surface NURBS sous GID

# 3.2.1 Avant projet de la partie utile

# 3.2.2 Lecture des informations de la partie utile

Apres avoir importé avec GID la CAO de la partie utile de la pièce désirée (figure 4.12), nous convertissons avec GID toutes les courbes et surfaces en surfaces NURBS et courbes B-Spline (figure 4.13). Nous exportons ces données et ces informations dans un fichier texte.



Figure 4.12 : Partie utile



Figure 4.13 : Points, lignes et surface

# 3.2.2.1. Traitement de la partie utile et additionnelles

# i. Lecture des informations CAO de la partie utile

La lecture du fichier texte nous donne l'accès à toutes les informations concernant les points, les lignes et les surfaces de la partie utile de la pièce. Elle nous permet de connaître les coordonnées de tous les points, le nombre de points, de lignes et de surfaces ainsi que les connectivités entre points, lignes et surfaces. Par exemple pour une surface donnée, on peut savoir combien de lignes lui appartiennent, les numéros de ces lignes, les numéros des points qui définissent ces lignes et les cordonnées de ces points.

# ii. Recherche des surfaces, lignes et points relatifs au bord de la pièce utile

Pour générer les surfaces additionnelles dans l'ordre, nous devons identifier le bord inférieur de la partie utile de la pièce, c'est-à-dire les lignes communes entre la partie utile et la partie additionnelle. Si deux lignes communes sont adjacentes, elles ont un point commun, ainsi nous pouvons re-numéroter les lignes communes dans le sens trigonométrique (figure 4.14).



Figure 4.14 Surfaces, lignes et points communes entre parties utile et additionnelle

Après avoir re-numéroté les lignes communes, nous pouvons alors re-numéroter les surfaces communes dans le sens trigonométrique. Dans la pratique, seuls les renseignements des surfaces communes sont utilisés pour générer les surfaces additionnelles.

#### iii. Ajout des points dans les surfaces communes

Dans le fichier texte CAO de la pièce, seulement 2 points sont donnés sur la ligne commune de chaque surface. Pour créer des surfaces NURBS définies par 8 points, nous divisons la ligne en deux parties en utilisant GID et nous sauvegardons ces nouvelles informations dans un fichier batch qui inclut cette fois-ci tous les renseignements sur les points rajoutés. Nous re-numérotons ensuite ces nouveaux points rajoutés (Figure 4.15).



Figure 4.15 Points ajoutés aux surfaces communes

## 3.2.2.2. Continuité G1 entre les surfaces

Considérons la coupelle d'amortisseur Twingo (Figure 4.16). Pour générer les surfaces additionnelles avec la continuité G1, un plan de travail perpendiculaire au contour inférieur PQ est construit pour définir la courbe de profil PCDE. Cette courbe doit être tangente à la surface au bord de la partie utile. Dans une procédure d'optimisation, la dimension et la position du rayon d'entrée matrice sont les variables de conception et sont connues à chaque itération.



Figure 4.16. Courbe de profil PCDE pour générer les surfaces

#### 3.3 Calcul des coordonnées des points de contrôle

#### 3.3.1 Normales aux coins des surfaces communes

#### 3.3.2 Ajout des points proches du coin

Afin de calculer la normale à un sommet d'une surface, nous ajoutons deux points proches de ce sommet sur les deux courbes B-Splines liées à ce sommet. Nous pouvons obtenir ces deux points par les commandes de GID (Figure 4.17).

#### 3.4 Calcul des normales aux points de contrôle

Sur la figure 4.17, le vecteur  $\vec{n} = \vec{PI}$  représente la normale à la surface au point P. les points A et B sont les points proches du P permettant de calculer la normale :



(4.1)

Figure 4.17. Normale au point de contrôle

#### 3.5 Transformation de coordonnées entre les repères local et global

Pour générer les surfaces additionnelles, nous devons d'abord créer des courbes du profil telles que PCDE (Figure 4.16). Cette opération s'effectue dans le plan de travail qui est perpendiculaire au vecteur tangent du contour PQ. Les calculs sont effectués dans un repère local défini comme suit : le vecteur tangent  $\overrightarrow{PQ}$  est pris comme l'axe y, les deux axes x et z sont situées dans le plan de travail avec x parallèle au plan horizontal (OXY) (Figure 4.18). Ce système de coordonnées est défini par les trois vecteurs unitaires suivants :

$$\vec{x} = \vec{PQ} \wedge \vec{Z}, \ \vec{y} = \vec{PQ}, \ \vec{z} = \vec{x} \wedge \vec{y}$$
 (4.2)

$$\vec{t}_1 = \frac{\vec{x}}{\|\vec{x}\|}, \ \vec{t}_2 = \frac{\vec{y}}{\|\vec{y}\|}, \ \vec{t}_3 = \frac{\vec{z}}{\|\vec{z}\|}$$
 (4.3)

La transformation entre les systèmes global et local est donnée par:



Figure 4.18 : Systèmes de coordonnées locale et globale

# 3.6 Méthode de Hermite pour créer les courbes de profil

L'une des méthodes les plus adaptées à notre problème est la méthode paramétrique de Hermite. Les différentes étapes utilisées dans cette méthode pour crée le profil entre le contour inférieur et le rayon d'entrée matrice sont présentées ci-dessous.

### 3.6.1 Etablissement des fonctions des courbes et résolution

Dans un plan de travail, la position du point P du contour inférieur de la pièce et le vecteur tangent en ce point est connu, le centre et le rayon de l'arrondi d'entrée matrice sont les variables de conception donc connus dans une itération d'optimisation (figure 4.19). On utilise la méthode paramétrique de Hermite pour définir la courbe

PC entre le contour inférieur et le rayon d'entrée matrice. Les fonctions cubiques de Hermite sont définies par les équations suivantes :

$$\begin{cases} x = a_1 t^3 + b_1 t^2 + c_1 t + d_1 \\ z = a_2 t^3 + b_2 t^2 + c_2 t + d_2 \end{cases}$$
(4.5)

où  $0 \le t \le 1$  est la variable paramétrique,  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  et  $d_i$  sont les coefficients à déterminer.

Nous avons besoin des dérivées premières et secondes pour déterminer les huit constantes :

$$\begin{cases} x'(t) = 3a_{1}t^{2} + 2b_{1}t + c_{1} \\ z'(t) = 3a_{2}t^{2} + 2b_{2}t + c_{2} \\ x''(t) = 6a_{1}t + 2b_{1} \\ z''(t) = 6a_{2}t + 2b_{2} \end{cases}$$
(4.6)



Figure 4.19. Définition d'une courbe cubique de Hermite entre P et C

# 3.6.2 Calcul des coefficients a<sub>i</sub>, b<sub>i</sub>, ci

Les huit constantes peuvent être déterminées par les positions des points P et C, et les vecteurs tangents en ces deux points. Si  $P(x_1, z_1)$ ,  $C(x_2, z_2)$  et  $x'(t_1)$ ,  $x'(t_2)$ ,  $z'(t_1)$ ,  $z'(t_2)$  sont connus alors nous pouvons calculer ces coefficients par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} a_{1} = 2x_{1} - 2x_{2} + x'(t_{1}) + x'(t_{2}) \\ b_{1} = 3x_{2} - 3x_{1} - x'(t_{2}) - 2x'(t_{1}) \\ c_{1} = x'(t_{1}) \\ d_{1} = x_{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{2} = 2z_{1} - 2z_{2} + z'(t_{1}) + z'(t_{2}) \\ b_{2} = 3z_{2} - 3z_{1} - z'(t_{2}) - 2z'(t_{1}) \\ c_{2} = z'(t_{1}) \\ d_{2} = z_{1} \end{cases}$$

$$(4.7)$$

En fait nous ne connaissons pas  $x'(t_1)$  ni  $z'(t_1)$  individuellement, nous connaissons seulement leur rapport i.e. la tangente (idem pour  $t_2$ ):

$$z(x_1) = \frac{z(t_1)}{x(t_1)}$$
;  $z(x_2) = \frac{z(t_2)}{x(t_2)}$  (4.8)

Nous notons :

$$z(x_{1}) = tg\alpha_{1} ; z(x_{2}) = tg\alpha_{2}$$
  

$$x(t_{1}) = K_{1} ; x(t_{2}) = K_{2}$$
  

$$z(t_{1}) = m_{1} ; z(t_{2}) = m_{2}$$
  
(4.9)

Pour compléter les deux équations manquantes, on peut utiliser la continuité G2 : les rayons de courbure doivent être continus entre la partie utile de la pièce, la courbe Hermite et l'arrondi d'entrée matrice. Ces rayons de courbure aux points P et C sont décrits comme suit :

$$\begin{cases} \mathsf{R}_{1} = \frac{(\mathsf{x}_{1}^{'2} + \mathsf{z}_{1}^{'2})^{3/2}}{\left|\mathsf{x}_{1}\mathsf{z}_{1}^{'} - \mathsf{x}_{1}^{'}\mathsf{z}_{1}\right|} \\ \mathsf{R}_{2} = \frac{(\mathsf{x}_{2}^{'2} + \mathsf{z}_{2}^{'2})^{3/2}}{\left|\mathsf{x}_{2}\mathsf{z}_{2}^{'} - \mathsf{x}_{2}^{'}\mathsf{z}_{2}\right|} \end{cases}$$
(4.10)

En substituant les équations (4.9) dans (4.10), nous obtenons :

$$\begin{cases} A_{1}k_{1}^{2} = R_{1}|B_{1} + Ck_{2}| \\ A_{2}k_{2}^{2} = R_{2}|B_{2} + Ck_{1}| \end{cases}$$
(4.11)

avec  $A_{1} = (1 + tg^{2}\alpha_{1})^{3/2}$   $A_{2} = (1 + tg^{2}\alpha_{2})^{3/2}$   $B_{1} = 6(z_{2} - z_{1} + x_{1}tg\alpha_{1} - x_{2}tg\alpha_{1})$   $B_{2} = 6(z_{1} - z_{2} + x_{2}tg\alpha_{2} - x_{1}tg\alpha_{2})$   $C = 2(tg\alpha_{1} - tg\alpha_{2})$ (4.12)

Nous pouvons réécrire le système (4.11) comme suit :

$$\begin{cases} f(k_1, k_2) = A_1 k_1^2 - R_1 |B_1 + Ck_2| \\ g(k_1, k_2) = A_2 k_2^2 - R_2 |B_2 + Ck_1| \end{cases}$$
(4.13)

Les coordonnées du centre de courbure (figure 4.20) peuvent être calculées par :



