



UNIVERSITE
DE REIMS
CHAMPAGNE-ARDENNE

U.F.R. DE SCIENCES EXACTES ET NATURELLES

**Contribution à la prédiction et au contrôle des comportements
apériodiques dans les convertisseurs électromécaniques.
Application de la théorie du chaos**

THESE

Présentée et soutenue publiquement le 19 Décembre 2005

pour l'obtention du grade de

Docteur de l'université de Reims Champagne Ardenne

par

François ALIN

JURY

PRESIDENT :	JEAN PAUL LOUIS
RAPPORTEURS :	MAURICE FADEL CLAUDE IUNG JEAN PAUL LOUIS
EXAMINATEURS :	CLAUDE BERGMANN CLEMENT GOELDEL BRUNO ROBERT

CRESTIC

Remerciements

La théorie du chaos nous apprend que les évènements a priori les plus insignifiants peuvent avoir des conséquences énormes sur le monde qui nous entoure. C'est ce que l'on appelle l'effet papillon. Il en est de même de la construction d'un individu qui est avant tout le résultat des rencontres qu'il fait au cours de sa vie.

Pour cela je tiens à remercier toutes celles et tous ceux qui ont fait de moi ce que je suis et sans qui je n'aurais jamais pu mener à bien ce travail.

Il me faut pour commencer remercier mes parents qui ont su me donner le goût du travail et de l'effort, et m'ont toujours encouragé quand j'en avais besoin.

J'ai une pensée particulière ici pour mon professeur de mathématiques de classe préparatoire, M. LITERS qui m'a fait découvrir la rigueur et la « pugnacité ».

Mais je ne serais rien si je n'avais eu la chance de rencontrer l'excellence durant quatre années à l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, avec messieurs BERGMANN, JOUBERT, LAVABRE, LOUIS, MULTON, ROBERT, SOL, TOUSSAINT,.... Que ceux que j'oublie me pardonnent et que tous soient remerciés par la qualité des enseignements qu'ils m'ont prodigués et la richesse des savoirs qu'ils m'ont transmis. C'est grâce à tous ces professeurs que j'ai compris qu'une démarche scientifique de qualité ne pouvait se nourrir que d'une approche expérimentale rigoureuse.

Je veux également remercier Clément Goeldel pour m'avoir accepté dans son équipe de recherche ainsi que Bruno Robert pour le soutien actif et la patience dont il a fait preuve durant toutes ces années. Merci également à tous les membres du laboratoire pour leur accueil bienveillant.

Enfin ce travail n'aurait probablement jamais vu le jour sans l'aide quotidienne et les encouragements permanents de Claude mon épouse.

Je dédie ce travail à mes trois enfants, Marie, Thibaud et Maxime en leur souhaitant d'avoir comme moi la chance de faire des rencontres qui feront d'eux des adultes heureux et épanouis.

Introduction générale

L'origine de la présente étude relève d'une interrogation simple. Le moteur pas à pas d'un usage très répandu dans toutes sortes d'applications industrielles est-il réellement aussi bien connu qu'on l'imagine ?

Cet actionneur électromécanique a l'avantage d'être relativement simple à fabriquer, de présenter une robustesse à toute épreuve et surtout, de permettre à moindre frais de réaliser des commandes sans capteur aussi bien en vitesse qu'en position. C'est pourquoi le moteur pas à pas est couramment utilisé dans des domaines aussi variés que la robotique, avec des puissances utiles pouvant atteindre quelques kilowatts pour les plus gros, l'automobile comme moto-ventilateur d'habitacle, l'informatique comme actionneur de tête d'impression ou d'entraînement de disque dur, ou enfin dans l'horlogerie pour les puissances les plus faibles. Cette liste d'exemples, non exhaustive, montre que le moteur pas à pas est particulièrement prisé dans l'industrie de la grande série, et qu'un gain ne serait-ce que de quelques centimes d'euros par pièce dans des domaines comme l'automobile ou les séries peuvent atteindre la centaine de milliers voire le million de produits ont nécessairement des conséquences économiques non négligeables.

Il se trouve qu'actuellement la méthode de dimensionnement d'un moteur pas à pas est très consensuelle et grandement facilitée par des documentations constructeurs qui fournissent tous les paramètres électriques et mécaniques nécessaires ainsi d'ailleurs que des guides de choix simplifiés adaptés à chaque type d'utilisation. De plus les moteurs sont généralement vendus avec une alimentation dédiée de sorte qu'au niveau de la mise en œuvre tout semble très simple pour l'utilisateur final. Mais si cette démarche semble satisfaisante dans la majorité des situations, il faut reconnaître que lorsque l'on cherche à pousser le moteur pas à pas dans ses retranchements, les choses se compliquent singulièrement.

Naturellement toutes ces problématiques ne sont pas nouvelles et d'autres avant nous ont cherché à y apporter des réponses. C'est ainsi que pour étendre les domaines d'applications du moteur pas à pas certains ont proposé d'augmenter ses performances dynamiques au moyen de commandes en boucle fermée. Différentes méthodes sont analysées en /73/. Par ailleurs, on sait que lorsque la fréquence d'alimentation du moteur augmente, son fonctionnement peut devenir complètement asynchrone /24/. L'approche actuelle de l'ingénieur consiste, comme le lui recommande la documentation du constructeur, à éviter scrupuleusement cette zone dite instable. Or on peut s'interroger sur le bien fondé de cette démarche car à y regarder de plus près, notre actionneur continue dans cette zone à assumer sa fonction première de conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique. Aussi peut-on être amené à se poser un certain nombre de questions :

- Que se passe-t-il exactement lorsque d'aventure en augmentant la fréquence d'alimentation, on en vient à perdre le synchronisme ? La perte de pas est-elle toujours synonyme de perte de synchronisme ?
- Comment caractériser un éventuel fonctionnement aperiodique ? Comment distinguer un comportement quasi périodique d'un comportement chaotique ? Peut-on quantifier le degré de chaos des trajectoires ?
- L'utilisation d'une alimentation en courant est-elle la garantie d'un fonctionnement stable ? Faudra-t il revenir sur la notion de stabilité ?

-
- L'apparition de trajectoires chaotiques est-elle le fruit des imperfections du moteur ou découle-t-elle de sa structure intrinsèque ? Peut-on parfaire la construction du moteur par l'emploi de matériaux de meilleure qualité et d'avantage de soins dans la réalisation pour éliminer ou réduire les comportements chaotiques ?
 - Quels sont les mécanismes de base de ces « instabilités » ? Quelle(s) route(s) un moteur aussi simple peut-il suivre pour entrer en chaos ? Pour en ressortir ?
 - Est-il possible de contrôler le moteur dans ces zones si particulières pour lui imposer un fonctionnement périodique ?

Même si beaucoup de ces questions ne présentent pas un caractère d'urgence vitale pour l'ingénieur, il apparaît important, sinon intéressant d'y apporter des réponses étayées. En voici quelques raisons ordonnées avec un degré de généralisation croissant :

- Le moteur pas à pas est conçu pour un fonctionnement synchrone. Cependant, serait-il possible qu'un fonctionnement chaotique présente un intérêt pratique ? Dans ce cas il faudrait être capable de le caractériser avec précision.
- Si on cherche à étendre au maximum la zone de fonctionnement d'un moteur donné, il faut savoir prédire l'éventuelle apparition des modes aperiodiques et leurs conditions d'existence pour les éviter si nécessaire ou au contraire pour autoriser la traversée des zones où ils apparaissent sans avoir à surdimensionner le moteur.
- Comprendre les mécanismes qui conduisent à l'émergence du chaos dans un moteur pas à pas peut grandement influencer sur la manière d'envisager sa résorption. En effet il n'est pas utile de se placer dans la situation de celui qui ignore que Pi est transcendant et qui cherche vainement à résoudre la quadrature du cercle.
- Enfin on observe depuis quelques années une percée de l'utilisation de la théorie du chaos pour l'analyse des phénomènes non linéaires dans les convertisseurs statiques avec des résultats très novateurs. Il est tout à fait légitime d'espérer apporter un éclairage particulier dans le domaine de la conversion électromécanique en montrant comment exploiter les outils de la théorie du chaos pour analyser le fonctionnement d'un ensemble convertisseur-machine dont on connaît le caractère éminemment non linéaire. Tout ou presque dans ce domaine étant à faire, l'étude du moteur pas à pas présente l'avantage d'être probablement l'un des systèmes de ce type le plus simple que l'on puisse trouver.

Comme on le voit, les questions qui précèdent trouvent leurs fondements dans les problématiques de l'ingénierie électrotechnique et, on l'aura compris, sont toutes liées. L'idée générale est qu'un convertisseur, qu'il soit électromécanique ou statique, est avant tout conçu et dimensionné pour répondre à un cahier des

charges par un comportement approprié. On vérifie a posteriori qu'il assure la fonction attendue et convient à l'application. Lorsque certaines conditions de fonctionnement induisent des comportements non souhaités, alors on convient de les éviter sans savoir s'il ne serait pas possible de s'en satisfaire. Notre objectif est de déterminer ce qu'il en est exactement et de déterminer si ces comportements sont acceptables, voire bénéfiques. Nous désirons les prédire et pourquoi pas, les contrôler.

Nous désirons également introduire l'usage d'une méthode peu courante qui relève plutôt des mathématiques appliquées et qui est plus ordinairement mise en œuvre en physique. C'est pourquoi le premier chapitre de ce mémoire prétend montrer l'intérêt de l'analyse dynamique non linéaire de manière générale en retraçant rapidement son contexte scientifique et historique puis en présentant les concepts de base de la théorie du chaos et les outils associés en se limitant à ce qui est nécessaire à notre étude. Pour la mener à bien et atteindre les objectifs que nous venons de définir, nous avons mis en place une méthodologie inhabituelle par certains aspects dont les articulations principales correspondent au plan de ce mémoire.

On peut y distinguer deux grandes parties. La première s'attache à montrer la richesse des dynamiques exhibées par le moteur pas à pas hybride en dehors de sa zone de fonctionnement dite normale, mais aussi et surtout que ces comportements étranges ne sont pas les conséquences des limites de la technologie expérimentale mais bel et bien des propriétés intrinsèques inhérentes à la structure même du moteur et de son alimentation.

C'est ainsi que le chapitre II portant sur la modélisation du moteur pas à pas n'a pas vocation à introduire un nouveau modèle plus précis que ses nombreux prédécesseurs dans la prise en compte de tel ou tel épiphénomène d'origine électrique, mécanique ou magnétique. Les rappels qui y sont présentés ont au contraire pour vocation de clairement pointer les nombreuses hypothèses simplificatrices qui ont conduit à l'établissement d'un modèle réduit à l'essentiel et qui peut être considéré comme celui d'un moteur idéal.

Le chapitre III concerne la simulation numérique de ce moteur via le modèle idéalisé. L'usage de la simulation déroge ici aux habitudes dans la mesure ou elle n'est pas utilisée à des fins de dimensionnement ou d'optimisation. Nous souhaitons rechercher les comportements « anormaux » du moteur pas à pas, même parfait, ce qui n'est naturellement pas accessible à l'expérimentation. La simulation est donc utilisée ici pour prouver l'existence de modes chaotiques stables en dehors de toute imperfection technologique et pour montrer qu'il est dans la nature même de ce moteur d'exhiber des dynamiques chaotiques dans certaines circonstances. Par ailleurs le chapitre met en évidence les problèmes originaux liés à la simulation de systèmes chaotiques et comment ils ont été résolus tant au niveau de l'adaptation du modèle en vue de sa simulation qu'au niveau algorithmique.

La seconde partie pourra sembler de prime abord plus conventionnelle puisqu'elle se concentre plus particulièrement sur les aspects expérimentaux de cette étude. Toutefois, le chaos expérimental offre son lot de difficultés spécifiques, parfois particulièrement épineuses. Elles sont souvent dues, entre autre, à l'extrême sensibilité des solutions, aux problèmes de la reproductibilité des mesures, ou encore à la coexistence de plusieurs attracteurs. Ajoutons à cela le délicat problème consistant à distinguer au sein d'un signal apparemment aléatoire, la part du chaos déterministe de ce qui relève exclusivement du bruit.

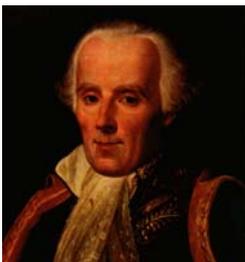
Dans ce contexte, le chapitre IV décrit la conception d'un banc de test automatisé spécialement optimisé en vue de produire et d'acquérir des données expérimentales chaotiques. Il décrit particulièrement les

précautions expérimentales spécifiques au chaos ainsi que la résolution des difficultés particulières qu'il pose, tant au niveau conceptuel, qu'au niveau du choix du matériel ou du logiciel.

Le chapitre V aborde le traitement des données expérimentales produites par le banc d'acquisition. L'objectif est double. Il s'agit dans un premier temps d'extraire d'une masse considérable de données expérimentales (environ 3Go) celles qui rendent compte des phénomènes non linéaires les plus probants : intermittences, quasipériodicité, attracteurs étranges, bifurcations, coexistence d'attracteurs, synchronisation. Il s'agit ensuite de valider le choix du modèle et de « prouver » l'existence expérimentale du chaos en extrayant un certain nombre d'invariants caractéristiques tels que la dimension de plongement, les exposants de Lyapunov ou la dimension fractale. Au travers de ce chapitre nous mettons en œuvre un ensemble d'outils de traitement issus du traitement du signal pour certains, de la théorie du chaos pour d'autres. Ils contribuent donc à justifier la pertinence de l'analyse conduite dans la première partie.

En dernier lieu, le chapitre VI expose quelques développements récents de la théorie du contrôle du chaos dont certains rejoignent la théorie du contrôle des systèmes non linéaires. Le but est d'évaluer la pertinence de ces méthodes théoriques au regard du problème pratique consistant à tenter de contrôler le moteur pas à pas en zones chaotiques. L'évaluation inclut l'examen des remarques concernant la robustesse vis-à-vis du modèle et du bruit tout en ayant en perspective l'implantation des commandes qui seront élaborées sur un système à bas coût.

Introduction au Chaos



"L'état présent du système de la Nature est évidemment une suite de ce qu'il était au moment précédent, et si nous concevons une intelligence qui, pour un instant donné, embrasse tous les rapports des êtres de cet Univers, elle pourra déterminer pour un temps quelconque pris dans le passé ou dans l'avenir la position respective, les mouvements et, généralement, les affections de tous ces êtres."

Essai philosophique sur les probabilités (1776) LAPLACE

INTRODUCTION AU CHAOS

<u>I</u>	<u>INTRODUCTION</u>	9
<u>II</u>	<u>SYSTEMES DYNAMIQUES</u>	11
II.1	SYSTEMES EN TEMPS CONTINU	11
II.1.1	SYSTEME DYNAMIQUE	11
II.1.2	SYSTEMES AUTONOMES ET NON AUTONOMES	11
II.1.3	FLOT ET TRAJECTOIRES	12
II.2	SYSTEMES EN TEMPS DISCRET	13
II.2.1	DEFINITION	13
II.2.2	ORBITES	14
II.2.3	APPLICATION DE POINCARÉ	14
<u>III</u>	<u>COMPORTEMENTS ASYMPTOTIQUES</u>	15
III.1	INVARIANCE ET ATTRACTION	16
III.1.1	REGIMES ASYMPTOTIQUES ET INVARIANTS	16
III.1.2	ENSEMBLES ATTRACTEURS ET ATTRACTEURS	16
III.1.3	ENSEMBLES LIMITES	17
III.1.4	BASSIN D'ATTRACTION	17
III.2	CLASSIFICATIONS DES SOLUTIONS DES SYSTEMES DYNAMIQUES	18
III.2.1	SOLUTIONS D'EQUILIBRE	18
III.2.2	SOLUTIONS PERIODIQUES	18
III.2.3	SOLUTIONS QUASI PERIODIQUES	19
III.2.4	SOLUTION CHAOTIQUE	19
<u>IV</u>	<u>ELEMENTS DE LA THEORIE DES BIFURCATIONS</u>	22
IV.1	NOTIONS DE STABILITE	22
IV.2	STABILITE STRUCTURELLE ET BIFURCATION	23
IV.3	DIAGRAMME DE BIFURCATIONS	23
IV.4	DIAGRAMME DE FEIGENBAUM	24
<u>V</u>	<u>CONCLUSION</u>	26

I Introduction

Le *déterminisme* vu par Laplace a profondément influencé la pensée de générations de physiciens depuis le XVIII^{ème} siècle. Aujourd'hui encore, personne ne remet en cause le caractère déterministe des lois de la physique classique. Par contre, l'analyse qu'en fait Laplace à l'époque, supposant que si l'on connaît exactement l'état d'un système à un instant donné, on peut en déterminer l'état à tout instant ultérieur /7/, est en contradiction avec notre expérience quotidienne où certains faits semblent se produire au hasard et de façon imprévisible. L'opposition entre *hasard* et déterminisme est depuis longtemps l'objet de réflexions scientifiques et philosophiques et demeure un sujet de controverse /10/.

L'histoire des *systèmes dynamiques* modernes est relativement récente. Elle commence avec Henri POINCARÉ (1854-1912) qui fut le premier à entreprendre l'étude formelle d'un *système dynamique chaotique*. Il avait la conviction que le *comportement global* de toute solution d'un système dynamique était plus important que le *comportement local*. Cette conviction l'a conduit à développer une *théorie qualitative* des équations différentielles étudiant le mouvement des corps célestes (*problème à trois corps* /16/) qui consistait à savoir si les orbites décrites par ces corps étaient *stables ou instables*. Il fut le premier à affirmer que le déterminisme d'une loi n'implique pas nécessairement sa *prédictibilité* /17/. Vint ensuite le mathématicien BIRKHOFF qui développa au début du XX^{ème} siècle l'étude des *systèmes dynamiques discrets* qui, selon lui, permettaient de mieux comprendre la dynamique plus complexe résultant des équations différentielles.

La théorie des systèmes dynamique tomba ensuite partiellement dans l'oubli, sauf en URSS où le travail fut poursuivi par LYAPUNOV et PONTRJAGIN qui développèrent notamment la notion de *stabilité* d'une solution d'un système différentiel et l'influence de la *perturbation des conditions initiales* sur le comportement *asymptotique* de ses solutions.

L'intérêt pour les systèmes dynamiques rejaillit dans les années 60 sous l'influence de mathématiciens américains (MOSER, SMALE), brésiliens (PEIXOTO), et soviétiques (KOLMOGOROV, ARNOL'D et SINAI) qui utilisèrent les techniques différentielles topologiques pour développer cette théorie.

Plus récemment, les systèmes dynamiques ont bénéficié de l'intérêt et des techniques d'horizons divers tels que la physique bien sûr, mais aussi l'économie, la biologie, la météorologie, ... lorsque l'on s'est aperçu de l'importance et de l'étendue des domaines où la notion de stabilité des systèmes dynamiques intervenait. L'avènement de l'étude, à l'aide d'ordinateur, de systèmes dynamiques même simples (comme ceux de JULIA et MANDELROT) a permis de mieux les comprendre.

C'est en 1975 exactement que Tien-Yien LI et James A. YORKE ont introduit le mot CHAOS avec le sens qu'on lui connaît maintenant en mathématique /8/.

Malheureusement, les connaissances requises pour aborder les domaines contemporains tels que la topologie différentielle, la topologie algébrique ou la géométrie différentielle s'avèrent très vite trop abondantes pour espérer y accéder.

La pensée de Laplace nous conduit donc habituellement à considérer que, lorsqu'un système déterministe présente des comportements erratiques, ceux-ci ne sont qu'apparents, conséquences d'un trop grand degré de complexité du phénomène étudié dont le modèle utilisé ne peut rendre compte. D'ailleurs, dans le domaine du génie électrique, on dispose généralement d'un modèle de connaissance qui invite à demeurer dans le domaine déterministe /21/.

Dans un souci de simplicité, l'étude des systèmes électrotechniques est souvent envisagée au travers de modèles linéaires même lorsqu'il s'agit de systèmes à commutations /12/. Cela permet d'utiliser les outils bien connus d'analyse et de synthèse des systèmes linéaires. Cependant les modèles obtenus ne sont fondamentalement pas aptes à rendre compte des propriétés non linéaires des machines tournantes ou des convertisseurs statiques. Pour obtenir des modèles plus rigoureux, on peut recourir à l'intégration du système différentiel sur un intervalle de temps fixé. Cela conduit à un système récurrent non linéaire /4/. C'est cette méthode que nous avons retenue pour analyser les dynamiques non linéaires du moteur pas à pas.

L'objectif de ce chapitre est de disposer des éléments théoriques nécessaires à l'analyse de comportements non linéaires peu connus en tant que tels dans le domaine du génie électrique. Nous commencerons par définir la notion de système dynamique, puis nous en énoncerons certaines propriétés. Nous présenterons ensuite les différentes solutions que peut admettre un système dynamique et aborderons plus particulièrement la notion de dynamique chaotique. Enfin nous présenterons un outil d'analyse des systèmes chaotiques. D'autres notions mathématiques comme la dimension fractale, les exposants de Lyapunov, le concept de plongement ou de reconstruction, seront abordés suivant les cas dans le chapitre 5 ou le chapitre 6.

II Systèmes dynamiques

II.1 Systèmes en temps continu

II.1.1 Système dynamique

La notion de chaos est apparue à propos de l'étude des systèmes dynamiques. Un système dynamique présente deux aspects, son état et sa dynamique, c'est-à-dire son évolution en fonction du temps.

Définitions : On appelle *système dynamique* tout système d'équations différentielles du premier ordre défini par :

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = f(x, t, \mu) \quad (1.1)$$

avec f un *champ de vecteurs*. $x \in U \subseteq \mathbb{R}^n$ est appelé *vecteur d'état* et $\mu \in V \subseteq \mathbb{R}^p$ *vecteur des paramètres*. Enfin t est la variable temporelle.

On appelle *espace d'état étendu*, l'espace d'état augmenté d'une dimension temporelle et $x' = \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} \in D \subseteq \mathbb{R}^{n+1}$ le *vecteur d'état étendu* avec $D = U \times \mathbb{R}$.

II.1.2 Systèmes autonomes et non autonomes

Par la suite, afin de simplifier les notations, nous réécrivons le système dynamique (1.1), en omettant la notation relative aux paramètres :

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = f(x, t) \quad (1.2)$$

Définitions : Lorsque le champ de vecteurs f ne dépend pas explicitement du temps, on dit que le système dynamique est *autonome*.

Dans le cas contraire il est *non autonome* /13/.

Remarque : Par un changement de variable approprié, on peut toujours transformer un système dynamique *non autonome* de *dimension* n en un système dynamique *autonome* équivalent de *dimension* $n+1$.

Cas particulier de l'espace cylindrique

Les espaces d'états employés sont le plus souvent des espaces euclidiens. Toutefois on peut aussi recourir à des espaces cylindriques. Cela est particulièrement pratique dans le cas des systèmes non autonomes dont l'excitation est périodique. La *Figure 1* donne une représentation d'un espace cylindrique de

dimension 3 : $\mathbb{R}^2 \times S^1$. Deux coordonnées cartésiennes (z, ρ) repèrent un point dans l'espace \mathbb{R}^2 et une coordonnée angulaire bornée θ le repère dans l'espace S^1 : $\theta \in [0, 2\pi[$.

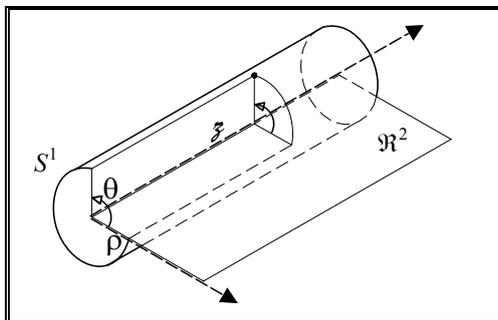


Figure 1 : Coordonnées d'espace cylindrique

Considérons un système non autonome d'ordre n , T périodique, évoluant dans un espace d'état euclidien. Il est toujours possible de le convertir en un système autonome d'ordre $(n+1)$ évoluant dans un espace d'état cylindrique [15]. Il suffit d'augmenter la dimension du vecteur d'état x en y ajoutant la

coordonnée cylindrique θ avec $\theta = \frac{2\pi}{T} \cdot t \text{ mod}(2\pi)$. Le vecteur d'état étendu s'écrit alors $x' = \begin{bmatrix} x \\ \theta = \frac{2\pi}{T} t \end{bmatrix}$.

II.1.3 Flot et trajectoires

Soit le système dynamique autonome :

$$\frac{dx}{dt} = f(x), x \in U \subset \mathbb{R}^n \quad (1.3)$$

Flot

Définition : On appelle *flot* de (1.3) l'application :

$$\phi : \begin{cases} \mathbb{R} \times U \rightarrow \mathbb{R}^n \\ (t, x_0) \rightarrow \phi(t, x_0) = x(t, x_0) \end{cases}, \quad (1.4)$$

telle que :

- Pour chaque x_0 fixé, $t \rightarrow \phi(t, x_0)$ est une solution de l'équation différentielle,
- $\phi(0, x_0) = x_0$.

En d'autres termes $\phi(t, x_0)$ est la valeur à l'instant t de la solution qui vaut x_0 en $t=0$.

Propriété :

- $\phi(t_1 + t_2, x_0) = \phi(t_1, \phi(t_2, x_0))$. (1.5)

Remarque : La définition que nous venons de donner du flot pourrait s'étendre aux équations non autonomes mais la notion obtenue n'aurait pas grand intérêt : un tel flot ne décrirait que les mouvements commençant à l'instant $t=0$. Dans une équation non autonome, si l'on part plus tard du même point, on n'aboutit pas au même endroit au bout du même intervalle de temps.

Lorsque l'on est en présence d'un système non autonome, on peut toujours se ramener à l'étude d'un système autonome en se plaçant dans l'espace d'état étendu.

Trajectoire

Définition : Soit $x_0 \in U$ une condition initiale et $x(t, x_0)$ la solution de (1.3). L'ensemble des points $\{\forall t \in \mathbb{R}, x(t, x_0)\}$ est la *trajectoire* dans l'espace d'état passant au point x_0 à l'instant initial.

- Deux trajectoires identiques émanent obligatoirement du même état initial :

$$\forall t, \phi(t, x_1) = \phi(t, x_2) \Rightarrow x_1 = x_2 . \tag{1.6}$$

- De la propriété précédente et de (1.5), on déduit que la trajectoire d'un système dynamique autonome ne dépend que de l'état initial et que deux trajectoires ne peuvent jamais être sécantes.

Systeme deterministe :

Définition : Soit U l'ensemble des conditions initiales et soit $x_0 \in U$. Alors, si pour tout x_0 , $x(t, x_0)$ existe et est unique /20/, le système est dit *déterministe*. Lorsque le chaos se développe dans un tel système, on parle alors de chaos déterministe.

Dans le cadre du génie électrique, les dispositifs étudiés sont généralement alimentés par des sources indépendantes. Leurs modèles sont donc non autonomes et puisque nous admettons qu'ils sont déterministes ils peuvent être modélisés par des systèmes différentiels tels que (1.2).

II.2 Systemes en temps discret

II.2.1 Définition

La notion de système dynamique présentée au paragraphe précédent peut être étendue aux systèmes en temps discret. On appelle *système dynamique discret* tout système d'équations algébriques récurrentes défini par :

$$X_{k+1} = F(X_k, \mu) \tag{1.7}$$

où F est la *fonction matricielle de récurrence*, $X_k \in U \subseteq \mathbb{R}^n$ le vecteur d'état à l'instant t_k et $\mu \in V \subseteq \mathbb{R}^p$ le vecteur des paramètres et $k \in \mathbb{N}$.

Remarque : Il est possible que le processus modélisé évolue de manière continue dans le temps. C'est d'ailleurs le cas le plus général. Cependant l'état du système n'est apprécié qu'aux instants t_k .

II.2.2 Orbites

Considérons le vecteur d'état initial X_0 . Les itérations successives de F fournissent la suite des états du système aux instants t_k .

$$\begin{cases} X_1 = F(X_0) \\ X_2 = F(X_1) = F^2(X_0) \\ \vdots \\ X_{k+1} = F(X_k) = F^{k+1}(X_0) \end{cases} \quad (1.8)$$

Définition : On appelle *orbite de F au point X_0* la suite des états $\{X_k\}_{k=0}^{\infty}$ générés par F dans l'espace d'état.

Remarque 1 : La notion d'orbite en temps discret est équivalente à celle de trajectoire en temps continu (/14/ page 4).

Remarque 2 : Contrairement aux systèmes en temps continu, les systèmes récurrents les plus simples, même unidimensionnels, peuvent produire des solutions chaotiques. La récurrence logistique, en est un célèbre exemple depuis les travaux de May /11/.

II.2.3 Application de Poincaré

L'application de Poincaré est un outil mathématique simple permettant de transformer un système dynamique en temps continu en un système dynamique discret. Cette transformation s'opère via une réduction d'une unité de l'ordre du système.

Soit un système dynamique continu, décrit dans un espace d'état de dimension n et la trajectoire de sa solution en x_0 . Définissons dans cet espace une hyper surface de dimension $n-1$. *L'application de Poincaré* est le système dynamique en temps discret dont la suite des itérés correspond aux coordonnées des points d'intersection successifs de la trajectoire avec cette surface.

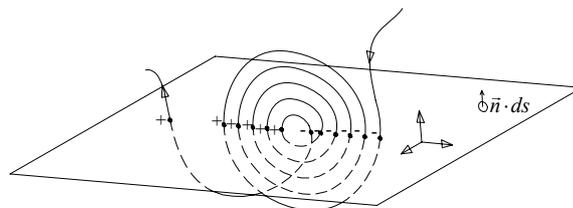


Figure 2 : Principe de la section de Poincaré

L'ensemble des points d'intersections, situés sur l'hyper surface est appelé *section de Poincaré*.

II.2.3.A Cas des systemes non autonomes

Comme nous l'avons montré au paragraphe 2.1.2, un système différentiel non autonome de dimension n , excité par une fonction T périodique peut être transformé en un système autonome de dimension $n + 1$ dans un espace cylindrique $\mathbb{R}^n \times S^1$. En choisissant comme surface de section l'hyperplan $\Sigma = \{(x, \theta) \in \mathbb{R}^n \times S^1 : \theta = \theta_0\}$, comme dans l'exemple de la *Figure 1*, la trajectoire traverse alors Σ à chaque période d'excitation. L'application de Poincaré qui en résulte est alors définie par :

$$P_k : \begin{cases} \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n \\ x_k \rightarrow x_{k+1} = x(x_k, (k+1)T) \end{cases}$$

Remarque : Cette application de Poincaré particulière est aussi appelée *récurrence stroboscopique* car la section correspondante représente la trajectoire échantillonnée à la fréquence de l'excitation.

II.2.3.B Cas des systemes autonomes

Dans un espace euclidien, contrairement à l'exemple pr c dent le choix de l'hyperplan de section n'est pas trivial. Il doit être choisi de manière à garantir l'existence d'intersections avec la trajectoire et de telle sorte que celle-ci le traverse alternativement dans un sens puis dans l'autre. Dès lors, on peut définir trois applications de Poincaré différentes. P_+ décrit les points où ϕ traverse Σ dans le sens du vecteur normal, P_- dans le sens contraire et P_\pm décrit la suite des points d'intersection quel que soit le sens de traversée.

Quelques propriétés importantes :

- Si ϕ est bornée sans tendre asymptotiquement vers un équilibre et définie sur un espace euclidien, alors il existe toujours une surface pour laquelle les trois applications de Poincaré sont définies.
- L'application de Poincaré est définie localement car, contrairement au cas non autonome, il n'est pas garanti qu'une trajectoire issue de Σ y retourne.

Remarques : P_\pm est couramment appelée *application de premier retour* puisqu'elle décrit les retours successifs de ϕ sur Σ , c'est-à-dire la première intersection avec Σ d'une trajectoire issue de Σ .

III Comportements asymptotiques

Le paragraphe pr c dent a introduit quelques définitions relatives aux systèmes dynamiques. Nous allons aborder maintenant les caractéristiques essentielles de leurs solutions. Il est important de rappeler

cependant qu'il n'existe aucune méthode générale d'intégration des systèmes différentiels non linéaires. Il n'est donc pas toujours possible d'en déterminer une solution analytique exacte. Fort heureusement, cela ne constitue plus aujourd'hui une difficulté majeure car une estimation, obtenue par simulation numérique, est souvent suffisante lorsque l'intégration n'est pas possible. Par contre, la connaissance qualitative des solutions est très utile lorsqu'il s'agit par exemple d'en déterminer les évolutions possibles à long terme, la stabilité, les bifurcations ou encore de disposer d'une vue d'ensemble des comportements dynamiques possibles selon l'état, l'excitation ou les paramètres.

III.1 Invariance et attraction

III.1.1 Régimes asymptotiques et invariants

Contrairement à un système linéaire, on ne peut considérer la solution d'un système non linéaire comme la simple superposition d'un régime libre et d'une réponse forcée. Cela conduit à reconsidérer la notion de régime transitoire. C'est pourquoi nous préférons donc la notion de *régime asymptotique* à celle de solution permanente et par extension, la différence entre une solution et son régime asymptotique est appelée *transitoire*.

Définition : Soit E une région de l'espace d'état \mathbb{R}^n et $x(t, x_0)$ une solution de (1.2). E est un *ensemble invariant* du flot si :

$$\forall x_0 \in E \subset \mathbb{R}^n \text{ et } \forall t \in \mathbb{R}, x(t, x_0) \in E \quad (1.9)$$

Si (1.9) n'est vraie que pour $t > 0$ (resp. $t < 0$) l'ensemble invariant est dit positif (resp. négatif).

Remarque : la trajectoire d'un système autonome dans l'espace d'état est un ensemble invariant. Celle d'un système non autonome ne l'est pas.

III.1.2 Ensembles attracteurs et répulsifs

Définitions : Un *ensemble attracteur* est un ensemble *invariant positif* possédant un voisinage ouvert tel que toutes les trajectoires qui y sont initialisées convergent vers lui.

On définit de manière duale un *ensemble répulsif* comme étant un invariant négatif muni d'un voisinage dans lequel toutes les trajectoires initialisées divergent de lui [22].

Propriétés :

- *L'ensemble attracteur* attire les trajectoires positives c'est-à-dire en temps direct et repousse les trajectoires négatives ou en temps inverse et vice-versa pour l'ensemble répulsif.
- Un *ensemble attracteur* peut inclure des zones non attractives et ne pas être complètement observable expérimentalement [1].

Définitions : Un attracteur est un ensemble attracteur vérifiant les deux propriétés suivantes :

- *La récurrence :* Toute trajectoire ayant son origine dans l'attracteur revient de manière répétitive aussi proche que l'on veut de l'état initial. Il suffit pour cela d'attendre suffisamment longtemps.
- *L'irréductibilité :* L'union de deux attracteurs disjoints ne constitue pas un attracteur.

Remarques :

- La propriété de *récurrence* exclut la présence de phénomènes transitoires ou d'éventuelles solutions instables dans un attracteur.
- Un attracteur ne peut pas être divisé en deux attracteurs élémentaires du fait de *l'irréductibilité* mais il est possible d'isoler plusieurs attracteurs dans un ensemble attracteur.

III.1.3 Ensembles limites

Définitions : Soit a (resp. b) un point de \mathbb{R}^n . a (resp. b) est un point ω -limite (resp. α -limite) de x_0 s'il existe une séquence $t_n \rightarrow +\infty$ (resp. $t_n \rightarrow -\infty$) telle que $\lim_{n \rightarrow +\infty} x(x_0, t_n) = a$, (resp. $\lim_{n \rightarrow +\infty} x(x_0, t_n) = b$).

L'ensemble de tous les points ω -limite de x_0 est appelé ensemble ω -limite. On le note $L^+(x_0)$.

L'ensemble de tous les points α -limite de x_0 est appelé ensemble α -limite. On le note $L^-(x_0)$.