Figure 4.20 Centres de courbures en P et C

Pour la courbe mentionnée ci-dessus (figure 4.20), nous avons :

$$k_1 > 0$$
 ;  $k_2 > 0$  ;  $m_1 < 0$  ;  $m_2 < 0$  ;  $X_{C2} > X_2$ 

Donc 
$$\begin{cases} f(\mathbf{k}_{1},\mathbf{k}_{2}) = \begin{cases} A_{1}\mathbf{k}_{1}^{2} - R_{1}(\mathbf{B}_{1} + C\mathbf{k}_{2}) & \text{si } \mathbf{x}_{c1} > \mathbf{x}_{1} \\ A_{1}\mathbf{k}_{1}^{2} + R_{1}(\mathbf{B}_{1} + C\mathbf{k}_{2}) & \text{si } \mathbf{x}_{c1} < \mathbf{x}_{1} \end{cases} \\ g(\mathbf{k}_{1},\mathbf{k}_{2}) = A_{2}\mathbf{k}_{2}^{2} - R_{2}(\mathbf{B}_{2} + C\mathbf{k}_{1}) \end{cases}$$
(4.14)

A partir de la courbe de la partie utile de la pièce on peut juger si  $X_{c1} > X_1$  ou pas.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_{1} \\ \mathbf{k}_{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{10} \\ \eta_{20} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{k}_{1} & \partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{k}_{2} \\ \partial \mathbf{g} / \partial \mathbf{k}_{1} & \partial \mathbf{g} / \partial \mathbf{k}_{2} \end{bmatrix}_{(\xi_{10}, \eta_{20})}^{-1} \cdot \begin{cases} \mathbf{f}(\mathbf{k}_{10}, \mathbf{k}_{20}) \\ \mathbf{g}(\mathbf{k}_{10}, \mathbf{k}_{20}) \end{cases}$$
(4.15)

La résolution de ce système non linéaire donne la valeur de k1 et k2.

En effet, le point C est inconnu dans la formulation précédente. Il est judicieux d'ajouter une condition supplémentaire : la longueur de la courbe PCD devrait être minimale. Nous pouvons prendre tout simplement cent points entre A et D (fig. 4.19) pour C, la position donnant la longueur minimale de PCD sera choisie comme solution.

La longueur de la courbe PC :  $L_{PC} = \int_0^1 \sqrt{(x(t))^2 + (z(t))^2} dt$ 

La longueur de la courbe CD :  $L_{CD} = r * Arcsin((x_0 - x_2)/r)$ 

La longueur de la courbe PCD : LPCD=LPC+LCD

# 3.7 Structure et organigramme du code ASD et Courbe de profil PCDE en NURBS



Figure 4.23 Structure et composition de l'ASD
Le module de contrôle comporte trois parties essentielles :

- Module du prétraitement : pour l'exportation du fichier Ascii, lissage des surfaces communes et la renumérotation des points.
- Module des coordonnées des points et calcul : Pour le calcul des normales, la transformation des coordonnées et l'établissement des fonctions courbes et la résolution.
- □ Module de génération et l'exécution du fichier batch.



Figure 4.24 Organigramme du code ASD

NURBS est un outil de modélisation géométrique très performant et largement utilisé dans des logiciels industriels de CAO.

#### 3.9.1 Définition des courbes NURBS

Les NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines) sont des outils industriels standard pour la représentation des géométries. Nous avons choisi l'utilisation des NURBS dans nos travaux pour les raisons suivantes [PIEGL] [ROGERS] :

- Elles fournissent une forme mathématique commune pour les deux types de géométrie : forme analytiques standard et forme libres.
- Elles fournissent une flexibilité pour concevoir une grande variété de géométries.
- Elles peuvent être évaluées assez rapidement à l'aide d'algorithmes stables et exacts.
- Elles sont invariantes : La B-Spline non uniforme Rational est calculée à l'aide de points de contrôle. Si elle est visualisée en perspective, il est possible de placer les points de contrôle en perspective et de calculer la B-Spline ensuite. La B-Spline obtenue est invariante par modification des paramètres de la mise en perspective.

Cependant, un des inconvénients des NURBS, est d'avoir besoin du stockage supplémentaire pour définir des formes traditionnelles (par exemple cercles). Cela résulte des paramètres en plus des points du contrôle, mais finalement prévoit la flexibilité désirée pour définir des formes paramétriques. Les formes NURBS ne sont pas définies seulement par les points du contrôle, les poids de pondération associés aux points de contrôle, le degré polynomial, le vecteur knot, jouent un rôle important sur la forme de la courbe NURB.

Une courbe NURBS C ( $\vec{u}$ ), de degré « k » est définie comme suit :

$$C(\vec{u}) = \frac{\sum_{i=0}^{n} w_{i} * P_{i} * N_{i}^{k}(\vec{u})}{\sum_{0}^{n} w_{i} * N_{i}^{k}(\vec{u})}$$
(4.16)

où  $w_i$  est le poids,  $P_i$  le vecteur des points de contrôle,  $N_i^k(\vec{u})$  les fonctions de base de B-splines normalisées de degré k (un nombre entier positif).

Ces B-splines sont définies récursivement par :

$$N_{i}^{k}(\vec{u}) = \frac{\vec{u} - \vec{t}_{i}}{\vec{t}_{i+k} - \vec{t}_{i}} * N_{i}^{k-1}(\vec{u}) + \frac{\vec{t}_{i+k+1} - \vec{u}}{\vec{t}_{i+k+1} - \vec{t}_{i+1}} * N_{i+1}^{k-1}(\vec{u})$$
(4.17)

avec 
$$N_i^0(\vec{u}) = \begin{cases} 1 & \text{si: } \vec{t}_i \le \vec{u} \le \vec{t}_{i+1} \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$$
 (4.18)

où  $\vec{u}$  est le vecteur knots (ou le vecteur des nœuds) :

$$\vec{u} = \left\{ \vec{t}_{0}, \vec{t}_{1}, ..., \vec{t}_{m} \right\}$$
 (4.19)

où m est le nombre de nœuds (m = n + k + 1), K le degré de NURBS, n le nombre de points de contrôles.

#### 3.9.2 Contrôle de forme d'une NURB

La propriété d'approximation locale de NURBS a des conséquences importantes au niveau des possibilités offertes par NURBS comme outil de design: un concepteur peut utiliser non seulement la position des points de contrôle, mais aussi les valeurs des poids pour ajuster localement la forme de la courbe.

Qualitativement, l'effet d'augmenter le poids associé à un point tire la courbe vers ce point ; lorsque le poids diminue, la courbe s'éloigne du point (Figure 4.25). La multiplicité des knots joue un rôle très important également dans ce sens.

Par ailleurs, le mouvement de C(u) pour un «u» donné se fait le long d'une ligne droite:



Figure 4.25 : Contrôle de forme d'une NURBS

La figure 4.26 présente les différentes courbes C(u) obtenues pour différentes valeurs du poids W3 associés au point de contrôle P2. Pour avoir une courbe adaptative, et un bon lissage au niveau de raccordement de ces parties additionnelles avec le contour inférieur de la partie utile de la pièce désirée, nous contrôlons la valeur du poids w.



Figure 4.26 : Influence des poids sur la courbe C(u)

#### 3.9.3 Description de la courbe de profil

Nous utilisons les courbes NURBS pour décrire la courbe de profil (PC) (Figure 4.28). Les données sont : le point P du contour inférieur de la pièce utile et le vecteur tangent en ce point, le rayon d'entrée matrice et son centre C.



Figure 4.27 : profils PC



Figure 4.28 : Le vecteur tangent au point P

Le problème est de déterminer la ligne tangente au point P du contour inférieur de la partie utile (figure 4.28).

La distance entre le centre du rayon d'entrée matrice et le point (P) du contour inférieur de la pièce est donné par :

VL= 
$$\sqrt{(x_{M} - x_{p})^{2} + (y_{M} - y_{p})^{2}}$$
 (4.20)

On définit l'angle  $\theta$  entre le segment PM et l'horizontale au point M :

$$\theta = \arccos((x_{M} - x_{p}) / VL)$$

$$\Delta \theta = \arcsin(r_{m} / VL)$$
(4.21)

Par des relations géométriques, on définit les deux angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  qui nous permettent de déterminer les coordonnées des points de contrôle :

$$\theta_1 = \frac{3\pi}{2} + \arctan(\alpha) \tag{4.22}$$

$$\theta_2 = \theta + \Delta \theta + \pi \tag{4.23}$$

$$\theta_2 = \theta - \left(\frac{\pi}{2} + \Delta\theta\right) \tag{4.24}$$

On calcule des points de contrôle pour générer la courbe (PC):

$$\begin{cases} x_2 = x_p + d_1 \cos(\theta_1) \\ y_3 = y_p + d_1 \sin(\theta_1) \\ x_3 = x_M + d_2 \cos(\theta_2) \\ y_3 = y_M + d_2 \sin(\theta_2) \end{cases}$$
(4.25)

avec  $d_1 = r_m$  et  $d_2 = 10^{-2} r_m$ 

Le degré des fonctions B-splines est cubique (k=3), le nombre de nœuds de la NURBS est m = 8.





Figure 4.29 : Courbe NURBS obtenue par GID



Nous avons programmé les fonctions NURBS afin de les valider avec celles obtenues par GID. Nous remarquons une bonne concordance entre les des deux (figures 4.29 et 4.30).

Pour comparer les deux résultats obtenus, on a utilisé les points de contrôle obtenus par GID comme données dans notre programme de NURBS, on a utilisés 8 points pour définir cette courbe. La courbe obtenue par notre programme (NURBS théorique) a la même allure que la courbe obtenue par GID et tous les points des deux NURBS sont identiques.

On applique cet algorithme sur la coupelle d'amortisseur Twingo, la figure 4.31 montre les surfaces additionnelles générées par la présente NURBS méthode.



Figure 4.31 : Surfaces additionnelles basées sur des courbes NURBS

#### 3.9.4 Courbe de profil PCDE composée des segments et d'arcs

Dans la pratique, la courbe de profil est souvent composée d'arcs et de segments droits afin de faciliter la conception et la fabrication des outils pour la partie des surfaces additionnelles. Cette méthode est basée sur des considérations géométriques.

Considérons la création d'une courbe de profil entre le contour inférieur de la pièce et le rayon d'entrée matrice dans le plan de travail (Figure 4.32). On connaît le point P sur le contour inférieur de la pièce désirée, la tangente en P, le rayon d'entrée matrice R et son centre  $M(x_M,y_M)$ , la petite longueur **d** de la droite PA pour le découpage (10-15mm).



Figure 4.32 : Courbe de profil composée d'arcs et de segments droits

#### 3.9.4.1. Position du point A

Le point P est un point du contour inférieur de la partie utile, il est facile de trouver la position du point A en utilisant les coordonnées du point P et la pente en P :

$$\begin{cases} x_{A} = x_{p} + d\cos\alpha \\ y_{A} = y_{p} + d\sin\alpha \end{cases}$$
(4.26)

## 3.9.4.2. Détermination du centre D de l'arc $\widehat{AB}$

Selon les positions des points P et C, la pente en P et le rayon d'entrée matrice, le point D peut se situer à gauche ou à droite de l'arc  $\widehat{AB}$  (Figure. 4.32). La position à gauche permet d'avoir de petites surfaces additionnelles et donc d'économiser la tôle, la position à droite permet d'améliorer l'emboussabilité. La condition de tangence de l'arc  $\widehat{AB}$  aux deux segments BC et PA permet de déterminer cette position.

#### □ Intersection entre PA et le rayon d'entrée matrice :

On calcule la distance (figure 4.33) entre le cercle qui forme le rayon d'entrée matrice et la ligne PA. L'équation de la ligne PA est définie par :



Figure 4.33 : Distance entre le cercle d'entrée matrice et la ligne PA

La distance d<sub>c</sub> entre le cercle et la ligne PA est donnés par :

$$d_{c} = \frac{\left|\mathbf{k} \mathbf{x}_{c} - \mathbf{y}_{c} - \mathbf{k} \mathbf{x}_{p} + \mathbf{y}_{p}\right|}{\sqrt{\mathbf{k}^{2} + 1}}$$
(4.28)

$$d_c \leq R$$
 Intersection existe (4.29)

$$d_c > R$$
 Intersection n'existe pas (4.30)

D Position du cercle par rapport à la droite PA :

$$\overrightarrow{\mathbf{PA}} \times \overrightarrow{\mathbf{AC}} = \begin{cases} \mathbf{x}_{\mathbf{A}} - \mathbf{x}_{\mathbf{P}} \\ \mathbf{y}_{\mathbf{A}} - \mathbf{y}_{\mathbf{P}} \\ \mathbf{0} \end{cases} \times \begin{cases} \mathbf{x}_{\mathbf{C}} - \mathbf{x}_{\mathbf{A}} \\ \mathbf{y}_{\mathbf{C}} - \mathbf{y}_{\mathbf{A}} \\ \mathbf{0} \end{cases}$$
(4.31)

$$\overrightarrow{\mathsf{PA}} \times \overrightarrow{\mathsf{AC}} = \begin{cases} 0\\ 0\\ (\mathsf{x}_{\mathsf{A}} - \mathsf{x}_{\mathsf{P}})(\mathsf{y}_{\mathsf{C}} - \mathsf{y}_{\mathsf{A}}) - (\mathsf{x}_{\mathsf{C}} - \mathsf{x}_{\mathsf{A}})(\mathsf{y}_{\mathsf{A}} - \mathsf{y}_{\mathsf{P}}) \end{cases} = \mathsf{n}_{\mathsf{Z}}$$
(4.32)

$$n_z > 0$$
 et  $d_c > R \implies D$  à la gauche de  $\overrightarrow{PA}$  (4.33)

$$n_z > 0$$
 et  $d_c < R \implies D$  à la droite de  $\overrightarrow{PA}$  (4.34)

$$n_z < 0 \implies D$$
 à la droite de  $\overrightarrow{PA}$  (4.35)

 $\Box$  Coordonnées du centre D de l'arc  $\widehat{AB}$  :

- Si D à la droite de  $\overrightarrow{PA}$ .  $\alpha_{\rm D} = \alpha 90^{\circ}$
- ${}^{\textcircled{\mbox{scale}}}$  Si D à gauche de  $\overrightarrow{\mbox{PA}}$  .  $\alpha_{\mbox{d}}=\alpha+90^\circ$



Figure 4.33 : Définition de l'angle  $\alpha_{\text{D}}$ 

Les cordonnées du point D centre de l'arc AB est données par :

$$\begin{cases} x_{D} = x_{A} + r \cos \alpha_{D} \\ y_{D} = y_{A} + r \sin \alpha_{D} \end{cases}$$
(4.36)

où r est le rayon de l'arc  $\widehat{AB}$ .

### 3.9.4.3. Points de tangence définissant la droite EF :

• D à la droite de  $\overrightarrow{PA}$  :

La langueur  $\overline{DC}$  (Figure 4.34) entre le centre de l'arc de raccordement de la partie utile de la pièce et les surfaces additionnelles est donner par :

$$\overline{\mathsf{DC}} = \sqrt{(\mathsf{x}_{c} - \mathsf{x}_{D})^{2} + (\mathsf{y}_{c} - \mathsf{y}_{D})^{2}}$$
(4.37)

L'angle  $\beta$  est donnée par :

$$\beta = \arccos\left(\frac{\mathbf{r} + \mathbf{R}}{\mathbf{DC}}\right) \text{ avec } 0 \le \beta \le 90^{\circ}$$
(4.38)

L'angle  $\gamma$  est donnée par :

$$\begin{cases} \cos \gamma = \frac{x_c - x_b}{\overline{DC}} \\ \sin \gamma = \frac{y_c - y_b}{\overline{DC}} & \text{avec } 0 \le \gamma \le 360^{\circ} \end{cases}$$

$$(4.39)$$

Dans ce cas les points de tangence définissant la droite EF est définie par :

$$\begin{cases} x_{E} = x_{D} + r\cos(\gamma + \beta) \\ y_{E} = y_{D} + r\sin(\gamma + \beta) \end{cases}$$
(4.40)

$$\begin{cases} x_{F} = x_{C} + R\cos(\gamma + \beta - 180^{\circ}) \\ y_{F} = y_{C} + R\sin(\gamma + \beta - 180^{\circ}) \end{cases}$$
(4.41)



Figure 4.34 : Détermination du centre D de l'arc  $\widehat{AB}$ (D à la droite de  $\overrightarrow{PA}$ )

• D à la gauche de  $\overrightarrow{PA}$  :

La langueur  $\overline{DC}$  entre le centre de l'arc de raccordement de la partie utile de la pièce et les surfaces additionnelles est donnée par l'équation 4.28. L'angle  $\gamma$  est calculé de la même façon du cas précédente équation 4.39. Deux cas sont envisagés : ( $r \ge R$  etr < R).

a) Premier cas  $r \ge R$  :

 $\label{eq:lag} L'angle \ \beta \ est \ donnée \ par: \ _{\beta \ = \ arc \ cos} \left( \frac{r-R}{DC} \right) \ avec \quad 0 \le \beta \le 90^{\circ}$ 

Dans ce cas les points de tangence (Figure 4.35) définissant la droite EF est définie par :

$$\begin{cases} x_{E} = x_{D} + r\cos(\gamma - \beta) \\ y_{E} = y_{D} + r\sin(\gamma - \beta) \end{cases}$$
(4.42)

$$\begin{cases} x_{F} = x_{c} + R\cos(\gamma - \beta) \\ y_{F} = y_{c} + R\sin(\gamma - \beta) \end{cases}$$
(4.43)



Figure 4.35 : Détermination du centre D de l'arc  $\widehat{AB}$  (D à la gauche de  $\overrightarrow{PA}$  avec  $r \ge R$ )

## b) Deuxième cas r < R :

 $L'angle \ \beta \ est \ donnée \ par \ : \ \beta = arc sin \left( \frac{R-r}{\overline{DC}} \right) \ avec \quad 0 \le \beta \le 90^{\circ}$ 

Dans ce cas les Points de tangence (Figure 4.36) définissant la droite EF est définie par :

$$\begin{cases} x_{\rm E} = x_{\rm D} + r\cos(\gamma - 90^{\circ} - \beta) \\ y_{\rm E} = y_{\rm D} + r\sin(\gamma - 90^{\circ} - \beta) \end{cases}$$
(4.44)

$$\begin{cases} x_{F} = x_{C} + R\cos(\gamma - 90^{\circ} - \beta) \\ y_{F} = y_{C} + R\sin(\gamma - 90^{\circ} - \beta) \end{cases}$$
(4.45)



Figure 4.36 : Détermination du centre D de l'arc  $\widehat{AB}$ (D à la gauche de  $\overrightarrow{PA}$  avec r < R )

La figure 4.37 montre le résultat des surfaces additionnelles basées sur l'approche des segments et des arcs appliquer sur la Coupelle Twingo.



Figure 4.37 : Surfaces additionnelles basées sur des segments et des arcs

#### 4. Exemples numériques de conception des surfaces additionnelles

Cette partie montre l'efficacité de notre technique de conception des surfaces additionnelles. Nous allons traiter quelques pièces complexes issues du monde industriel. Nous avons appliqué notre programme à la coupelle d'amortisseur Twingo de Renault et à un modèle d'évier. Les résultats obtenus sont assez satisfaisants au regard de la difficulté géométrique des problèmes.

Nous avons réussi à concevoir un premier concept des surfaces et nous arrivons à contrôler les différentes caractéristiques géométriques de la pièce (le rayon d'entrée matrice, hauteur du mur de protection, et son angle d'inclinaison ainsi que la bonne continuité entre la pièce utile et les surfaces additionnelles).

On peut voir sur les figures ci-dessous les différentes parties obtenues par la conception automatique des surface additionnelles, (partie utile en bleu, habillage en jaune et serre flan en vert).

Le premier exemple concerne la coupelle d'amortisseur de Renault Twingo. Sur la figure 4.38 il convient de préciser que le nombre de surfaces additionnelles est de 24, avec un rayon d'entrée matrice de 10mm. Pour faire intervenir les autres paramètres géométriques (rayon d'entrée matrice), nous avons gardé fixe la hauteur du mur et varié le rayon d'entrée matrice de 10mm à 30mm (figure 4.39).

Nous représentons sur les figures 4.40 et 4.41 la pièce avec différentes hauteurs du mur, sachant que le rayon d'entrée matrice est constant et égal à 10mm.

Le deuxième exemple concerne la conception des surfaces additionnelles pour un évier.

La figure 4.42 illustre la conception des surfaces additionnelles, le nombre de surfaces est de 18 avec un rayon d'entrée matrice de 10 mm.

La figure 4.43 montre la conception des surfaces additionnelles, en variant la hauteur du mur qui est composée de 11 surfaces latérales, avec un rayon d'entrée matrice de 25 mm.