Propriétés :

Un ensemble ω -limite est un attracteur s'il demeure ω -limite pour tous les points d'un voisinage ouvert U de l'ensemble :

$$\forall x_0 \in U \supset L^+, L^+(x_0) = L^+ \quad (1.10)$$

De même, les ensembles α -limite sont attracteurs d'orbites négatives (ou répulsifs) si :

$$\forall x_0 \in U \supset L^-, L^-(x_0) = L^- \quad (1.11)$$

III.1.4 Bassin d'attraction

Définition : Soit A un attracteur. La région de l'espace B , telle que toutes les trajectoires qui y sont initialisées convergent vers A est appelée *bassin d'attraction*. B est le plus grand ensemble de points dont A est l'ensemble ω -limite.

$$B = \{x \in \mathbb{R}^n \mid L^+(x) = A\}.$$

Propriétés :

- Le bassin d'attraction est un invariant du flot.
- Dans le cas d'un système différentiel linéaire, l'attracteur, s'il existe, est unique. La solution asymptotique est indépendante des conditions initiales. Le bassin d'attraction s'étend à l'espace entier.
- Dans le cas d'un système différentiel non linéaire, plusieurs attracteurs peuvent coexister. Selon l'état initial, la trajectoire converge vers l'un ou l'autre. Les bassins d'attractions étant invariants, ils sont nécessairement disjoints.
- Aucun point de la frontière du bassin d'attraction n'appartient au bassin d'attraction.
- La frontière est un invariant du flot. Elle est l'union de trajectoires particulières appelées *trajectoires frontières* ou *séparatrices*

III.2 Classifications des solutions des systèmes dynamiques

III.2.1 Solutions d'équilibre

Définitions :

Soit un système dynamique autonome (1.2), la *solution d'équilibre* x^* est définie par :

$$\dot{x}^* = f(x^*) = 0 \tag{1.12}$$

Les points de l'espace d'état vérifiant cette relation sont appelés *points singuliers*.

Propriétés : Une solution d'équilibre correspond à un point fixe dans l'espace d'état. Ce point fixe n'est pas nécessairement stable. Lorsqu'il est stable, le point *fixe est un attracteur*.

III.2.2 Solutions périodiques

Définition : Soit $x(t, x_0)$ la solution d'un système dynamique autonome ou non. $x(t, x_0)$ est une *solution périodique* si et seulement si :

$$\exists \tau > 0 \mid \forall t, x(t + \tau, x_0) = x(t, x_0). \tag{1.13}$$

La plus petite valeur de τ si elle existe, est appelée période. On la note généralement T .

Définitions : Une solution périodique d'un système dynamique quelconque est dite *solution isolée* s'il en existe un voisinage ne comportant aucune autre solution périodique. Si de plus le système est autonome, alors la solution isolée est appelée un *cycle limite*.

Propriété :

La trajectoire du cycle limite est un invariant du flot.

Remarque : Dans le domaine du génie électrique, les modèles différentiels sont habituellement excités par des fonctions périodiques. La période d'excitation T_f est appelée *période forcée*.

III.2.3 Solutions quasi périodiques

Définition :

Soit $x(t, x_0)$ une solution du système dynamique (1.2) et soit $T = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ un ensemble fini de réels linéairement indépendants.

On dit que $x(t, x_0)$ est une *solution quasi périodique* de (1.2) si elle est périodique pour chacune des périodes T_i de T . La solution $x(t, x_0)$ est également dite *n-périodique*.

Remarques :

- La trajectoire d'une solution *n*-périodique est une ligne infinie qui couvre densément un tore de dimension *n*.
- Tous les points du tore n'appartiennent pas à la trajectoire mais elle passe de manière répétitive dans tout voisinage d'un point quelconque du tore. Le tore est donc un ensemble ω -limite. S'il possède un voisinage de convergence, c'est un attracteur.
- Contrairement à l'attracteur périodique, l'attracteur quasi périodique est une surface ou une hypersurface. Il ne doit pas être confondu avec la trajectoire.

III.2.4 Solution Chaotique

C'est au début des années 70 que le rapprochement entre les travaux de physiciens et de mathématiciens ont permis la découverte de la réalité mathématique du chaos dans les systèmes physiques déterministes. De très nombreuses informations à ce sujet peuvent être trouvées dans /1/ /2/ /3/ /5/ /8/ /9/ /18/ /19/ /23/.

La notion même de solution chaotique est difficile à formuler. Nous avons donc fait le choix de l'aborder sur la base des caractéristiques comportementales de ce type de solution. Cette approche physique correspond tout à fait à celle que nous avons utilisée dans la suite de cette étude.

Remarque : Un système dynamique peut présenter des solutions chaotiques instables. Celles-ci ne pouvant être ni observées ni même simulées, nous ne traiterons que des solutions chaotiques stables.

Une définition du chaos

Définition :

Une solution chaotique est un *comportement asymptotique borné* qui n'est ni un point d'équilibre, ni une solution périodique ou quasi périodique. Le chaos peut donc être *défini par défaut* des autres types de solutions sachant qu'il n'existe pas de définition à la fois formelle et générale du chaos (Cf. /6/ pp.291-297).

Propriétés :

Pratiquement, une dynamique chaotique peut être identifiée, en première analyse, par la reconnaissance de propriétés caractéristiques : Trajectoires typiques, attracteurs étranges, spectres, sensibilité aux conditions initiales.

Trajectoires typiques

L'observation de l'évolution temporelle des variables d'état ne permet pas de distinguer une solution chaotique d'une solution quasi périodique. En effet, les deux sont a périodiques et bornées.

En revanche, les trajectoires dans l'espace d'état sont qualitativement différentes. Une trajectoire *quasi périodique* converge vers un attracteur torique tandis qu'une trajectoire *chaotique* mêle deux types de comportements différents comme l'illustre la *Figure 3* relative au système de Lorenz /9/.

Le premier est un comportement *apparemment régulier*. Dans plusieurs régions de l'espace d'état, la trajectoire forme des boucles semblables à celles de trajectoires périodiques. Le second, en revanche *semble aléatoire* puisque le nombre de boucles décrites dans une région avant d'en rejoindre une autre est imprévisible tout comme les instants auxquels ces sauts se produisent.

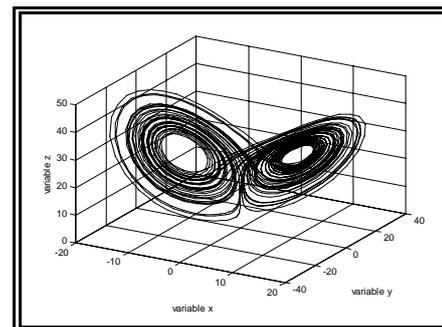


Figure 3 : Une trajectoire chaotique du système de Lorenz

Attracteurs chaotiques

De même que les autres types de trajectoires, la trajectoire d'une solution chaotique est un invariant du flot. De plus, il existe un ensemble ω -limite et puisque cette présentation est restreinte aux solutions stables, on admettra l'existence d'un voisinage assurant la convergence des trajectoires. Autrement dit, initialisée dans le bassin d'attraction, toute trajectoire converge vers *l'attracteur chaotique*.

Ces attracteurs ne sont pas des objets géométriques simples Ce sont des objets géométriques extrêmement complexes présentant de très nombreux repliements et une structure feuilletée.

L'attracteur de Lorenz, présenté sur la *Figure 3*, illustre bien ce très haut degré de complexité, en particulier dans la zone de transition entre les deux parties principales de l'attracteur. Dans cette zone, une infinité de branches de trajectoires s'enchevêtrent pour passer d'une région à l'autre sans jamais se couper ni repasser au même endroit.

Remarques :

Comme dans le cas des solutions quasi périodiques (Cf. §III.2.3), il ne faut pas confondre une trajectoire chaotique avec l'attracteur chaotique lui-même. Une infinité de trajectoires chaotiques convergent vers le même attracteur. De plus un attracteur chaotique est un *ensemble borné*.

Sensibilité aux conditions initiales

La sensibilité des trajectoires chaotiques aux conditions initiales est une autre caractéristique permettant de reconnaître un comportement chaotique. Quelle que soit la proximité de deux états initiaux, les trajectoires qui en sont issues divergent rapidement l'une de l'autre. Elles restent cependant liées au même attracteur donc confinées dans un espace borné. Cela a pour conséquences :

- Le bruit le plus infime altère complètement la connaissance des états futurs du système. En effet, la divergence des trajectoires dans un espace borné signifie qu'elles sont très rapidement décorrélées. Par conséquent, bien que le système soit déterministe, aucune prévision à long terme n'est possible.
- Si le système est bouclé, le bruit de mesure peut donc altérer profondément la dynamique de l'ensemble. Son comportement est alors modifié de manière radicale sans proportion avec la précision des mesures.
- La moindre perturbation du système peut à terme conduire à des états extrêmement différents. Un événement insignifiant n'a donc pas toujours des conséquences insignifiantes. Cette propriété a été observée pour la première fois par E. Lorenz sur son modèle météorologique. Elle est connue sous le nom populaire d'effet papillon.

Le mécanisme du chaos

Dans le cadre fixé pour ce chapitre, à savoir celui des systèmes en temps continu, trois mécanismes fondamentaux sont nécessaires à l'apparition du chaos.

- *L'étirement* : C'est la divergence positive du flot dans certaines régions qui assure qu'une région initiale de l'espace sera étirée sous l'action du flot. Ce premier mécanisme est indispensable pour assurer l'imprédictibilité de l'état et la grande dépendance des solutions aux conditions initiales.

- *La compression* : Puisque la solution chaotique est bornée, elle demeure confinée dans un volume, ou hyper volume, fini. Par conséquent, s'il y a expansion dans certaines directions de l'espace, elle doit être compensée par une contraction dans d'autres directions. L'action simultanée de l'étirement et de la contraction dans des directions différentes, permet à des solutions de diverger l'une de l'autre tout en occupant un volume fini.
- *Le repliement* : La compression assure un volume fini à l'attracteur. Cela n'est cependant pas suffisant pour qu'il soit borné puisque qu'il y a divergence des trajectoires dans certaines directions. Le repliement intervient en tant que non linéarité essentielle obligeant le flot divergeant à changer brutalement de direction pour que les trajectoires restent à l'intérieur d'une région bornée de l'espace. C'est ce troisième mécanisme qui permet de décorrélérer rapidement des trajectoires. Il n'est pas possible de définir une région initiale garantissant, après un certain temps, une distance entre les trajectoires aussi petite qu'on le veut. Sans repliement, la sensibilité aux conditions initiales ne conduit pas au chaos.

IV Éléments de la théorie des bifurcations

Un système différentiel non linéaire peut admettre plusieurs attracteurs vers lesquels convergent les trajectoires selon leur états initiaux. La solution peut aussi changer de nature lorsque les paramètres du système évoluent. Le phénomène de bifurcation concerne ce second cas de figure.

Dans ce paragraphe, après un rappel de différentes notions de stabilité, nous introduisons les diagrammes de bifurcations et les diagrammes de Feigenbaum.

IV.1 Notions de stabilité

Définition : Un ensemble limite L est *stable* si, pour tout voisinage U de L , il existe un voisinage V de L tel que :

$$\forall x \in V, \forall t > 0, \phi(t, x) \in U.$$

Cela signifie que toutes les trajectoires initialisées à proximité de L doivent rester proches de lui.

Définition : Un ensemble limite L est *asymptotiquement stable* si il existe un voisinage V de L tel que :

$$\forall x \in V, L^+(x) = L.$$

Remarque : la stabilité asymptotique signifie que L attire vers lui toutes les trajectoires initialisées dans son voisinage.

Définition : Un ensemble limite L est *instable* si il existe un voisinage V de L tel que :

$$\forall x \in V, L^-(x) \neq L.$$

Remarque : Du fait de l'instabilité de L , toutes les trajectoires initialisées à proximité de lui sont repoussées.

Définition : Un ensemble L est *non stable* si, pour tout voisinage V de L :

$$\exists (x, y) \in V \times V, x \notin L, y \notin L \mid L^+(x) = L \text{ et } L^-(y) = L.$$

En d'autres termes, L est non stable s'il existe au moins une trajectoire convergeant vers lui et au moins une autre initialisée près de lui qui en diverge.

IV.2 Stabilité structurelle et bifurcation

Un système est dit *structurellement stable* sur une portion de l'espace des paramètres si une petite perturbation du système étudié ne modifie pas le comportement global de la dynamique sur cette portion.

Tant que le système est structurellement stable, les variations de paramètres produisent des changements quantitatifs dans la solution : coordonnées d'un point fixe, amplitude ou fréquence d'une solution périodique par exemple. Cependant, il arrive aussi qu'une infime variation de paramètres produise un changement qualitatif de la solution : apparition ou annihilation d'un ou plusieurs ensemble(s) limite(s), changement de stabilité d'un ensemble limite.

A la valeur particulière du paramètre où la solution change subitement de nature, le système est *structurellement instable* ce qui autorise un brusque changement de type de la solution. Ce phénomène est appelé *bifurcation* et les points où il se produit sont les *points de bifurcation*.

Remarques :

Des bifurcations sont fréquemment observées au niveau expérimental car la plupart des processus réels sont non linéaires et ont des paramètres qui subissent des altérations. Ces variations de paramètres sont le fait soit du réglage de la commande, soit d'une évolution naturelle sous l'action de grandeurs extérieures.

Les variations de paramètres dont il est question dans cette introduction s'entendent dans le cadre de *l'hypothèse quasi stationnaire*, c'est-à-dire que les paramètres évoluent assez lentement pour qu'on puisse considérer, qu'au regard des dynamiques propres du système, les valeurs instantanées des paramètres sont constantes.

IV.3 Diagramme de bifurcations

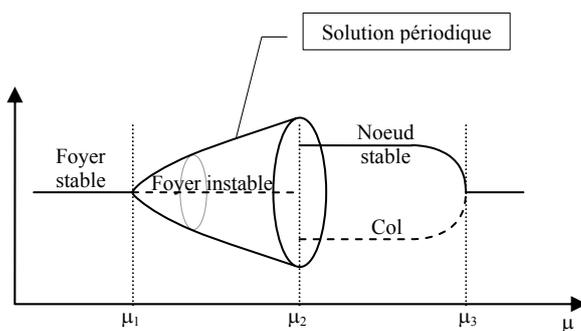
Définition :

Le diagramme de bifurcations unidimensionnel est un tracé repérant la nature des différentes solutions du système et leur stabilité lorsqu'un paramètre varie.

Propriétés :

- Il est composé d'intervalles sur lesquelles les solutions asymptotiques (ou les ensembles limites qui leur correspondent) évoluent continûment avec le paramètre.
- Les intervalles sont séparés par les points de bifurcation. Un ensemble limite structurellement stable est un ensemble limite *hyperbolique*. On en déduit qu'aux points de bifurcations les ensembles limites deviennent non hyperboliques.
- Aux points de bifurcations, plusieurs branches de solutions semblables ou différentes peuvent apparaître ou disparaître.
- On représente en trait plein une solution (ou un ensemble limite) stable et en trait pointillé lorsqu'elle est instable.

Exemple :



Cet exemple illustre un foyer perdant sa stabilité au point de bifurcation μ_1 au moment où naît un attracteur périodique. Au point de bifurcation μ_2 , la solution périodique s'évanouit et deux points fixes apparaissent : l'un est un nœud, l'autre un col. Au point de bifurcation μ_3 , ces deux points entrent en collision et seul subsiste un point fixe stable.

IV.4 Diagramme de Feigenbaum

Définition :

Le diagramme de Feigenbaum est un outil efficace pour évaluer rapidement l'ensemble des solutions possibles d'un système en fonction des variations de l'un de ses paramètres. Il permet de repérer les valeurs particulières du paramètre qui induisent des bifurcations. C'est un diagramme qui porte les valeurs du paramètre en abscisse et des valeurs particulières *d'une des variables d'état* en ordonnée *lorsque le régime asymptotique est atteint*.

Propriétés :

- Dans le cas d'un système autonome ces valeurs particulières peuvent être obtenues en travaillant avec une section de Poincaré. Pour un système excité par une fonction périodique du temps, elles peuvent l'être en échantillonnant la variable à la fréquence

d'excitation. On obtient ainsi pour chaque valeur du paramètre la suite des états discrets de la variable lorsque le régime asymptotique est atteint.

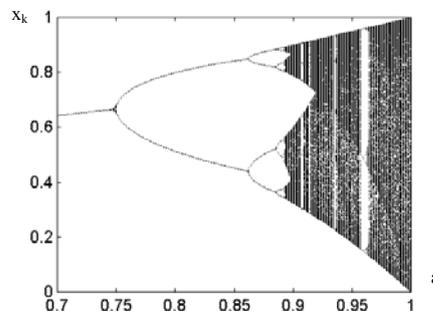
- Un seul point sur une verticale indique un fonctionnement périodique fondamental. En effet, si pour une valeur donnée du paramètre le régime est périodique, la variable échantillonnée à la fréquence fondamentale f prend une valeur unique. Les n points de même abscisse se superposent donc exactement.
- Un ensemble de q points distincts est la marque d'un régime sous-harmonique de rang q car la fréquence de la variable est alors f/q .
- Lorsque les points se répartissent densément sur un segment de la verticale, on peut en déduire que la solution est apériodique mais il n'est pas possible de préciser si elle est quasipériodique ou chaotique.

Exemple :

La figure ci-contre représente le diagramme de Feigenbaum de la récurrence logistique :

$$X_{k+1} = 4aX_k(1 - X_k), X_k \in [0,1], a \in [0,1].$$

C'est une équation unidimensionnelle mais, n'étant pas inversible, l'apparition de solutions chaotiques est possible.



Remarque :

Il est fréquent de lire des conclusions hâtives en faveur d'un régime chaotique aux seules vues de segments denses sur un diagramme de Feigenbaum. Pour lever l'indétermination entre un régime quasipériodique ou chaotique, il faut observer la section de Poincaré ou au moins une de ses projections.

V Conclusion

Nous rappelons que l'objectif de ce premier chapitre était d'introduire les notions de bases de la théorie du chaos puisque c'est dans ce cadre que nous souhaitons mener l'analyse des comportements aperiodiques complexes du moteur pas à pas hors synchronisme. Cette théorie présentant de nombreux développements, nous avons sciemment restreint cette introduction aux concepts qui nous ont semblé essentiels pour avoir un peu de recul par rapport au vocabulaire et aux méthodes d'analyses employées.

Différents types de systèmes dynamiques ont été présentés dans le but de situer plus précisément le modèle de type dissipatif que nous présentons dans le chapitre suivant. Les solutions chaotiques, leur signification et leurs particularités ont été introduites après avoir défini les notions d'invariances, d'attracteur et de comportement asymptotique pour identifier par la suite les différents comportements du moteur. Les diagrammes introduits en dernier lieu seront utiles pour interpréter les résultats simulés ou expérimentaux.

Modélisation du moteur pas à pas



« Une cause très petite, qui nous échappe, détermine un effet considérable que nous ne pouvons pas ne pas voir, et alors nous disons que cet effet est dû au hasard. Si nous connaissions exactement les lois de la nature et la situation de l'univers à l'instant initial, nous pourrions prédire exactement la situation de ce même univers à un instant ultérieur. Mais lors même que les lois naturelles n'auraient plus de secret pour nous, nous ne pourrions connaître la situation initiale qu'approximativement. Si cela nous permet de prévoir la situation ultérieure avec la même approximation, c'est tout ce qu'il nous faut, nous disons que le phénomène a été prévu, qu'il est régi par des lois ; mais il n'en est pas toujours ainsi, il peut arriver que de petites différences dans les conditions initiales en engendrent de très grandes dans les phénomènes finaux ; une petite erreur sur les premières produirait une erreur énorme sur les derniers. La prédiction devient impossible et nous avons le phénomène fortuit. »

Science et méthode (1903) Henri POINCARÉ

MODELISATION DU MOTEUR PAS A PAS

I	<u>INTRODUCTION</u>	29
II	<u>HYPOTHESES GENERALES</u>	30
II.1	LES EQUATIONS DE MAXWELL	30
II.2	SYSTEME ELECTROMECHANIQUE	31
II.2.1	CIRCUIT ELECTRIQUE	31
III	<u>CONVERSION ELECTROMECHANIQUE</u>	34
III.1	ENERGIE ET CO-ENERGIE MAGNETIQUE	34
III.2	AIMANTS PERMANENTS – CONVERTISSEURS POLARISES	36
III.3	EXPRESSION DU COUPLE	39
III.3.1	BILAN DES COUPLES EXERCES SUR LE ROTOR	39
III.3.2	EXPRESSION DU COUPLE INSTANTANE	40
IV	<u>DIFFERENTS TYPES DE MOTEURS PAS A PAS</u>	41
IV.1	CONVERTISSEURS NON POLARISES : MOTEUR A RELUCTANCE VARIABLE	41
IV.1.1	PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT	41
IV.1.2	DIFFERENTES REALISATIONS	42
IV.2	CONVERTISSEURS POLARISES	44
IV.2.1	PRINCIPE	44
IV.2.2	MISE EN EQUATION	44
IV.3	MODELE D’ETAT DU MOTEUR PAS A PAS A AIMANT PERMANENT	46
V	<u>CONCLUSION</u>	48

I Introduction

Les dynamiques chaotiques présentées par de nombreux phénomènes naturels ont longtemps été assimilées à l'expression d'épiphénomènes négligeables. Face à cette analyse, l'approche du scientifique peut être de deux ordres. Soit il se satisfait de modèles simples, ignorant ces phénomènes étranges, soit il cherche à développer des modèles de plus en plus complexes, capables d'une description exhaustive de toutes les lois physiques mises en jeu. Nous allons montrer que de ces deux approches, il est bien difficile de dire laquelle est la meilleure et montrer qu'il existe peut être une troisième voie, qui nous permettra de disposer d'une meilleure connaissance des phénomènes que nous étudions.

Ce que l'on peut reprocher à la première approche, c'est de nous priver d'une compréhension complète des phénomènes étudiés.

En supposant qu'il soit possible de prendre en compte de manière exhaustive tous les phénomènes mis en jeu, la seconde méthode ne peut aboutir qu'à des modèles lourds et complexes, difficiles à exploiter, qui ne rendront jamais totalement compte du fonctionnement d'un système.

Des modèles très élaborés de moteurs pas à pas existent capables par exemple de prendre en compte la saturation /27//28/ ou les pertes Joule /50/, basé sur une approche neuronale /29/ ou de type Spice /49/, ainsi que des modèles linéarisés valides également sur des points d'équilibre non hyperbolique /51/. L'objectif de ce chapitre est donc plutôt de construire un modèle d'état simple du moteur pas à pas hybride que nous avons utilisé dans notre travail expérimental, apparenté à ceux présentés en /24/ et /52/, en précisant systématiquement toutes les hypothèses simplificatrices retenues. Il nous permettra également, comme nous le verrons dans le chapitre suivant, de prouver que, malgré sa relative simplicité, il reproduit toutes les dynamiques étranges habituellement attribuées à la trop grande simplicité du modèle

La première partie de ce chapitre est consacrée aux rappels des équations fondamentales de l'électromagnétisme, en précisant systématiquement, à chaque fois que cela s'avère nécessaire, les hypothèses simplificatrices couramment retenues. La seconde partie est consacrée au calcul du couple électromécanique /25//26/, aussi bien dans le cas des convertisseurs non polarisés que dans celui des convertisseurs polarisés. Enfin la troisième et dernière partie présente la construction du modèle.

II Hypothèses générales

L'étude analytique des systèmes électromécaniques peut se faire à partir de l'étude de leurs circuits électriques et de leurs circuits magnétiques, grâce à deux types de modélisation :

- le modèle *local* obtenu à partir des équations de Maxwell
- le modèle de *Kirchhoff* décrivant le système à partir de ses équations électriques. Le recours à ce type de modèle lorsqu'il est possible simplifie grandement l'analyse.

La démarche analytique spécifique de l'électrotechnicien consiste généralement, comme nous allons le voir dans ce qui suit, à passer du modèle de Maxwell au modèle de Kirchhoff.

II.1 Les Equations de Maxwell

Les équations de Maxwell définissent les propriétés macroscopiques locales associées aux grandeurs électriques et magnétiques vectorielles.

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad (2.3)$$

$$\text{div}\vec{D} = \rho \quad (2.4)$$

Le vecteur \vec{H} est appelé excitation magnétique, le vecteur \vec{E} est le champ électrique, \vec{D} est le vecteur déplacement électrique et enfin \vec{B} est appelé vecteur champ magnétique. On complète les équations de Maxwell par des équations décrivant les propriétés spécifiques des milieux.

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (2.5)$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \quad (2.6)$$

$$\vec{E} = \rho \vec{J} \quad (2.7)$$

Dans le cadre de l'étude des convertisseurs électromécaniques, les fréquences mises en jeu ne dépassent jamais quelques dizaines de kilohertz. On peut alors négliger la dérivée du vecteur déplacement devant le vecteur densité de courant \vec{J} . L'équation (2.1) devient alors :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{H} = \vec{J} \quad (2.8)$$

II.2 Système électromécanique

Un convertisseur électromécanique est obligatoirement constitué d'un circuit magnétique et d'un circuit électrique. Ces deux circuits sont toujours imbriqués. Par définition, le *circuit électrique* est parcouru par un *courant*, et le *circuit magnétique* est parcouru par des lignes de champ magnétique. L'intensité du courant et le flux d'induction magnétique en sont les grandeurs scalaires associées.

Dans ce qui suit nous allons rappeler quelques propriétés physiques essentielles qui nous seront utiles par la suite.

II.2.1 Circuit électrique

Le flux traversant un circuit magnétique ou une spire concentrique à celui-ci est défini par

$$\Phi = \oint_{S_m} \vec{B} d\vec{s} . \quad (2.9)$$

S_m est la section du circuit magnétique, ou section d'une spire.

Le flux traversant le circuit électrique, formé de N spires est quant à lui défini par :

$$\Psi = \oint_{S_e} \vec{B} d\vec{s} . \quad (2.10)$$

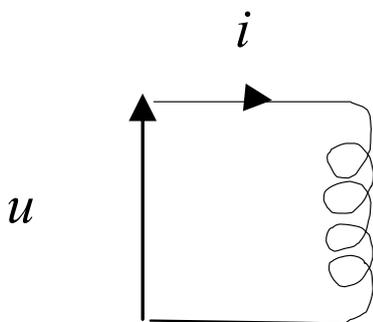
S_e est la section du circuit électrique.

Ainsi, le flux d'induction magnétique associé à un circuit électrique et délimité par celui-ci est appelé *flux totalisé* et pour un circuit constitué de N spires concentriques au circuit magnétique, le flux totalisé s'exprime à partir du flux d'induction magnétique comme :

$$\Psi = N\Phi . \quad (2.11)$$

II.2.1.A Loi de Faraday

Avec les conventions adoptées sur la figure 1, la loi de Faraday nous permet d'exprimer la tension u aux bornes d'un enroulement à partir de l'équation :



$$u = Ri + \frac{d(N\Phi)}{dt} , \quad (2.12)$$

où R est la résistance de l'enroulement, i le courant qui le parcourt, N le nombre de spires de l'enroulement et Φ le flux traversant le circuit magnétique, soit finalement en réécrivant (2.12) avec (2.11) :

$$u = Ri + \frac{d\Psi}{dt} . \quad (2.13)$$

Figure 4

II.2.1.B Tube d'induction

On définit un tube d'induction magnétique par l'ensemble des lignes d'induction qui s'appuient sur un contour fermé C . Le flux de B étant conservatif, un tel tube est fermé sur lui-même. Il est caractérisé par la propriété suivante :

$$\iint_S \vec{B} d\vec{s} = \Phi = cste ; \quad (2.14)$$

S étant la surface d'une section quelconque du tube d'induction et Φ le flux qui le traverse.

II.2.1.C Réluctance Magnétique et Perméance

Posons :

$$\xi = \oint_C \vec{H} d\vec{l} , \quad (2.15)$$

où C est un contour fermé.

ξ est appelé potentiel magnétique scalaire ou solénation. On peut également appliquer la relation précédente à une portion de tube de champ magnétique et, en utilisant la caractéristique (2.5) du milieu magnétique, on obtient :

$$\xi_{AB} = \int_A^B \vec{H} d\vec{l} = \int_A^B \frac{\vec{B}}{\mu} d\vec{l} . \quad (2.16)$$

Si l'on appelle S la section normale du tube d'induction magnétique, alors :

$$\int_A^B \frac{\vec{B}}{\mu} d\vec{l} = \int_A^B \frac{\vec{B}S}{\mu S} d\vec{l} = \int_A^B \frac{\Phi}{\mu S} dl . \quad (2.17)$$

Comme le flux est conservatif, nous pouvons finalement écrire :

$$\xi_{AB} = \Phi \int_A^B \frac{dl}{\mu S} = \mathcal{R} \Phi . \quad (2.18)$$

On pose :

$$\mathcal{R} = \int_A^B \frac{dl}{\mu S} . \quad (2.19)$$

La grandeur \mathcal{R} ainsi définie s'appelle réluctance magnétique associée à la portion du tube d'induction AB. Elle ne dépend que de ses caractéristiques géométriques et magnétiques et des propriétés ferromagnétiques du matériau. Il est souvent plus commode d'utiliser la perméance magnétique qui est l'inverse de la réluctance :

$$\mathcal{P} = \frac{1}{\mathcal{R}} . \quad (2.20)$$

Elle s'exprime par :

$$\mathcal{P} = \int_C \frac{\mu ds}{l} . \quad (2.21)$$

Ce qui conduit à :

$$\Phi = \mathcal{P} \xi . \quad (2.22)$$

II.2.1.D Inductance propre, inductance mutuelle

Pour canaliser les lignes de champ dans les convertisseurs électromécaniques, on utilise des matériaux ferromagnétiques doux, c'est-à-dire présentant un cycle d'hystérésis très étroit. Aussi une *première hypothèse* classiquement retenue consiste à **négliger l'hystérésis en considérant que B est une fonction de H** . Une *deuxième hypothèse* beaucoup plus contraignante consiste à **négliger les phénomènes de saturation dans le matériau ferromagnétique**. La relation liant B et H est alors linéaire, $\vec{B} = \mu \vec{H}$. μ est une constante appelée perméabilité magnétique du matériau. Dans ces conditions, il existe une relation linéaire liant le courant i dans le circuit électrique au flux Ψ :

$$\Psi = Li . \quad (2.23)$$

Le coefficient de proportionnalité L est appelé l'inductance propre du circuit électrique.

Alors, si nous considérons le circuit électrique associé au circuit magnétique grâce à (2.15), (2.11), (2.22) on peut écrire :

$$\Phi = \mathcal{F} \xi = \mathcal{F} Ni , \quad (2.24)$$

$$\Psi = N^2 \mathcal{F} i . \quad (2.25)$$

Ce qui conduit à :

$$L = N^2 \mathcal{F} . \quad (2.26)$$

De manière plus générale, dans un circuit électrique, le flux totalisé associé à un circuit j couplé magnétiquement avec $n-1$ autres s'écrit :

$$\Psi_j = \sum_{k=1}^n L_{jk} i_k . \quad (2.27)$$

Les coefficients L_{jp} , pour $j \neq p$ sont appelés inductance mutuelle entre le circuit j et le circuit p .

L'expression (2.27) permet alors de réécrire la loi de Faraday sous la forme :

$$[u] = [Ri] + \left(\frac{d[L]}{dt} \right) [i] + [L] \frac{d[i]}{dt} , \quad (2.28)$$

où $[u]$ et $[i]$ sont respectivement les vecteurs colonne tension et courant,

$[R]$ la matrice diagonale des résistances des différents circuits électriques et

$[L]$ la matrice des inductances.

Enfin, si comme c'est le cas dans toutes les machines tournantes, le système possède un degré de liberté θ en rotation, alors on a :

$$\frac{d[L]}{dt} = \dot{\theta} \frac{d[L]}{d\theta} . \quad (2.29)$$

Remarque : En l'absence d'aimants permanents, cas que nous envisagerons plus loin, les relations existant entre les flux et les courants dans le convertisseur sont univoques et ne dépendent que de la géométrie du

convertisseur, de la position du rotor, et de la perméabilité magnétique des pièces en matériaux ferromagnétiques constituant la machine. On peut donc écrire :

$$\Psi_k = f(i_1, i_2, \dots, i_n, \theta_m), \quad (2.30)$$

ou réciproquement :

$$i_k = g(\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n, \theta_m). \quad (2.31)$$

III Conversion électromécanique

Lorsque l'on s'intéresse à la conversion d'énergie électrique en énergie mécanique, il apparaît également une conversion d'énergie électrique en énergie thermique, cette dernière présentant d'ailleurs un caractère irréversible. Cependant lorsque l'on effectue un bilan énergétique qui ne ferait intervenir que ces trois formes d'énergie, il n'est généralement pas équilibré, notamment durant les régimes transitoires. Il faut donc admettre l'existence d'une quatrième forme d'énergie associée à la conversion électromécanique, l'énergie magnétique w_{mag} . Cette énergie constitue une fonction d'état, c'est-à-dire qu'elle ne dépend à chaque instant que de l'état du système (position du rotor, courants ou flux dans les enroulements) et pas de la façon dont cet état a été atteint.

III.1 Energie et co-énergie magnétique

On admet couramment l'existence d'une forme d'énergie réversible, associée aux flux sur les enroulements, appelée énergie magnétique. Afin de connaître l'énergie magnétique stockée dans un convertisseur électromécanique, on peut effectuer un bilan de la puissance échangée entre le convertisseur et le monde extérieur.

$$dw_{el} = dw_{mec} + dw_{th} + dw_{mag} \quad (2.32)$$

Les termes de cette expression peuvent être explicités comme suit :

$$dw_{el} = \sum u_k i_k dt, \quad (2.33)$$

correspond à l'énergie électrique fournie au système pendant dt,

$$dw_{mec} = T_{em} d\theta_m \quad (2.34)$$

qui correspond à l'énergie mécanique fournie par le système au milieu extérieur pendant dt,

$$dw_{th} = \sum r_k i_k^2 dt \quad (2.35)$$

correspond à l'énergie thermique dissipée dans le circuit électrique pendant dt.

En introduisant dans (2.32) les expressions obtenues en (2.13), (2.33), (2.34) et (2.35) on obtient finalement :

$$dw_{mag} = \sum i_k d\Psi_k - T_{em} d\theta_m, \quad (2.36)$$

dw_{mag} étant l'énergie magnétique stockée dans le système durant le temps dt.

Comme par ailleurs on peut écrire en différentiant :

$$dw_{mag} = \sum \frac{\partial w_{mag}}{\partial \Psi_k} d\Psi_k + \frac{\partial w_{mag}}{\partial \theta_k} d\theta_k, \quad (2.37)$$

on obtient finalement en identifiant terme à terme les expressions (2.36) et de (2.37) :

$$\frac{\partial w_{mag}}{\partial \Psi_j} = i_j, \quad (2.38)$$

$$T_{em} = - \frac{\partial w_{mag}}{\partial \theta_m} \quad (2.39)$$

On utilise également une autre fonction d'état du système qui est la co-énergie définie par :

$$\sum_k i_k \Psi_k = w_{mag} + w_{cmag}, \quad (2.40)$$

ce qui en différentiant conduit à :

$$dw_{cmag} = \sum_k (i_k d\Psi_k + \Psi_k di_k) - dw_{mag}. \quad (2.41)$$

Soit :

$$\Psi_k = \frac{\partial w_{cmag}}{\partial i_k} \quad (2.42)$$

et

$$T_{em} = \frac{\partial w_{cmag}}{\partial \theta_m} \quad (2.43)$$

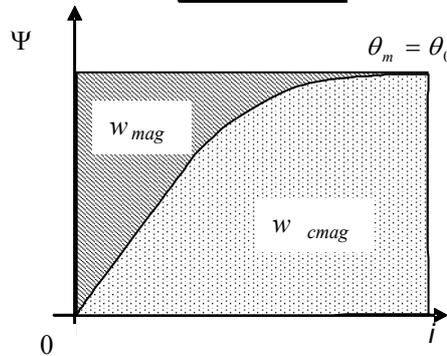


Figure 5 : Energie et co-énergie magnétique

Dans le cas des hypothèses de linéarité retenues en (2.23), on a :

$$w_{mag} = w_{cmag} = \frac{1}{2} \sum_k \sum_j L_{kj} i_k i_j \quad (2.44)$$

Soit en posant : $I = [i_1, i_2, \dots, i_n]^t$ et $L(\theta_m) = [L_{kj}(\theta_m)]$, il vient :

$$w_{mag} = w_{cmag} = \frac{1}{2} I^t L(\theta_m) I \quad (2.45)$$

III.2 Aimants permanents – Convertisseurs polarisés

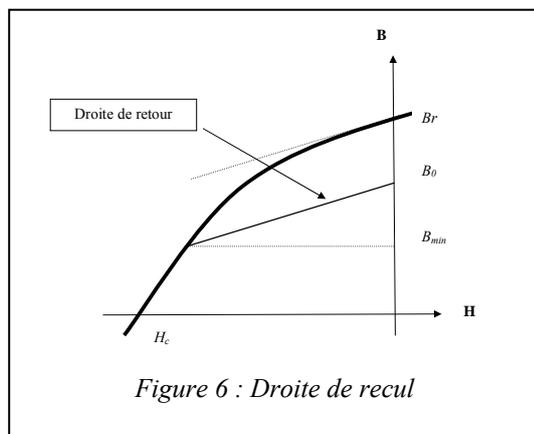
Jusqu'à maintenant, nous n'avons envisagé la conversion électromécanique que dans le cas de systèmes non polarisés, c'est-à-dire de systèmes dans lesquels le flux est produit exclusivement par des courants circulant dans des enroulements. Cependant de nombreux moteurs utilisent des aimants permanents. On pourra citer certains moteurs à courant continu, les moteurs synchrones de type Brushless et naturellement la grande majorité des moteurs pas à pas. L'évolution des caractéristiques externes de ces convertisseurs va de pair avec l'extraordinaire évolution des technologies de fabrication des aimants qui les constituent. L'objectif des quelques lignes qui suivent est de donner une idée aussi précise que nécessaire à la suite de cet exposé sur les performances des aimants modernes afin de justifier les hypothèses simplificatrices qui seront retenues par la suite dans le modèle du moteur pas à pas.

La caractérisation des aimants permanents peut se faire suivant une approche microscopique, ou suivant une approche macroscopique.

L'approche microscopique consiste à décrire la physique des matériaux. On peut relier ainsi la notion de dipôle magnétique au spin de l'électron, et le ferromagnétisme à la création de domaines magnétiques, les domaines de Weiss, séparés les uns des autres par des zones de transitions dites parois de Bloch. C'est d'ailleurs le comportement de ces dernières qui définit la notion de rémanence.

La caractérisation macroscopique quant à elle est exclusivement basée sur la connaissance de la caractéristique $B=f(H)$ de l'aimant. C'est naturellement cette seconde approche, qui permet grâce aux équations de Maxwell de disposer d'un modèle local de l'aimant puis par intégration d'un modèle de type circuit magnétique que nous allons retenir.

Contrairement aux matériaux utilisés pour réaliser la carcasse du convertisseur électromécanique, les aimants permanents sont fabriqués à partir de matériaux magnétiques durs, c'est-à-dire de matériaux présentant un large cycle d'hystérésis. Ainsi, dans un aimant il faut appliquer un champ coercitif H_c de valeur élevée pour ramener le champ rémanent de valeur B_r obtenu par une première aimantation à une valeur nulle. De la même façon, un aimant présente une induction élevée lorsque le champ d'excitation est nul.



La partie de la caractéristique qui nous intéresse se situe dans le quadrant où H est négatif et B est positif. Dans ce quadrant la caractéristique est dite *principale* ou de *désexcitation*. Partant de la caractéristique principale, on constate que si l'induction augmente, on la quitte. Pour l'étude des convertisseurs électromécaniques, on assimile souvent cette courbe à une droite que l'on appelle droite de recul. La droite de recul a pour origine le point le plus bas atteint sur la caractéristique de désexcitation (B_{min}).

Dans un convertisseur électromécanique, les aimants permanents sont insérés dans un circuit magnétique dont il est nécessaire de connaître les caractéristiques afin de déterminer le point de fonctionnement des aimants. Pour cela il est nécessaire de poser de nouvelles hypothèses.

- Tous les points de l'aimant présentent la même caractéristique (matériau isotrope).
- L'ensemble du circuit magnétique externe à l'aimant peut être caractérisé par une perméance équivalente \mathcal{F}_e .

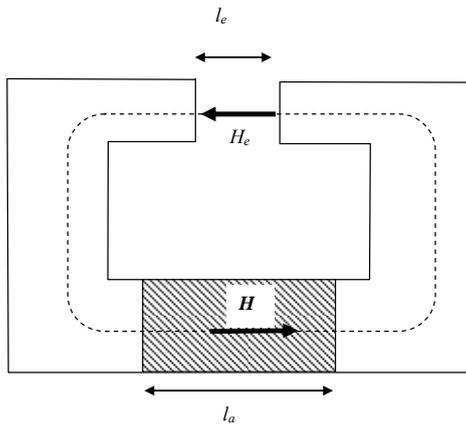


Figure 7 : Circuit magnétique élémentaire

- Aimant :
 - Section S_a
 - Longueur l_a
- Entrefer :
 - Section S_e
 - Longueur l_e
 - Perméabilité μ_e
- La perméabilité du fer est supposée infinie.

Le théorème d'Ampère conduit à :

$$H_e l_e + H l_a = 0 . \quad (2.46)$$

Puis par conservation du flux on peut poser :

$$B S_a = B_e S_e = \mu_e H_e S_e . \quad (2.47)$$

Soit :

$$\frac{B}{H} = -\mu_e \frac{S_e l_a}{S_a l_e} = -\mathcal{F}_e \frac{l_a}{S_a} . \quad (2.48)$$

Cette dernière équation définit la droite de charge de l'aimant. L'intersection de la droite de charge et de la droite de recul définit le point de fonctionnement magnétique du convertisseur. Un convertisseur comme le moteur pas à pas présente à l'aimant une perméance variant entre deux valeurs extrêmes \mathcal{F}_{emin} et \mathcal{F}_{emax} .

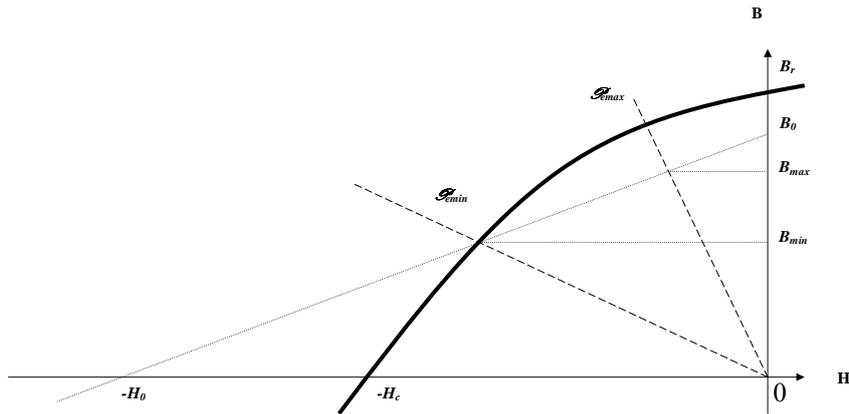


Figure 8 : Droites de charge

Certains aimants présentent une caractéristique principale linéaire qui est alors confondue avec l'ensemble des droites de recul. La figure suivante présente les courbes caractéristiques des principaux aimants.

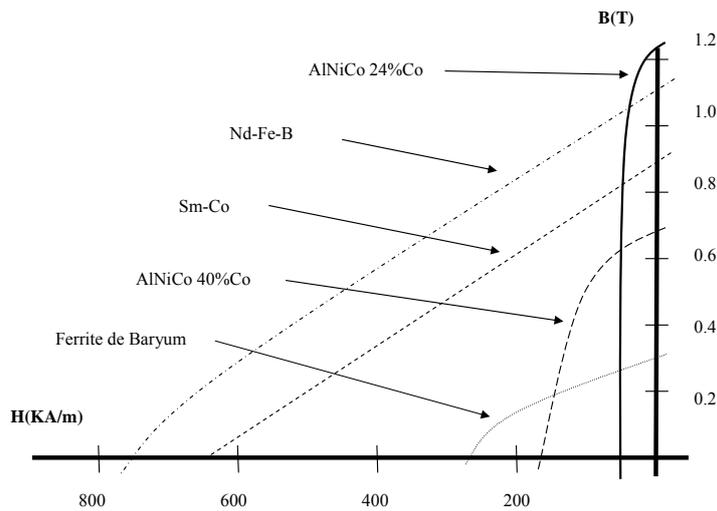


Figure 9 : Caractéristiques $B(H)$ de quelques aimants modernes

Par ailleurs, pour être intégré à un convertisseur électromécanique un aimant doit en plus présenter des qualités de stabilité (stabilité aux chocs, stabilité aux cycles thermiques), ainsi que de bonnes propriétés mécaniques (d'usinabilité, ou de mise en forme, de résistances aux contraintes,...). Les aimants permanents ont fait l'objet ces dernières années d'efforts de recherche et de développement très importants. Leurs évolutions ont été à l'origine de nombreuses avancées technologiques dans les systèmes électrotechniques. Ainsi par exemple, la densité spécifique des aimants permanents est-elle passée de 50 kJ/m^3 pour les AlNiCo à 320 kJ/m^3 pour les aimants Néodyme-Fer-Bor. Certains constructeurs sont en mesure de proposer des moteurs de forte puissance excités par des aimants permanents comme par exemple la société Jeumont Industrie qui fabrique des machines allant de 1800 kW à 300 tr/min jusqu'à 100 kW à 3000 tr/min pour la propulsion de navires.

Dans un dispositif comportant des aimants permanents, on note l'existence du champ \bar{B} même en l'absence de courant. Ainsi les flux sur les enroulements présentent-ils des valeurs non nulles en l'absence de tout courant. Dans le cas où les relations B(H) dans les aimants, comme dans les matériaux magnétiques, sont linéaires, l'expression (2.27) devient :

$$\Psi_k(\theta_m) = \Psi_{k0}(\theta_m) + \sum_j L_{kj}(\theta_m) i_j. \quad (2.49)$$

De la même façon, l'énergie magnétique stockée dans le convertisseur lorsque tous les courants sont nuls n'est plus nulle. On pose :

$$w_{cmag} = w_{cmag0}(\theta_m). \quad (2.50)$$

L'équation (2.45) devient alors :

$$w_{cmag}(\theta_m) = w_{cmag0}(\theta_m) + \sum_k \Psi_{k0}(\theta_m) i_k + \frac{1}{2} \sum_k \sum_j L_{kj}(\theta_m) i_k i_j. \quad (2.51)$$

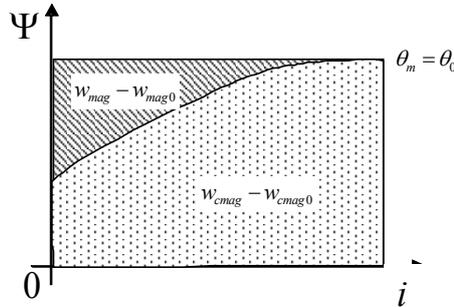


Figure 10 : Energie et co-énergie magnétique stockée dans un convertisseur comportant un aimant

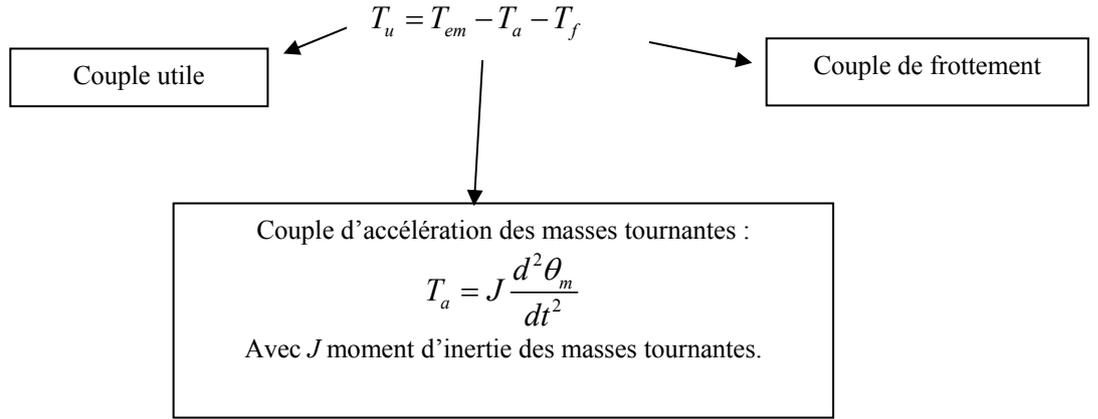
III.3 Expression du couple

III.3.1 Bilan des couples exercés sur le rotor

On décrit le comportement de la partie mécanique à l'aide d'un modèle de type « corps rigide », en considérant que le stator est solidaire d'un repère inertiel et que le mouvement du rotor ne possède qu'un seul degré de liberté.

Dans ce cas les variables associées à la partie mécanique sont θ_m la position angulaire du rotor et le moment du couple T_u . On choisit un sens de référence tel que T_u soit un couple moteur.

Alors :



Cette dernière égalité associée à (2.39) ou (2.43) permet de caractériser complètement le comportement du convertisseur.

III.3.2 Expression du couple instantané

Dans le cas d'un convertisseur sans aimant, en introduisant l'expression de w_{cmag} obtenue en (2.45) dans l'équation (2.43), le couple électromagnétique peut s'exprimer, dans le cas où les matériaux ferromagnétiques sont supposés linéaires, par :

$$T_{em} = \frac{\partial w_{cmag}}{\partial \theta_m} = \frac{1}{2} I^t \frac{\partial L(\theta_m)}{\partial \theta_m} I. \quad (2.52)$$

De la même manière, le couple électromagnétique fourni par un convertisseur polarisé s'exprime à partir de (2.43) et (2.51) par :

$$T_{em} = \frac{1}{2} I^t \frac{\partial L(\theta_m)}{\partial \theta_m} I + I^t \frac{\partial \Psi_0}{\partial \theta_m} + \frac{\partial w_{cmag0}(\theta_m)}{\partial \theta_m}, \quad (2.53)$$

avec $[\Psi_0] = [\psi_{10} \ \psi_{20} \ \dots \ \psi_{n0}]^t$.

On peut à partir de (2.53), déterminer différentes origines du couple électromagnétique dans un convertisseur polarisé :

- Le **couple électrodynamique** : il est produit par l'interaction entre les courants statoriques et rotoriques en raison de la variation des inductances mutuelles entre stator et rotor. Il correspond aux termes $i_k i_j \frac{\partial L_{kj}(\theta_m)}{\partial \theta_m}$ pour lesquels les indices j et k sont relatifs aux enroulements rotoriques et statoriques respectivement. Il peut également provenir de l'interaction des courants statoriques (*resp.* rotoriques) avec les flux induits dans ces enroulements par des aimants rotoriques (*resp.* statoriques). Il s'agit des termes $i_k \frac{\partial \psi_{k0}(\theta_m)}{\partial \theta_m}$.
- Le **couple réluctant** correspond à des termes associés aux courants circulant dans des enroulements du stator (*resp.* du rotor) en raison des variations des inductances propres et

mutuelles de ces enroulements selon la position du rotor (*resp.* stator). Ce sont les termes $i_k i_j \frac{\partial L_{kj}(\theta_m)}{\partial \theta_m}$ pour lesquels les indices k et j sont relatifs à des enroulements uniquement statoriques (*resp.* rotoriques).

- **Le couple de détente** : C'est un couple qui existe en l'absence de tout courant. Il découle de la variation du flux produit par l'aimant selon la position rotorique. Il s'agit du terme $\frac{\partial w_{cmag0}(\theta_m)}{\partial \theta_m}$.

IV Différents types de moteurs pas à pas

Sur la base de la classification introduite au paragraphe précédent, nous présentons dans celui-ci les principaux types de moteurs pas à pas.

IV.1 Convertisseurs non polarisés : Moteur à réluctance variable

IV.1.1 Principe de fonctionnement

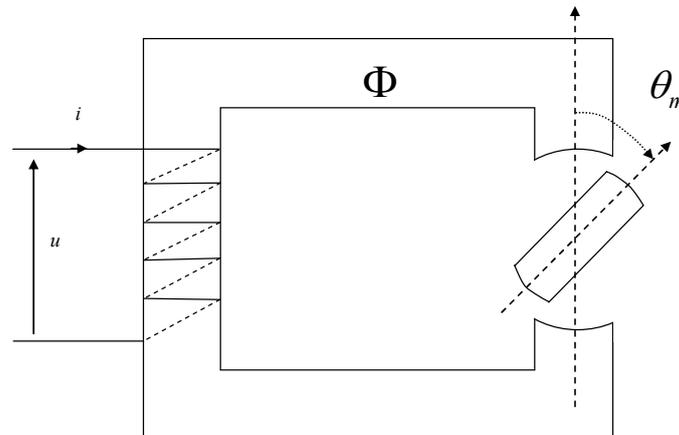


Figure 11: Circuit magnétique à réluctance variable

Considérons un circuit magnétique sans hystérésis, sur lequel on a bobiné un enroulement de n spires. Ce circuit présente une partie mobile en rotation. Sa position angulaire est repérée par l'angle θ_m comme indiqué sur la figure ci-dessus. L'expression du couple obtenue en (2.53) se réduit dans ces conditions à :

$$T_{em} = \frac{1}{2} \frac{\partial L(\theta_m)}{\partial \theta_m} i^2. \quad (2.54)$$

Nous savons également que :

$$\Psi = n\Phi = Li = n^2 \mathcal{S} i, \quad (2.55)$$

où L représente l'inductance propre de l'enroulement et \mathcal{S} la perméance totale du circuit magnétique. La section de l'entrefer varie en fonction de la position θ_m de la partie tournante. Dans notre exemple, on note que la perméance du circuit magnétique est maximale lorsque $\theta_m = k\pi$ et qu'elle est minimale lorsque $\theta_m = (2k+1)\frac{\pi}{2}$. On peut donc ainsi aisément décomposer la perméance en une série de Fourier :

$$\mathcal{S}(\theta_m) = \mathcal{S}_0 + \sum_k \mathcal{S}_k \cos(2k\theta_m). \quad (2.56)$$

En se limitant au premier harmonique, la perméance s'écrit :

$$\mathcal{S}(\theta_m) = \mathcal{S}_0 + \mathcal{S}_1 \cos(2\theta_m). \quad (2.57)$$

Donc :

$$L(\theta_m) = n^2 (\mathcal{S}_0 + \mathcal{S}_1 \cos(2\theta_m)). \quad (2.58)$$

Soit :

$$T_{em} = -2n^2 \mathcal{S}_1 \sin(2\theta_m) i^2. \quad (2.59)$$

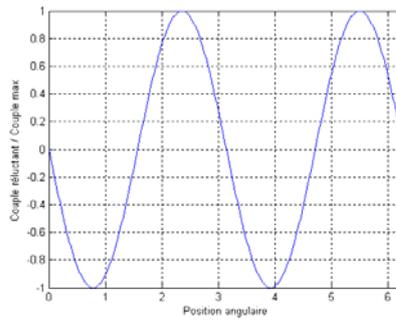


Figure 12: Couple réactant en fonction de la position rotorique

IV.1.2 Différentes réalisations

Comme le montre la *Figure 12*, un moteur construit sur le principe de la *Figure 11* possède quatre points d'équilibre dont deux sont stables comme l'indique l'équation du couple réactant (2.59). Ce moteur ne pourrait donc pas tourner. Pour réaliser un moteur capable de tourner dans les deux sens on associe trois structures du même type, décalées de $\frac{2\pi}{3}$. Chacune de ces structures est magnétiquement et électriquement indépendante. C'est le principe du moteur Multi-stack présenté *Figure 13*.

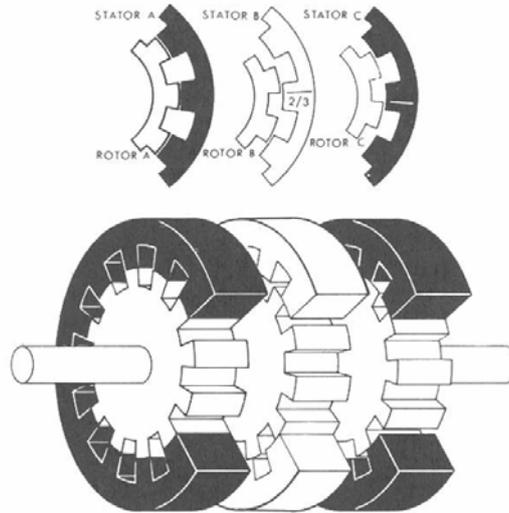


Figure 13 : moteur à réluctance variable de type multi-stack

Il est également possible de réaliser un moteur pas à pas à réluctance variable à partir d'un circuit magnétique unique comme on peut le voir sur la Figure 14. La majorité des moteurs pas à pas réluctants sont d'ailleurs construits suivant ce principe. C'est le circuit magnétique unique qui porte cette fois l'ensemble des enroulements. La Figure 14 représente un moteur triphasé, qui possède six plots au stator et quatre dents au rotor.

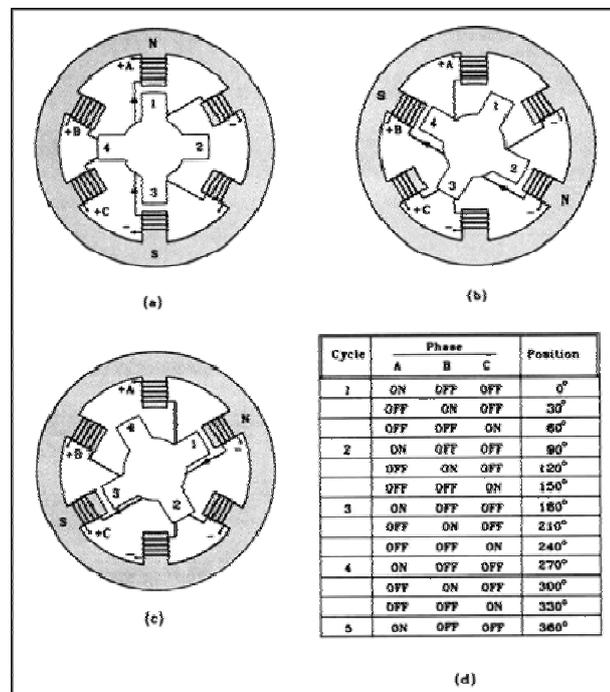


Figure 14: moteur pas à pas single - stack

IV.2 Convertisseurs polarisés

Sous cette appellation nous regroupons les moteurs pas à pas à aimant permanent et les moteurs pas à pas hybrides. En effet, ce qui différencie ces deux grandes familles de moteur pas à pas ne se situe pas au niveau de leur modélisation, mais au niveau de dispositions constructives et technologiques qui favorisent telle ou telle source de couple électromécanique.

IV.2.1 Principe

Le principe de fonctionnement des convertisseurs polarisés est relativement simple. Il s'apparente d'ailleurs à celui du moteur synchrone à pôles saillants. Le stator est constitué de plots sur lesquels sont placées des bobines. Le rotor est constitué d'un aimant permanent. Celui-ci a tendance à s'orienter suivant le champ créé par le ou les enroulements statoriques parcourus par un courant. Le nombre de paires de pôles du stator doit être compatible avec celui du rotor.

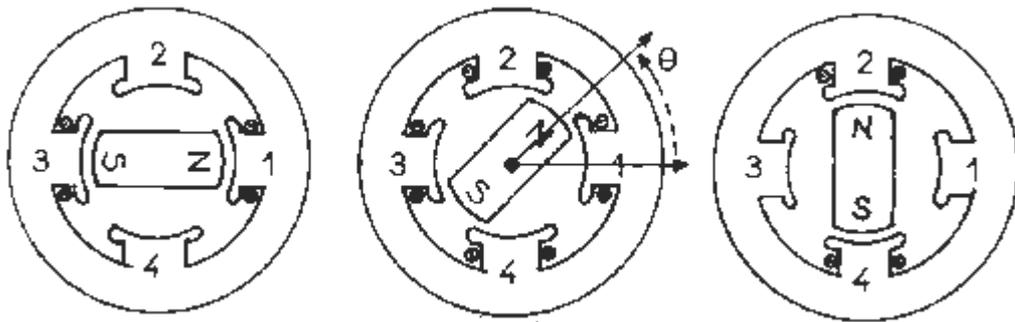


Figure 15: Schéma de principe d'un convertisseur polarisé

IV.2.2 Mise en équation

Si le principe de ce type de convertisseur reste simple, il n'en n'existe pour autant pas de schéma magnétique simple. Mais une approche analogue à celle que nous avons présentée au paragraphe précédent peut nous permettre de décrire le moteur grâce à sa matrice inductance. Plaçons nous dans le cas d'un moteur à deux enroulements α et β déphasés de $\frac{\pi}{2}$.

Pour une machine à aimant permanent, les inductances propres et mutuelles des enroulements statoriques varient en fonction de la position rotorique. Dans le cadre d'une hypothèse au premier harmonique, on peut considérer que les termes représentant les variations de ces inductances autour de leurs valeurs moyennes sont des fonctions sinusoïdales du double de l'angle électrique θ_e , ayant toute la même amplitude. La matrice inductance s'écrit alors :

$$[L] = [L_0] + [L_2], \quad (2.60)$$

avec

$$[L_0] = \begin{bmatrix} L_0 & M_0 \\ M_0 & L_0 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

et

$$[L_2] = L_2 \begin{bmatrix} \cos(2\theta_e) & \sin(2\theta_e) \\ \sin(2\theta_e) & -\cos(2\theta_e) \end{bmatrix}. \quad (2.62)$$

De plus :

$$[\Psi_{am}] = \Psi_{am} \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) \\ \sin(\theta_e) \end{bmatrix}, \quad (2.63)$$

où Ψ_{am} est le flux maximum envoyé par l'aimant à travers les enroulements. Alors en introduisant (2.60), (2.61), (2.62) et (2.63) dans (2.53), il vient :

$$T_{em}(\theta_e, i_\alpha, i_\beta) = -\Psi_{am} (i_\alpha \sin \theta_e - i_\beta \cos \theta_e) + L_2 \left((i_\alpha^2 - i_\beta^2) \sin 2\theta_e + 2i_\alpha i_\beta \cos 2\theta_e \right). \quad (2.64)$$

En observant l'expression (2.64), nous distinguons le couple lié à l'aimant, fonction θ_e , et le couple réductant fonction de $2\theta_e$. Dans le cas où le rotor n'est constitué que d'aimants sans pièce polaire, les inductances de la machine sont quasiment constantes et ce second terme devient négligeable.

Dans ce qui précède, nous n'avons pas tenu compte de la variation de la réductance de l'aimant en fonction de la position rotorique et le modèle que nous venons d'établir ne prend donc pas en compte le couple de détente lié à la variation de la perméance externe de l'aimant en fonction de la position du rotor θ_m .

Compte tenu des propriétés de symétrie du moteur, si l'on se contente une fois encore d'une expression au premier harmonique, la co-énergie magnétique de l'aimant, c'est-à-dire la co-énergie du convertisseur en l'absence de courant peut se mettre sous la forme :

$$w_{cmag0}(\theta_m) = w_{cmag0} + w_{cmag1} \cos(2mZ_r\theta_m), \quad (2.65)$$

Avec m le nombre de paires de plots statoriques, Z_r le nombre de dents au rotor et w_{cmag0} la valeur moyenne de la co-énergie de l'aimant. Dans le cas qui nous intéresse, $m=2$ soit :

$$w_{cmag0}(\theta_m) = w_{cmag0} + w_{cmag1} \cos(4Z_r\theta_m). \quad (2.66)$$

Et d'après (2.53) :

$$T_D = -K_D \sin(4Z_r\theta_m). \quad (2.67)$$

Finalement l'expression du couple du moteur pas à pas polarisé se met sous la forme :

$$T_m(\theta_e, i_\alpha, i_\beta) = K_h (i_\alpha \sin Z_r\theta_m - i_\beta \cos Z_r\theta_m) + K_r \left((i_\alpha^2 - i_\beta^2) \sin 2Z_r\theta_m + 2i_\alpha i_\beta \cos 2Z_r\theta_m \right) - K_D \sin(4Z_r\theta_m). \quad (2.68)$$

La figure suivante représente les couples du moteur pas à pas dans le cas de l'alimentation d'une seule des deux phases statoriques.

Enfin l'expression (2.63) nous permet de mettre en évidence la force contre électromotrice :

$$[E] = \begin{bmatrix} e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} = \frac{d[\Psi_{aM}]}{dt} = Z_r \Psi_{aM} \Omega_m \begin{bmatrix} -\sin(Z_r \theta_m) \\ \cos(Z_r \theta_m) \end{bmatrix}. \quad (2.69)$$

Le moteur hybride présente l'avantage d'associer le phénomène de la réluctance variable à une excitation par aimant permanent. Dans la majorité des moteurs hybrides courants les aimants sont situés sur le rotor. Ce type de moteur pas à pas est probablement le plus répandu industriellement.

IV.3 Modèle d'état du moteur pas à pas à aimant permanent

Nous pouvons grâce à ce qui précède construire un modèle d'état du moteur pas à pas à aimant permanent que nous allons utiliser dans la suite de notre étude. Pour ce faire nous avons retenu le vecteur d'état $[X]$ de dimension 4 :

$$[X] = \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ \theta_m \\ \Omega_m \end{bmatrix}, \quad (2.70)$$

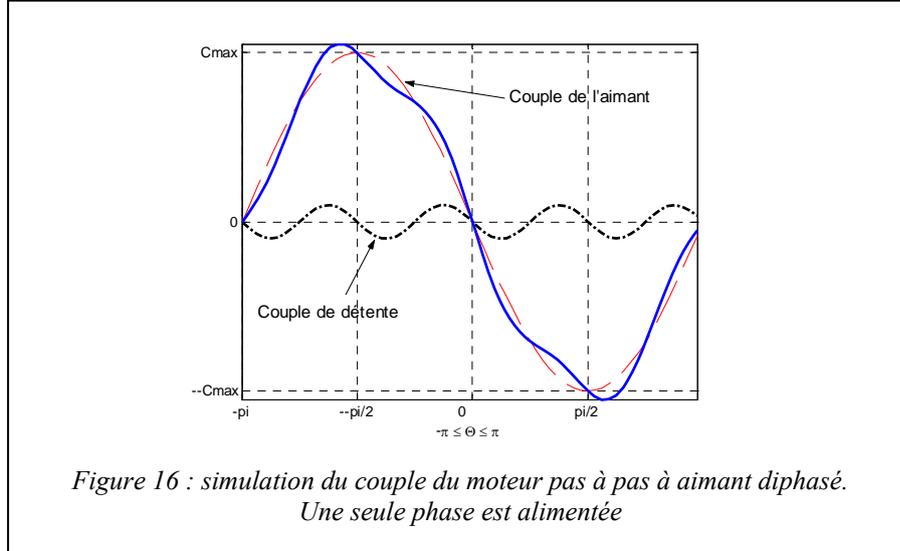
où i_α et i_β sont les courants statoriques, θ_m la position angulaire du rotor et Ω_m sa vitesse angulaire.

En appliquant le principe fondamental de la dynamique au rotor du moteur pas à pas, il vient :

$$J \frac{d\Omega_m}{dt} = T_{em} - T_c - f\Omega_m. \quad (2.71)$$

Dans le cas d'un moteur à aimant permanent et en introduisant l'expression (2.68) dans laquelle on néglige la contribution de la réluctance variable à la création du couple électromécanique, l'expression (2.71) devient :

$$J \frac{d\Omega_m}{dt} = K_h (i_\alpha \sin Z_r \theta_m - i_\beta \cos Z_r \theta_m) - K_D \sin(4Z_r \theta_m) - T_c - f\Omega_m. \quad (2.72)$$



A partir de ces mêmes hypothèses et en négligeant de plus l'influence des inductances mutuelles, on obtient en explicitant la loi de Faraday (2.13) :

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + L \begin{bmatrix} \frac{di_\alpha}{dt} \\ \frac{di_\beta}{dt} \end{bmatrix} + K_e \Omega_m \begin{bmatrix} -\sin(Z_r \theta_m) \\ \cos(Z_r \theta_m) \end{bmatrix}. \quad (2.73)$$

Dans le cas où le moteur est alimenté par deux tensions en quadrature, on a :

$$\begin{cases} u_\alpha = E \cdot \text{sign} \left(\cos \frac{2\pi t}{T_c} \right) \\ u_\beta = E \cdot \text{sign} \left(\sin \frac{2\pi t}{T_c} \right) \end{cases}. \quad (2.74)$$

Finalement nous obtenons à partir de (2.72) et (2.73) le modèle d'état élémentaire du moteur pas à pas à aimant permanent :

$$\begin{cases} \dot{i}_\alpha = -\frac{R}{L} i_\alpha + \frac{K_e}{L} \Omega_m \sin(Z_r \theta_m) + \frac{U_\alpha(t)}{L} \\ \dot{i}_\beta = -\frac{R}{L} i_\beta - \frac{K_e}{L} \Omega_m \cos(Z_r \theta_m) + \frac{U_\beta(t)}{L} \\ \dot{\theta}_m = \Omega_m \\ \dot{\Omega}_m = -\frac{K_h}{J} i_\alpha \sin(Z_r \theta_m) + \frac{K_h}{J} i_\beta \cos(Z_r \theta_m) - \frac{K_d}{J} \Omega_m \sin(4Z_r \theta_m) - \frac{f}{J} \Omega_m - \frac{T_c}{J} \end{cases} \quad (2.75)$$

C'est ce modèle que nous simulerons dans le prochain chapitre.

V Conclusion

Dans ce chapitre, après avoir rappelé les principes fondamentaux de l'électromagnétisme nous avons étape par étape reconstruit le modèle bien connu du moteur pas à pas à aimant permanent. Notre objectif était ici de présenter les très nombreuses hypothèses simplificatrices sous-jacentes.

Ces hypothèses sont essentiellement de deux ordres. Certaines sont relatives au principe fondamental même de fonctionnement du convertisseur. Dans ce cas ce sont généralement des hypothèses lourdes comme par exemple négliger les phénomènes non linéaires tels que la saturation ou l'hystérésis dans les matériaux ferromagnétiques. D'autres sont des hypothèses à caractère technologique ou constructif comme par exemple le fait de négliger l'incidence des inductances mutuelles ou des phénomènes de réluctances dans le moteur à aimant permanent.

Dans tous les cas, on comprend bien que le modèle obtenu en (2.75) est un modèle simple, voire même simpliste. Cependant nous allons démontrer dans le chapitre suivant, grâce à ce modèle minimaliste que les dynamiques expérimentales complexes généralement observées et rarement analysées ne sont pas le fait d'épiphénomènes mal modélisés ou ignorés mais, au contraire, la manifestation de dynamiques chaotiques intrinsèques, dues au principe même de ce type de convertisseur électromécanique.

Banc d'acquisition automatisé



En ce qui concerne les phénomènes macroscopiques, il n'y a pas et il ne peut pas y avoir d'expérience qui permettent d'affirmer que ces phénomènes obéissent à la loi de causalité ; en effet, la succession, causale en apparence, des phénomènes macroscopiques (...) n'a certainement pas d'autre origine que la loi des grands nombres, indépendamment du caractère causal ou acausal des lois régissant les processus élémentaires, c'est-à-dire des véritables lois de la nature.

Von Neumann (Fondements mathématiques de la physique quantique)

BANC D'ACQUISITION AUTOMATISE

<u>I. SPECIFICATIONS</u>	<u>51</u>
<u>II. ARCHITECTURE ET DIMENSIONNEMENT</u>	<u>53</u>
II.1. DESCRIPTION FONCTIONNELLE	53
II.2. LA CARTE D'ACQUISITION	54
II.3. LA CHAINE DE MESURAGE	58
<u>III. DEVELOPPEMENT DES OUTILS LOGICIELS</u>	<u>61</u>
III.1. INTEGRATION A L'ENVIRONNEMENT PC	61
III.2. MODIFICATION DU DEVICE DRIVER :	61
III.3. GESTION LOGICIELLE	66
<u>IV. PREMIERS RESULTATS</u>	<u>69</u>
<u>V. SOURCES D'ERREUR</u>	<u>70</u>
<u>VI. CONCLUSION</u>	<u>72</u>

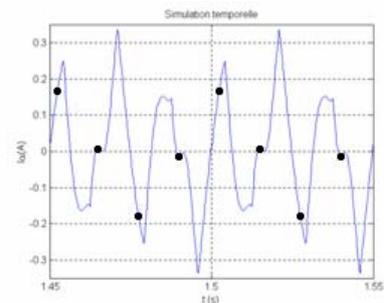
I. Spécifications

Compte tenu des propriétés mathématiques du chaos présentées au *chapitre 1* et du modèle simplifié que nous avons présenté au *chapitre 2*, la mise en évidence de dynamiques chaotiques ne peut se satisfaire d'une approche exclusivement simulée et passe nécessairement par une observation expérimentale, indispensable à une validation sans équivoque des dynamiques obtenues par simulation.

Après avoir spécifié les performances du banc d'acquisition dans la première partie de ce chapitre, nous présentons dans la seconde son architecture ainsi que les éléments du dimensionnement qui permettent de les atteindre. La troisième partie expose le développement des outils logiciels qui lui sont associés.

De quoi avons-nous réellement besoin ? Pour répondre à cette question, il faut pour le moins aborder les trois points suivants relatifs aux principales contraintes fixant les spécifications essentielles.