79



Figure 4.38. Coupelle Twingo mur composé de 24 surfaces, rayon matrice 10mm



Figure 4.39. Coupelle Twingo mur composé de 24 surfaces, rayon matrice 30mm



Figure 4.40. Coupelle Twingo, hauteur du mur 20mm et rayon matrice 10mm



Figure 4.41. Coupelle Twingo, hauteur du mur 15mm et rayon matrice 10mm



Figure 4.42. Tray mur composé de 18 surfaces, rayon matrice 10mm



Figure 4.43. Tray mur composé de 18 surfaces, rayon matrice 25mm

#### 5. Conclusion:

D'après les deux exemples étudiés précédemment, nous pouvons dire que notre technique de conception des surfaces additionnelles donne des résultats encourageants en comparaison à ce que proposent les codes industriels qui traitent la conception des surfaces d'habillage en emboutissage (AUTOFORM DIE DESIGNER et PAM DIEMAKER).

Dans notre démarche la continuité est vérifiée entre le contour de la pièce utile et les parties additionnelles par les différentes techniques utilisées précédemment (Hermite, NURBS, Segments et arcs). Ceci nous permet d'utiliser notre technique (couplage avec l'approche inverse) pour procéder à l'optimisation des paramètres du procédé d'emboutissage qui sera le thème du chapitre 5.

# Chapitre 5 : Optimisation des surfaces additionnelles des pièces embouties

#### 1. Introduction

L'augmentation de la puissance de calcul et la performance des algorithmes pour des problèmes comportant un grand nombre de variables favorisent l'utilisation de l'optimisation dans de nombreux secteurs d'activités et en particulier en calcul des structures. Dans le domaine de l'emboutissage, les temps de calcul très importants des méthodes incrémentales limitent l'utilisation de l'optimisation, c'est pourquoi la conception des outils est encore très empirique donc coûteuse.

Plusieurs travaux ont été développés dans ce contexte, Naceur et al., [NAC98] [GUO00] ont montré l'intérêt du couplage de l'A.I avec des algorithmes d'optimisation en emboutissage dans le cadre de l'optimisation de la forme du flan initial. De plus il est admis que les défauts usuels dans le domaine de la mise en forme tels que la striction et le plissement sont associés à la variation d'épaisseur, Naceur et al. [NAC 01].

On propose dans cette partie l'application de la procédure de conception et d'optimisation des surfaces additionnelles en utilisant l'Approche Inverse (A.I.) avec l'algorithme d'optimisation SQP ou FSQP. Notre but est de chercher des paramètres optimaux du procédé (caractéristiques géométriques des surfaces additionnelles) qui permettent une bonne conception de ces surfaces afin d'éviter les problèmes de

83

parois verticales, de minimiser la consommation de la matière, d'éliminer les problèmes de plissement, de rupture et de rayures surfaciques.

Le problème qui nous intéresse ici est de trouver la forme des surfaces additionnelles qui réalise le meilleur compromis entre la fonction d'aspect (minimiser le passage de la tôle sous le rayon d'entrée matrice) et la fonction d'épaisseur (distribution des épaisseurs la plus uniforme).

Notre méthodologie est basée sur la combinaison de la conception automatique des surfaces d'habillage, de la simulation d'emboutissage par le code d'AI et d'un algorithme d'optimisation. A partir d'une conception initiale, une simulation d'emboutissage est effectuée pour étudier la formabilité, suivie du calcul de la fonction objectif et des gradients, ensuite l'algorithme d'optimisation SQP ou FSQP permet d'améliorer les variables de conception qui seront réintroduites dans notre module de conception géométrique ASD jusqu'à obtenir des surfaces additionnelles optimales.

Cette méthodologie a été appliquée à une boite carrée et à une coupelle d'amortisseur. Les résultats ont montré l'efficacité et l'intérêt industriel.

#### 2. Définition des fonctions objectif

Deux fonctions objectif sont envisagées, la première représente la variation d'épaisseur, dans le but d'uniformiser la distribution des épaisseurs. La seconde concerne la fonction d'aspect dans le but éviter des rayures surfaciques en limitant le passage de la tôle sous le rayon d'entrée matrice.

#### 2.1 Fonction d'épaisseur

Cette fonction objectif est directement liée à la minimisation des maxima de variation de l'épaisseur :

$$J_{1} = \frac{1}{nelt} \sum_{e}^{nelt} \left( \frac{h - h^{0}}{h^{0}} \right)^{p} = \frac{1}{nelt} \sum_{e}^{nelt} (\lambda_{3} - 1)^{p}$$
(5.1)

où le coefficient « p » est un nombre entier pair (p = 2, 4, 6,...), le choix de p joue sur l'efficacité de minimisation des maxima ;  $h_0$  et h sont respectivement les épaisseurs initiale et finale d'un élément de coque (tôle).

#### 2.2 Fonction d'aspect

Cette fonction objectif prend en compte les problèmes d'aspect pour limiter les risques des rayures sur la partie apparente de la pièce. Afin d'éviter le passage de la partie apparente de la pièce utile par le rayon d'entrée matrice, les positions initiales (dans le flan plan Oxy) des points situés au contour inférieur de la pièce utile ne doivent pas être à l'extérieur du contour inférieur délimitant les parties d'arrondi et sous serre-flan (Figure 5.1). Pour chacun des nœuds j, la fonction d'aspect  $J_j^{asp}$  s'écrit :

$$\mathbf{J}_{j}^{asp} = \left\| \vec{\mathbf{u}}_{j} \right\| - \mathbf{d}_{j} \tag{5.2}$$

où  $\vec{u}_j$  est la projection du vecteur déplacement du nœud j dans le plan Oxy,  $d_j$  est la distance dans la direction  $\vec{u}_j$  entre le nœud j et le contour intérieur caractérisant le rayon d'entrée matrice



Figure 5.1 : Définition de la fonction d'aspect f<sup>asp</sup>

#### 3. Limitations

Les limitations pour les variables d'optimisation sont de type géométrique, le problème d'optimisation doit respecter des critères associés aux variations maximales et minimales d'épaisseur. Toutefois, dans l'industrie, le but n'est pas de chercher à uniformiser l'épaisseur mais plutôt de satisfaire des limitations supérieure et inférieure sur la variation d'épaisseur. Ces bornes retenues par les industriels consistent à limiter à + 15 % et à -20 % les variations d'épaisseur :

$$\begin{cases} -20 \% \le \left(\frac{h - h^{0}}{h^{0}}\right)^{e} \le +15 \% \\ x_{\min}^{i} \le x^{i} \le x_{\max}^{i} , i = 1...m \end{cases}$$
(5.3)

où les valeurs 15% et -20% sont des recommandations industrielles pour éviter des problèmes de rupture et de plissement ;  $x_{min}^{i}$  et  $x_{max}^{i}$  sont les valeurs minimale et maximale de la variable de conception «  $x^{i}$  ».

#### 4. Organigramme du processus d'optimisation

<u>d<sup>ére</sup> phase de développement :</u> dans une boucle d'optimisation, la géométrie des surfaces additionnelles change à chaque itération, ce qui nécessite un remaillage de ces surfaces. Dans le premier algorithme schématisé par l'organigramme (Figure 5.2), nous avons choisi d'élaborer manuellement un maillage initial (réalisé en utilisant les valeurs initiales des variables de conception), et puis de rabattre les nœuds aux nouvelles surfaces additionnelles sans modifier la structure du maillage (nombres de nœuds et d'éléments et connectivités inchangés). Cet algorithme a été développé spécifiquement pour des pièces de formes simples (le cas d'une *boite carrée du benchmark test de Numisheet'93*, Figure 5.12), il a aussi été appliqué à certaines pièces de formes plus complexes.



Figure 5.2 : Organigramme d'optimisation avec modification directe du maillage.

<u>2<sup>ème</sup> phase de développement :</u> On perçoit facilement les difficultés à affronter lorsque nous optimiserons une pièce industrielle de forme compliquée. Nous proposons un deuxième algorithme (Figure 5.3) basé sur la modification des surfaces en utilisant la méthode ASD et un remailleur d'élément fini.

En partant de la CAO de la pièce désirée, les surfaces additionnelles sont automatiquement crées et le maillage élément finis est généré à l'aide d'un fichier de commande GID. Dans la boucle d'optimisation, l'A.I. permet de calculer rapidement la fonction objectif et les gradients, les paramètres des surfaces additionnelles peuvent ainsi être optimisés [GUO00].



Figure 5.3 : Organigramme d'optimisation avec modification des surfaces avec *GID*.

#### 5. Applications numériques avec modification directe du maillage

#### 5.1 Exemple du godet axisymétrique de Brunet

La mise en forme d'un godet axi-symmétrique (Figure 5.4) a été proposée et étudiée par Brunet, Hage Chehade et Sabourin ([HAG90], [BRU96]). Ils ont déterminé qu'un phénomène de striction, très fort amincissement local précédant une déchirure, apparaissait sur ce godet pour une profondeur d'emboutissage de 22mm.



Figure 5.4 : Description du godet cylindrique de Brunet.

Ce godet axi-symmétrique de profondeur de 22mm est discrétisé en 37 éléments tronconiques à 2 nœuds (Figure 5.5).



Figure 5.5 : Maillage élément fini du godet axi-symmétrique

#### Description des outillages

Dans le cas axisymétrique la géométrie des outils est souvent simple et elle est analytiquement définie par des lignes droites et des arcs de cercle. Nous avons développé un algorithme qui permet (en lui donnant la CAO de la structure souhaité) de créer le fichier input de L'AI pour des emboutis de forme axi-symmétriques. Cet algorithme fonctionne de la façon suivante (Figure 5.6).

On suppose qu'on connaît les données géométriques suivantes (la CAO de la structure):

- r<sub>o</sub> : rayon du poinçon
- R : rayon de l'arrondi du poinçon
- R<sub>m</sub> : rayon d'entrée matrice
- b : largeur sous serre-flan (elle sera déterminée en fonction du flan initial).
- W: Profondeur.
- I : rayon de l'embouti.



Figure 5.6 : Définition géométrique de l'embouti

Dans la Figure 5.6, on suppose un contact parfait entre la tôle et les outils (poinçon et matrice), ainsi les seuls points inconnus sont les points C et D qui sont déterminés par la connaissance de l'angle  $\theta$  qui peut être déterminé facilement. Une fois l'angle  $\theta$  trouvé on pourra calculer les points C et D, et ainsi on pourra générer le maillage de l'embouti entièrement.

#### Optimisation des rayons d'entrée matrice r<sub>m</sub>

Le programme développé est utilisé dans un premier temps pour créer le premier fichier (input), avec les données de la CAO initiale. Ensuite ce fichier est utilisé par le programme combinant l'AI et un algorithme d'optimisation pour déterminer la variable de conception  $R_m$  (voir Figure 5.6), on utilisera l'algorithme de FSQP pour chercher la nouvelle valeur du rayon ( $R_m$ ). Ce nouveau rayon est utilisé dans le fichier (CAO) pour créer le nouveau fichier (input), ces opérations sont poursuivies jusqu'à l'obtention du rayon optimal.

La figure 5.7 illustre les maillages générés automatiquement pour différentes valeurs du rayon d'embouti I.



Figure 5.7 : Maillages générés pour les différentes valeurs du rayon

de l'embouti



Figure 5.8 : surface de réponse quadratique

La fonction J1 est approximée par une surface de réponse quadratique mobile basée sur l'approximation diffuse. La Figure 5.9 illustre l'évolution de la fonction objectif J1 en fonction des itérations et le rayon d'entrée matrice optimal trouvé est de 6.3 mm.



Figure 5.9 : Evolution de la fonction d'épaisseur

#### 5.2 Exemple de la boîte carrée - cas d'un seul mur

#### Définition des variables d'optimisation

Les dimensions géométriques de la boîte carrée sur laquelle nous avons travaillé sont définies à la Figure 5.10. Les dimensions de la partie « utile » ont été choisies telles que : H = 25mm,  $R_m$  = 6mm,  $R_a$  = 8mm, l'angle d'ouverture du mur  $\alpha$  initial est choisi pour générer le maillage initial.



Figure 5.10 : Représentation schématique des variables d'optimisation



Figure 5.11 : Description des différentes parties de la boite carré à un seul mur

Dans notre cas on a pris l'inclinaison du mur  $\alpha$  et le rayon d'entrée matrice  $R_m$  comme variable d'optimisation avec les bornes inférieure et supérieure  $5^\circ \leq \alpha \leq 25^\circ$  et  $5 \leq R_m \leq 15$ . La figure 5.12 montre le maillage initial réalisé en utilisant  $\alpha = 10^\circ$ .



Figure 5.12 : Maillage initiale de la boîte carrée

La simulation de ce problème en utilisant l'Approche Inverse a été effectuée avec la modification directe du maillage en déplaçant les nœuds aux nouvelles positions des surfaces additionnelles sans modifier la structure du maillage (nombre de nœuds et d'éléments, et les connectivités inchangés).

#### □ Résultats d'optimisation

On représente sur les figures 5.13 et 5.14 les résultats de la distribution des épaisseurs avant et après optimisation et l'évolution de la fonction d'épaisseur  $J_1$ . Le processus d'optimisation converge après 12 itérations (Figure 5.15).



Figure 5.13: Variation de l'épaisseur avant optimisation

Figure 5.14: Variation de l'épaisseur après optimisation

Le procédé d'optimisation converge en 54 secondes de CPU. Les valeurs des variables de conception après optimisation sont :  $\alpha = 25^{\circ}$  (borne supérieur), et  $R_m = 15$  mm. Ce résultat est en accord avec les constatations pratiques d'emboutissage, en effet plus le rayon augmente moins il y a d'amincissement et pareil pour l'angle d'ouverture.



Figure 5.15 : Evolution de la fonction d'épaisseur

#### 6. Applications numériques de modification des surfaces avec GID

#### 6.1 Exemple de la boîte carrée - cas de deux murs

#### Définition des variables d'optimisation

Les dimensions géométriques de la boîte sont définies à la Figure 5.16, les dimensions de la partie utile sont :

- □ a : largeur en haut du poinçon
- $\Box$   $H_0$ : hauteur de la partie utile
- □ Ra : rayon en haut
- $\square$   $\alpha$  : angle d'inclinaison du mur en degrés
- □ b : largeur initial de la partie sous serre flan = 75 mm

La boîte sur laquelle nous avons travaillé, est schématisée sur la figure 5.18. Les dimensions de la partie «utile» ont été choisies telles que : a= 27 mm,  $H_0$  = 12.5 mm, Ra = 8 mm,  $\alpha$  = 4°, b = 75 mm.



Figure 5.16 : Représentation schématique des variables d'optimisation



Figure 5.17 : description des différentes parties de la boite carrée à deux murs

Pour l'optimisation des surfaces additionnelles, nous avons choisi les variables suivantes :  $R_m$ , le rayon d'entrée matrice, H la hauteur totale de la boite,  $\alpha$  l'angle d'inclinaison des murs et b le côté du flan initial. Les bornes imposées à ces variables sont :

#### □ Résultats d'optimisation en utilisant la fonction d'épaisseur

L'analyse numérique de ce problème en utilisant l'Approche Inverse correspond à 10 secondes de temps CPU sur un PC Pentium IV à 400 Mhz. Les figures 5.18 et 5.19 représentent respectivement la répartition de l'épaisseur avant et après optimisation. Apres optimisation, nous observons qu'il existe deux zones critiques ; (i) Le coin est subi à une forte diminution d'épaisseur (-12 %) mais qui reste cependant inférieure à -20 % habituellement tolérés ; (ii) Les zones des congés de raccordement situés dans les plans x=0 et y=0 sont soumises à un épaississement de + 12 % qui reste inférieure à la valeur de 15 % habituellement tolérée dans l'industrie.





Figure 5.18 : Variation de l'épaisseur avant optimisation

Figure 5.19 : Variation de l'épaisseur après optimisation



Figure 5.20 : Evolution de la fonction d'épaisseur en fonction des itérations

Les résultats d'optimisation obtenus correspondent à un temps CPU de 14'55, la fonction objectif d'épaisseur est réduite de 91.41 %, elle a convergé après 10 itérations (Figure 5.20). Nous remarquons que plus la hauteur et le côté de la boîte diminuent plus les variations d'épaisseur diminuent également (H = 25 mm, b= 75 mm)

alors que le constat est l'inverse pour le cas de l'angle du mur et le rayon d'entrée matrice ( $R_m = 10 \text{ mm}, \alpha = 20^\circ$ ).

# Résultats d'optimisation en présence des deux fonctions d'épaisseur et d'aspect

Les dimensions géométriques des parties utiles de la boite carrée sont : a =25 mm,  $\alpha_0$ =5.4°,  $h_0$ =12.5 mm et  $R_m$ =8 mm (figure 5.16). Les variables de conception initiales pour les surfaces additionnelles sont : H =17.5 mm, b =30 mm,  $\alpha$ = 10° et  $R_m$ = 8 mm. Leurs limitations sont : 10 ≤ H ≤ 20 mm, 20 ≤ b ≤ 40 mm, 5° ≤  $\alpha$  ≤ 30°, 5 ≤  $R_m$  ≤ 10 mm.

Il est plus judicieux de chercher à minimiser en même temps les fonctions d'épaisseur et d'aspect, mais il est difficile de définir un coefficient de pondération entre les deux. C'est pourquoi dans la première étude, nous utilisons uniquement la fonction objectif d'épaisseur J<sub>1</sub> pour l'optimisation. Les variables de conception optimales ainsi obtenues sont H =10 mm, b=20 mm,  $\alpha$  =30° et R<sub>m</sub> =10 mm. Nous remarquons que l'utilisation de la seule fonction objectif d'épaisseur J<sub>1</sub>, conduit à une uniformité abusive de l'épaisseur et à de grandes valeurs pour  $\alpha$  et R<sub>m</sub>. En pratique, il est suffisant de limiter l'amincissement et l'épaississement de la tôle. C'est pourquoi par la suite, la variation d'épaisseur sera considérée comme une limitation, seule la fonction d'aspect est retenue comme fonction objectif :

 $min(\left|J^{\text{asp}}\right|) \quad ; \quad J^{\text{asp}} \leq 0 \quad ; \quad -20\% \leq \left(h^{\text{e}} - h^{\text{o}}\right)/h^{\text{o}} \leq 15\% \quad ; \quad x_{iL} \leq x_i \leq x_{iU}$ 

où la fonction contrainte  $J^{asp} \leq 0$  permet d'éviter le problème d'aspect. La minimisation de  $|J^{asp}|$  donne une valeur de  $J^{asp}$  négative mais proche de zéro pour ne pas aboutir à des murs de protection trop hauts.

Un quart de la boite carrée a été discrétisé en 3628 éléments et 1981 noeuds. Le calcul d'optimisation a été très rapide : seulement 36 mn de temps CPU sur un PC. La procédure d'optimisation donne les valeurs géométriques suivantes : H = 12.34 mm,

 $\alpha$  = 10.7°, R<sub>m</sub> = 7.49 mm et b = 29.04 mm. La distribution d'épaisseur reste dans les limites d'épaississement et d'amincissement imposées (figure 5.21).



Figure 5.21 : Distribution d'épaisseur Figure 5.22 : Evolution des fonctions objectifs. sur la boite carrée.

La figure 5.22 montre l'évolution de la fonction objectif d'aspect et de la fonction d'épaisseur. Les 8 premiers appels correspondent à la recherche d'un vecteur de variables situé dans un domaine réaliste défini par les limitations imposées. Les 15 derniers appels correspondent à la minimisation de la fonction d'aspect. Le pic sur la courbe de la fonction d'aspect est dû à une perturbation numérique.

# 6.2 Exemple de la coupelle Twingo en présence de la fonction d'épaisseurDéfinition des variables d'optimisation

Dans cet exemple nous étudions l'optimisation des surfaces additionnelles de la coupelle twingo. La figure 5.23 montre la CAO de la coupelle avant optimisation avec un flan imposé.



Figure 5.23 : CAO avant optimisation

Le but de cette simulation est de déterminer les valeurs des variables de conception : la hauteur du mur H, l'angle d'inclinaison du mur  $\alpha$ , le rayon d'entrée matrice  $R_m$ , et la largeur de la partie sous serre flan.

Les valeurs initiales des variables de conception sont : H =17mm, b = 78mm,  $\alpha$  =10° et R<sub>m</sub> = 12.5mm. Les limitations sur les variables de conceptions sont :  $10 \le H \le 25$  mm,  $65 \le b \le 85$  mm,  $5^{\circ} \le \alpha \le 25^{\circ}$ ,  $10 \le R_m \le 15$  mm.

#### Résultats de l'optimisation

La coupelle est maillée en 4916 éléments et 2539 nœuds. Le processus d'optimisation converge en 110 minutes de temps CPU. Les valeurs des variables de conception après optimisation sont : H =10.57mm, b = 85mm,  $\alpha$ =11.25° et R<sub>m</sub> = 15mm.