- L'acquisition :
 - Fréquence d'acquisition : Le banc doit être en mesure d'acquérir un échantillon du courant dans chacune des phases « α » et « β » du moteur à chaque période de la commande. Dans ces conditions, la fréquence maximum de l'échantillonnage reste relativement modeste puisque les premières études numériques ont montré qu'une fréquence de 100Hz pour la tension d'alimentation du moteur permettait largement de visualiser toutes les dynamiques intéressantes. Cela correspond à une fréquence de commande, donc d'échantillonnage maximum de 400 Hz, (quatre pas par période de la tension d'alimentation), ce qui n'est en aucun cas un facteur technologiquement limitant.
 - Synchronisation de l'échantillonnage : Comme nous l'avons vu dans le chapitre 1 introductif au chaos, il est essentiel que les échantillons soient synchrones de l'excitation du système afin par exemple de pouvoir étudier les diagrammes de bifurcations de ce dernier. Dans notre cas, il faudra donc que la commande de trigger de l'échantillonnage soit parfaitement synchrone avec les tensions de commande du moteur.
- Bruit de mesure : Un autre paramètre essentiel à prendre en compte se trouve être l'immunité au bruit. Il ne faut pas en effet que la dynamique chaotique soit noyée dans un bruit de mesure important. Le rapport signal sur bruit admissible dans ces circonstances est très difficilement quantifiable. Aussi, comme nous allons le voir, la chaîne analogique d'acquisition a-t-elle été particulièrement soignée. De plus, nous avons également cherché à identifier des sources de bruits spécifiques et potentiellement gênantes qui ont fait l'objet d'un traitement adapté visant également à réduire leur influence.



- Durées d'acquisition : Le banc de mesure doit permettre d'effectuer des acquisitions sur des durées très importantes avec la certitude de ne perdre aucun échantillon. Comme on a pu le démontrer dans le *chapitre 1*, il faudrait dans l'absolu observer le système pendant un temps infini, pour chaque valeur du paramètre de réglage (ici la fréquence), pour être certain de pouvoir observer toutes les dynamiques qu'il est susceptible de présenter. Cela n'a bien évidemment aucun sens physique expérimental. Cependant les outils d'analyse qui seront utilisés dans le *chapitre 5* nécessitent, pour fournir des résultats significatifs, des séries temporelles importantes.

D'autres éléments moins fonctionnels mais tout aussi fondamentaux ont été pris en compte. On notera entre autres l'ergonomie et la convivialité d'utilisation ainsi que le potentiel d'évolutivité du dispositif. Enfin un dernier élément de choix concernait l'interopérabilité du banc avec les différents outils disponibles au laboratoire.

Une dernière remarque s'impose. Toutes les spécifications présentées ici constituent des critères fonctionnels minimaux. Ces éléments n'ont en effet pas vocation à permettre un dimensionnement économique optimal et, comme nous le verrons ensuite, certains éléments de ce banc sont largement surdimensionnés par rapport aux spécifications. Par contre l'aspect économique de la chaîne d'acquisition a été envisagé lorsque nous avons étudié les possibilités d'implantation industrielle d'un dispositif de contrôle du chaos dans le moteur pas à pas.

II. Architecture et dimensionnement

II.1. Description fonctionnelle

Pour répondre aux contraintes exposées au paragraphe précédent nous avons conçu le dispositif expérimental suivant :

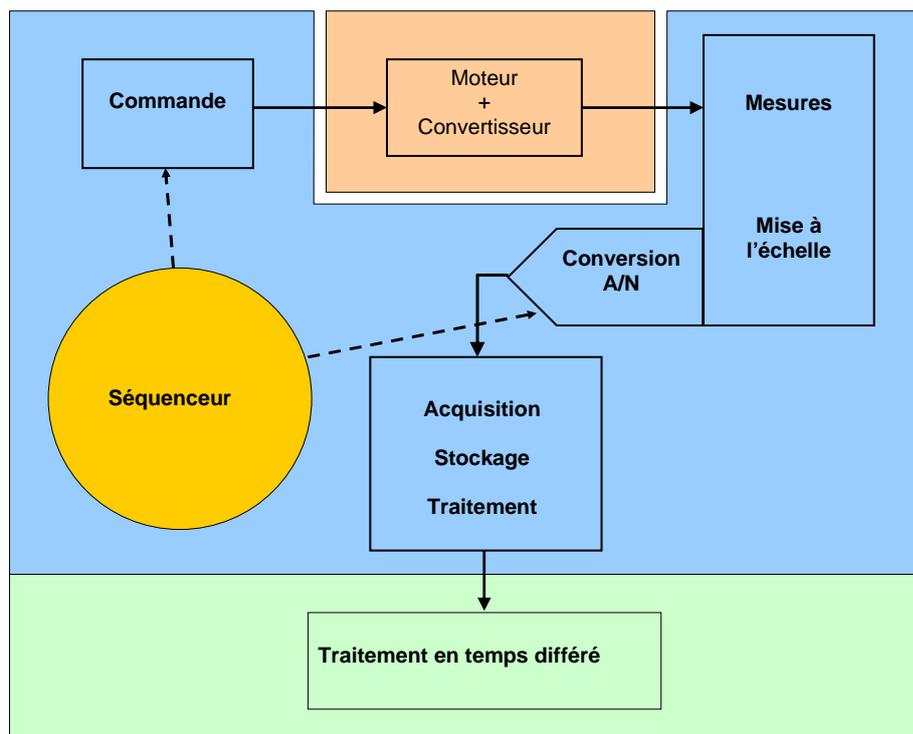


Figure 17 : Schéma fonctionnel du banc de mesures

Une observation trop rapide du schéma fonctionnel ci-dessus pourrait laisser croire que la chaîne d'acquisition est des plus conventionnelles. En réalité, une analyse plus attentive nous révèle au contraire qu'elle présente des particularités très intéressantes.

L'architecture de ce dispositif est conçue en quatre parties distinctes :

- Le moteur d'étude et son convertisseur,
- La chaîne de mesure et de conversion,
- La commande,
- Le module de post-traitement des données.

Un séquenceur garantit le fonctionnement synchrone de chacune de ces parties.

Le schéma structurel montre que le banc d'acquisition gère non seulement l'échantillonnage des mesures mais aussi la commande du moteur pas à pas. N'oublions pas en effet que l'acquisition doit être parfaitement synchrone de la commande. Le signal de commande utilisé est le signal interne de synchronisation de l'échantillonnage.

De cette première constatation en découle une seconde. La fréquence d'échantillonnage étant un paramètre de commande du moteur, elle est variable. Cette configuration atypique a nécessité d'opérer quelques modifications matérielles sur la carte d'acquisition ainsi que la réécriture partielle des pilotes systèmes afin par exemple de pouvoir explorer convenablement la dynamique du moteur pas à pas.

Pour le reste, on trouve pour la mesure des courants de phase du moteur pas à pas deux capteurs de courants à effet Hall, suivis de deux amplificateurs d'instrumentation. L'amplification des tensions de sortie des capteurs de courant permet en se rapprochant le plus possible de la dynamique maximale des convertisseurs numériques/analogiques de diminuer l'incidence du bruit de quantification. Les échantillons ainsi convertis sont ensuite stockés pour un traitement ultérieur.

II.2. La carte d'acquisition

La carte d'acquisition analogique numérique que nous avons choisie est une carte PCI-416M de marque DATEL©. Celle-ci présente en effet toutes les caractéristiques techniques recherchées. De plus elle présente l'énorme avantage d'être livrée avec l'ensemble des codes sources des pilotes permettant ainsi d'optimiser son fonctionnement sans pour autant être obligé de reprendre l'écriture fastidieuse de l'ensemble des drivers. Comme on le voit sur le schéma synoptique suivant, la carte est constituée d'un ensemble de contrôle et d'un module de conversion analogique numérique embrochable. Pour la série M, les caractéristiques essentielles, indiquées par le constructeur sont :



- Quatre voies d'acquisition synchrones 16 bits, dont la fréquence d'acquisition maximale par voie est de 200 kilos échantillons par seconde.
- Chaque voie d'entrée est constituée d'un montage suiveur réalisé à l'aide d'un amplificateur opérationnel large bande faible bruit, précédé par un filtre passif RC simple pôle.
- Dynamique maximum de la tension d'entrée comprise entre -10 et +10 volts.
- Interfaçage entre la carte d'acquisition et le PC hôte via un canal DMA sur bus PCI.
- La carte DATEL© est interfaçable avec le logiciel LabView.

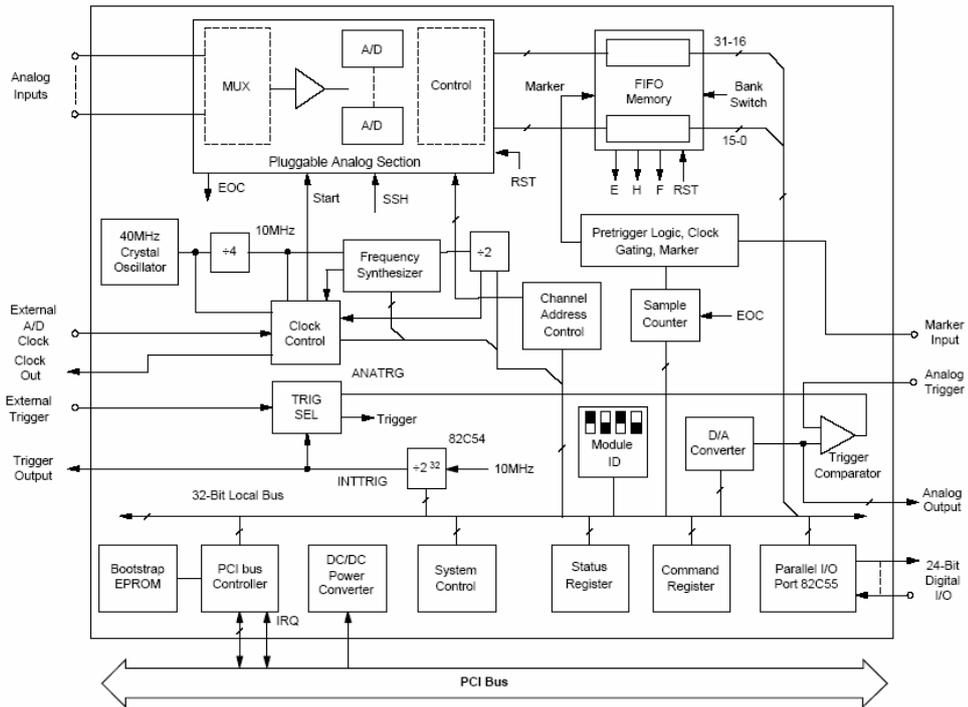


Figure 18 : schéma structurel de la carte de conversion Analogique-Numérique

Description du fonctionnement de la carte :

Bien qu'échantillonnant sur quatre voies de manière synchrone, la carte PCI416 M n'est équipée que d'un seul convertisseur analogique numérique travaillant à 800kHz. Chaque entrée de mesure est équipée d'un échantillonneur bloqueur. Les grandeurs ainsi mémorisées sont ensuite transmises au convertisseur analogique-numérique via un multiplexeur analogique qui balaie de manière cyclique les voies d'entrée. Nous avons bien ainsi une carte équipée de quatre convertisseurs analogique-numérique virtuels travaillant chacun à 200kHz. Cette fréquence de travail est constante.

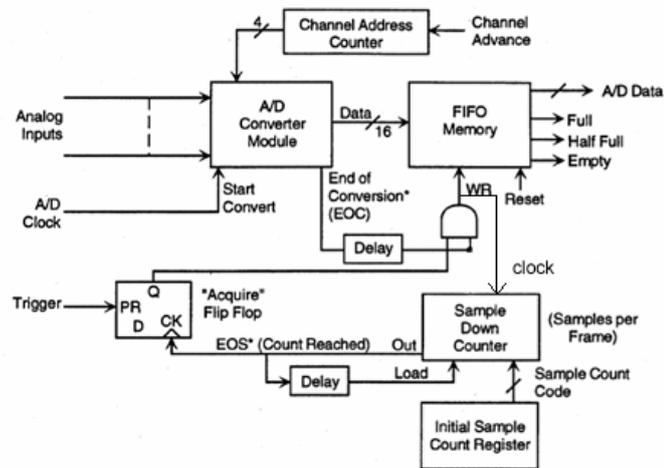


Figure 19 : Le Trigger

L'autorisation de mémorisation des données converties est fournie par un niveau logique haut sur l'entrée trigger qui force à « 1 » la sortie Q de la bascule D (Figure 19). Les conversions sont déclenchées par le signal d'horloge A/D Clock, dont la fréquence est fixe (Figure 20). Cette horloge est générée à partir d'un oscillateur à quartz à 40MHz. Lorsque la conversion est terminée un front montant apparaissant sur la sortie EOC (end of conversion) signale la fin de conversion. Ce front permet d'une part de valider l'écriture de l'échantillon converti dans la mémoire FIFO (first in first out), et d'autre part d'incrémenter le compteur d'adresses de mémoire afin de se préparer à enregistrer l'échantillon suivant dans la mémoire. La mémoire FIFO dispose de trois sorties complémentaires (Full, Half Full et Empty), qui permettent à chaque instant de gérer le risque de dépassement de capacité et donc d'éviter la perte d'échantillons.

Le nombre d'échantillons par trame dépend de la valeur initiale du décompteur d'échantillons stockée dans le registre de trame. Celui-ci est rechargé à chaque fin de trame. La trame suivante débute avec un nouveau niveau haut sur le trigger. La technique d'acquisition par trame facilite grandement la mise au point et la fiabilisation du dispositif expérimental. En effet, dans ces conditions, l'acquisition des données ne dépend d'aucun système micro programmé au temps de cycle souvent incertain, généralement source d'erreurs de timing difficilement identifiables. Le nombre d'échantillons par trame n'est limité que par la résolution du compteur d'échantillons qui est de 24bits, soit 16 Méga échantillons par trame.

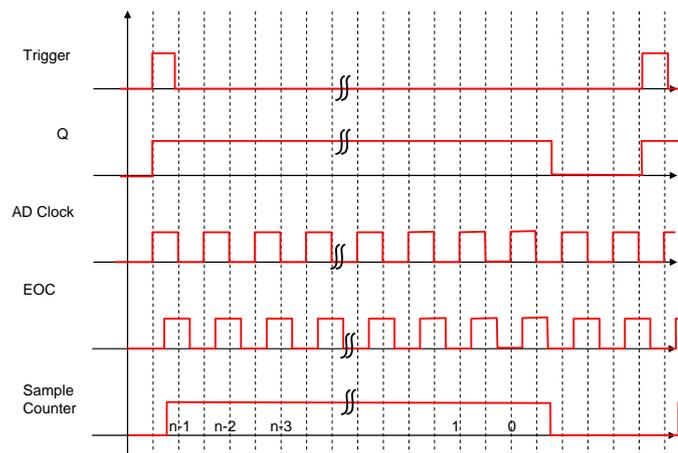


Figure 20 : Timing du compteur d'échantillons

Le signal de déclenchement (Trigger) peut être généré de différentes manières comme on peut le voir sur la Figure 22. On peut utiliser un générateur d'horloge externe (J1-13), un signal analogique externe (P2-46, 48 et 50), ou un signal de déclenchement interne (ce qui est notre cas). La sélection entre ces trois entrées se fait grâce à un multiplexeur numérique. L'horloge de déclenchement interne est générée à partir d'un créneau à 10 MHz, issu de l'horloge à 40MHz utilisée pour générer l'horloge d'échantillonnage et donc synchrone de cette dernière. Le 10 MHz est ensuite divisé par un compteur-timer programmable (le 82C54) afin de permettre le réglage de la fréquence de déclenchement. Nous verrons à ce propos dans le paragraphe suivant comment nous avons été amenés à modifier les dlls de contrôle de la carte pour que la fréquence de trigger, qui est donc dans notre cas devenue aussi la fréquence de commande du moteur, puisse évoluer avec une résolution convenable (qui soit au moins du dixième de hertz) sur toute la gamme intéressante de fréquences d'étude soit environ de 10 Hz jusqu'à 500 Hz au maximum.

A ce stade, une mise au point s'impose. Ce que nous appelons dans cette partie fréquence d'échantillonnage correspond effectivement à la fréquence à laquelle fonctionne le convertisseur analogique numérique. Par contre ce que nous avons appelé fréquence d'échantillonnage dans le paragraphe deux de ce chapitre et qui est aussi la fréquence de commande du moteur pas à pas correspond en fait à la fréquence du signal de trigger. Pratiquement nous avons opéré un sous échantillonnage, c'est-à-dire qu'à chaque déclenchement du trigger la carte opère des acquisitions à la fréquence de l'horloge AD Clock. Le choix de la fréquence réelle de conversion AD Clock résulte d'un compromis :

- plus cette fréquence est élevée, plus le risque de dépassement de la capacité de la FIFO est important
- mais plus la fréquence est élevée, plus l'instant de mémorisation de l'échantillon est précis.

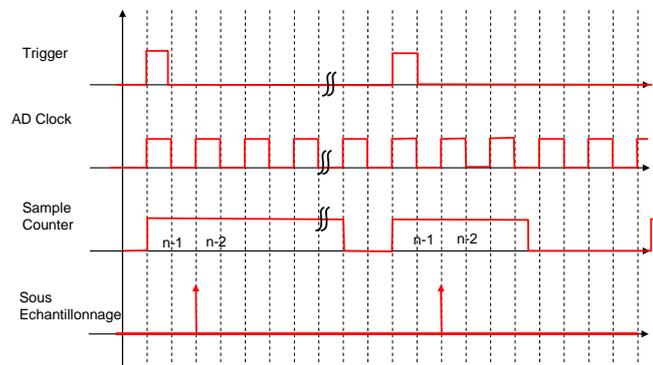


Figure 21: Principe du sous-échantillonnage

Comme nous le verrons dans le paragraphe suivant, la fréquence retenue pour notre banc de mesures est de 50 kHz. Le sous échantillonnage nous permet d'éliminer les valeurs des échantillons acquis au voisinage de la commutation de l'alimentation, permettant ainsi de s'affranchir de tous les bruits générés par l'électronique de puissance de la commande.

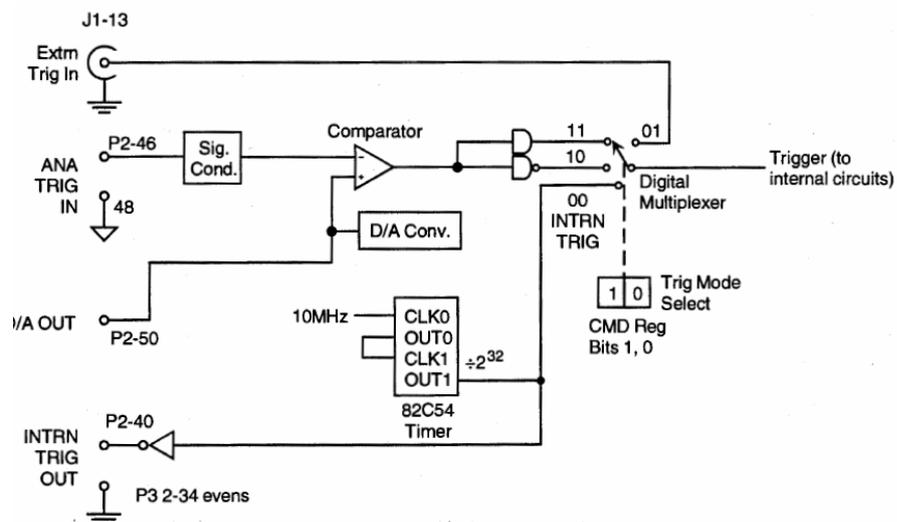


Figure 22 : Sélection du mode de déclenchement

II.3. La chaîne de mesure

La chaîne de mesure doit permettre l'acheminement des images des courants I_α et I_β des phases statoriques du moteur pas à pas, jusqu'à la carte de conversion analogique numérique.

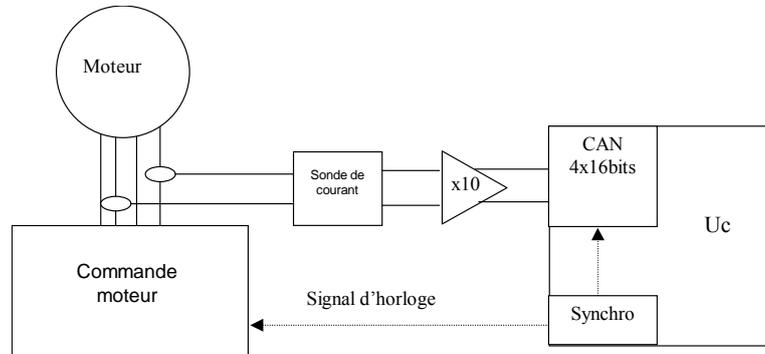


Figure 23 : La chaîne de mesure

Les sondes de courant utilisées sont des sondes de marque *Tektronix* ayant une bande passante qui s'étend du continu à une fréquence maximum de 50 MHz.

En sortie des sondes de courant le signal est appliqué à un amplificateur d'instrumentation avant d'être acheminé vers le convertisseur analogique numérique afin, comme nous l'avons indiqué plus haut de limiter au maximum l'incidence du bruit de quantification en se rapprochant le plus possible de la dynamique maximum de l'entrée de ce dernier.

Il est important de ne pas confondre un amplificateur d'instrumentation et un amplificateur opérationnel. En effet, bien que les deux dispositifs fonctionnent suivant le même principe, les différences technologiques sont majeures.

Ainsi, contrairement à un amplificateur opérationnel, dont le gain est fixé à l'aide de résistances externes, le gain d'un amplificateur d'instrumentation est fixé par un réseau de résistances internes, très précisément ajustées et isolées des entrées. De cette façon, les impédances des entrées différentielles sont rigoureusement identiques, indépendantes du gain du système et ont typiquement une valeur de l'ordre de $10^9 \Omega$, contrairement à un amplificateur opérationnel comme on peut le voir sur la Figure 24.

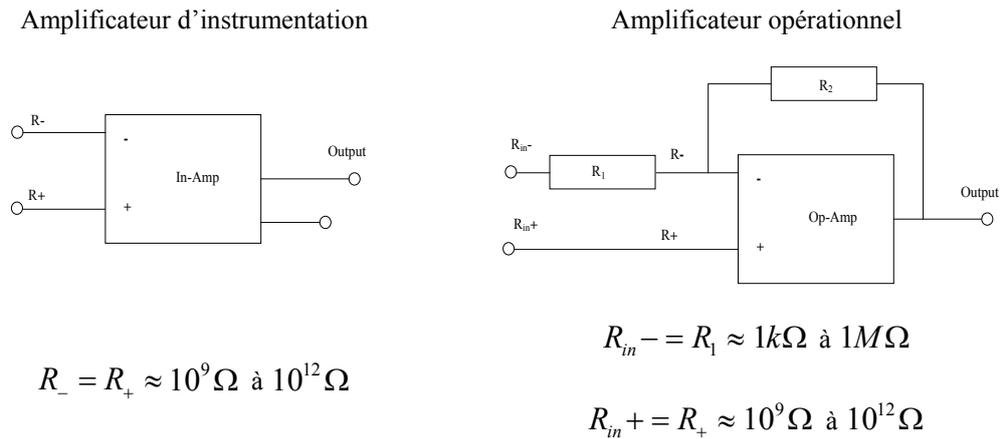


Figure 24 : caractéristiques d'entrées des Op-Amp et In-Amp

Cela a pour conséquence de garantir la précision du gain, ainsi qu'un taux de réjection du mode commun important, généralement compris pour ce type de dispositif entre 70 et 100 dB. Enfin l'intégration de l'ensemble des composants sur un même substrat, simplifie grandement la conception du circuit imprimé et limite le nombre de connexions et de soudures, c'est-à-dire la sensibilité du dispositif aux perturbations rayonnées. Naturellement les propriétés intrinsèques de l'amplificateur d'instrumentation ne sont pas une garantie absolue de qualité, encore faut-il prendre un minimum de précaution dans la réalisation avec, comme on peut le voir sur le schéma du circuit imprimé de la Figure 25, un important plan de masse, contribuant lui aussi à immuniser au mieux notre amplificateur contre les perturbations rayonnées. Le dernier point sur lequel nous avons pu intervenir dans ce domaine est le câblage des entrées sorties.

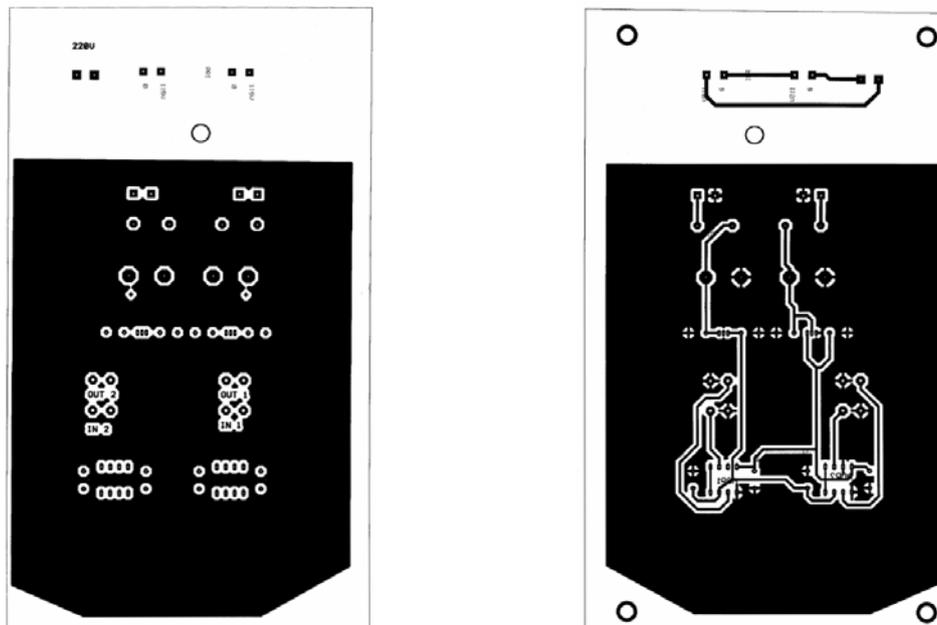


Figure 25 : Circuit imprimé de l'amplificateur d'instrumentation

Les derniers éléments que nous avons pu optimiser concernent l'alimentation, et particulièrement le filtrage du réseau, afin de nous prémunir cette fois d'éventuelles perturbations conduites. Le schéma de l'ensemble est présenté *Figure 26*.

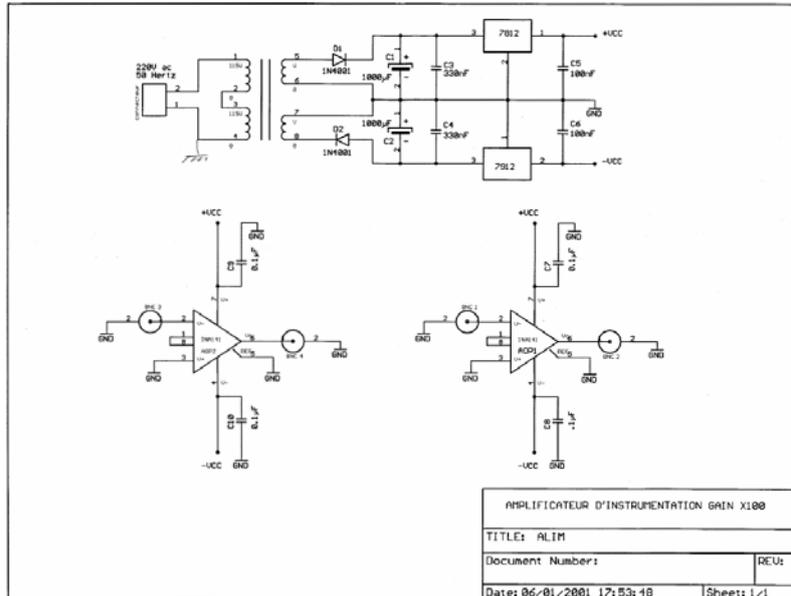


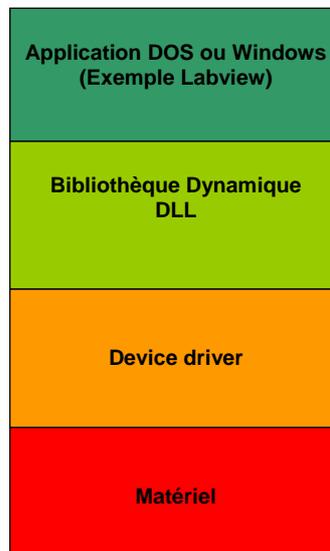
Figure 26 : Schéma de l'amplificateur d'instrumentation

III. Développement des outils logiciels

III.1. Intégration à l'environnement PC

L'intégration de la carte **DATEL** à l'environnement PC se fait suivant trois couches logicielles distinctes organisant le dialogue entre l'électronique de la carte, l'architecture matérielle et logicielle du PC et les applicatifs.

- Le device driver ou pilote de périphérique est un ensemble de procédures, chargées en même temps que le système d'exploitation, permettant un dialogue de bas niveau avec l'électronique de la carte de conversion. C'est en intervenant à ce niveau que l'on peut modifier, comme nous allons le voir dans ce qui suit, le comportement de la carte.
- La bibliothèque DLL rend accessible à toute application les différentes fonctions du device driver. Cette bibliothèque permet d'effectuer un lien dynamique, c'est-à-dire au moment de l'utilisation et non à la compilation, entre les fonctions du pilote et le programme DOS ou Windows qui devra les utiliser.
- L'applicatif enfin, est en ce qui nous concerne le programme **LabView** que nous avons réalisé pour piloter la carte et automatiser les relevés de mesures.



III.2. Modification du device driver :

La figure suivante fournit l'extrait du code relatif à la configuration du trigger interne de la carte **DATEL**. C'est cette partie du pilote que nous avons été amenés à modifier pour répondre précisément à nos besoins.

```

/*****
@func set_pt_ad_clock_rate
@parm   index of board       : numéro de la carte (plusieurs cartes peuvent être installées dans un même PC
@parm trigger rate           : fréquence de déclenchement demandée
@parm actual trigger Rate    : fréquence de déclenchement obtenue, réellement produite par le hard
@rdesc (1) if error
@comm Set A/D Trigger Rate (timers 0,1)

*****/
UINT LIB_TYPE set_pt_trigger_rate(DWORD brdindex,REALTYPE ft,
                                REALTYPE *actual)
{
    DWORD count;
    UINT hword,lword;
    if( ft < 0.0) || (ft > 2.5e6) return(1); // la fréquence est comprise entre 0 et 2,5MHz
    count = (DWORD) ((10e6 /ft) + 0.5);
    if(count <= 0x1FFFEL){ // Vérifie que la valeur du compteur 0 est au moins 2
        hword = 2;
        lword = UROUND((REALTYPE)count / (REALTYPE)hword);
    }
    else{
        hword = UROUND((REALTYPE)count / (REALTYPE)0xffffL);
        lword =0xffff;
    }
    if(pci416_set_timer(brdindex, TM_CONT_TRIGGER, hword, lword) != NOERROR)
        return (1);

    if( (hword | lword) ) {
        *actual = 10.0e6 / ((REALTYPE)hword * (REALTYPE)lword);
        return(0);
    }else{
        return(2);
    }
}

```

Figure 27 : Extrait du code source original DATEL

Le signal de déclenchement est obtenu par la division de l’horloge à 10 MHz. Cette division est opérée par un compteur programmable de type 82C54, dont deux timers 16 bits sont cascades. La fréquence de sortie s’exprime donc par :

$$f_{trigg} = \frac{10MHz}{timer_0 * timer_1} \text{ où } timer_0 \text{ et } timer_1 \text{ sont les facteurs de division de chacun des deux compteurs.}$$

Naturellement, il n’y a pas unicité de la solution et deux valeurs différentes du couple (timer0, timer1) peuvent satisfaire l’équation précédente.

L’organigramme ci-dessous présente la détermination du rapport de division nécessaire pour obtenir la fréquence de trigger désirée appelée ici ft. Dans l’organigramme, les deux variables hword et lword contiennent respectivement les valeurs à placer dans le timer0 et dans le timer1.

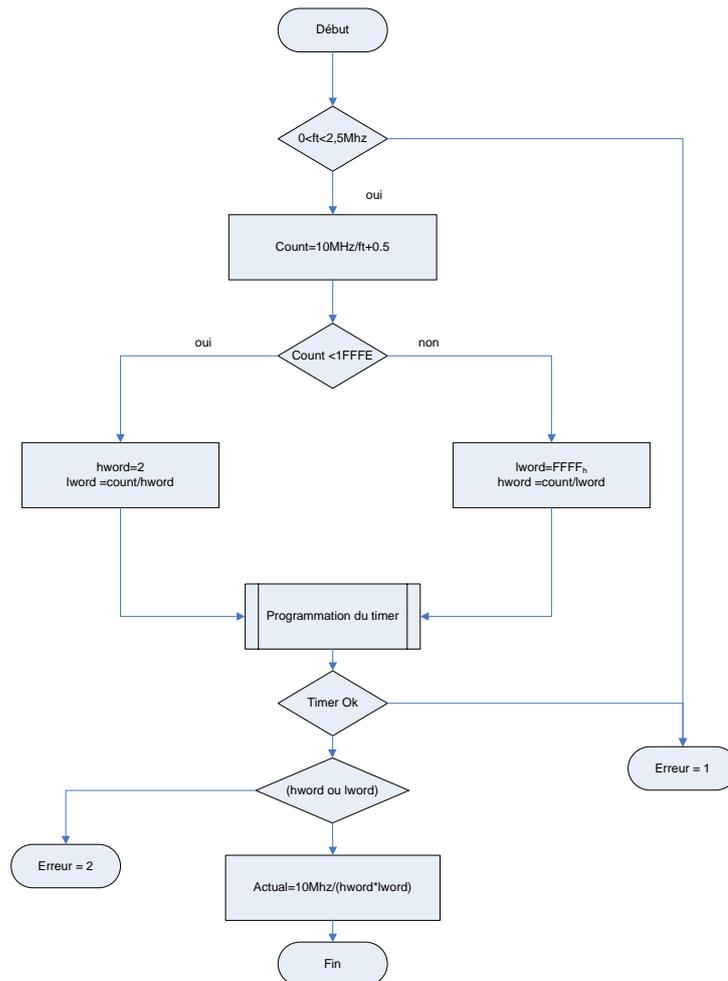


Figure 28 : Principe de détermination du diviseur

Le premier test a pour vocation de vérifier que la fréquence de trigger désirée est réalisable. La documentation constructeur indique que le facteur de division minimum par compte ne peut être inférieur à deux. Ainsi la fréquence maximum de déclenchement réalisable par notre horloge est-elle de 2,5MHz (10 MHz/4). Si la valeur demandée ne se situe pas dans cette plage de fréquence, alors le pilote retourne le code d'erreur 1. Il retourne également ce même code d'erreur dans le cas où une erreur se produit dans l'initialisation des compteurs au moment de l'appel de la fonction *pci_set_timer*.

On calcule ensuite en fonction de la valeur globale du rapport de division les deux valeurs à placer dans *timer0* et *timer1*.

Le dernier test permet de s'assurer que les deux valeurs *timer0* et *timer1* ne sont pas nulles. Le drivers retourne alors la fréquence de trigger réellement programmée. Dans le cas contraire, la fréquence demandée est impossible à réaliser et le driver retourne le code d'erreur 2.

Dans le pilote d'origine, aucune précaution particulière n'est prise pour minimiser l'erreur entre la fréquence demandée et la fréquence réellement produite. Or, comme nous l'avons indiqué en préambule, il est primordial pour nous de pouvoir balayer au moins au centième de hertz près la fréquence de commande du moteur pas à pas afin d'obtenir une résolution suffisante des relevés. C'est sur ce point qu'a porté la modification des pilotes. L'organigramme de la *Figure 29* décrit la stratégie optimisée de détermination du rapport de division des compteurs. La méthode choisie est une méthode itérative. Les bornes de recherche choisies pour *hword*, l'ont été de façon à ce que les rapports de division des deux timers soient du même ordre de grandeur sur la plage de fréquence d'utilisation courante du banc d'acquisition.