Les figures (5.24, 5.25) représentent respectivement la distribution des épaisseurs avant et après optimisation. Nous avons un gain de 3.177 % d'amincissement, et 1.553 % pour l'épaississement. L'évolution de la fonction objectif d'épaisseur est montrée sur la figure 5.26.


Figure 5.24: Pourcentage d'épaisseur avant optimisation



Figure 5.25: Pourcentage d'épaisseur après optimisation



Figure 5.26 : Evolution de la fonction d'épaisseur en fonction des itérations

# 6.3 Exemple de la coupelle Twingo en présence des fonctions d'épaisseur et d'aspect

#### Définition des variables d'optimisation

Nous étudions ce même exemple mais cette fois ci en présence de la fonction d'aspect comme fonction objectif et la fonction d'épaisseur comme limitation. Le but de cette simulation est de déterminer les valeurs des variables de conception : la hauteur du mur H, l'angle d'inclinaison du mur  $\alpha$ , le rayon d'entrée matrice  $R_m$ , et largeur de la partie sous serre flan. Les valeurs initiales des variables de conception sont : H =17.5mm, b = 70mm,  $\alpha$  =12° et  $R_m$  = 12mm. Les limitations sur les variables de conception de conceptions sont : 15 ≤ H ≤ 20 mm, 60 ≤ b ≤ 80 mm, 5° ≤  $\alpha$  ≤ 30°, 10 ≤  $R_m$  ≤ 15 mm.

#### Résultats d'optimisation

La coupelle est mailée en 4916 éléments et 2251 nœuds. Le processus d'optimisation converge en 90 minutes de temps CPU. Les valeurs des variables de conception après optimisation sont : H =15.86 mm, b = 80mm,  $\alpha$  =13.08°, et R<sub>m</sub> = 15mm (voir figure 5.27). La figure 5.28 montre l'évolution des deux fonctions d'épaisseur et d'aspect. Nous attendons que la fonction d'aspect s'annule mais ce n'est pas le cas à cause du très grand avalement de la matière. La distribution d'épaisseur se situe bien entre les limites d'amincissement et d'épaississement (figure 5.28).



Figure 5.27 : Pourcentage d'épaisseur après optimisation



Figure 5.28 : Pourcentage d'épaisseur après optimisation

# 6.4 Conclusion

L'algorithme d'optimisation SQP/FSQP a été combiné avec notre code de génération de surfaces et notre solveur d'emboutissage rapide. L'ensemble conduit à une procédure d'optimisation très efficace. Deux fonctions objectifs considérant la variation d'épaisseur et le problème d'aspect ont été étudiées. La présente démarche a été appliquée avec succès à une boite carrée et à une coupelle d'amortisseur. Les résultats obtenus ont montré l'efficacité et l'intérêt industriel de la méthodologie proposée.

# 7. Optimisation des surfaces additionnelles avec la méthode des surfaces de réponse

Les rayures des surfaces apparentes de la pièce proviennent du passage de la tôle sur le rayon d'entrée matrice. Pour éviter ce problème, les positions initiales des nœuds qui sont situés au dessus du contour inférieur  $\widehat{PT}$  de la pièce désirée (Figure 5.29) doivent être à l'intérieur du contour d'arrondi  $\widehat{DG}$ . Nous prenons la variation de l'épaisseur comme limitation et définissons la fonction objectif d'aspect comme suit :

$$-20\% \le (h^{e} - h^{o}) / h^{o} \le 15\% \text{ et } J_{j}^{asp} = Max(\|\vec{u}_{j}\| - d_{j})$$
(7.1)

où h<sup>o</sup> est l'épaisseur initiale de la tôle, h<sup>e</sup> l'épaisseur actuelle d'un élément,  $\vec{u_j}$  le déplacement horizontal d'un nœud sur le contour  $\widehat{PT}$  et d<sub>i</sub> la distance horizontale entre les points P et D (Figure 5.30).



Figure 5.29. Définition des contours et des courbes de profil

L'algorithme d'optimisation FSQP utilisé s'appuie sur la méthode SQP classique (Lawrence et al., [LAW96]) qui nécessite le calcul des gradients. Lorsque ces gradients sont calculés par perturbations, des problèmes numériques peuvent causer la divergence. Pour palier cet inconvénient, nous avons implanté aussi la méthode des surfaces de réponse (Jansson et al., [JAN05]). Notre démarche consiste à rechercher, à l'aide de FSQP, le point optimum en utilisant une fonction approximée de la fonction objectif. L'approximation de J(x) est réalisée avec la méthode MLS (Moving Least Squares) qui permet d'obtenir une fonction lissée à partir d'un vecteur  $\{J_i\}$  comportant les valeurs réelles de la fonction objectif en certains points  $\{x_i\}$  judicieusement choisis sur le domaine d'étude:

$$\tilde{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) = \langle \mathbf{p}(\mathbf{x}) \rangle \{ \mathbf{a}(\mathbf{x}) \} \quad \text{avec} \quad \langle \mathbf{p}(\mathbf{x}) \rangle = \langle \mathbf{1}, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n, \mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{n-1} \mathbf{x}_n, \frac{\mathbf{x}_1^2}{2}, \dots, \frac{\mathbf{x}_n^2}{2} \rangle$$
(7.2)

où le vecteur  $\langle p(x) \rangle$  est constitués de monômes classiques pour des fonctions de bases polynomiales linéaire et quadratique, le vecteur  $\{a(x)\}$  est constitué des coefficients d'ajustement pour le point d'approximation x. Les coefficients a<sub>i</sub> sont déduits de la minimisation des écarts entre les valeurs approximées et les valeurs réelles  $\{J_i\}$  calculées aux points  $\{x_i\}$  et pondérées par un poids  $w_i(x,xi)$  qui permet d'assurer le caractère local de l'approximation et la continuité des approximations successives. Dans ces conditions, on obtient (Breitkopf et al., [BRE03]):

$$\{a(x)\} = [A]^{-1}[B]\{f_i\}$$
 avec  $[B] = [P][W]$ ;  $[A] = [B][P]^T$  (7.3)

$$[P] = [... p(x_i) ...] ; W_{ii} = w_i(x_i, x) ; W_{ij} = 0 \text{ dans } [W]$$
(7.4)

$$w_{i}(x, x_{i}) = \left[1 - (x - x_{i})^{2} / r_{i}^{2}\right]^{2} \quad si \ x - x_{i} \le r_{i} \ ; \ sinon \ w_{i}(x, x_{i}) = 0$$
(7.5)

où r<sub>i</sub> est une valeur limite déduite du pas caractérisant la grille caractérisant la positions des points où les fonctions objectifs réelles sont calculées. Dans cette étude, nous avons utilisé une grille initiale comportant 3 points pour chaque variable et couvrant la totalité du domaine d'étude. La grille de base comporte donc  $3^N$  points où N est le nombre de variables à optimiser. La méthode MLS est utilisée pour approcher la fonction objectif d'aspect et aussi les deux limitations définies dans Eq. (7.1). A la première itération les fonctions approximées dans la grille de base sont exploitées par FSQP. Le point optimum trouvé est alors utilisé pour créer une nouvelle grille centrée sur le point de la grille de base le plus proche. L'adjonction

d'une grille supplémentaire de taille plus petite permet d'affiner l'approximation dans le voisinage du premier point optimum trouvé. En procédant itérativement de la sorte, l'approximation du problème d'optimisation s'affine et converge vers un point optimum approximé. Des polynômes d'approximation linéaires sont retenus car ils donnaient de meilleurs résultats sur l'ensemble des tests réalisés.



Figure 5.30 : Définition des variables géométriques de conception

```
Dimensions de la pièce utile :

a = 25 \text{ mm}, \quad \alpha_0 = 5.4^\circ

h_0 = 12.5 \text{ mm}, \quad R_a = 8 \text{ mm}

4 variables de conception :

H_{inf} \le H \le H_{sup}, R_{inf} \le R_m \le R_{sup}

b_{inf} \le b \le b_{sup}, \alpha_{inf} \le \alpha \le \alpha_{sup}
```

Figure 5.31. Définition des variables de conception

#### 7.1 Exemple de la boîte carrée

#### □ Résultats d'optimisation

Les dimensions des parties utiles de la boite carrée sont précisées à la figure 5.30. Un quart de la boite est discrétisé en 1678 éléments triangulaires. Quatre variables de conception (H,  $R_m$ , b et  $\alpha$ ) sont choisies (Figure 5.31).

Les calculs sont effectués en 36 mn sur un PC avec FSQP et 52 mn avec RSM. L'optimisation donne les valeurs optimales suivantes (FSQP/RSM): H = 12.3/13.9 mm,  $\alpha$  = 10.7/10.4°, R<sub>m</sub> = 7.5/7.1 mm, b = 29/30 mm, |J<sup>asp</sup>| = 0.005/0.046, h = -12.3/-12.3% à 13.3/14.9%. Dans les deux cas la variation d'épaisseur reste dans les limites imposées, FSQP donne des résultats légèrement plus avantageux en un temps plus court (Figure 5.32).



Figure 5.31 : Variation d'épaisseur dans la boite carrée (FSQP)

### 7.2 Exemple de la coupelle Twingo

## Résultats d'optimisation

La coupelle d'amortisseur est discrétisée par 4382 éléments. L'optimisation avec FSQP (90 mn) et RSM (67 mn) donne les variables suivantes (FSQP/RSM): H = 15.9/16.7 mm,  $\alpha$  = 13.1/30.0°, R<sub>m</sub> = 15/15 mm, b = 80/80 mm,  $|J^{asp}|$  = 26.6/25.8, h = -3.6/-3.6% à 14.9/15.0%. Nous remarquons que la fonction d'aspect diminue, mais ne peut pas être annulée à cause d'un avalement trop important. Dans le cas de la coupelle RSM donne des résultats légèrement meilleurs.



Figure 30 : Variation d'épaisseur dans la coupelle (RSM)

#### 7.3 Conclusion

Deux algorithmes d'optimisation FSQP et RSM ont été combinés avec notre code de génération de surfaces et notre solveur d'emboutissage rapide. L'ensemble conduit à une procédure d'optimisation efficace. Une fonction d'aspect est prise comme fonction objectif. Quatre paramètres géométriques sont pris comme variables de conception à optimiser. La présente démarche a été appliquée avec succès à une boite carrée et à une coupelle d'amortisseur. Les résultats et les temps de calcul obtenus ont montré l'efficacité et l'intérêt industriel de la méthodologie proposée. La méthode RSM sans calcul des gradients semble plus intéressante mais son intérêt risque de diminuer si le nombre de variables d'optimisation devient trop important. Cette thèse a été réalisée au sein du laboratoire GMMS à l'Université de Reims Champagne-Ardenne. Elle s'inscrit parmi une série de travaux sur la simulation de l'emboutissage par approche inverse et sur l'optimisation des paramètres de procédé.

Les principaux objectifs de cette thèse sont :

- Concevoir un code dénommé « ASD » de conception des surfaces additionnelles
- Couplage de ce code de conception « ASD », avec l'Approche Inverse et des algorithmes d'optimisation tel que SQP/ FSQP « Programmation Quadratique Séquentielle », MLS (Moving Least Squares) pour procéder à la conception et l'optimisation de manière automatique, des surfaces additionnelles dans l'emboutissage de tôles minces.

Deux méthodes de conception ont été développées :

la première concerne la modification du maillage en déplaçant numériquement les nœuds appartenant aux surfaces additionnelles en fonction de leur évolution pendant le processus d'optimisation sans modifier le nombre d'éléments total en faisant recours à des méthodes de remaillage classiques. Cette technique a été appliquée sur des pièces de géométrie simple.

On perçoit alors facilement les difficultés qu'il faudrait affronter lorsque nous optimiserons une pièce industrielle de forme compliquée.

La seconde méthode nous semble plus performante : développer un outil de gestion des surfaces convenable à des emboutis de formes complexes. L'évolution des surfaces est caractérisée par quelques paramètres géométriques pour diminuer le temps de calcul. Le maillage éléments finis sur les nouvelles surfaces additionnelles au cours de l'optimisation est généré soit par le rabattement de l'ancien maillage sur les nouvelles surfaces, soit par un remaillage automatique.

Les résultats obtenus par combinaison de L'algorithme d'optimisation SQP/FSQP avec notre code de génération de surfaces et le code de simulation du procédé d'emboutissage A.I. ont montré l'efficacité et l'intérêt industriel de la méthodologie proposée. La méthode RSM sans calcul des gradients semble plus intéressante mais son intérêt risque de diminuer si le nombre de variables d'optimisation devient trop important.

Aujourd'hui nous avons réussi à développer un logiciel d'aide à la conception dans les premières phases de faisabilité. En effet nous avons montré sur des cas plus au moins académiques que nous pouvons déterminer automatiquement les surfaces additionnelles qui concernent la hauteur et l'inclinaison du mur, le rayon d'entrée matrice et la largeur de la partie sous serre-flan. Ceci a été montré sur l'exemple de Brunet, la boîte carrée et la coupelle Twingo.

Cependant nous recommandons d'entamer des tests de validation expérimentaux pour valider notre modèle.

Il apparaît nécessaire et intéressant de poursuivre les travaux de recherche et développement sur les aspect suivants :

- □ Introduction d'une nouvelle fonction basée sur la courbe FLC.
- □ Amélioration de la continuité des surfaces par des approches analytiques.
- Élargir la méthode de conception indépendamment de GID
- Prendre des profils plus industrialisables
- □ Envisager un profil évolutif sur le contour (augmenter le nombre de variables)
- □ Le remaillage des parties additionnelles
- Envisager une fonction multi objectif.
- Envisager des méthodes d'optimisation multicritères

- [AME91] AMEZIANE-HASSANI H., NEALE K.W., "On the analysis of sheet metal wrinkling", Int. J. Mech. Sci., v.33, 13-90 (1991).
- [BAQ 73] BAQUE P., FELDER E., HYAFIL J., D'ESCATHA Y., "Mise en forme des matériaux Calculs par la plasticité", Dunod, 1973.
- [BAR 94] BARLIER C., « Maitriser la conception des produits et des systèmes (Paris 3) » Les Référentiels DUNOD Conception en mécanique industrielle, Calculs - Agencement -Prototypage, sous la direction de C. Barliet (1994).
- [BAR 96] BARLET, O., BATOZ, J.L., GUO, Y.Q., MERCIER, F., NACEUR, H., KNOPF-LENOIR, C., (1996), Optimum design of blank contours using the inverse approach and a mathematical programming technique, Numisheet 96, Dearborn, U.S.A.
- [BAT 89] BATOZ, J.L., GUO, Y.Q., DETRAUX J.M., "An efficient algorithm to estimate the large strain in deep drawing", Numiform'89, Fort Collins, Colorado, 26-30 June 1989.
- [BAT 90] BATOZ, J.L., GUO, Y.Q., DETRAUX J.M., "An inverse finite element procedure to estimate the large plastic strain in sheet metal forming", 3<sup>rd</sup> international Conference on Technology of plasticity, Kyoto, Japan, July 1990.
- [BAT91] BATOZ, J.L., DHAT G., "Modélisation des structures par éléments finis Poutres et Plaques", vol. 2, Hermès, Paris, 1991.
- [BAT92] BATOZ, J.L., DHAT G., "Modélisation des structures par éléments finis", vol. 3, Coques, Ed. Hermès, Paris, 1992.

- [BAT99] BATOZ, J.L., GUO, Y.Q., MERCIER, F., "Simple triangular shell elements for large strain estimations of sheet metal forming parts", CRM Proceedings and lecture notes (American Mathematical Society), Vol. 21, p. 21-35, 1999.
- [BEL84] BELEGUNDU, A. ET J. ARORA (1984). "A Recursive Quadratic Programming Method with Actvie Set Strategy for Optimal Design", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 20, 1984, pp 803-816.
- [BEN88] BENDSØE, M.P. ET N. KIKUCHI (1988). "Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 71,1988, pp 197-224.
- [BEN89] BENDSØE, M.P. (1989). "Optimal Shape Design as a Material Distribution Problem", *Structural Optimization*, vol. 1, 1989, pp 193-202.
- [BRE03] BREITKOPF P., NACEUR H., RASSINEUX A., VILLON P., "Moving least squares response surface approximation for metal forming applications", Computers and Structures, Nov., 2003.
- [BRU97] BRUNET M., BATOZ J.L., BOUABDALLAH S., "Sur l'évolution des risques de plissement local de pieces industrielles obtenues par emboutissage", Actes du 3eme Colloque National en Calcul des Structures, pp753-758, Giens, France, 20-23 Mai (1997).
- [BRU96] BRUNET M., SABOURIN F., "Simulation of neckink using damage mechanics in 3D sheet metal forming analysis, Numisheet' 96, 3<sup>rd</sup> International Conference on Numerical Simulation of 3D Sheet Forming Processes, Dearbon, Michigan, U.S.A., 29 September-3 October 1996.
- [CHE04] A. CHEROUAT, Y.Q. GUO, K. SAANOUNI, Y.M. LI, K. DEBRAY, G. LOPPIN, "Incremental versus inverse numerical approaches for ductile damage prediction in sheet metal forming", International Journal of Forming Processes, vol. 7, N° 1-2, 2004.
- [CAO00] CAO J., WANG X., "An analytical model for plate wrinkling under tri-axial loading and its application", Int. J. Mech. Sci., 42, pp617-633 (2000).
- [DELO2a] DELAMEZIERE A., "Contribution à l'optimisation des paramètres du procédé d'emboutissage des tôles minces par l'approche inverse", Thèse de doctorat UTC, Compiègne, France, Décembre 2002.

- [DEL02b] DELAMEZIERE A., NACEUR H., BREITKOPF P., KNOPF-LENOIR C., BATOZ J.L., VILLONP., "Faisabilité en emboutissage : Optimisation du matériau par surface de réponse", Mécanique & Industries, V3, Issue 2, pp93-98 (2002).
- [DEL02b] DELAMEZIERE A., NACEUR H., BREITKOPF P., KNOPF-LENOIR C., BATOZ J.L., VILLON P., Faisabilité en emboutissage : Optimisation du matériau par surface de réponse", Mécanique & Industries, V3, Issue 2, pp93-98 (2002)
- [DEN83] DENNIS, J.E. JR. AND SCHNABEL, R.B., "Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey,
- [DEN93] DENG, X., <sup>2</sup>Optimization of structures under technological casting constraints<sup>2</sup>, (1993), doctoral thesis, ENS Cachan, France.
- [DUR 92] DUROUX P., "Evaluation numérique des déformations dans les tôles embouties", Thèse de Doctorat, Division Modèles Numériques en Mécanique, UTC, 1992.
- [ELM 91] EL MOUATASSIM M., GUO Y.Q., BATOZ J.L., "Application of an inverse FEprocedure to sheet forming", International Conference with Workshop, FE Simulation of 3-D sheet metal forming process in automobile industry, Zurich, Switzerland, May 1991.
- [ELM 95] EL MOUATASSIM, M., THOMAS, B., JAMEUX, J-P., DI PASQUALE, E. "An industrial finite element code for one-step simulation of sheet metal forming". Simulation of Materials Processing: Theory, Methods and Applications, Shen & Dawson Eds., Balkema, Rotterdam 1995.
- [FLE73] FLEURY, C. (1973). "Méthodes Numériques d'Optimisation des Structures", rapport interne LTAS (Université de Liège) SF-19,
- [FLE79] FLEURY, C. (1979). "Structural Weight Optimization by Dual Methods of Convex Programming", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 14, 1979, pp 1761-1783.
- [FLE89.a] FLEURY, C. (1989a) "CONLIN : an Efficient Dual Optimizer Based on Convex Approxmation Concepts", Structural Optimization, Vol. 1, 1989, pp 81-89.