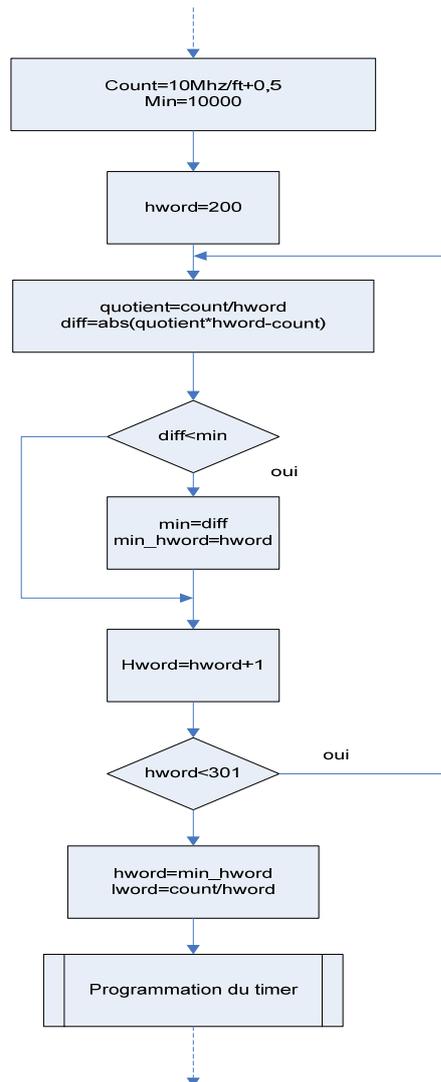


Figure 29 : Optimisation du rapport de division

L'algorithme consiste dans un premier temps, dans la gamme des valeurs autorisées pour *hword*, à trouver celle qui se rapprochera le plus possible de la division entière de count par *hword*, autrement dit, celle qui générera le plus petit reste. Une fois cette valeur identifiée, il suffit de déterminer la valeur de *lword* correspondante pour obtenir le rapport de division souhaité. Naturellement nous aurions tout à fait pu balayer l'intégralité de la plage des valeurs comprises entre 2 et 2^{16} pour *hword*, cependant cette solution nous est

apparue beaucoup trop gourmande en temps de calcul. De plus cela s'est avéré inutile car nous avons bien vérifié a posteriori que la solution retenue satisfaisait parfaitement au cahier des charges.

Le code C ainsi modifié est présenté *Figure 30*.

```
UINT LIB_TYPE set_pt_trigger_rate(DWORD brdindex,REALTYPE ft, REALTYPE *actual)
{
    DWORD count;
    UINT minhword,hword,lword;
    double diff,min,quotient;

    if( ft < 0.0 || (ft > 2.5e6)) return(1);

    count = (DWORD) ((10e6 /ft) + 0.5);
    min = 10000; // Initialisation de la boucle
    for ( hword = 200; hword < 301; hword++) // Optimisation du facteur de division
    {
        quotient=(REALTYPE)count/(REALTYPE)hword;
        diff=abs(UROUND(quotient)*(REALTYPE)hword-(REALTYPE)count);
        if(diff<min)
        {
            min=diff;
            minhword=hword;
        }
    }
    hword=minhword;
    lword = UROUND((REALTYPE)count / (REALTYPE)hword); // Configuration de la carte

    if(pci416_set_timer(brdindex, TM_CONT_TRIGGER, hword, lword) != NOERROR)
    return (1);
    if( hword | lword) { // Valeur réelle de la fréquence de trigger
        *actual = 10.0e6 / ((REALTYPE)hword * (REALTYPE)lword);
        return(0);
    }else{
        return(2);
    }
}
```

Figure 30 : Extrait du code modifié du pilote

Alors que le PC hôte, sur lequel nous avons implanté notre banc d'acquisition automatisé, fonctionne sous Windows 98 Se, le code source des pilotes avait été écrit pour le système Windows 95. Ces deux systèmes présentant des différences fondamentales quant à la gestion du matériel et à la prise en compte des interruptions, nous avons dû également adapter des portions du code relatives à l'interfaçage de la carte avec le système d'exploitation. Cependant, ces modifications n'ayant pas d'incidences directes sur les caractéristiques fonctionnelles de notre banc d'acquisition, nous n'en parlons pas davantage.

III.3. Gestion logicielle

La partie purement logicielle du banc d'acquisition a été développée sous **LabView**© 5. Le programme permet :

- d'initialiser et de configurer la carte **Datel**©,
- de placer le rotor du moteur pas à pas en position initiale,
- d'effectuer des acquisitions automatiques par lots,
- de sauvegarder sous un format adapté les données pour le post-traitement.

Le programme **LabView**, également appelé *VI* pour *virtual instrument* se décompose en différents niveaux. Le programme principal présenté ci-dessous, permet de définir le paramétrage de l'acquisition, la fréquence de départ, l'incrément de fréquence, le nombre de pas par fréquence de commande, ainsi que le nom et le répertoire de sauvegarde des données. Ce programme fait appel à deux bibliothèques, la bibliothèque *saveMat* de sauvegarde des échantillons au format numérique **Matlab** et la bibliothèque *Acq* de pilotage de la carte **Datel**.

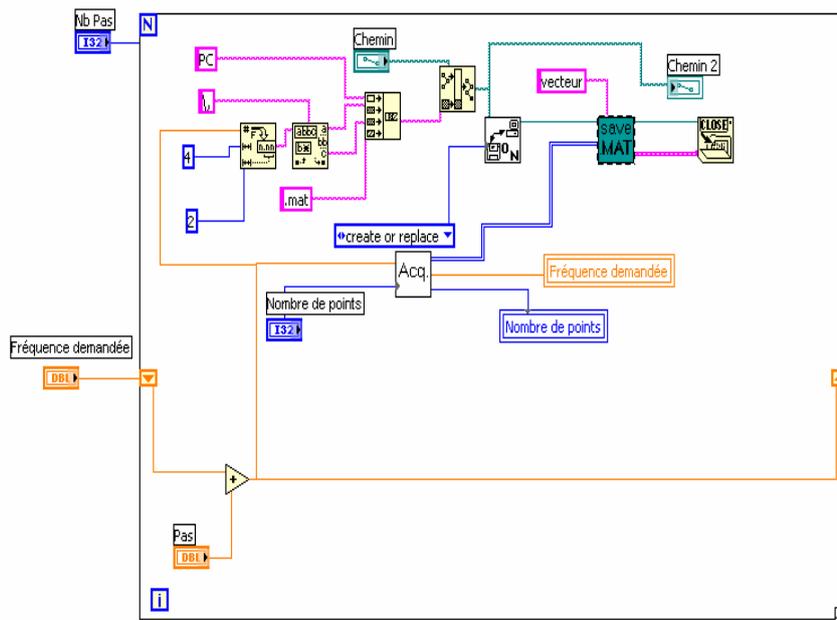


Figure 31 : Programme principal

La bibliothèque *saveMat* sert uniquement à la mise en forme des données numériques brutes issues du convertisseur analogique-numérique en données exploitables directement sous **MatLab** pour le post-traitement. Nous n'en disons donc pas davantage.

Le sous-VI *Acq*, dont le code est présenté sur les figures suivantes, est constitué d'une structure de séquence à trois niveaux. Le premier niveau assure la configuration matérielle de la carte et la mise en condition initiale du système par l'appel de VI's spécifiques à la carte **DATEL**, tels que *416Init*, *416getCaps*, etc.

En particulier on peut retenir que la carte **DATEL** a été configurée pour acquérir les données avec une fréquence d'échantillonnage de 50 kHz. Par ailleurs la carte doit mémoriser quatre échantillons par trame, c'est-à-dire quatre échantillons après chaque front montant du signal de trigger, signal également utilisé comme nous l'avons vu précédemment pour commander le moteur pas à pas.

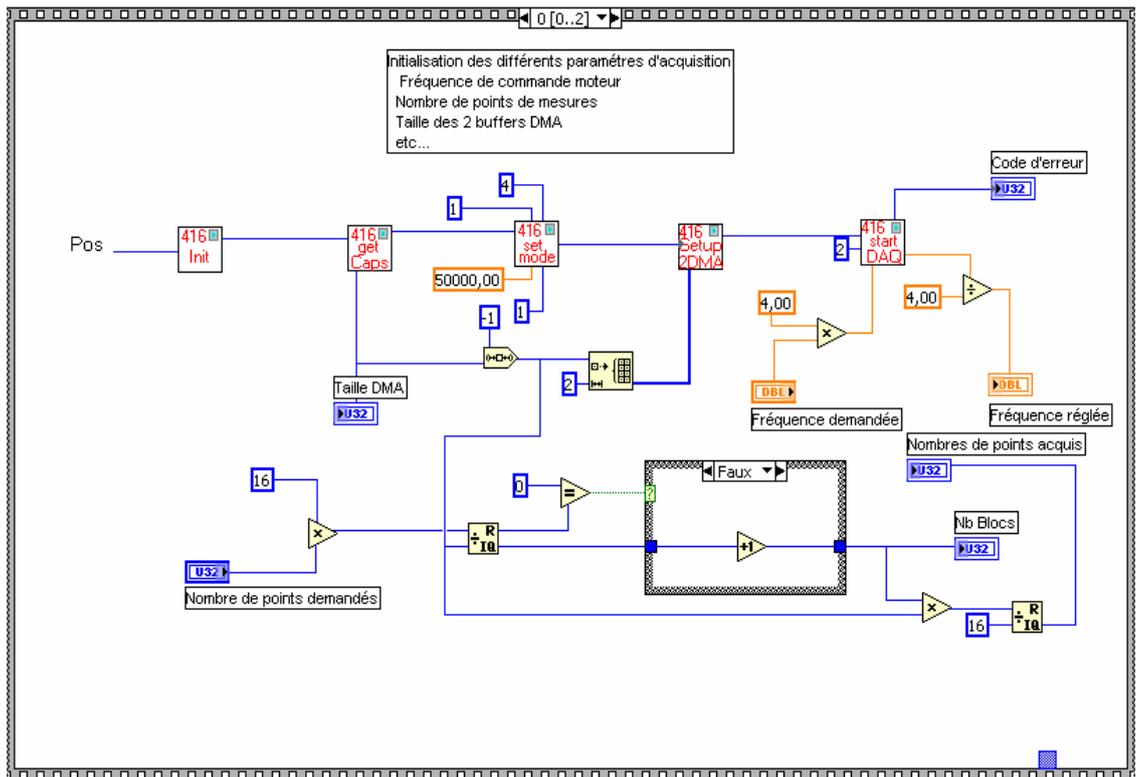


Figure 32 : Initialisation de l'application

Dans cette phase d'initialisation de la carte, nous opérons également une initialisation mécanique du banc moteur, grâce au sous-VI *POS* dont le programme est donné ci-après *Figure 33*. Dans cette partie du programme, le trigger est initialisé en mode simple déclenchement. L'application d'un front sur l'entrée trigger conduit à faire avancer d'un pas le moteur. A l'issue d'une temporisation réalisée par le sous-VI *Temp*, on effectue une acquisition de la valeur du courant. C'est la détection du passage du courant d'une valeur négative à une valeur positive qui permet d'identifier la position initiale du rotor. Cette condition a été choisie arbitrairement, le contraire était tout aussi satisfaisant, l'important étant que tous les départs d'acquisitions se fassent dans les mêmes conditions.

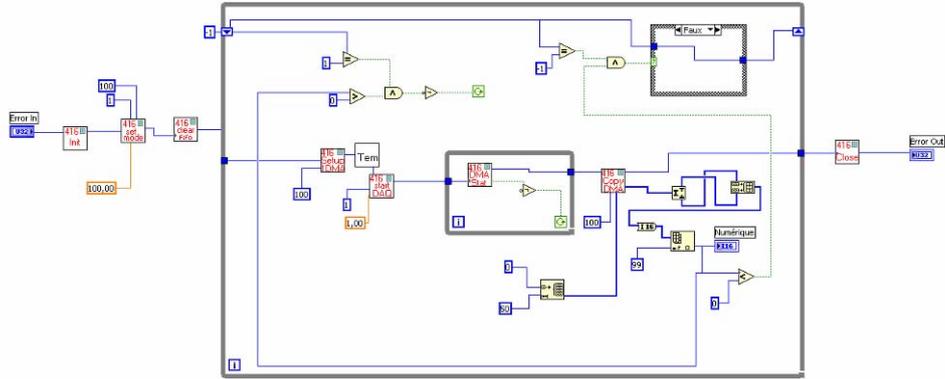


Figure 33 : Schéma bloc de la fonction de mise en position initiale

La figure suivante présente la seconde séquence du programme, c'est-à-dire la séquence d'acquisition proprement dite. On constate dans cette séquence que la carte travaille en quasi autonomie, le rôle du programme consistant pour l'essentiel à surveiller l'état du DMA et à attendre de pouvoir vider la Fifo lorsqu'elle est à moitié pleine.

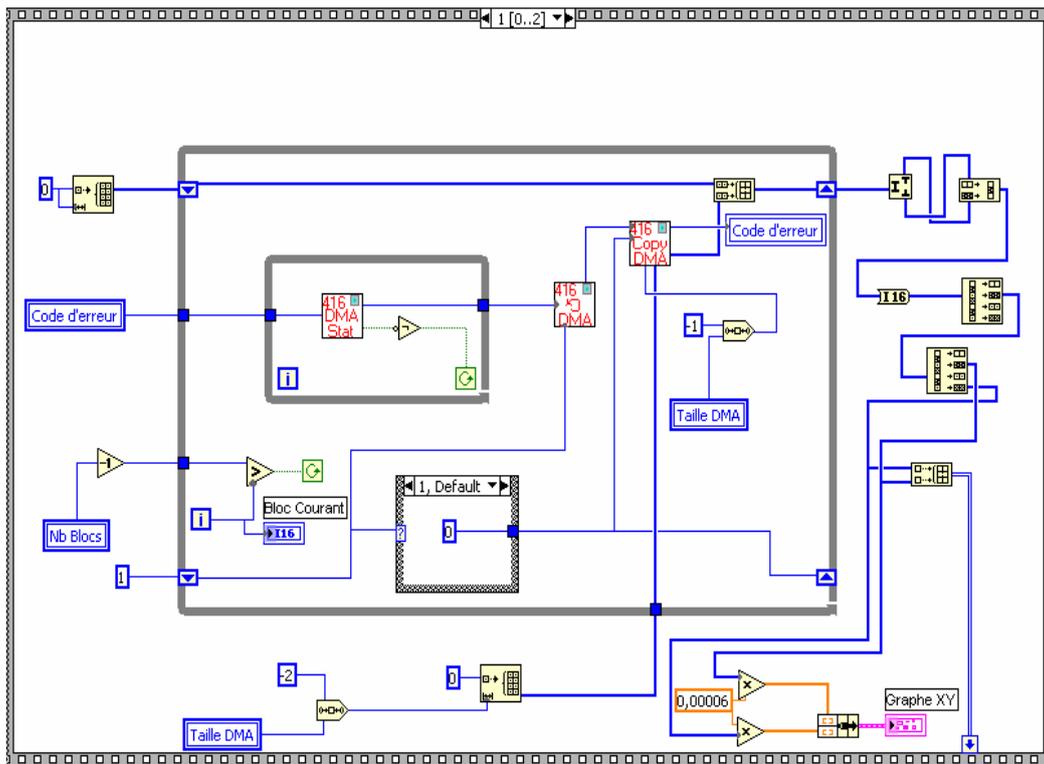


Figure 34 : Séquence d'acquisition

C'est également durant cette phase d'acquisition qu'est effectuée l'opération de pré-trig. Afin de minimiser les effets de la commutation du convertisseur d'alimentation du moteur pas à pas sur nos relevés

expérimentaux, nous avons décalé l'instant d'acquisition des différentes grandeurs du vecteur d'état par rapport à cet instant d'acquisition. C'est la raison pour laquelle nous avons décidé d'enregistrer quatre échantillons par trame. Dans la configuration actuelle du banc d'acquisition, l'échantillon mémorisé est le second acquis. C'est-à-dire que nous avons généré ainsi un retard de $20\mu\text{s}$ par rapport à l'instant de commutation ce qui s'est avéré suffisant. Sans grande modification nous pouvons étendre ce retard à $80\mu\text{s}$.

Enfin la dernière séquence, dite séquence de clôture, a pour fonction d'arrêter les déclenchements du trigger, et de stopper le DMA.

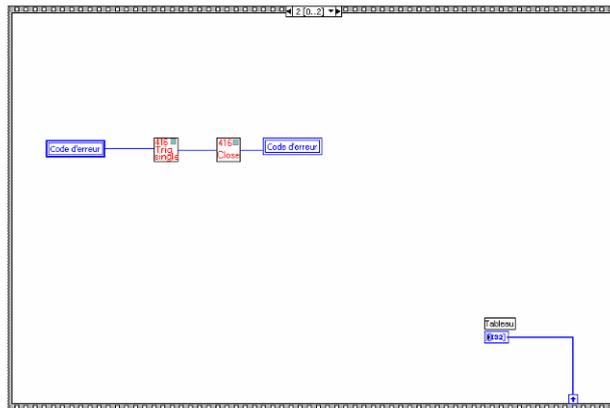


Figure 35 : Séquence de clôture

IV. Premiers résultats

Le fonctionnement entièrement automatisé des acquisitions numériques permet maintenant d'effectuer une exploration systématique et massive des dynamiques du moteur. Pour cela nous avons effectué une campagne de mesures qui nous a permis de récolter près de 3,5 Go de données. Nous avons en effet relevé les courants I_α et I_β pour des fréquences de commande s'étendant de 40 à 80 Hz par pas de $\frac{1}{100^{ème}}$ de Hz. Pour chaque fréquence, nous avons enregistré un peu plus de 100000 périodes. Ces relevés confirment comme on peut le voir sur la *Figure 36* que le banc de mesure répond au cahier des charges en ce qui concerne le niveau de bruit d'instrumentation. Sur cette figure nous avons tracé les données brutes, c'est-à-dire que les valeurs des courants n'ont pas été remises à l'échelle, mais représentent les valeurs numériques directement issues du convertisseur numérique analogique. Les abscisses sont graduées en fonction du numéro de l'échantillon.

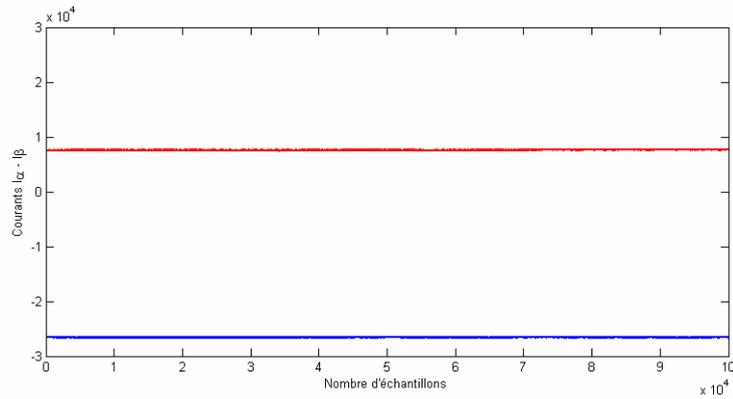


Figure 36: Relevé des courants de phase pour $f_c=41\text{Hz}$

La figure suivante correspond à la section de Poincaré dans le plan (I_α, I_β) , et semble représenter une dynamique chaotique.

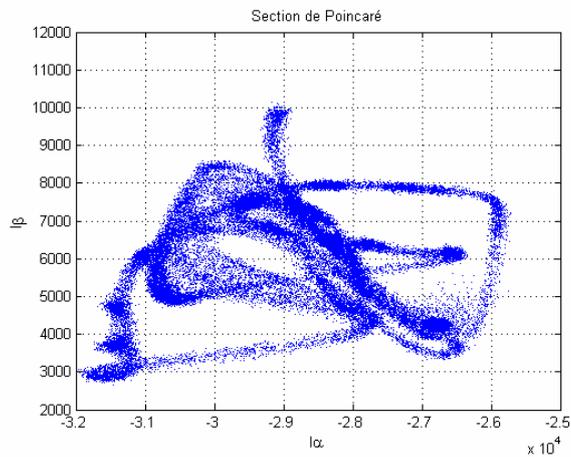


Figure 37: Section de Poincaré pour $f_c=60,04\text{ Hz}$ (données brutes)

V. Sources d'erreur

Les erreurs qui résultent des imperfections qui existent entre les données acquises et celles que l'on obtiendrait sur un dispositif exempt de bruit peuvent être classées en deux catégories :

- *Erreur de dynamique* : L'erreur de dynamique a pour conséquence de conduire le système sur une dynamique non conforme. C'est par exemple le cas pour le moteur pas à pas si le convertisseur de puissance présente des imperfections (temps de montée, retard, forme d'onde) comme on peut le voir sur la Figure 38. Les erreurs de dynamiques sont très difficilement quantifiables.

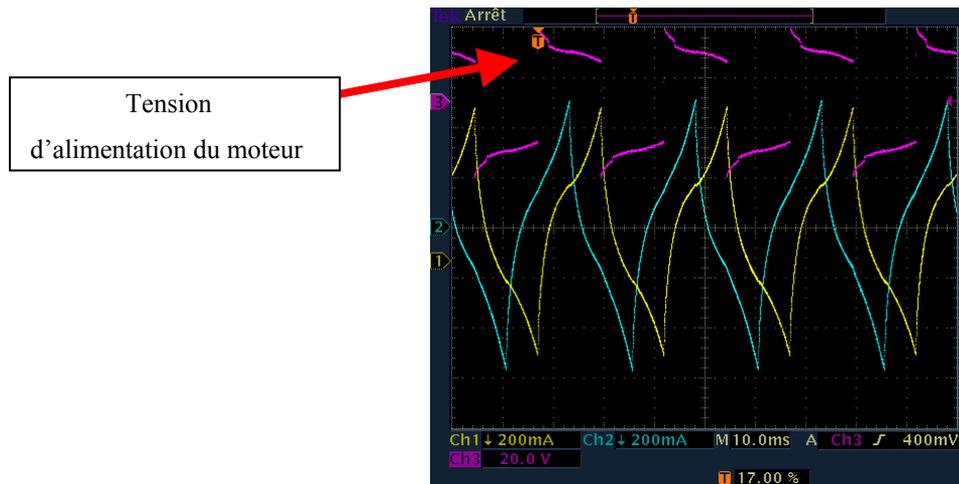


Figure 38 : Relevé de la tension et des courant statoriques pour $f_c=40$ Hz

- Erreur de mesure* : L'erreur de mesure quant à elle n'a pas d'effet sur la dynamique du système puisque nous travaillons sur un système en boucle ouverte. Elle ne débouche que sur une imprécision des données expérimentales. En ce qui nous concerne, les erreurs de mesure sont principalement dues à l'imprécision des instants d'échantillonnage (phénomène de jitter) ainsi qu'à la quantification inhérente à tout système d'acquisition numérique. Le jitter conduit à une sorte de brouillage de l'attracteur. Ainsi une trajectoire périodique peut-elle apparaître comme quasi-périodique à cause d'une forte densité de points expérimentaux dans le voisinage de la zone où se situe réellement la trajectoire périodique. Parmi les erreurs de mesure on peut également classer les phénomènes de saturation. Malgré les précautions que nous avons prises, quelques échantillons de mesures laissent apparaître ces saturations dans la plage de fréquence comprise entre 57,20 Hz et 59,70 Hz comme on peut l'observer sur la Figure 39 où l'on a représenté respectivement les valeurs minimales et maximales des courants I_α et I_β .

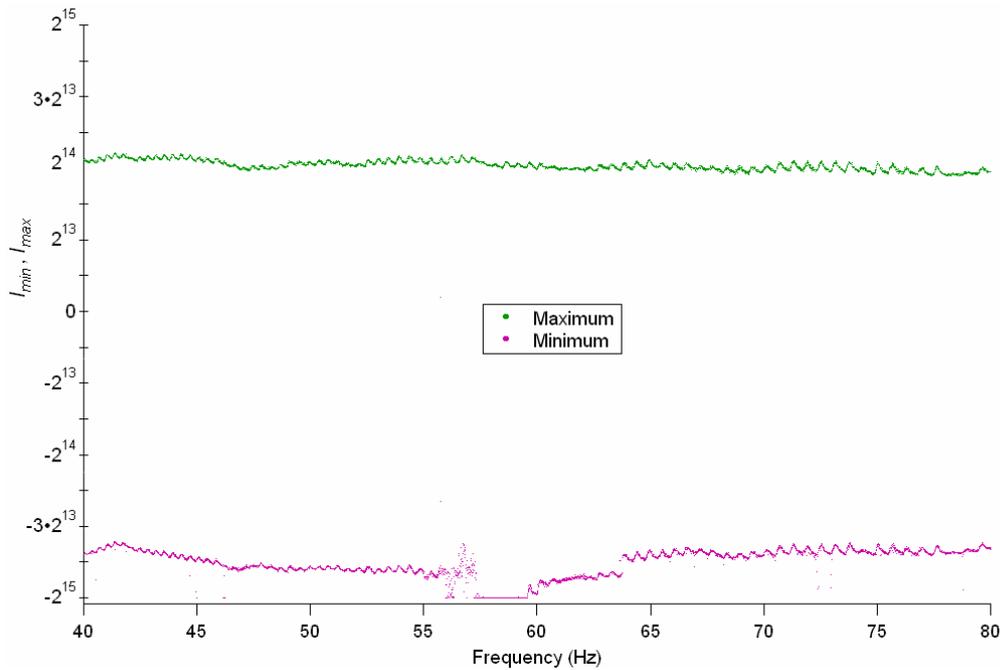


Figure 39: I_{α} minimal et I_{β} maximal (les courants sont en données brutes et pas en ampères)

Ces saturations sont dues à un dépassement de la dynamique maximale du convertisseur analogique/numérique de la carte d'acquisition du banc de mesure. Nous aurions pu modifier le gain de l'amplificateur d'instrumentation d'entrée, mais avec le risque de modifier les caractéristiques des bruits de mesure en fonction de la plage de fréquence observée. Nous n'avons pas eu à le faire dans la mesure où la saturation n'apparaît jamais simultanément sur les deux courants. En effet, dans le cadre de la théorie de la reconstruction à partir d'une série temporelle, la connaissance correcte d'une seule variable de notre système d'état est suffisante pour le reconstruire. Cela nous permet donc d'ignorer les données erronées.

VI. Conclusion

Dans ce chapitre, après avoir défini nos besoins, nous avons présenté la construction et les fonctionnalités du banc de mesure automatisé. A travers cette présentation, nous avons essentiellement mis l'accent sur les contraintes spécifiques liées à l'approche expérimentale des dynamiques chaotiques.

Nous avons spécialement soigné la mise en conditions initiales de notre système, afin d'obtenir une reproductibilité maximale des expérimentations.

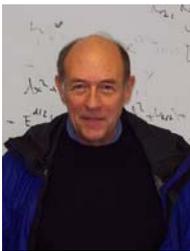
Compte tenu des dynamiques particulières que nous souhaitons étudier, nous avons également apporté une grande attention au débruitage de la chaîne de mesure.

Enfin, nous avons présenté les différentes adaptations effectuées sur la carte d'acquisition analogique numérique et son implantation dans l'environnement Microsoft Windows, afin de garantir le parfait synchronisme entre la commande du moteur et l'échantillonnage des courants et afin d'être certains de ne perdre aucun échantillon et ce quelle que soit la durée d'expérimentation.

L'observation des premiers relevés semble indiquer que le banc d'acquisition répond parfaitement à notre cahier des charges et que nous sommes en mesure de réaliser une analyse systématique des dynamiques présentées par le moteur pas à pas. Cela sera effectué au *chapitre 5*.

Auparavant nous allons décrire dans le chapitre suivant les outils de simulations qui nous permettrons, en corrélation avec notre étude expérimentale, de valider l'existence de comportements aperiodiques voire chaotiques dans le moteur pas à pas.

Simulation



Quand on connaît exactement l'état initial d'un système, on peut prévoir son évolution. Cependant la précision limitée de notre connaissance du monde fait qu'à nos yeux, celui-ci évolue vers des états imprévisibles. Cette constatation aide à mieux comprendre ce qu'est le hasard.

David Ruelle

SIMULATION

<u>I</u>	<u>INTRODUCTION</u>	77
<u>II</u>	<u>LIMITATION DES LOGICIELS GENERALISTES</u>	77
II.1	RELEVES EXPERIMENTAUX :	77
II.2	SIMULATION ET ANALYSE	78
II.2.1	LE SYSTEME D'ETAT	78
II.2.2	SIMULATION DU MODELE D'ETAT	79
II.3	DES OPTIMISATIONS INADAPTEES	82
II.3.1	UN OUTIL MAL ADAPTE AUX SIMULATIONS LONGUES	82
II.3.2	PAS DE GESTION ACCESSIBLE DE LA REPRESENTATION DES NOMBRES	82
II.3.3	METHODE D'INTEGRATION A PAS VARIABLE	82
II.3.4	DES RESULTATS DE SIMULATIONS CONTESTABLES	82
II.4	LES CAUSES DE DIVERGENCES	83
II.4.1	LA METHODE DE RUNGE-KUTTA	83
II.4.2	ANALYSE DE L'ERREUR	84
II.4.3	LES SOLUTIONS	87
<u>III</u>	<u>STRUCTURE DU PROGRAMME</u>	88
III.1	LE FICHIER MPP.CPP	89
III.2	MODELE.CPP	90
III.3	EDCHOSE.CPP	90
III.4	SECTION.CPP	91
<u>IV</u>	<u>RESULTATS</u>	92
<u>V</u>	<u>CONCLUSION</u>	93

I Introduction

La simulation numérique des trajectoires chaotiques d'un système dynamique présente de nombreuses difficultés. La principale d'entre elles est liée à l'extrême sensibilité de ces solutions aux conditions initiales ainsi qu'aux perturbations de toutes sortes. Cela implique entre autre que toute troncature numérique aboutit après une durée de simulation variable à des solutions aberrantes. Lorsqu'une solution régulière est attendue, l'émergence d'une solution aberrante de forme chaotique est facilement identifiable et peut être écartée sans ambiguïté. De plus une solution régulière (point d'équilibre, périodique, quasi-périodique, etc...) lorsqu'elle est stable présente une faible sensibilité aux conditions initiales, et les erreurs de calcul liées à la représentation informatique des nombres n'engendrent qu'une erreur de précision sur la solution. Si elle est instable l'erreur initiale peut certes conduire à une divergence de la simulation qui reste cependant liée de manière prédictible à l'erreur initiale. Dans tous les cas, ces divergences restent sans conséquence sur la nature des solutions. Par contre il est extrêmement difficile de distinguer entre deux trajectoires chaotiques celle qui correspond effectivement à la dynamique réelle du système étudié de celle qui résulte d'un artéfact de calcul ou d'algorithme. Il ne s'agit donc plus ici simplement d'un problème de précision de la trajectoire calculée car ces erreurs peuvent remettre en cause la nature même de la dynamique simulée. En conséquence, il apparaît indispensable de développer des implantations d'algorithmes de calcul spécifiquement adaptés à la détermination des trajectoires chaotiques du moteur pas à pas.

La première partie de ce chapitre s'attache, en s'appuyant sur les premiers résultats expérimentaux que nous avons obtenus, à mettre en évidence les limitations des logiciels de simulations généralistes et à justifier la remise en question des premières simulations effectuées /31/. Elle est étayée par l'identification de résultats de simulations contestables. La seconde partie propose une analyse de différentes sources d'erreurs comme la représentation informatique des nombres et de ses conséquences sur la précision des calculs, la conformation du modèle ou le choix des algorithmes de calcul. Enfin, les solutions retenues sont présentées dans la troisième partie.

II Limitation des logiciels généralistes

II.1 Relevés expérimentaux :

La *Figure 40* fournit le diagramme de bifurcation obtenu expérimentalement à partir du banc d'acquisition automatisé décrit dans le chapitre précédemment. Ce diagramme va nous servir d'élément de référence pour la caractérisation globale des dynamiques du moteur pas à pas. En plus des dynamiques « classiques », de type périodique, on observe des fonctionnements remarquables qui pourraient être de type quasi-périodique ou chaotique, comme l'avaient laissé envisager les premières simulations numériques effectuées.

Une des spécificités de l'approche expérimentale, est de mettre facilement à disposition des échantillons décrivant le fonctionnement du moteur sur de longues séquences de fonctionnement.

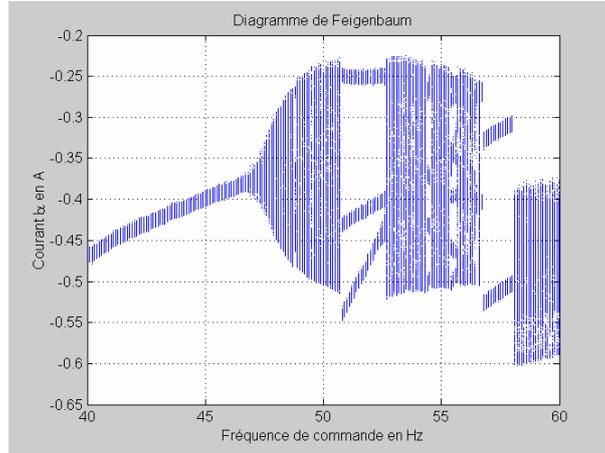


Figure 40: Diagramme de bifurcation expérimental

II.2 Simulation et analyse

II.2.1 Le système d'état

Dans le *Chapitre 2*, nous avons établi le modèle d'état du moteur pas à pas de type hybride diphasé. C'est ce modèle, rappelé ci-dessous, que nous avons utilisé pour simuler.

$$\begin{cases} \dot{I}_\alpha = -\frac{R}{L}I_\alpha + \frac{K_e}{L}\Omega_m \sin(Z_r\theta_m) + \frac{U_\alpha(t)}{L} \\ \dot{I}_\beta = -\frac{R}{L}I_\beta - \frac{K_e}{L}\Omega_m \cos(Z_r\theta_m) + \frac{U_\beta(t)}{L} \\ \dot{\theta}_m = \Omega_m \\ \dot{\Omega}_m = -\frac{K_h}{J}I_\alpha \sin(Z_r\theta_m) + \frac{K_h}{J}I_\beta \cos(Z_r\theta_m) - \frac{K_d}{J}\sin(4Z_r\theta_m) - \frac{F}{J}\Omega_m - \frac{\Gamma_c}{J} \end{cases} \quad \text{avec : } \begin{cases} u_\alpha = E * \text{sign} \left(\cos \frac{2\pi t}{T_c} \right) \\ u_\beta = E * \text{sign} \left(\sin \frac{2\pi t}{T_c} \right) \end{cases} \quad (4.1)$$

Les variables d'état sont :

- I_α et I_β les courants dans chaque phase,
- θ_m la position angulaire du rotor,
- Ω_m la vitesse angulaire du rotor,
- $f_0 = \frac{1}{T_c}$ la fréquence de commande du moteur.

Les autres paramètres du moteur sont définis ci-dessous issus de /73/ :

- Résistance d'une phase : R=45 Ohms,
- Inductance par phase : L=275mH,

- Nombre de dents rotoriques : $Z_R=12$ (soit 48 pas par tour),
- Moment d'inertie : $J=18.10^{-6}\text{kgm}^2$,
- Constantes de couple et de force électromotrice : $K_h=K_e=0,463\text{Nm/A}$,
- Constante de couple de détente : $K_d=16\text{mNm}$,
- Coefficient de frottement : $F=10^{-4}\text{Nms/rd}$,
- Couple de charge : $\Gamma_c = 0$.

II.2.2 Simulation du modèle d'état

Dans un premier temps, nous avons tout naturellement utilisé *Matlab* pour simuler le modèle d'état (4.1). Les premières simulations numériques ont permis d'identifier la grande diversité des dynamiques que pouvait présenter le moteur pas à pas en traçant par exemple le diagramme de bifurcation *Figure 41* représentant le courant I_α , courant circulant dans un enroulement statorique. Naturellement on aurait pu choisir n'importe quelle autre composante du vecteur d'état. Toutefois, en raison du sous-échantillonnage à la fréquence d'alimentation, soit 1 pas sur 4, le diagramme en θ aurait été dupliqué 12 fois le long de l'axe angulaire.

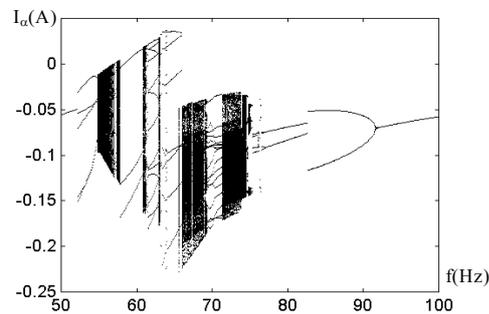


Figure 41 : Diagramme de bifurcation I_α en fonction f_c

La *Figure 42* fournit le listing du programme MatLab utilisé pour obtenir ce diagramme de bifurcation. Comme on le voit sur cet exemple, la puissance de Matlab réside essentiellement dans sa simplicité de mise en œuvre. Quelques lignes de code très simples nous ont permis d'obtenir nos premiers résultats intéressants. L'algorithme d'intégration utilisé est un algorithme de type Runge-Kutta à pas variable. Comme nous le verrons plus loin, cette particularité n'est pas des plus favorables dans l'étude qui nous intéresse mais, malheureusement, les outils proposés par Matlab ne nous laissent pas le choix.

```

%*****
% MOTEUR.M
% Simulation du fonctionnement du moteur pas à pas
% Utilisation:
%   moteur (fréquence, Yo) avec
%   fréquence: fréquence des tensions d'alimentation
%   Yo       : valeur initiale du vecteur d'état
%
% Le programme évalue 100 valeurs du vecteur d'état
% sur une période
%*****

function Sim = moteur (freq,init);

%ode45 (fonction à intégrer, intervalle de temps, valeur initiale)
options=odeset('MaxStep',1e-4,'NormControl','on');

global R L Zr J Kh Ke F Kd Cc Ualim inter frequence;
parametres; % chargement des paramètres du moteur

frequence=freq;
% on veut calculer 100 valeurs par période
inter = linspace (0,1/freq); % création d'un vecteur de 100 valeurs
% linéairement réparties entre 0 et Te

Sim=zeros (4,100); % initialisation de la variable Sim
% (optimisation du temps de calcul
[t,Sim]=ode45(@motor,inter,init,options); % intégration de Y'=dY/dt
% sur l'intervalle inter = [inf sup]
% et les conditions initiales init=YO

return;

%-----
function dydt=motor (t,Y)

% Equation du premier ordre décrivant le fonctionnement du moteur
% dans l'espace d'état

global R L Zr J Kh Ke F Kd Cc ;

dydt=zeros(4,1); %initialisation de la variable de retour pour améliorer la
vitesse de calcul
y1=(-R*Y(1)+Ke*Y(4)*sin(Zr*Y(3))+Ualpha(t))/L; %expression de Ialpha
y2=(-R*Y(2)-Ke*Y(4)*cos(Zr*Y(3))+Ubeta(t))/L; %expression de Ibeta
y3=Y(4); %expression de Teta
y4=(-Kh*Y(1)*sin(Zr*Y(3))+Kh*Y(2)*cos(Zr*Y(3))-Kd*sin(4*Zr*Y(3))-F*Y(4)-Cc)/J;
%expression de Omega
dydt=[y1; y2; y3; y4];
return;

% Calcul des tensions d'alimentation
%-----
function Ual = Ualpha(t)
global Ualim frequence;
Ual=Ualim*sign(cos(2*pi*frequence*t));
return;

function Ual=Ubeta(t)
global Ualim frequence;
Ual=Ualim*sign(sin(2*pi*frequence*t));
return;

```

Figure 42: Programme Matlab de simulation du moteur pas à pas

Pour certaines fréquences de commande du moteur, nous avons également tracé des sections de

Poincaré comme celle de la Figure 43, représentant la projection dans le plan (I_α, I_β) aux instants $t = \frac{k}{f_0}$ de la

trajectoire du vecteur d'état du moteur. Cette dernière a été obtenue pour une fréquence de commande de 55,50 Hz. Nous avons relevé ici 2000 périodes de fonctionnement du moteur. De plus, afin d'éliminer les éventuels transitoires, nous avons supprimé les 100 premières périodes de fonctionnement. A cette fréquence, le moteur présente une dynamique quasi-périodique. Projeté dans un espace à 3 dimensions, la structure torique de cet attracteur apparaîtrait clairement /30/.

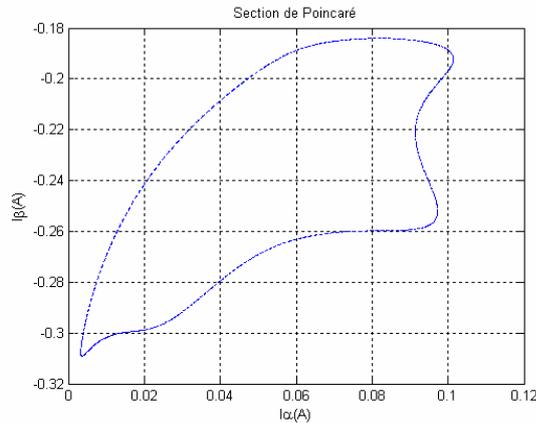


Figure 43: Section de Poincaré simulée avec Matlab : $f_0 = 55.50$ Hz

Les résultats de ces premières simulations semblent cohérents avec les premières observations expérimentales. Cependant pour aboutir à ce résultat, le temps de calcul est supérieur à 7 minutes. Il est donc parfaitement impossible d'envisager obtenir des diagrammes de bifurcation avec un nombre de périodes suffisant pour balayer finement les dynamiques du moteur pas à pas pour une fréquence donnée et avec un pas de fréquence satisfaisant. A titre d'exemple, en se satisfaisant de 2000 périodes par fréquence chacune simulées sur plus 100 pas d'intégration, un tel diagramme de bifurcation qui explorerait la plage de fréquence de 45 Hz à 85 Hz par pas de 0,1 Hz nécessiterait plus de 47 heures de calcul. Cela nous a conduits à analyser plus en détails nos outils de calcul.

C'est le caractère interprété et généraliste du langage Matlab ainsi que la puissance relativement limitée des PC dont nous disposons qui représentent de véritables handicaps face à la complexité et surtout la quantité des calculs à effectuer. Aussi nous sommes nous naturellement tournés vers d'autres moyens de calcul, plus puissants et mieux adaptés à nos besoins. Disposant d'un compte au Crihan (centre de ressources informatiques de haute Normandie), qui a mis à notre disposition les ressources de son calculateur vectoriel *Illiac 8*, nous avons choisi de développer nos outils de simulation et d'analyse en C objet. Un autre intérêt de cette démarche, qui pouvait initialement paraître annexe et marginale, est de nous rendre, moyennant une recompilation, parfaitement libres de la plateforme système utilisée, ce qui se révèle aujourd'hui fort pratique. En effet, nous utilisons les codes sources développés pour le Crihan, sur des PC fonctionnant sous Linux et nous envisageons à moyen terme d'effectuer un portage vers Windows.

II.3 Des optimisations inadaptées

II.3.1 Un outil mal adapté aux simulations longues

La première difficulté rencontrée est relative au temps de calcul. En effet le langage Matlab est un langage interprété et non compilé. Cela mobilise une puissance de calcul énorme uniquement pour la transformation du code Matlab en code directement interprétable par la machine. Même s'il est vrai que le modèle simulé comme les algorithmes de calcul n'est pas d'une grande complexité, la nécessité de disposer de simulations sur de grandes durées débouche rapidement sur des temps de calcul prohibitifs.

II.3.2 Pas de gestion accessible de la représentation des nombres

Matlab est un outil de simulation destiné au plus grand nombre, et surtout aux non informaticiens. De ce fait toute l'algorithmique interne est scrupuleusement cachée à l'utilisateur final. De ce fait, il est impossible d'avoir une quelconque maîtrise sur la façon dont les algorithmes utilisés gèrent la représentation des nombres et en particulier tout ce qui concerne les arrondis ou les troncatures. De la même manière il est impossible de gérer la conformation des modèles pour les adapter au mieux à la stratégie de calcul des algorithmes d'intégration afin de limiter par exemple l'incidence de dynamiques numériques importantes dans les valeurs de paramètres.

II.3.3 Méthode d'intégration à pas variable

Cette stratégie de choix du pas d'intégration est imposée par Matlab et ne peut donc pas être maîtrisée par le programmeur. Le seul paramètre de réglage dont dispose ce dernier concerne le choix de la valeur maximale du pas d'intégration. Or les dynamiques chaotiques se satisfont mal de cette technique d'optimisation. Une possibilité pour limiter son influence consiste à choisir une valeur maximale très faible pour le pas d'intégration, ce qui a pour conséquence d'augmenter le nombre d'itérations à chaque période de calcul et donc d'alourdir les temps de calcul, de faire travailler sur de très petites valeurs numériques, et donc d'être confronté aux problèmes de dynamique et enfin de multiplier les sources d'erreurs liées aux arrondis et aux troncatures.

II.3.4 Des résultats de simulations contestables

Tout cela ne serait que pure conjecture si ce n'était en plus confirmé par des résultats de simulation très contestables.

II.3.4.A L'incidence du nombre de périodes

Lorsque nous avons voulu simuler le comportement du moteur sur des durées de fonctionnement plus importantes, nous avons découvert des comportements tels que celui présenté *Figure 44*. Ces dynamiques particulières n'apparaissent pas sur les relevés expérimentaux.

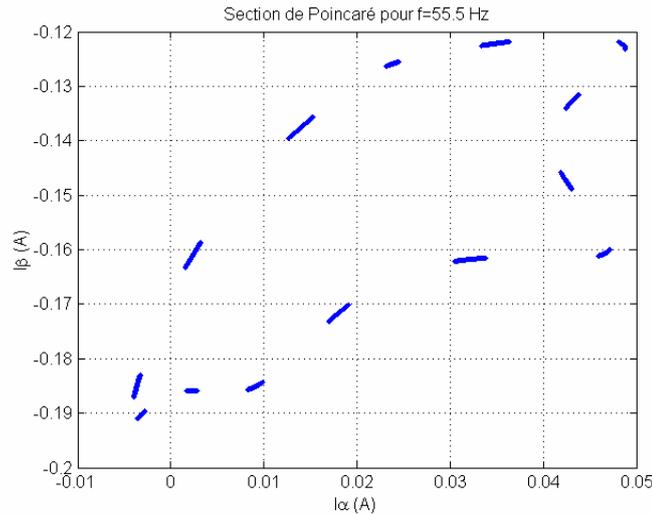


Figure 44: Section de Poincaré relevée pour 5000 périodes à $f_0=55.50$ Hz

II.3.4.B L'incidence du pas

En cherchant à vérifier la validité des simulations précédentes, nous avons essayé d'agir sur la valeur du pas de calcul. Cette fois, c'est la dynamique même du système chaotique simulé qui change, comme dans le cas de la Figure 45 où l'on simule 5000 périodes de fonctionnement du moteur avec 120 pas de calcul par période. Le système semble présenter ici un comportement quasi périodique dédoublé.

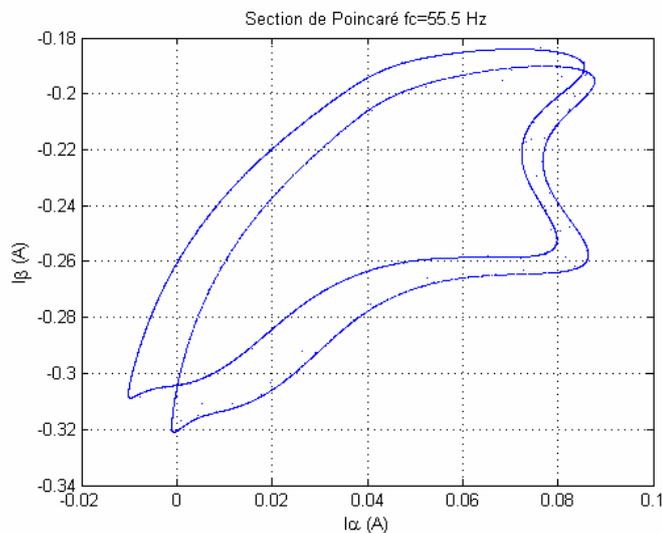


Figure 45: Section de Poincaré obtenue avec 120 pas d'intégration par période, $f_0=55.50$ Hz

II.4 Les causes de divergences

II.4.1 La méthode de Runge-Kutta

Sans entrer dans des détails théoriques [77] [79] [80], on rappelle brièvement le principe de la méthode de Runge-Kutta afin de mettre en évidence ses limites. Cette méthode est probablement la plus employée. Elle

découle directement de la méthode d'Euler mais a l'avantage de converger beaucoup plus rapidement. Disposant de la description d'un système sous la forme d'un modèle d'état,

$$\dot{x} = f(t, x), \quad (4.2)$$

on évalue grâce à la méthode de Runge-Kutta la suite $(x_i)_{i \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} t_{i+1} = t_i + h \\ x_{i+1} = x_i + hm_{RK} \end{cases}, \quad (4.3)$$

avec :

$$m_{RK} = \frac{1}{6}(m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4) \quad \text{et} \quad \begin{cases} m_1 = f(t_i, x_i) \\ m_2 = f\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{h}{2}m_1\right) \\ m_3 = f\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{h}{2}m_2\right) \\ m_4 = f(t_i + h, x_i + hm_3) \end{cases}. \quad (4.4)$$

Il existe d'autres méthodes d'approximation de $x(t_0 + h)$ partant de $x(t_0) = x_0$. Toutes ces méthodes présentent des variantes à pas variable visant à optimiser la valeur du pas de calcul en fonction de critères liés à la précision d'une part et à la vitesse de calcul de l'autre [78]. Nous verrons cependant plus loin que ces raffinements ne conviennent absolument pas à notre problématique.

II.4.2 Analyse de l'erreur

Lors de la recherche d'une solution approchée de $x = u(t)$ d'une équation différentielle vérifiant $u(t_0) = x_0$, l'erreur au bout de n pas de calcul peut s'écrire :

$$\varepsilon_n(h) = u(t_n) - x_n. \quad (4.5)$$

De façon intuitive, on conçoit très bien que ε_n dépend du pas d'intégration h , du nombre de pas de calcul, des propriétés de la fonction intégrée et naturellement de la méthode utilisée.

Il existe deux sources d'erreurs :

- Erreurs dues à la méthode d'intégration,
- Erreurs dues à la représentation informatique des nombres que l'on appelle aussi l'erreur d'arrondi.

II.4.2.A L'erreur due à la méthode d'intégration :

La méthode de Runge-Kutta est une méthode d'ordre 4. Cela signifie que l'erreur commise lors de l'estimation peut se mettre sous la forme :

$$\varepsilon(h) = Ch^p \text{ avec } p=4 \text{ et } C \text{ une constante.} \quad (4.6)$$

On constate donc ici que la première idée venant à l'esprit pour réduire l'erreur commise durant l'évaluation consiste tout simplement à réduire la valeur du pas de calcul. Dans l'absolu, on pourrait d'ailleurs imaginer qu'un pas de calcul infiniment petit pourrait nous procurer une précision infinie sur la simulation en faisant abstraction d'un autre problème critique : le temps de calcul. Mais ce n'est malheureusement pas aussi trivial car il nous faut également tenir compte de la représentation informatique des nombres.

II.4.2.B L'erreur d'arrondi

Du point de vue mathématique toute valeur $x \in \mathbb{R}$ peut s'écrire sous la forme :

$$x = \varepsilon mb^e, \quad (4.7)$$

où $\varepsilon = \pm 1$ est le signe de x , m la mantisse illimitée, e l'exposant signé, b la base de représentation. Si de plus on impose la double inégalité :

$$\frac{1}{b} \leq m < 1 \text{ pour tout } x \neq 0, \quad (4.8)$$

alors le triplet (ε, m, e) définit x de manière unique dans une base b donnée. Il s'agit de la représentation normalisée de x en virgule flottante. Sur un ordinateur, toute valeur x est représentée en virgule flottante normalisée codée sur un nombre fixe et fini N de chiffres binaires (bits). Le standard généralement utilisé est le format IEEE754 proposé en 1985 par W. Kahan /81/ qui définit deux niveaux de précision :

- simple précision codé sur 4 octets (32 bits),
- double précision codé sur 8 octets (64 bits).

Ainsi $x \in \mathbb{R}$ est représenté par $X \in F$, F étant l'ensemble des valeurs représentables par la machine. On a alors $X = \varepsilon Mb^E$ où M représente la mantisse codée sur t chiffres significatifs dans la base b , E codé en nombre entier. Généralement $E=e$. Le signe de X est codé sur un bit.

L'implantation du format simple précision qui correspond à une variable de type FLOAT en C, code un nombre X suivant le triplet (ε, M, E) en base 2 de la manière suivante :

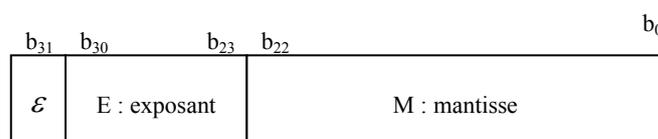


Figure 46 : Représentation d'un nombre en virgule flottante

où

- ε représente le signe : $x \geq 0 \Rightarrow \varepsilon = 0$
 $x < 0 \Rightarrow \varepsilon = 1$,
- E-127 l'exposant. E ne peut prendre que des valeurs comprises entre 1 et 254.
- M représente la partie décimale de la mantisse, car d'après (4.8), la partie entière toujours égale à 1 n'est pas codée.

X s'écrit donc sous la forme :

$$X = (-1)^\varepsilon 1, M * 2^{(E-127)}. \quad (4.9)$$

Les valeurs que l'on peut représenter à l'aide du triplet (ε, M, E) sont comprises dans l'intervalle $[1.1E^{-38}, 3.4E^{38}]$ et $[-3.4E^{38}, -1.1E^{-38}]$. Cela ne veut cependant pas dire que le calcul va se faire avec une précision de 10^{-38} . En effet, si l'on observe la mantisse des nombres ainsi représentés, celle-ci étant codée sur 24 bits (les 23 plus 1 bit pour la partie entière), cela permet de définir $2^{24} - 1$ valeurs différentes ce qui permet d'atteindre au mieux une précision de 7 chiffres significatifs. En représentation double précision, la précision est de 15 chiffres significatifs. Dans ces conditions le calcul de 1-1,00000001 a toutes les chances de donner un résultat faux.

Notons enfin qu'un nombre flottant ne peut pas représenter tous les nombres réels pour des raisons de cardinalité. Seuls sont représentables les rationnels dont la forme irréductible est $\frac{n}{2^q}$. Par exemple $\frac{1}{10} = 0.1$ qui dispose d'une écriture finie en base 10 ne possède pas de représentation exacte en binaire car $(0,1)_{10} = (0,0001\underline{10011}\dots)_2$ où le terme souligné se répète à l'infini /82/.

La *Figure 47* suivante permet de quantifier expérimentalement l'incidence de ces différentes sources d'erreur dans le cas simple de l'estimation de $\exp(2)$ connaissant $\exp(0)$, en fonction du nombre de pas de calcul et du choix plus ou moins pertinent de la valeur de ce pas.

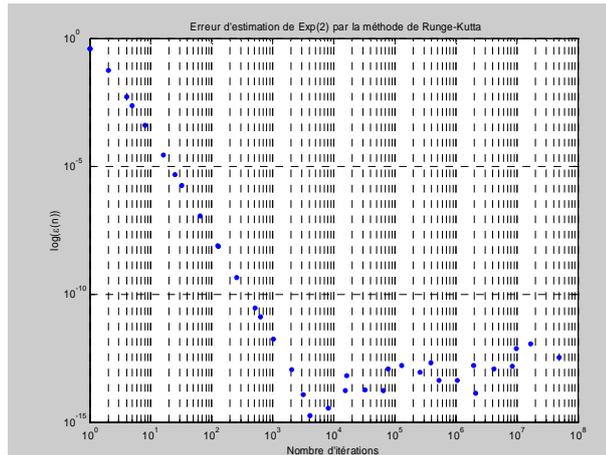


Figure 47: Erreur d'estimation

On constate que la précision de l'estimation augmente avec la diminution du pas de calcul jusqu'à une valeur limite au delà de laquelle l'erreur ré-augmente. On a atteint ici la résolution minimale du calculateur. Pour des valeurs de pas plus faibles, les résultats des calculs ne sont plus significatifs car du même ordre de grandeur que la précision de la machine. Les indications obtenues ici ne sont que des éléments de réflexion sans relation quantitative directe avec le système chaotique qui nous intéresse. En effet, l'incidence des erreurs de calcul sur l'intégration de $\dot{x} = x$ sont sans commune mesure avec celles engendrées par la simulation du moteur pas à pas. Par contre les sources d'erreur et les méthodes pour en réduire l'importance peuvent être déduites de ce qui précède.

II.4.3 Les solutions

Pour tenir compte de toutes les remarques précédentes, nous avons mis en place les stratégies suivantes.

II.4.3.A Pas de calcul disposant d'une représentation entière en binaire

On a l'assurance lors du calcul du temps à partir de l'expression (4.3) que l'erreur liée à la troncature du pas dans sa représentation informatique en virgule flottante ne se propage pas.

II.4.3.B Adaptation du modèle

La conformation de notre modèle (4.11) est faite à deux niveaux. Nous avons tout d'abord choisi des variables d'état réduites (4.10). Cela n'a pas d'incidence directe sur les calculs opérés, mais permet de garantir que les valeurs numériques que l'on ajoute les unes avec les autres sont bien dans des ordres de grandeurs compatibles avec la résolution du codage des nombres utilisés.

Le deuxième aspect beaucoup plus fondamental est le changement de l'échelle des temps opéré par le changement de variable $t' = f_0 t$. En opérant ainsi, nous pouvons à la fois assurer un choix judicieux du pas d'intégration et le maintenir constant quel que soit la fréquence de simulation. Aucune erreur de troncature ou d'arrondi ne se propagera sur le calcul du temps et le nombre de pas par période reste constant lui aussi. D'autre part, c'est la seule solution qui nous assure d'une génération parfaitement symétrique de la tension de commande (autant de points par période à +E qu'à -E).

Posons :

$$\mu = -\frac{R}{L}, \quad \rho = \frac{K_e}{EZ_r}, \quad \lambda = -\frac{K_d Z_r}{J}, \quad \gamma = \frac{K_h Z_r E}{JL} \text{ et } \varphi = -\frac{F}{J}. \quad (4.10)$$

De plus on effectue le changement de variable $t' = f_0 \cdot t$ dans (4.1).

On obtient alors le système d'état équivalent :

$$\begin{cases} \dot{I}_{\alpha n} f_0 = \mu I_{\alpha n} + \rho \Omega_n \sin \theta_n + U_{\alpha n} \\ \dot{I}_{\beta n} f_0 = \mu I_{\beta n} - \rho \Omega_n \cos \theta_n + U_{\beta n} \\ \dot{\theta}_n f_0 = \Omega_n \\ \dot{\Omega}_n f_0 = -\gamma I_{\alpha n} \sin \theta_n + \gamma I_{\beta n} \cos \theta_n + \lambda \sin 4\theta + \varphi \Omega_n \end{cases}, \quad (4.11)$$

avec les grandeurs réduites définies comme suit :

$$I_{\chi n}(t) = \frac{L}{E} I_{\chi}(t) \text{ et } U_{\chi n}(t) = \frac{1}{E} U_{\chi}(t) \text{ avec } \chi \in \{\alpha, \beta\}$$

$$\theta_n(t) = Z_r \theta_m(t), \text{ et } \Omega_n(t) = Z_r \Omega_m(t).$$

L'application de toutes ces mesures aboutit à un résultat tout à fait satisfaisant comme on peut l'observer sur la *Figure 48* qui représente la trajectoire obtenue pour une fréquence de la tension d'alimentation 55,50 Hz. La durée de fonctionnement représentée ici est de 10000 périodes chacune découpées en 256 points.

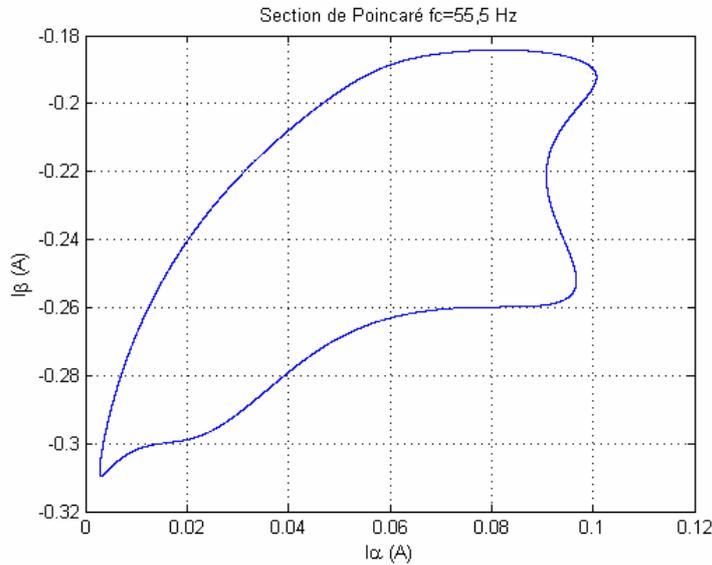


Figure 48: Simulation optimisée

III Structure du programme

A partir des éléments présentés ci-avant, nous avons écrit différents outils de simulations et de traitement des données simulées. Le noyau central de cet outil est le programme de simulation du moteur pas à

pas. Ce programme est organisé en plusieurs fichiers ou modules. Il est écrit en C++. L'organigramme suivant reprend le nom et la hiérarchie des différents fichiers sources.

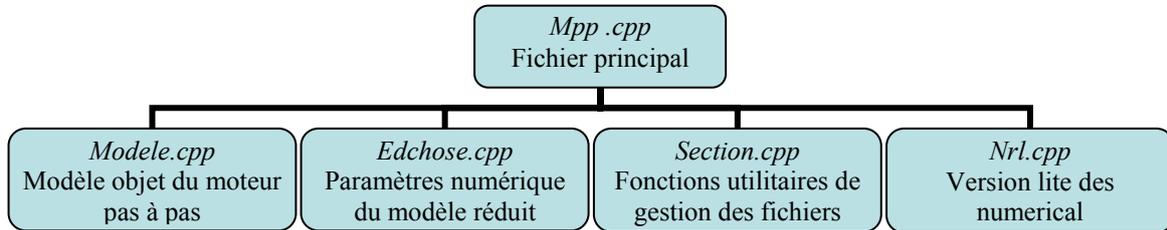


Figure 49: Structure du programme de simulation

A ces fichiers, il faut ajouter un fichier qui doit être présent dans le même répertoire que celui de l'exécutable, dont le nom est « *param.dat* ». Ce dernier fichier est un fichier au format texte, qui contient tous les paramètres de configuration de la simulation.

Le programme permet de générer deux types de résultats :

- section de Poincaré pour une plage de fréquence de commande donnée,
- enregistrement de la trajectoire du vecteur d'état pour une fréquence donnée.

Dans ce dernier cas, le passage des paramètres de simulation se fait en ligne de commande.

III.1 Le fichier Mpp.cpp

Le fichier Mpp.cpp qui contient la fonction *main ()* du programme, assure le paramétrage de la simulation ainsi que le séquençage des différentes phases de calcul. Dans le cas de la détermination par lots des sections de Poincaré, l'enchaînement des différentes tâches effectuées est présenté Figure 50.

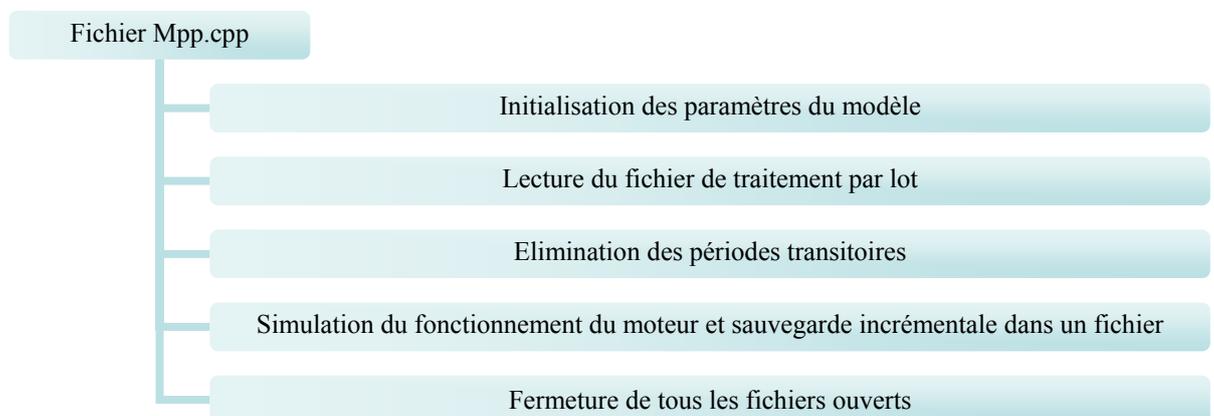


Figure 50: Séquençage de la simulation

Un soin tout particulier a été apporté à cette partie du programme, l'efficacité en terme de temps de calcul de notre moteur de simulation dépend en grande partie de la concision du code généré ici.

III.2 Modele.cpp

Ce fichier contient le code correspondant au modèle d'état réduit du moteur pas à pas. Cette classe contient différentes fonctions membres comme on peut le voir sur la *Figure 51* ci-dessous :

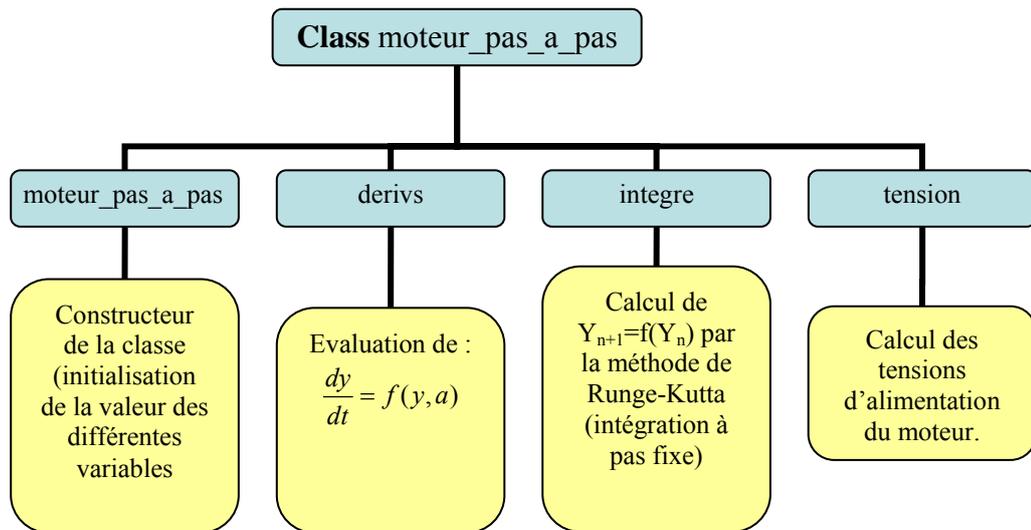


Figure 51 : Classe d'objet moteur

Le premier avantage de la stratégie objet, comme on le voit ici, est qu'il suffit simplement pour utiliser un modèle différent de moteur pas à pas de surcharger la méthode *derivs*, le reste du programme restant inchangé. Les gains en termes de développement sont évidents et la réutilisation du code existant un gage de fiabilité.

D'autre part, on peut noter que le calcul des tensions d'alimentation a été introduit dans le modèle du moteur pas à pas. Nous avons en effet estimé que ces tensions font partie intégrante de la description d'état du système. En procédant ainsi, on économise également du temps de calcul puisque alors il n'est plus nécessaire de recalculer les mêmes tensions d'alimentation du moteur à chaque itération du moteur. Enfin, pour des questions purement mathématiques liées à l'utilisation de fonctions trigonométriques dans le calcul des tensions, il est nécessaire de passer comme paramètre à la fonction la valeur de l'instant *t* et le pas de la simulation.

III.3 Edchose.cpp

Ce fichier contient le code source d'une unique fonction permettant de calculer les valeurs numériques des différentes constantes du modèle réduit et de retourner les conditions initiales du système. Ce fichier ne présente aucune particularité. L'intérêt d'avoir isolé cette initialisation du modèle du reste du programme est de

permettre très facilement l'étude d'un autre moteur ayant des caractéristiques mécaniques et électriques différentes, sans avoir à se replonger dans les détails du code source.

Par ailleurs le programme de simulation permet de traiter par lot de nombreuses simulations pour lesquelles on a choisi la fréquence comme paramètre. Il a donc logiquement fallu introduire la fréquence comme paramètre de la fonction *ChoiseOfSystem*.

III.4 Section.cpp

Ce fichier contient les différentes fonctions nécessaires à l'interfaçage E/S du programme. On y trouve la fonction *section* dont le rôle est d'enregistrer dans un fichier les valeurs simulées des courants I_α et I_β . Cette fonction est facilement modifiable pour sauvegarder par exemple les valeurs de la position et de la vitesse angulaire. A ce jour ces données ne sont pas sauvegardées uniquement pour des questions de taille de fichier, sachant que nous ne les traitons pas pour le moment. Les fichiers ainsi créés sont ensuite analysés à l'aide de programmes écrits sous Matlab.

On trouve également une autre fonction lecture qui permet de relire un fichier au format texte. Ce fichier contient les données de traitement par lots nécessaires à la simulation. Ce fichier peut être modifié ou créé à l'aide de n'importe quel éditeur de texte comme par exemple Notepad sous Windows ou ed ou Emacs sous Unix. On doit trouver dans ce fichier les données numériques suivantes séparées par un espace :

- Nombre de points à simuler par période,
- Nombre de périodes à simuler hors transitoire,
- Nombre de périodes transitoires à éliminer,
- Fréquence initiale de la simulation,
- Incrément de fréquence de simulation,
- Nombre de fréquences à simuler.

Remarque importante :

Le nombre de points à simuler doit nécessairement être une puissance entière de 2. En effet ce nombre de points sert à déterminer le pas d'intégration $h = \frac{1}{\text{NbPoints}}$.

Si NbPoints n'est pas une puissance de 2 alors h ne peut pas être codé de manière exacte en binaire. Le calcul de l'instant d'intégration se faisant en incrémentant à chaque itéré l'instant précédent de h, il se trouve que l'erreur commise provoque très rapidement une divergence de comportement de notre système. Aucune précaution particulière n'est prévue dans le code source pour contrôler le choix convenable du nombre de points à simuler par période.

IV Résultats

Les résultats obtenus peuvent être synthétisés par le diagramme de bifurcation de la figure suivante. Le programme fonctionne parfaitement et surtout il nous fournit des résultats avec des temps acceptables, puisqu'il faut environ une heure pour simuler un tel diagramme là où il faudrait compter avec Matlab plus de 600 heures.

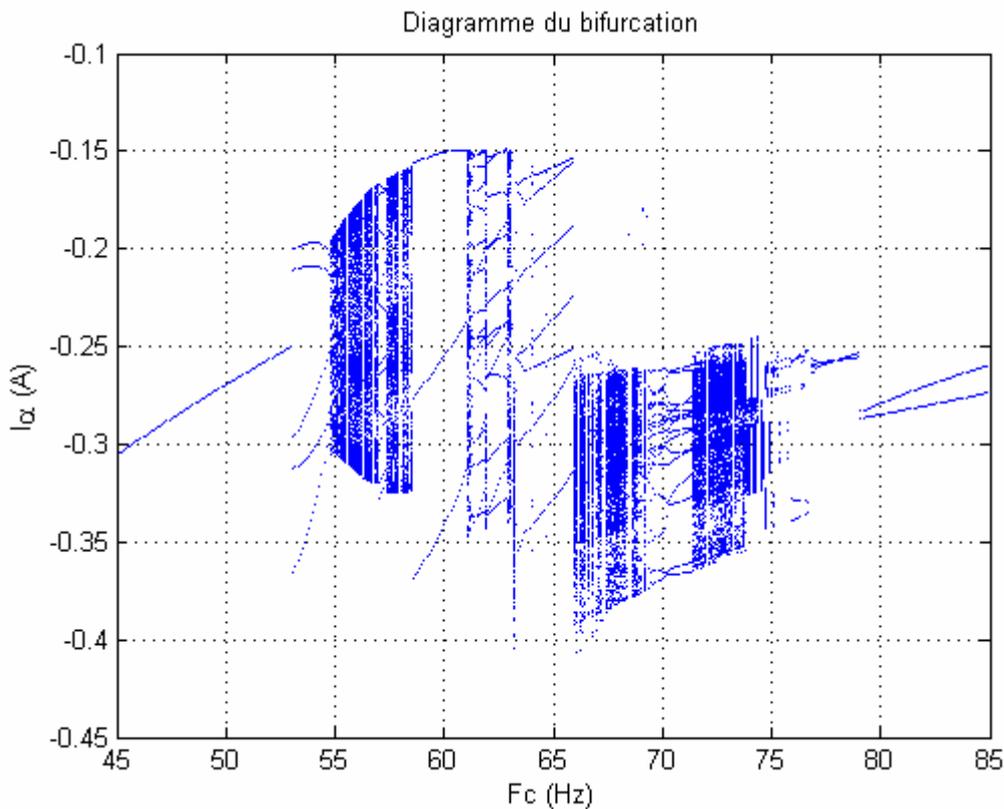


Figure : Diagramme de bifurcation simulé par pas de 0,1 Hz. Pour chaque fréquence il a été retenu 250 périodes à partir de la 5000^{ième}.

Une rapide analyse de ce diagramme de bifurcation nous permet d'observer pour des fréquences de commande inférieures à 53Hz environ, une dynamique périodique classique bien connue, de période égale à la fréquence d'alimentation. C'est le domaine classique d'utilisation du moteur pas à pas.