- [FLE89.b] FLEURY, C. (1989b). "Efficient Approximation Concepts Using Second Order Information", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 28, 1989, pp 2041-2058.
- [FLE89.c] FLEURY, C. (1989c). "CONLIN V2.0 User's and Installation Manuel".
- [FLE91. a] FLEURY, C. (1991a). "Dual Methods for Convex Seperable Problems", dans: Optimization of Large Structural Systems (G.I.N. Rozvany, éd.), Vol. I, pp 509-530, 1993, NATO ASI Series, Vol. 231, 1993, Kluwer Academic Publishers.
- [FLE91. b] FLEURY, C. (1991b). "Sequential Convex Programming for Structural Structural Optimization Problems", dans: Optimization of Large Structural Systems (G.I.N. Rozvany, éd.), Vol. I, pp 531-553, 1993, NATO ASI Series, Vol. 231, 1993, Kluwer Academic Publishers.
- [FRA 84] FRANÇOIS D., "Essais mécaniques des métaux Essais d'aptitude à la mise en forme » Tribologie de l'emboutissage", Techniques de l'Ingénieur, M125 (1984).
- [GAN02a] GANTAR G., KUZMAN K., "Sensitivity and stability evaluation of deep drawing process", J. Mat. Process. Technol., 125-126, pp302-308 (2002).
- [GAN02b] GANTAR G., KUZMAN K., "Optimization of sheet metal forming processes by the use of numerical simulations"", J. Mat. Process. Technol., 130-131, pp54-59 (2002).
- [GAN05] GANTAR G., KUZMAN K., "Optimization of stamping processes aiming at maximal process stability", J. Mat. Process. Technol., 167, pp237–243 (2005)
- [GAT03] GATI W., GUO Y.Q., NACEUR H., BATOZ J.L., "Approche pseudo inverse pour estimation des contraintes dans les pièces embouties axisymétriques", Revue Européenne des éléments finis, Vol. 12, n° 7-8, pp. 863-886, 2003.
- [GEL99] GELIN J.C., PICART P. '4th Int. Conf. Numerical Simulation of 3D Sheet Metal Forming processes'. NUMISHEET99 1999; Besançon, France.
- [GUO90] GUO Y.Q., BATOZ J.L., DETRAUX J.M, DUROUX P., "Finite element procedures for strain estimations of sheet metal forming parts", Int, J. Num. Meth. Eng., V30, pp 1385-1401 (1990).
- [GUO99] GUO, Y.Q., NACEUR, H., BATOZ, J.L., KNOPF-LENOIR, C., BARLET, O., MERCIER, F., BOUABDALLAH, S., "Modelling and blank optimum design of thin car panels

obtained by sheet metal forming", in Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering'98, Batoz et al., Eds, Kluwer Academic Publishers, pp. 307-314, 1999.

- [GU000] GUO, Y.Q., BATOZ, J.L., BOUABDALLAH, S., NACEUR, H., "Recent developments on the Analysis and Optimum Design of Sheet Metal Forming Parts using a Simplified Inverse Approach", Int. J. for Computers and Structures, Vol. 78, p. 133-148,
- [GU002] GUO, Y.Q., GATI, W., NACEUR, H., BATOZ, J.L., « An efficient DKT rotation free shell element for springback simulation in sheet metal forming », Int. J. Computers and Structures, Vol. 80, Issue 27-30, pp 2299-2312, 2002.
- [GUO03] GUO Y.Q., NACEUR H., DEBRAY K., BOGARD F., "Initial solution estimation to speed up Inverse Approach in stamping modelling", Int. J. Engineering Computations, vol.20, N°7-8, 2003, pp 810-834.
- [GUO04] GUO Y.Q., LI Y.M., BOGARD F., DEBRAY K., "An efficient Pseudo Inverse Approach for damage modelling in sheet forming process", J. of Material Processing Technology, n°151, p. 88-97, 2004.
- [HAG90] HAGE CHEHADE I. BOIVIN M., "Tôles pour emboutissage, caractérisation par courbes limites en contraintes", Matériaux et techniques, Juin 1990.
- [HIB96] HIBON, G., MARRON, G., PATOU, P., "Designing stamped parts in hot-rolled steel sheet", 19<sup>th</sup> IDDRG Biennal Congress, Eger, 1996.
- [HUE98] HUÉTINK J., BAAIJENS F .P .T .'Simulation of material processing; theory, methods and applications'. NUMIFORM'98 1998; Balkema, Rotterdam.
- [HUH97] HUH H., LEE C.H., "Parameter study for optimum design of sheet metal forming processes with inverse finite element analysis", Proceedings of the 5<sup>th</sup> Int. Conf. On Computational Plasticity "COMPLAS V", Ed. by D.R.J. Owen, E. Onate and E. Hinton, Part 2, pp. 1459-1466, Barcelona, Spain, 17-20 March 1997.
- [HUT85] HUTCHINSON J.W., NEALE K.W., "Wrinkling of curved thin sheet metal", International Symposium on Plastic Instability, Paris, France, pp 71-78 (1985).

- [JAN05] JANSSON T., ANDERSON A., NILSSON L., "Optimization of draw-in for an automotive sheet metal part: An evaluation using surrogate models and response surfaces", J. Materials Processing Technology, vol. 159, issue 3, p. 426-434, 2005.
- [KELO4] KELTZ G., "Contribution à l'optimisation des procédés d'emboutissage de tôles en construction automobile", Thèse de Doctorat, Université de Franche Comte, 2004.
- [KIM00] KIM Y., SON Y., "Study on wrinkling limit diagram of anisotropic sheet metals", J. Mat. Process. Technol., 97, pp88-94 (2000).
- [KLEO3a] KLEINERMANN J.P., PONTHOT J.P., "Parameter identification and shape/process optimization in metal forming simulation", J. Mat. Process. Technol. 139, pp521-526 (2003).
- [KUS89] KUSIAK, J., THOMPSON, E.G., (1989), "Optimization techniques for extrusion die shape design", Numiform 89, Thompson et al. (eds), Balkema, Rotterdam.
- [LABO3] LABERGERE C., "Contributions à la modélisation, à l'optimisation et au contrôle des procèdes d'hydroformage de tubes et flans", Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté, 2003.
- [LAW96] LAWRENCE C.T., TITS A.L., "Nonlinear Equality Constraints in Feasible Sequential Quadratic Programming", Optimization Methods and Software (6), pp. 265-282, March, 1996.
- [LIU 92] LIU S.D., KARIMA M., «A one step finite element approach for product design of sheet metal stampings", NUMIFORM 92, Balkema, p497-502, 1992.
- [LIU 95] LIU S.D., ASSEMPOOR A., "Development of FAST 3D. A design-oriented one step FEM in sheet metal forming", COMPLAS IV, Part II, p1515-1526, 1995.
- [LUE 98] LUET, D., DUVAL, J.L., DI-PASQUALE, E., RIGAUD V., LE ROCH Y. "Quality function approach to design and optimization of stamping process : application to industrial case ", Int. Congress and exposition (SAG), Detroit, USA, 1998.
- [MICO2] MICHAL K., JAROSLAW K., JERZY R., "Reliability assessment in metal formingoperations", Fifth World Congress on Computational Mechanics, Vienna,
- [NAC98] NACEUR H., "Optimisation de forme de structures minces en présence de non linéarités géométriques et matérielles", Thèse de doctorat UTC, Compiègne, France, septembre 1998. "

- [NACOO] NACEUR, H., GUO, Y.Q., BATOZ, J.L., KNOPF-LENOIR, C., "Optimisation des forces de retenue pour le contrôle de la qualité des tôles embouties, Revue Européenne des Eléments Finis, Vol. 9, n° 1-2-3, p. 151-172, Mars 2000.
- [NAC 01] NACEUR H., GUO Y.Q., BATOZ J.L., KNOPF-LENOIR C., "Optimization of drawbead restraining forces and drawbead design in sheet metal forming process", Int. J. of Mechanical Sciences, Vol. 43, Issue 10, p. 2407-2434, 2001.
- [NACO2] NACEUR H., GUO Y.Q., GATI W., "New Enhancements in the Inverse Approach for the Fast Modeling of Autobody Stamping Process", Int. J. of Computational Engineering Science, Vol. 3, No. 4 (2002) pp 355-384.
- [NACO4.a] NACEUR H., DELAMÉZIERE A., BATOZ J.L., GUO, Y.Q., KNOPF-LENOIR C., "Some improvements on the optimum process design in deep drawing using the inverse approach", J. of Mat. Process. Tech. 146 pp.250-262 (2004).
- [NACO4.b] NACEUR H., GUO Y.Q., BATOZ J.L., "Blank optimization in sheet metal forming using an evolutionary algorithm", J. of Material Processing Technology, n°151, p. 183-191, 2004.
- [NACO6] Naceur H, Y.Q. Guo, S. Ben Elechi, "Response surface methothology of design of sheet forming parameters to control springback effects", Computers& Structures, publié sur Internet et à apparaître dans le Journal, 2006.
- [NAR 93] NARAINEN R., "Comparaison de trois méthodes de calcul pour la simulation de l'emboutissage de tôles axisymétriques", Thèse de Doctorat, UTC, 1993.
- [NEA90] NEALE K.W., TIGCU P., "A numerical analysis of wrinkle formation tendencies in sheet metals", Int. J. Num. Method. Engrg., V.30, pp1595-1608 (1990).
- [OHA96] OHATA T., NAKAMURA Y., KATAYAMA T., NAKAMACHI E., NAKANO K.,"Development of optimum process design system by numerical simulation", J. Mater. Process. Technol., v.60, pp543-548 (1996).
- [OWE 97] OWEN D.R.J., ONATE E., HINTON E. 'Computational plasticity -Fundamentals and Applications'. GOMPLAS V 1997; Barcelona, Spain.
- [SCH74] SCHMIT, L.A. ET B. FARSHI (1974). "Some Approximation Concepts for Structural Synthesis", *AIAA Journal*, vol. 12, 1974, pp 692-699.

- [SCH85] SCHITTKOWSKI, K. (1985). "NLPQL: A Fortran Subroutine solving Constrained Nonlinear Programming Problems", *Annals of Operation Research*, pp 485-500.
- [SKL 92] SKLAD, M.P., YUNG BLUD, B.A. "Analysis of multi-operation sheet forming processes", Numiform 92, p. 543-547, 1992.
- [SUN04] SUN Z.C., GUO Y.Q., DEBRAY K., BOGARD F., RADJAI R., "Design and optimization of addendum surfaces in sheet deep drawing process", Journal of Plasticity Engineering, juin, 2004.
- [SUZ91] SUZUKI K. ET N. KIKUCHI (1991a). "A Homogenization Method for Shape and Topology Optimization", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 93, 1991, pp 291-318.
- [TEK98] TEKKAYA A. E., "State-of-the-ART of simulation of Sheet Metal Forming", Sheet Metal 1998, Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Conference, H.J.J Kals, M. Geiger, B. Shirvani, U.P. Singh (Editors), pp 53-66 Twente, Netherlands, 6-8 April (1998).
- [TITO4] TITEUX I., LI Y.M., DEBRAY K., GUO Y.Q., "Un algorithme efficace d'intégration plastique pour un matériau obéissant au critère de Hill", Comptes Rendus Mécanique, sept., 2004.
- [XIA04] XIAOXIANG S., JUN C., YINGHONG P., XUEYU R., "A new approach of die shape optimization for sheet metal forming processes", J. Mat. Process. Technol., 152, pp35-42 (2004). Austria, July 7-12, 2002.