Par contre, lorsque la fréquence de commande augmente, nous voyons apparaître des dynamiques complexes avec, par exemple, des périodicités élevées comme c'est le cas aux alentours de 54Hz ou de 60Hz. Nous voyons également apparaître sur ce même diagramme des zones denses comme par exemple autour de 55Hz. Ces zones peuvent suivant les cas correspondre à des dynamiques quasi périodiques ou chaotiques. L'analyse systématique qui sera effectuée dans le **chapitre 5** permettra de préciser quelle est la nature exacte de cette dynamique.

Cependant, ces premiers résultats de simulation nous conduisent d'ores et déjà à une conclusion très importante. Les dynamiques étranges et complexes que l'on observe expérimentalement sur le moteur pas à pas

ne constituent pas la manifestation d'épiphénomènes mal identifiés ou négligés. En effet, même en simulant un modèle volontairement simplifié à l'extrême, comme celui établi au *chapitre 2*, on constate le même type de comportements atypiques. On peut donc en conclure que ces dynamiques chaotiques constituent une propriété intrinsèque du moteur pas à pas.

Cela présente de lourdes conséquences pour la suite de notre étude, essentiellement constituée d'une approche expérimentale. En effet, si l'on admet la remarque précédente, le moteur pas à pas présentant une dynamique chaotique, en présentera également toutes les propriétés. Parmi celles-ci, notons la forte sensibilité aux conditions initiales ainsi que la forte sensibilité au bruit. En conséquence, il nous semble vain de chercher à faire correspondre rigoureusement les observations expérimentales et les résultats de simulation, de même qu'il serait également vain d'essayer de raffiner à l'extrême le modèle dans l'espoir d'y parvenir. On ne peut attendre des simulations que des tendances et c'est en ce sens que nous les utiliserons dans la suite

V Conclusion

Dans un premier temps, nous avons exposé dans ce chapitre les raisons essentielles qui nous ont conduits à éviter les logiciels de calcul numérique classiques tels que *Matlab* pour effectuer les simulations de la dynamique du moteur pas à pas, et ce malgré leurs atouts incontestables (simplicité, prototypage rapide, etc, ...). Nous avons ensuite présenté les nombreuses difficultés auxquelles on se heurte lorsque l'on veut simuler une dynamique chaotique (erreur d'arrondi, de troncature, format de représentation des nombres, conditions initiales, temps de calcul, conformation du modèle, etc...) ainsi que les solutions retenues.

Les résultats obtenus sont tout à fait probants puisque nous sommes maintenant en mesure de simuler le fonctionnement sur des durées très importantes, sans divergence notable de la dynamique et surtout avec des temps de calcul très raisonnables. Il faut environ 48 heures sur un *PC* pour simuler le fonctionnement du moteur sur la plage de 40 Hz à 80 Hz par pas de fréquence de 0,01 Hz, en calculant 256 pas par période et 20000 points par fréquence, soit un peu plus de 20.10^9 intégrations. En comparaison, une simulation du même type réalisée avec Matlab pour l'étude de la même plage de fréquence au pas de 0,1 Hz, en ne calculant que 2000 périodes par fréquence et 100 pas par période demande un peu moins de **600 heures** sur une machine de même puissance.

En disposant d'un outil de simulation écrit en langage de haut niveau comme le C++, nous avons également pu utiliser d'autres plateformes de calcul que les architectures PC. Nous avons en particulier profité des ressources informatiques du CRIHAN qui grâce à son calculateur vectoriel nous a permis d'effectuer des calculs massifs et de valider plus rapidement nos algorithmes.

C'est ce moteur de simulation rapide et fiable que nous avons utilisé dans le *chapitre 6*, pour tester quelques algorithmes de contrôle de la dynamique chaotique du moteur pas à pas.

Enfin puisque ce programme simulant le modèle « simple » du moteur pas à pas établi au *chapitre 2* laisse apparaître des dynamiques chaotiques suivant les plages de fréquence de commande, nous pouvons valider l'affirmation suivant laquelle ces dynamiques chaotiques constituent bien des propriétés intrinsèques du moteur et non pas les manifestations imprévisibles d'épiphénomènes négligés ou mal modélisés.

Analyse des dynamiques du moteur pas à pas



« La prévision est un art difficile surtout quand elle concerne l'avenir »

Niels Bohr

ANALYSE DES DYNAMIQUES DU MOTEUR PAS A PAS

<u>I</u>	<u>INTRODUCTION.....</u>	<u>97</u>
<u>II</u>	<u>PREMIERES OBSERVATIONS.....</u>	<u>97</u>
II.1	VALIDATION DES RELEVES DU BANC D'ACQUISITION	98
II.1.1	DYNAMIQUE A 40 HZ.....	98
II.1.2	DYNAMIQUE A 52 HZ.....	99
II.1.3	DYNAMIQUE DU MOTEUR PAS A PAS AU VOISINAGE DE 55 HZ.....	100
II.2	UTILISATION DU BANC D'ACQUISITION.....	102
II.2.1	DYNAMIQUES PERIODIQUES	102
II.2.2	COMPORTEMENT CHAOTIQUE A 58 HZ.....	103
II.2.3	OBSERVATION D'UNE SYNCHRONISATION	104
<u>III</u>	<u>SYSTEMATISATION DE LA METHODE D'ANALYSE DES DONNEES EXPERIMENTALES</u>	<u>106</u>
III.1	PRESENTATION DES OUTILS D'ANALYSE	106
III.1.1	DIAGRAMME DE BIFURCATION.....	106
III.1.2	OUTILS STATISTIQUES	107
III.1.3	EXPOSANTS DE LYAPUNOV	107
III.1.4	COMPORTEMENTS TRANSITOIRES	109
III.1.5	OUTILS COMPLEMENTAIRES.....	109
III.2	ANALYSE GLOBALE DES DYNAMIQUES	110
III.3	ANALYSE DE QUELQUES FONCTIONNEMENTS ATYPIQUES	114
III.3.1	ATTRACTEURS PERIODIQUES ISOLES.....	114
III.3.2	REGIME D'INTERMITTENCE	116
III.3.3	SAUT ENTRE ATTRACTEURS PERIODIQUES	117
III.3.4	TRANSITION CHAOTIQUE ET INTERMITTENCE	119
<u>IV</u>	<u>CONCLUSION.....</u>	<u>122</u>

I Introduction

Dans ce chapitre nous allons étudier à partir des données expérimentales obtenues grâce au banc de mesure automatisé les différentes dynamiques présentées par le moteur pas à pas et surtout vérifier qu'il existe une forte corrélation entre le comportement expérimental et les données simulées.

La campagne de mesures que nous avons réalisée nous a permis d'enregistrer le fonctionnement du moteur sur une plage de fréquences de commande s'étendant de 40 à 80 Hz, gamme de fréquences qui dépasse bien évidemment largement la plage de commande usuelle de ce type d'actionneur.

L'étude que nous présentons ici a été réalisée en deux étapes. Une première phase que l'on pourrait qualifier de naïve a consisté à partir de la simple observation du diagramme de bifurcation, à repérer des fréquences de commandes a priori intéressantes, puis à partir de relevés complémentaires à préciser la dynamique réelle du moteur. Cette première approche nous a permis de valider les résultats obtenus par simulation et d'observer les premières dynamiques chaotiques exhibées par le moteur pas à pas.

Dans un second temps, et afin de disposer de la connaissance la plus fine possible des dynamiques du moteur pas à pas, nous avons effectué une analyse exhaustive des données expérimentales sur la plage de 40 Hz à 80Hz. De cette façon, nous espérons déterminer avec quelle précision la dynamique réelle du moteur coïncide avec celle obtenue par simulation. En effet, si la corrélation entre l'expérimentation et la simulation est forte, alors nous pourrions utiliser la dynamique prédéterminée par le modèle du moteur comme estimateur et ainsi exploiter cette connaissance pour construire un schéma de contrôle. C'est donc cette analyse ainsi que les outils numériques que nous avons utilisés qui sont présentés dans la seconde partie de ce chapitre.

Enfin, pour conclure, nous présentons un tableau de synthèse récapitulatif, sur toute la plage de fréquences de l'étude, l'ensemble des dynamiques exhibées par le moteur.

II Premières observations

Une première campagne de mesures a permis d'effectuer rapidement une série d'acquisitions permettant de tracer le diagramme de bifurcation de la *Figure 52*. Sur ce dernier, nous avons reporté le courant I_a en fonction de la fréquence de commande du moteur pas à pas. Afin de ne pas être affecté par les dynamiques transitoires, les cent premiers échantillons de chaque fréquence ont été arbitrairement éliminés, et nous nous sommes intéressés à une plage de fréquences de commande comprise entre 40 et 75 Hz que nous avons balayée par pas de 0,1Hz. Pour chaque fréquence, nous avons enregistré 1000 périodes. Cette première campagne de mesure a nécessité environ une semaine d'enregistrement ininterrompu du banc d'acquisition présenté au chapitre 3. A titre d'information on peut comparer ce délai avec celui de la seconde campagne durant laquelle nous avons balayé la même plage de fréquence mais au pas de 0,01Hz et en relevant 10000 périodes par fréquence. Elle a nécessité environ deux mois d'enregistrement quasi continu du banc de mesures.

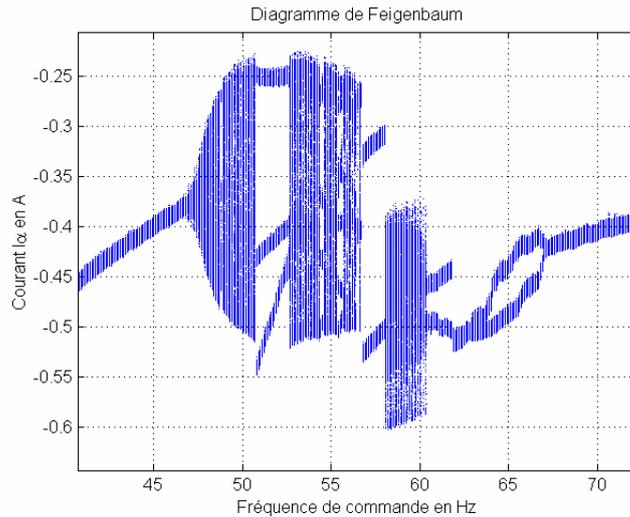


Figure 52: Diagramme de bifurcation expérimental

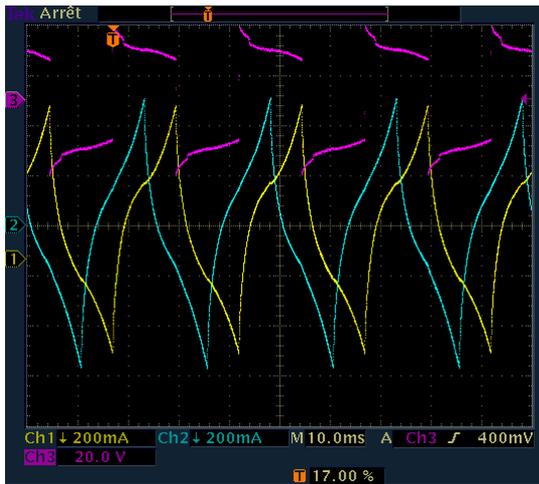
A ce stade, l'analyse du diagramme de bifurcation nous permet de conclure quant à l'existence effective d'un certain nombre de dynamiques prévues par les simulations, telles que les dynamiques périodiques ou quasi-périodiques. Cependant dans certaines zones, il ne permet pas de conclure. L'analyse des relevés temporels permettra de lever certains doutes, comme nous allons le voir ci-dessous.

II.1 Validation des relevés du banc d'acquisition

A l'occasion de cette première campagne de mesures, nous avons également vérifié la qualité des enregistrements fournis par le banc d'acquisition. Pour cela nous avons utilisé une instrumentation conventionnelle pour confirmer les dynamiques identifiées à l'aide du diagramme de bifurcation. C'est pourquoi les relevés suivants ont été réalisés à l'aide d'un oscilloscope numérique. Cependant, c'est le banc de mesure qui a assuré le contrôle et le pilotage du moteur. Ces résultats ont été présentés en /33/.

II.1.1 Dynamique à 40 Hz

Le premier exemple que nous allons traiter est le cas de la commande « normale » de moteur pour lequel la fréquence de la tension d'alimentation est de 40 Hz. Dans ce cas, le diagramme de bifurcation indique la présence d'un comportement périodique, de période 1. Cette dynamique est confirmée par l'observation des relevés de la Figure 53, sur lesquels on a enregistré $I_\alpha(t)$, $I_\beta(t)$ et $U_c(t)$ (Figure 53a) et la trajectoire du système dans le plan (I_α, I_β) (Figure 53b)



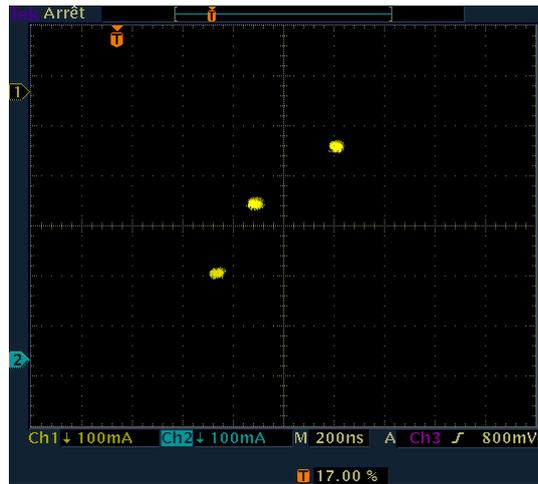
a) Courant et tension

Trajectoire dans le plan I_α, I_β Figure 53 : Mode de fonctionnement périodique $f_c=40\text{Hz}$

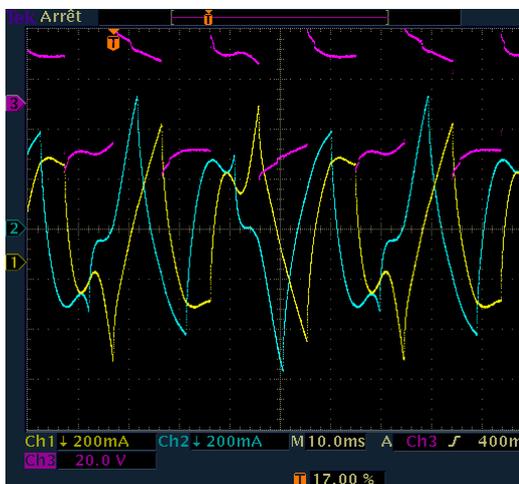
II.1.2 Dynamique à 52 Hz

De la même façon, l'observation du diagramme de bifurcation de la Figure 52 pour une fréquence de 52Hz laisse supposer que la dynamique du moteur pas à pas est de type sous-harmonique de période 3. Ici encore la confirmation de cette dynamique peut être obtenue par l'observation temporelle des grandeurs d'état du système présentées sur la Figure 54. Les relevés des Figure 54 a et b représentent respectivement les courants et tension $I_\alpha(t)$, $I_\beta(t)$ et $U_c(t)$ et la trajectoire de système projeté dans le plan (I_α, I_β) . Cette dernière confirme parfaitement la périodicité 3 de la dynamique observée. L'effet stroboscopique de la Figure 54 a est obtenu en synchronisant la fréquence d'échantillonnage de l'oscilloscope numérique avec la fréquence de commande du moteur pas à pas.

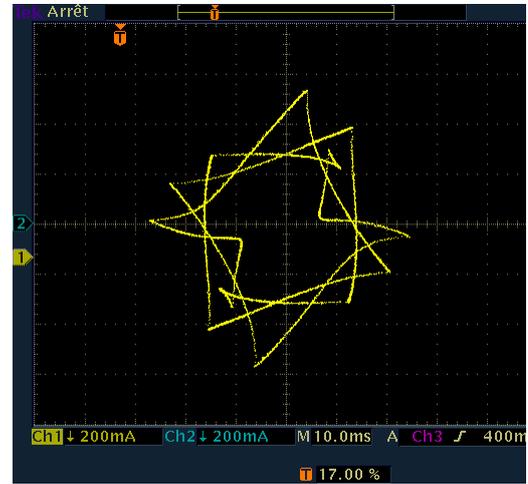
Les deux cas précédemment cités peuvent être considérés comme triviaux. En effet, même si le diagramme de bifurcation n'est tracé que pour I_α , on peut supposer que le système est suffisamment régulier pour qu'il n'y ait pas de différence profonde avec les dynamiques des autres grandeurs d'état. Mais cela reste malgré tout une approche intuitive et nous verrons plus loin que dans quelques rares cas les dynamiques des deux courants présentent malgré tout quelques différences notables. De plus, dans les deux cas précédents, le niveau de bruit des mesures reste suffisamment bas pour laisser convenablement apparaître la dynamique du système.



a) Relevé stroboscopique I_β vs I_α .



b) Tension et courant

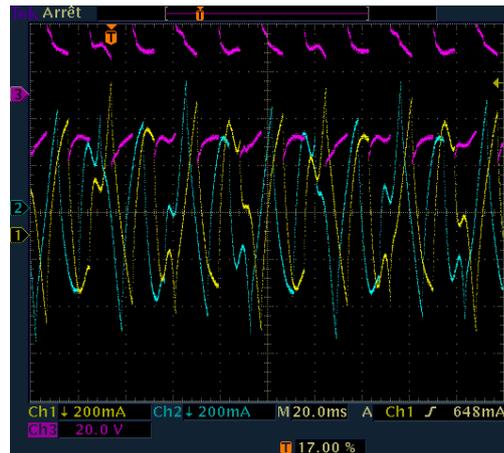


c) Trajectoire I_β vs I_α

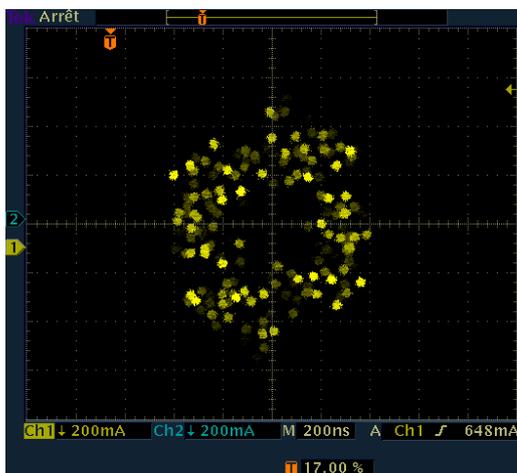
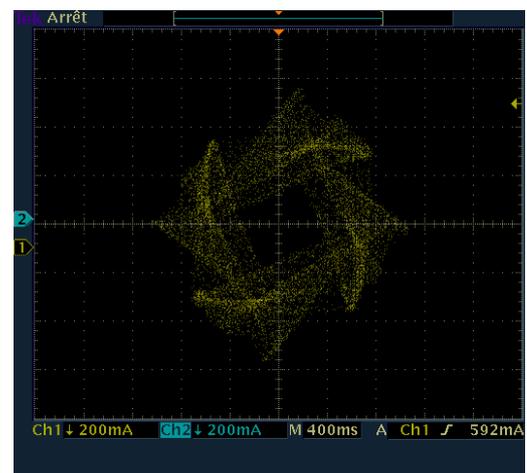
Figure 54: Dynamique de période sous harmonique 3 ($f_c=52\text{Hz}$)

II.1.3 Dynamique du moteur pas à pas au voisinage de 55 Hz

Si maintenant on observe le diagramme de bifurcation pour les fréquences de commande (I_α, I_β) situées au voisinage de 55 Hz par exemple, il devient difficile de tirer des conclusions. Le système présente-t-il une dynamique de période élevée, noyée dans du bruit et pour laquelle il est impossible de discriminer les différents points stables, ou a-t-on affaire à une dynamique chaotique ? L'enregistrement temporel de la Figure 55 a) ne permet pas cette fois, contrairement aux deux exemples précédents, de lever l'indétermination quant à la nature exacte de la dynamique du système. Cependant, la Figure 55 b) ci-dessous représentant la section de Poincaré, projetée sur le plan des courants de phases, permet de lever l'indétermination en faveur d'une dynamique chaotique. La trajectoire de la Figure 55 c) permet également d'aboutir au même type de conclusion.

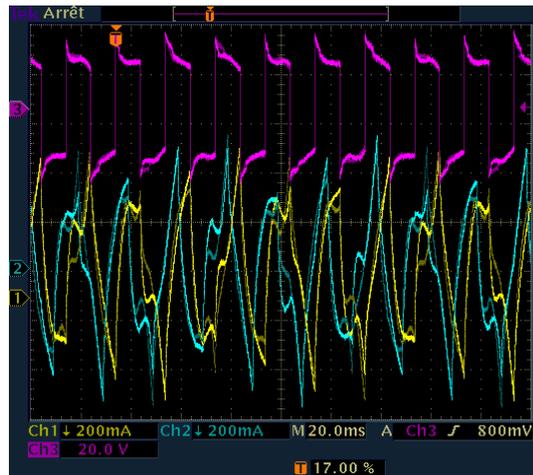


a) Tension et courant

b) Relevé stroboscopique I_β vs I_α .c) Trajectoire I_β vs I_α Figure 55: Dynamique chaotique ($f_c=55.1\text{hz}$)

Enfin, toujours dans cette même gamme de fréquence, en modifiant légèrement la fréquence de commande, nous observons les relevés de la Figure 56. Comme précédemment, l'observation de la Figure 56 a) ne nous permet pas de conclure plus en faveur d'une dynamique quasi-périodique que d'une dynamique chaotique.

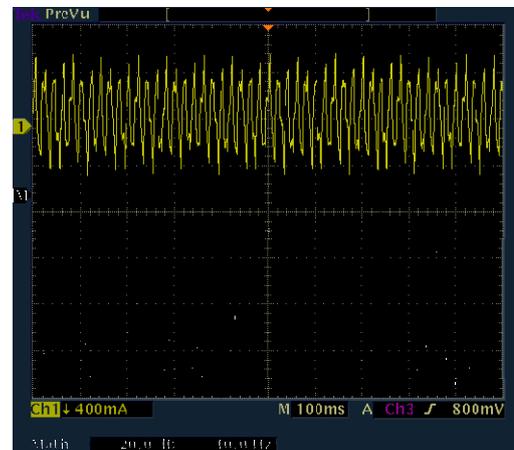
Là encore, c'est l'observation de la projection de la section de Poincaré sur le plan (I_α, I_β) qui va nous permettre de conclure cette fois en faveur d'une dynamique quasi-périodique, reconnaissable à la forme caractéristique du cycle fermé de la Figure 56 b). Par ailleurs en observant le spectre de Fourier de la Figure 56 c) on relève, en plus de la présence du fondamental de la tension d'alimentation, une seconde raie de fréquence 21 Hz responsable de la quasi-périodicité, ainsi qu'une troisième raie à 14 Hz. Il s'agit là du début d'un verrouillage subharmonique 3 qui pourra se concrétiser au cours de l'évolution du paramètre de commande.



a) Tension et courant



b) Relevé stroboscopique I_β vs I_α



c) FFT of I_α

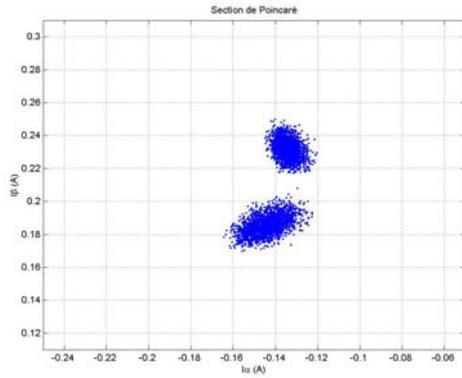
Figure 56: Dynamique quasi périodique

II.2 Utilisation du banc d'acquisition

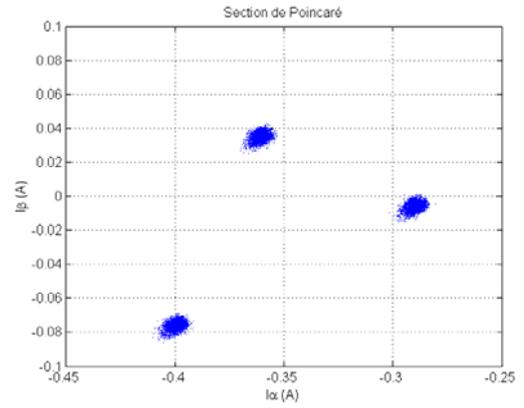
Les résultats qui précèdent confirment l'existence de dynamiques atypiques dans le moteur pas à pas et permettent également de valider les mesures réalisées avec le banc. Nous allons voir dans ce qui suit qu'au-delà de la possibilité de disposer d'enregistrements numériques des données, ce qui en soit n'est déjà pas négligeable, le banc d'acquisition va nous fournir des informations d'une plus grande précision et autoriser des traitements numériques plus efficaces. Ces résultats ont été présentés en /34/ et /35/.

II.2.1 Dynamiques périodiques

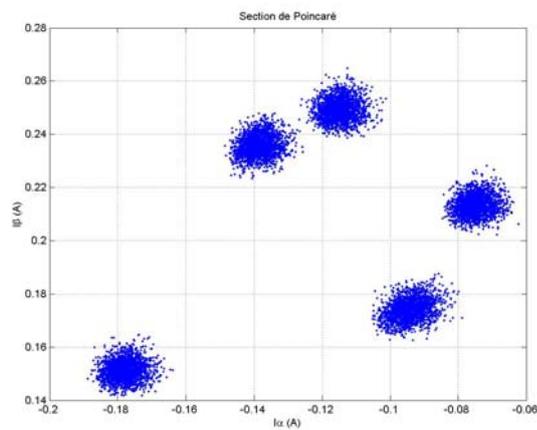
Nous avons dans un premier temps recherché des dynamiques périodiques, de période autre que 1. En nous aidant du diagramme de bifurcation de la Figure 52, nous avons mis en évidence des comportements subharmoniques de rang 2 (Figure 57 a), 3 (Figure 57 b) et même 5 (Figure 57 c).



b) Section de Poincaré $f_c=57$ Hz



a) Section de Poincaré $f_c=51$ Hz



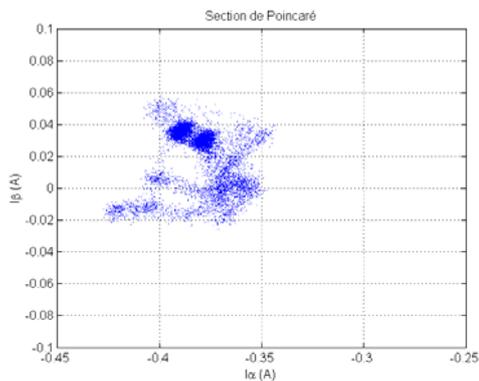
c) Section de Poincaré $f_c=54.6$ Hz

Figure 57: Dynamique périodique

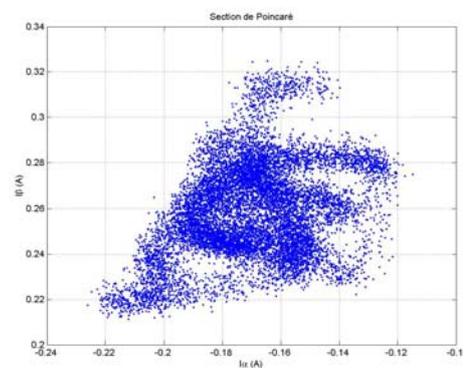
Une information intéressante fournie également par ces relevés est relative au niveau de bruit des mesures issues du banc d'acquisition. Il se situe aux environs de 20 mA.

II.2.2 Comportement chaotique à 58 Hz

Les relevés suivants représentent des sections de Poincaré correspondant à des dynamiques chaotiques.



a) $f_c=58$ Hz



b) $f_c=58,5$ Hz

Figure 58: Dynamiques chaotiques

Ces deux sections de Poincaré sont très intéressantes car on peut y déceler comment le moteur pas à pas passe d'une dynamique périodique vers une dynamique chaotique. En effet, sur la *Figure 58 a)* on distingue noyé dans l'attracteur chaotique deux points d'accumulation qui représentent probablement une orbite périodique instable de période deux. Puis, au fur et à mesure que le paramètre de commande f_c augmente, ces deux points d'accumulation disparaissent pour finalement ne laisser apparaître que l'attracteur chaotique de la *Figure 58 b)*.

II.2.3 Observation d'une synchronisation

Il n'est pas rare dans les relevés que nous avons réalisés d'observer des phénomènes d'accumulation comme on peut le voir sur la *Figure 59*.

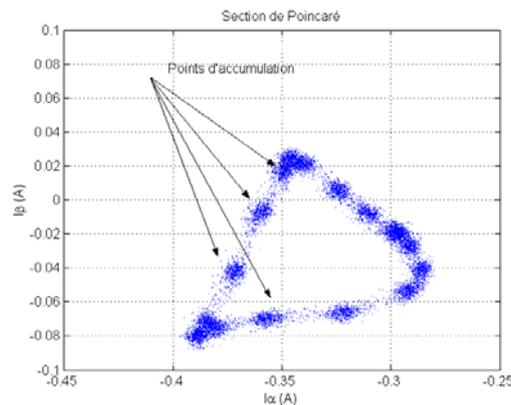


Figure 59: Section de Poincaré à 55 Hz

La figure représente un cycle fermé caractéristique d'une dynamique pseudopériodique. Cependant on ne peut s'empêcher de remarquer des zones plus sombres sur le cycle. Ces zones sont appelées des zones d'accumulation. Ce type de section de Poincaré est caractéristique des phénomènes de synchronisation et de désynchronisation correspondant au passage d'une dynamique pseudopériodique à une dynamique périodique et réciproquement.

Sur les *Figure 60* de a) à d), on a fait varier légèrement la fréquence de commande de 53,62 Hz à 53,7Hz. On observe alors une resynchronisation du régime pseudopériodique vers un régime périodique de période 8. En diminuant encore la fréquence le même phénomène se répète à plusieurs reprises. Les points d'accumulation deviennent les points fixes du régime périodique sur lequel le système se synchronise.

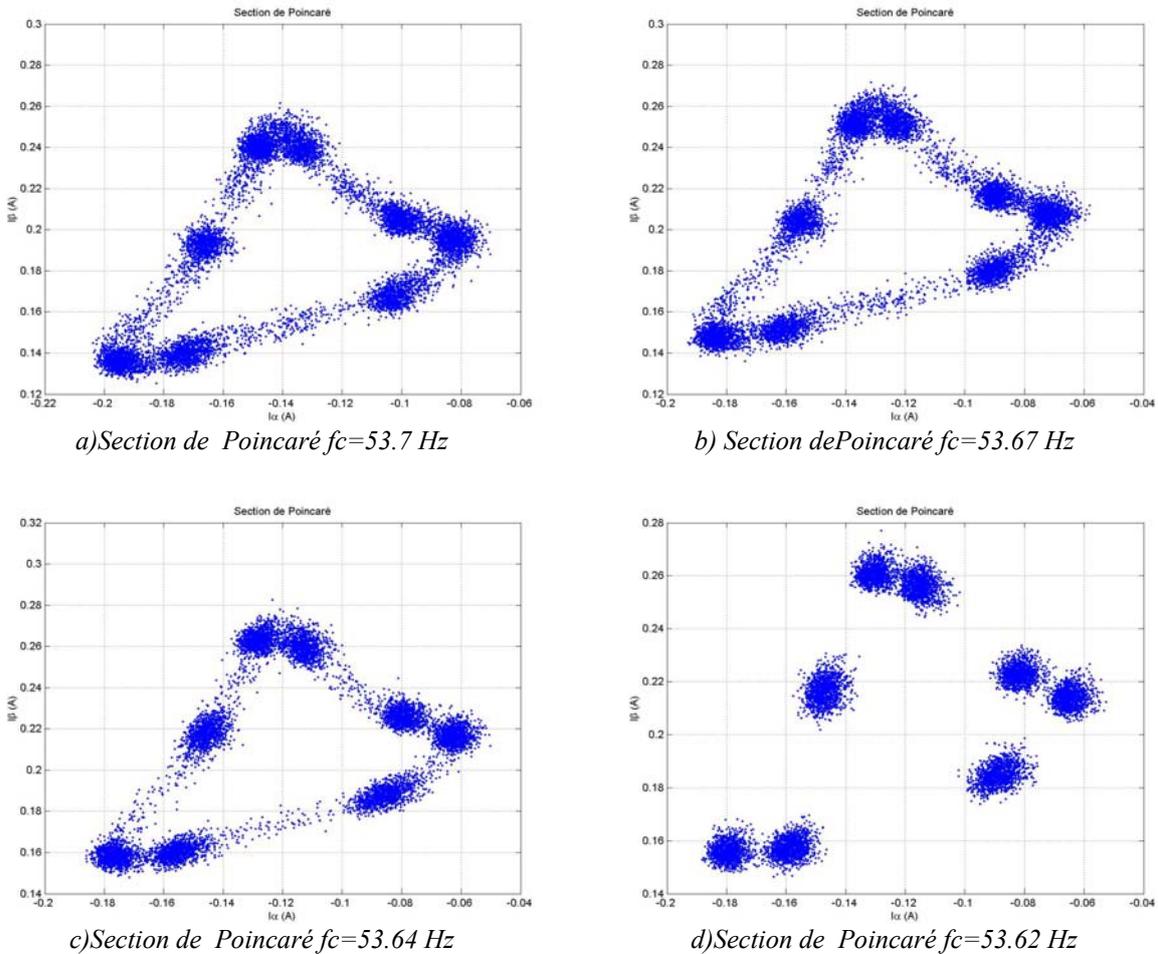


Figure 60 : Synchronisation

Tous les résultats obtenus précédemment sont très intéressants et justifient à eux seuls une grande partie de cette étude, puisqu'ils permettent de prouver que le moteur pas à pas exhibe, comme nous pouvions l'espérer d'après les résultats des simulations, des comportements chaotiques.

Pour autant, il serait dommage de s'arrêter en si bon chemin. En effet, avec cette stratégie d'analyse, il est probable que la majorité des dynamiques atypiques échappent à notre observation, ne serait-ce qu'à cause du nombre phénoménal de données expérimentales à traiter. Comme par ailleurs, il est bien évident qu'une observation systématique de toutes les formes d'ondes (courant, tension), pour toutes les fréquences de la gamme envisagée, et les relevés systématiques de toutes les sections de Poincaré sont parfaitement irréalisables, nous avons cherché à mettre en place une méthode d'étude globale des données nous permettant de cibler de manière beaucoup plus rigoureuse les zones de fonctionnement du moteur présentant un intérêt particulier. C'est ce qui fait l'objet du paragraphe suivant.

III Systématisation de la méthode d'analyse des données expérimentales

Nous allons présenter maintenant la seconde campagne de mesures dont l'objectif est, comme nous venons de le préciser, de disposer d'une connaissance plus fine des dynamiques du moteur. Cela nous a conduit à reprendre le balayage de la plage de commande de 40Hz à 80Hz avec cette fois un incrément de fréquence de 0,01 Hz. Les 4000 séries temporelles ainsi relevées sont constituées chacune de plus de 100000 échantillons.

Il est important de rappeler, comme cela a été largement décrit dans le chapitre précédent, que l'essentiel du bruit de mesure est dû à des phénomènes de *jitter* de l'horloge d'échantillonnage ainsi qu'à des erreurs de quantification (arrondi et troncature du LSB). Les méthodes et les principaux résultats ont été présentés en /32/.

III.1 Présentation des outils d'analyse

Afin de systématiser l'analyse de cette masse considérable de données expérimentales, nous avons établi un protocole fondé sur les outils suivants :

- Diagramme de bifurcation,
- Diagramme de bifurcation moyen,
- Déviation standard,
- Diagramme de bifurcation par fenêtre glissante,
- Etude des formes d'ondes pour les fréquences intéressantes,
- Etude de la section de Poincaré pour les fréquences intéressantes,
- Analyse détaillée et spécifique pour les fréquences retenues.

Il faut noter que, compte tenu de la très grande quantité de données disponibles, il est probable malgré tout qu'un certain nombre de phénomènes remarquables passent encore inaperçus. Cependant, nous pensons que ce crible nous permettra d'identifier sinon toutes, au moins la majorité, des dynamiques remarquables.

III.1.1 Diagramme de bifurcation

Le diagramme de bifurcation tel que nous l'avons utilisé jusqu'à maintenant reste un outil essentiel pour l'analyse d'un système chaotique. Son aptitude à fournir une allure globale et synthétique est essentielle à toute analyse préliminaire. Cependant les résultats ainsi obtenus sont généralement sujets à interprétation ; ils nécessitent donc un travail d'analyse « humain », et ainsi ne se prêtent pas à une étude automatique.

III.1.2 Outils statistiques

Le diagramme de bifurcation moyen, comme la deviation standard, sont fondees sur une etude statistique des echantillons.

Pour le premier, Figure 62, on trace sur un meme graphique que l'on pourra appeler *diagramme de bifurcation moyen* $\overline{I_\alpha}(f)$ et $\overline{I_\beta}(f)$. Ce trace n'a pas de sens physique. Par contre, l'analyse de la valeur moyenne de chaque jeu d'echantillons permet d'isoler des frequences pour lesquelles on observe un changement brutal de la dynamique, aussi bien qu'un glissement progressif de la valeur moyenne du courant.

La methode de la deviation standard consiste quant a elle a tracer les moyennes quadratiques centrees $\sigma_\alpha(f)$ et $\sigma_\beta(f)$ en fonction de la frequence pour chacune des series temporelles de (I_α) et (I_β) . Elle permet d'estimer la dispersion des echantillons par rapport a la valeur moyenne.

$$\sigma(f) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^n (I_k(f) - \overline{I_k}(f))^2} \quad (4.12)$$

Le trace de la deviation standard permet de determiner la regularite de la dynamique, facilitant ainsi l'identification des 'crises' ou des changements de stabilite. Ainsi, par exemple, le passage d'une periode 1 a une periode 2 est-il marque par une augmentation importante de la variance.

Les deux methodes, valeur moyenne et deviation standard, doivent etre utilisees simultanement pour etre parfaitement efficaces.

III.1.3 Exposants de Lyapunov

L'etude formelle de la theorie du chaos met a notre disposition differents outils permettant d'identifier sans ambiguite si la dynamique d'un systeme est chaotique ou non. Parmi ces outils, on peut citer les exposants de Lyapunov qui constituent une approche tres naturelle de la mesure de l'etat de chaos d'un systeme.

Tout systeme chaotique presente une grande sensibilite aux conditions initiales qui conduit deux trajectoires d'origines infiniment voisines a diverger tres rapidement comme dans le cas de la recurrence logistique donne en exemple ci-apres.

La Figure 61, represente les iterations de la recurrence logistique $(x_n)_{n \in \mathbb{N}^*} = F^n(x_0)$ et $(x'_n)_{n \in \mathbb{N}^*} = F^n(x_0 + \varepsilon_0)$ pour deux valeurs initiales infiniment proches, ainsi que l'erreur $(\varepsilon_n)_{n \in \mathbb{N}} = (x'_n - x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ avec $F(x) = ax(1-x)$.

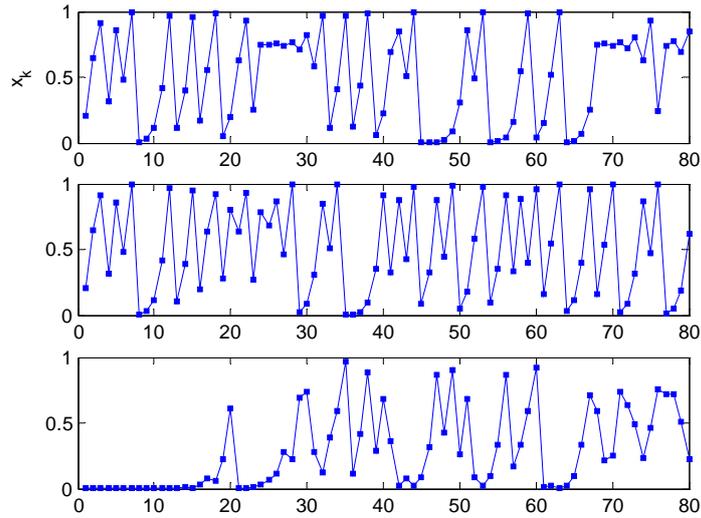


Figure 61: Récurrence logistique

On constate qu'au bout d'un tout petit nombre d'itérations, l'erreur qui existe entre les deux trajectoires présente une amplitude égale à l'amplitude du signal d'origine. Pour quantifier l'importance de cette divergence entre les deux trajectoires on peut s'intéresser à la valeur moyenne de l'erreur absolue au bout de n itérations :

$$\lambda = \frac{1}{n} \ln \left| \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_0} \right| \quad (4.13)$$

En remarquant que :

$$\frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_{n-1}} \frac{\varepsilon_{n-1}}{\varepsilon_{n-2}} \dots \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} \quad (4.14)$$

λ s'écrit :

$$\lambda = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \ln \left| \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_{k-1}} \right| \quad (4.15)$$

Or par définition du terme d'erreur :

$$\frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_{k-1}} = \frac{x'_k - x_k}{\varepsilon_{k-1}} = \frac{F(x_{k-1} - \varepsilon_{k-1}) - F(x_{k-1})}{\varepsilon_{k-1}} \quad (4.16)$$

Si on fait tendre l'erreur initiale vers 0, il vient :

$$\lim_{\varepsilon_0 \rightarrow 0} \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_{k-1}} = F'(x_{k-1}) \quad (4.17)$$

où F' est la dérivée de F . Donc :

$$\lambda = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \ln |F'(x_{k-1})| \quad (4.18)$$

Enfin, en s'intéressant à tous les échantillons de la série temporelle, c'est-à-dire lorsque $n \rightarrow \infty$:

$$\lambda(x_0) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \ln |F'(x_{k-1})| \quad (4.19)$$

$\lambda(x_0)$ est l'exposant de Lyapunov de F en x_0 . On admet cependant que cet exposant est invariant dans le bassin d'attraction où se situe x_0 /74/.

Cette approche intuitive nous donne également une idée des méthodes numériques permettant de calculer les exposants de Lyapunov d'un système dynamique à partir d'une série temporelle /75/ /76/. Généralement ces méthodes consistent à repérer dans la série temporelle deux états infiniment proches, puis à considérer chacun de ces deux états comme étant les origines de deux trajectoires infiniment proches dont on peut alors observer la divergence. Ces méthodes permettent généralement de calculer le plus grand des exposants de Lyapunov. Très coûteuses en temps de calcul, ces méthodes sont aussi très sensibles au bruit de mesure et convergent difficilement sur nos séries de mesures expérimentales. C'est pourquoi nous ne les avons pas utilisées dans notre analyse.

III.1.4 Comportements transitoires

En plus de l'analyse globale que nous avons évoquée au paragraphe 3.1, les diagrammes de bifurcation nous aident à visualiser des changements dans le comportement dynamique d'un système. Quand on utilise pour tracer un diagramme de bifurcation de longues trames d'échantillons, la dynamique peut devenir obscure à cause de la haute densité de points. Afin de palier à cet inconvénient, on utilise des fenêtres d'observation et, au lieu de tracer le diagramme de bifurcation pour l'ensemble des échantillons des séries temporelles, on trace différents diagrammes en utilisant des fenêtres plus ou moins larges et placées à différents instants des séries temporelles. On peut ainsi en utilisant de courtes trames d'échantillons identifier des dynamiques transitoires ou isoler une dynamique particulière dans un comportement intermittent.

Nous avons ainsi tracé plusieurs diagrammes de bifurcation à partir de fenêtres de temps réduites en plaçant différemment pour chacun d'eux la fenêtre temporelle *Figure 66*.

III.1.5 Outils complémentaires

Malheureusement, ces trois méthodes, diagramme de bifurcation, tracé de la valeur moyenne ou de la variance, souffrent toutes du même problème. Chacune cherche à visualiser une ou des grandeurs en fonction de la fréquence. Aucune d'entre-elles n'inspecte la dynamique pour une fréquence donnée. Par exemple, aucune ne propose un indicateur satisfaisant permettant de déterminer si l'on est en présence d'une dynamique chaotique ou quasi-périodique. Pour cela il faut opérer une analyse visuelle de chaque tracé réalisé pour une fréquence donnée.

Générer puis analyser des centaines de tracés (pour chacune des 4000 fréquences relevées) est coûteux tant en terme de calcul qu'en temps de recherche. C'est pourquoi des logiciels spécialisés ont été conçus afin de permettre la création de ces graphiques par lots. Le tracé des formes d'onde a été généré pour chaque fréquence.

Ensuite nous avons tracé la section de Poincaré pour toutes les fréquences présentant des formes d'onde permettant d'identifier un comportement inhabituel ou particulièrement complexe. Enfin, pour les fréquences où les dynamiques n'ont pu être clairement identifiées, nous avons appliqué au cas par cas une grande quantité de méthodes (zoom sur le tracé des transitoires, animation de la dynamique, ...).

III.2 Analyse globale des dynamiques

Les résultats présentés ci-après sont fondés sur les méthodes présentées ci-dessus. Dans tous les tracés, exceptés pour les diagrammes d'état, le courant I_α est en bleu et le courant I_β est en rouge. Les tracés temporels des courants I_α et I_β sont tracés sans mise à l'échelle, en fonction de la valeur convertie par le CAN.

La *Figure 62* représente le tracé de la valeur moyenne de chaque courant en fonction de la fréquence. On rappelle que la valeur moyenne est calculée à l'aide de l'ensemble des valeurs de chaque échantillon. Des comportements atypiques apparaissent pour les fréquences :

40,01 ; 41,87 ; 44,66 ; 44,69 ; 44,70 ; 44,94 ; 44,98 ; 46,14 ; 46,18 ; 46,20 ; 46,21 ; 46,22 ; 46,23 ; 46,28 ; 55,75 ; 72,38 ; 72,39 ; 72,43 ; 72,95 ; 72,96 ; 72,98 et 78,79Hz.

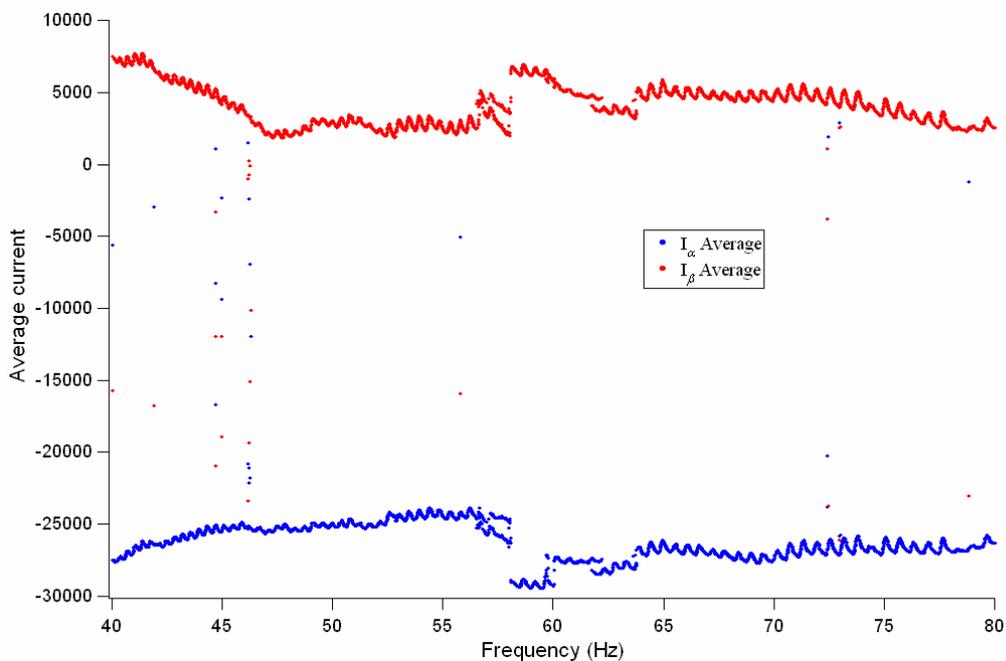


Figure 62 : Diagramme de bifurcation moyen expérimental

Dans la suite, chacune de ces valeurs sera étudiée en détail afin de déterminer la raison pour laquelle leur comportement diffère de la dynamique des fréquences voisines.

Il est intéressant de comparer le diagramme de la *Figure 62*, obtenu à partir des séries temporelles expérimentales à celui de la *Figure 63* issu des résultats de simulations. Afin que la comparaison soit plus évidente, nous avons volontairement décalé la plage de fréquence de commande simulée de 5 Hz par rapport à la plage de fréquence utilisée pour les relevés expérimentaux. On retrouve alors sur ces deux diagrammes de très nombreuses similitudes et des tendances identiques. Le diagramme simulé laisse apparaître, comme le diagramme expérimental, des discontinuités dans la valeur moyenne des courants ou des points isolés par exemple. Par contre, on ne repère pas sur le digramme simulé de basculement de valeur entre les deux courants statoriques comme c'est parfois le cas sur les grandeurs expérimentales.

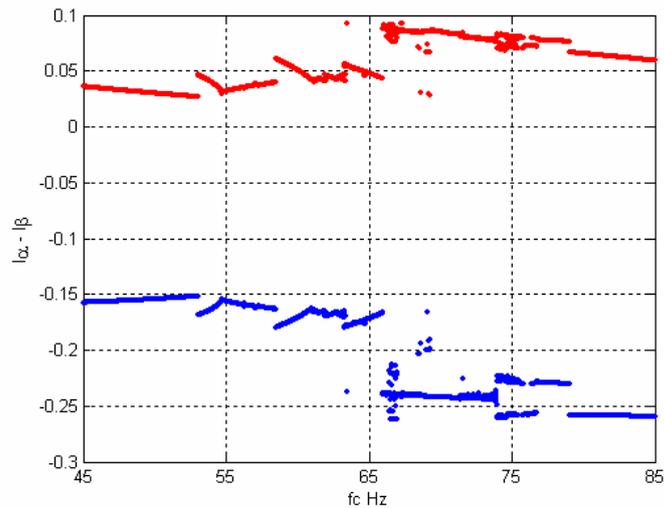


Figure 63: Diagramme de bifurcation moyen simulé

Il est remarquable également de constater que seules 23 valeurs de fréquence présentent un comportement atypique sur les 4000 valeurs balayées. Ces comportements atypiques peuvent être attribués à de nombreux phénomènes mais ils restent extrêmement rares. On constate enfin certains comportements discontinus à différents endroits et plus particulièrement aux alentours de 58Hz.

Le tracé de la déviation standard présenté Figure 64 laisse apparaître cette fois des différences notables sur les propriétés statistiques des courants I_α et I_β comme par exemple entre 65 Hz et 75 Hz. A partir de ce relevé, on peut identifier de nouvelles régions potentiellement intéressantes comme par exemple aux alentours de 47,50Hz où la déviation standard augmente brusquement ou encore aux environs de 60Hz où apparaissent des comportements inhabituels. Enfin, la région située aux alentours de 74Hz montre des variations rapides et importantes qui nécessiteront des investigations plus poussées.

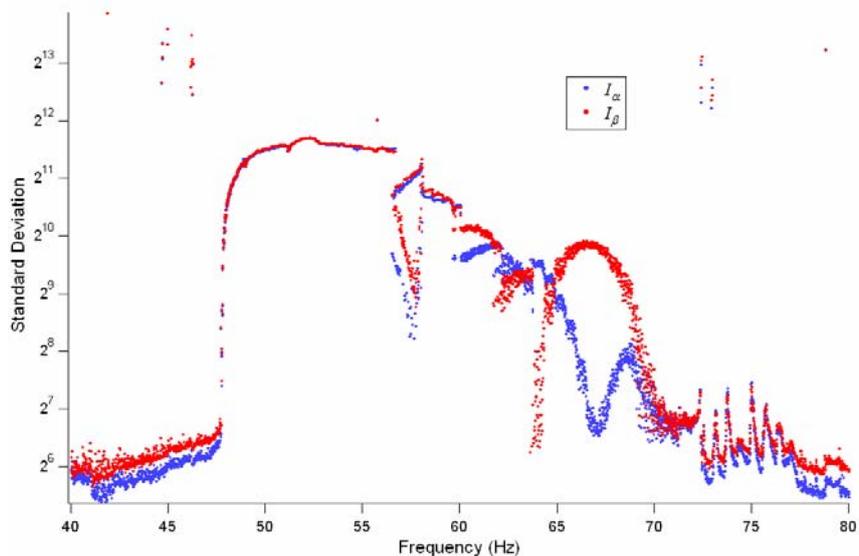


Figure 64 : Diagramme de la déviation standard

La Figure 65 montre l'évolution de la déviation standard simulée. Ici encore, les grandeurs simulées et les grandeurs expérimentales présentent des tendances identiques.

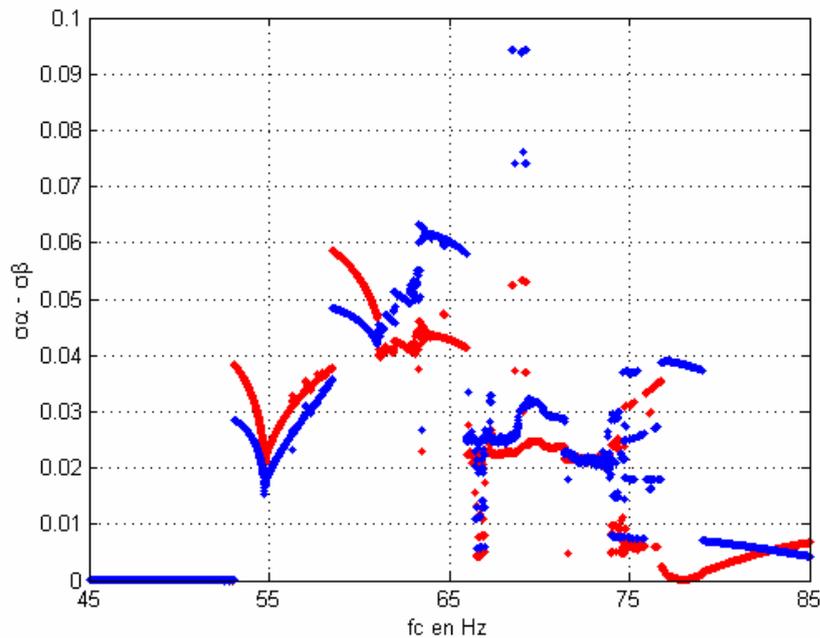


Figure 65: Déviation standard simulée

Afin d'observer l'incidence des phénomènes transitoires et l'évolution de la dynamique du système au cours du temps, nous avons tracé différents diagrammes de bifurcation. La Figure 66 est obtenue en traçant uniquement 100 échantillons pour chaque fréquence. Ces échantillons se situent au début de l'acquisition pour la Figure 66 a), au milieu pour la Figure 66 b) et proches de la fin de la trame pour la Figure 66 c). Lorsque l'on observe ces trois graphiques, on n'observe pas de différences majeures. C'est le diagramme de bifurcation a) qui diffère le plus des deux autres, comme on peut le voir en comparant les zones 1 et 2 par exemple. On peut en effet identifier dans la zone 1 un phénomène qui pourrait être un chaos transitoire ou simplement la convergence régulière de la trajectoire vers la solution périodique. Ce transitoire disparaît définitivement dans b) et c) pour ne plus laisser place qu'à une dynamique périodique de période 1. La zone repérée 2 présente à peu près le même type de comportement mais, cette fois, le transitoire laisse la place à une orbite de période 2 pour I_α et I_β .

On peut donc estimer que les Figure 66, b) ou c) correspondent à une image réaliste et exhaustive des dynamiques exhibées par le moteur pas à pas sur toute la plage de fréquence de commande s'étendant de 40 Hz à 80 Hz. En conséquence, nous admettrons dans la suite que le comportement du moteur pas à pas est stationnaire et qu'il peut être caractérisé dans de bonnes conditions après l'élimination du transitoire dans les données expérimentales.

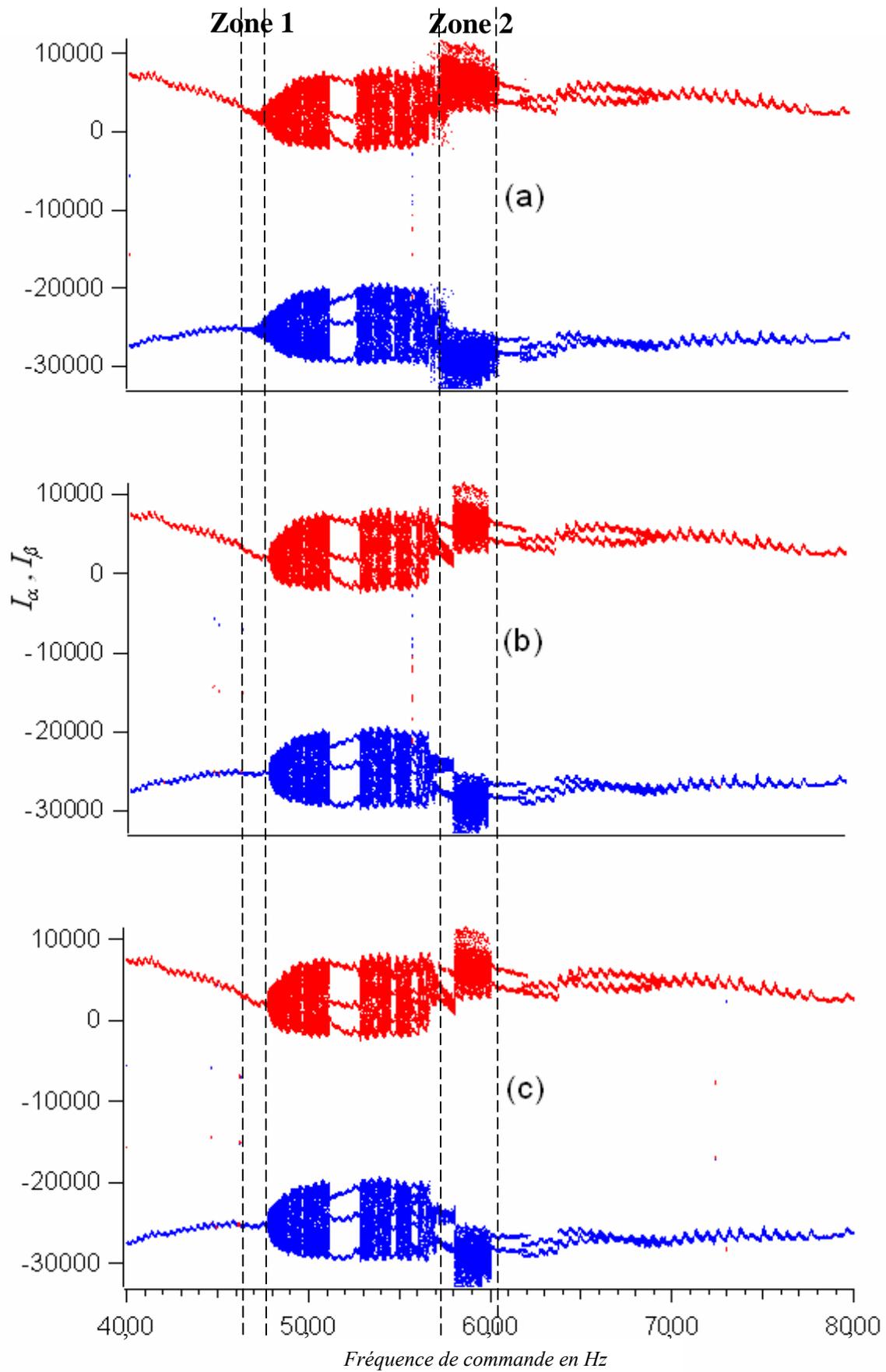


Figure 66 : Diagrammes de bifurcation réduits : I_α est en bleu, I_β en rouge
a) échantillons de 100 à 199, b) échantillons de 50000 à 50099, c) échantillons de 100000 à 100099

III.3 Analyse de quelques fonctionnements atypiques

III.3.1 Attracteurs périodiques isolés

Comme nous l'avons montré en introduction de ce chapitre, l'analyse des formes d'ondes fournit une description plus précise des dynamiques identifiées comme étant potentiellement intéressantes à partir de l'observation de variations rapides ou de discontinuités de la valeur moyenne ou de la déviation standard représentées sur les *Figure 62* et *Figure 64*.

Nous avons observé sur le tracé de *Figure 62*, l'apparition de points isolés pour des fréquences de commande de 46.14 Hz et 46.18Hz. Ce même comportement atypique peut être observé sur la *Figure 66*. La *Figure 67* représente la valeur des courants échantillonnés I_α et I_β pour ces deux fréquences particulières en même temps que les formes d'onde aux fréquences voisines qui elles, ne présentent pas de comportement anormal. On constate que sur cette plage de fréquences, tous les courants présentent des dynamiques périodiques de période 1. Cependant, il se produit occasionnellement des basculements entre I_α et I_β comme on le voit pour les fréquences de commande de 46.14Hz ou 46.18Hz.

On peut noter que ce type de comportement atypique est également observé pour la première trame de mesures à 40.01Hz ce qui laisse penser que ce comportement n'est pas lié à un quelconque artefact expérimental mais qu'il correspond bien au contraire à une réalité physique.

Dans ce qui suit, nous allons nous attacher à analyser les fréquences de commande identifiées par les méthodes ci-dessus et pour lesquelles la dynamique du moteur n'a pas été encore convenablement expliquée. A cette fin nous utiliserons en plus des outils déjà présentés, le tracé de la projection de la section de Poincaré dans le plan (I_α, I_β) pour la fréquence concernée. Le principal objectif de cette dernière technique étant de distinguer le chaos des dynamiques quasi-périodiques. Il est important de noter qu'ici notre approche est qualitative. En effet, une identification quantitative d'une dynamique chaotique expérimentale s'avère non seulement ardue mais aussi le plus souvent délicate, principalement à cause du bruit.

Naturellement, les pages qui suivent ne constituent pas une présentation exhaustive de l'étude de l'ensemble des dynamiques atypiques observées sur les données expérimentales mais plutôt un panel représentatif des dynamiques rencontrées et de leurs méthodes d'étude, la synthèse complète des dynamiques du moteur étant fournie à la fin du chapitre.

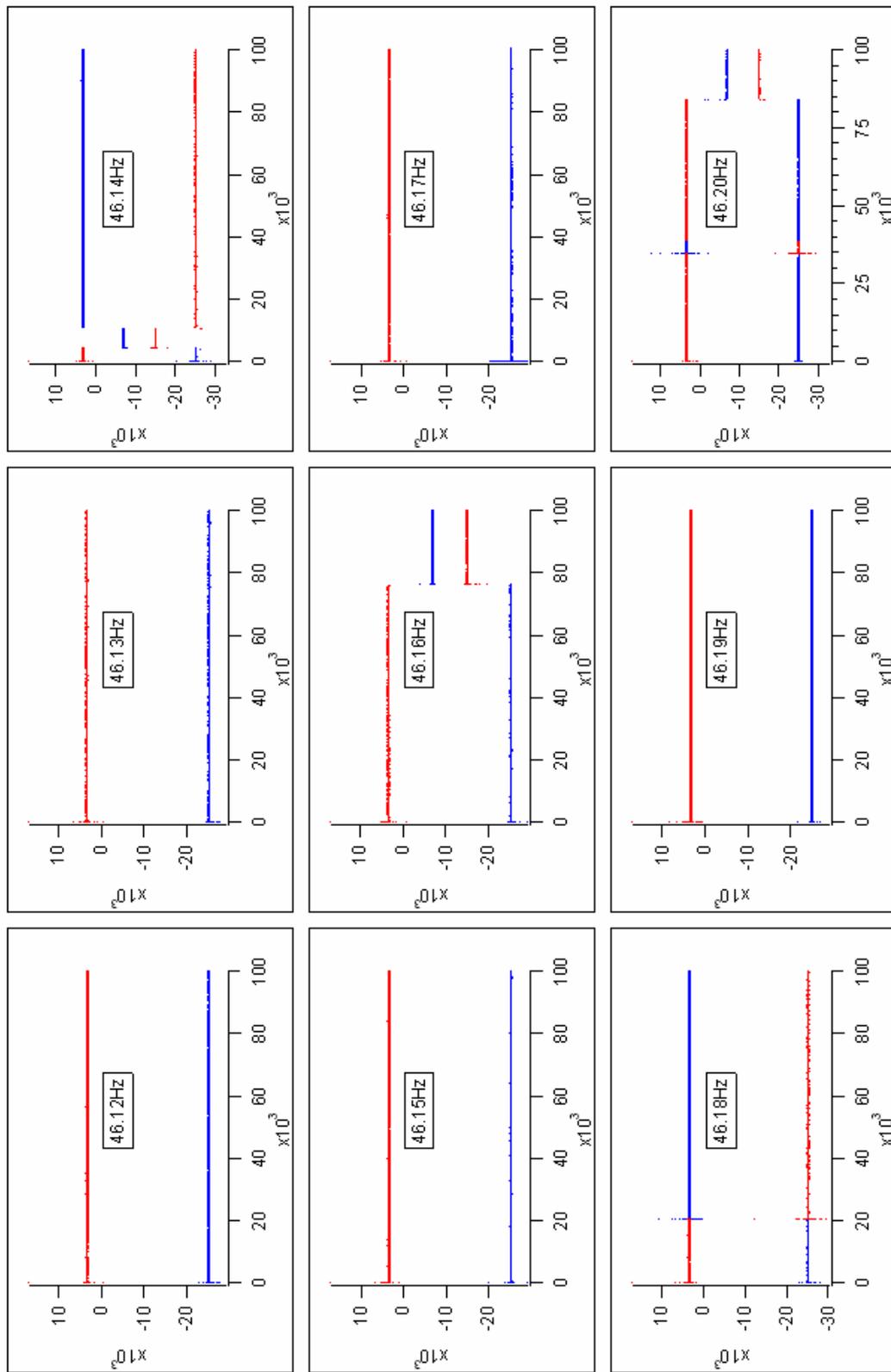


Figure 67 : Formes d'ondes dans une region ou des comportements inhabituels ont été identifiés

III.3.2 Régime d'intermittence

Pour cette fréquence de commande du moteur, nous observons de nombreuses transitions entre des comportements quasi-périodiques et périodiques. Cette trame d'échantillons offre une bonne opportunité d'observer comment le moteur pas à pas peut basculer d'une dynamique à l'autre. Dans l'optique future du contrôle, il est également important d'étudier le comportement à cette fréquence pour espérer contrôler une dynamique quasi-périodique afin de la rendre périodique.

La Figure 68 représente la série temporelle d'échantillons de I_α et I_β en fonction de N , indice de l'échantillon. On voit apparaître sur cette figure de nombreuses transitions entre ce qui semble être des dynamiques chaotiques ou quasi-périodiques et des dynamiques périodiques de période 4. Le temps passé dans chaque mode varie largement. On trouve une fenêtre d'au moins 12000 échantillons (74700 à 86700) soit plus de 215 secondes durant laquelle le comportement de période 4 se maintient. A d'autres moments, principalement au début de la trame d'échantillons, la dynamique de périodicité 4 est maintenue moins d'une centaine d'échantillons.

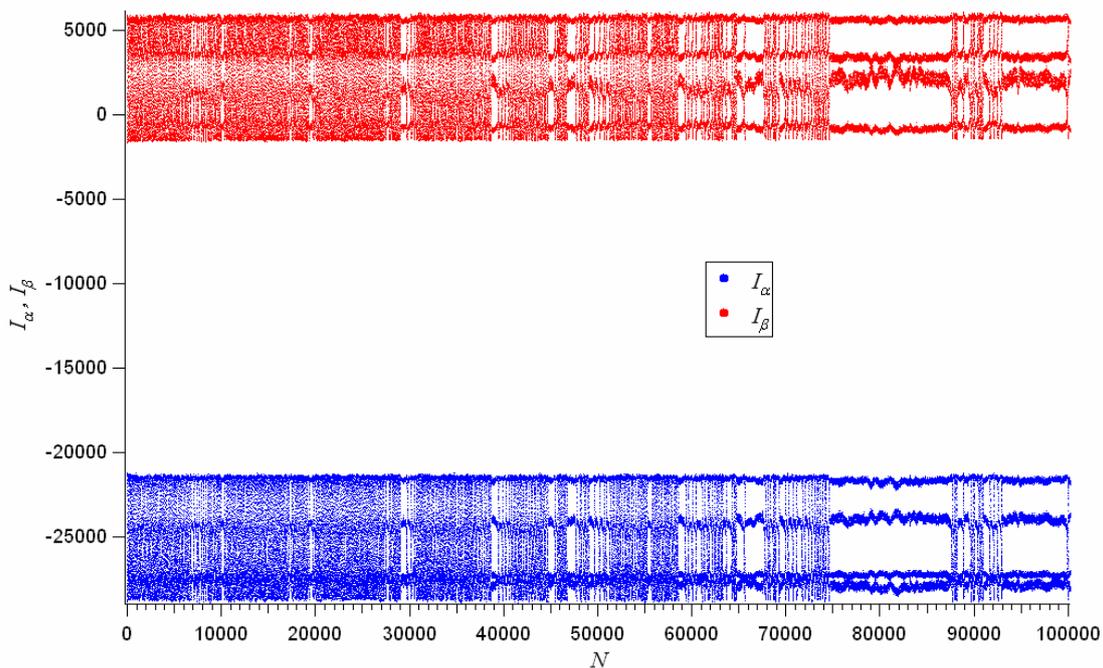


Figure 68 : Courants dans le moteur pour $f_c=49.00$ Hz

On peut cependant préciser cette première analyse grâce à l'observation de la section de Poincaré de la Figure 69. La figure a été obtenue en traçant en couleur verte les échantillons d'indice compris entre 74700 et 86700 afin de les distinguer du reste des données. Ainsi, le comportement complexe révélé par la forme d'onde Figure 68, ou le diagramme de bifurcation de la Figure 66, apparaît ici comme une simple orbite quasi-périodique. De plus, cette orbite quasi-périodique coexiste avec une solution périodique instable de période 4. Le système semble se verrouiller régulièrement sur cette orbite périodique instable, puis à cause de différentes perturbations s'en écarter. Le temps nécessaire pour quitter cette orbite ou y revenir peut-être très important ou très court.

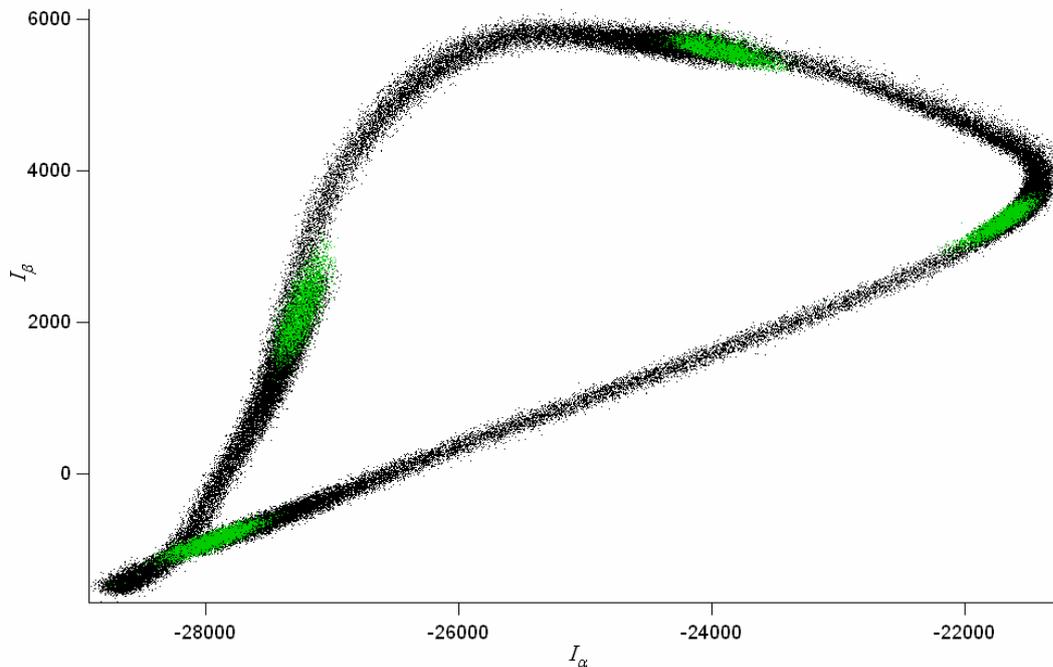


Figure 69 : Section de Poincaré pour $f_c=49\text{Hz}$. En vert, les échantillons compris entre 74700 et 86700

Nous avons rencontré ce type de dynamique périodique instable noyée dans une dynamique quasi-périodique dans de nombreuses plages de fréquences comme, par exemple, sur toute la gamme de fréquences comprise entre 48,80 et 49,05Hz. Par ailleurs, les périodicités des orbites ne sont pas nécessairement les mêmes que celle que nous venons de présenter. Ce comportement a déjà été observé et décrit comme une intermittence de phase dans [32].

III.3.3 Saut entre attracteurs périodiques

C'est probablement à cette fréquence de 55.75 Hz que l'on peut observer sur le diagramme de bifurcation la dynamique la plus surprenante du moteur pas à pas. En effet on voit sur la Figure 70 que la dynamique présentée par le moteur à 55,75 Hz ne présente aucun point commun avec les dynamiques des fréquences voisines. Cette dynamique particulière est parfaitement repérable sur la Figure 62 et la Figure 64. Cette dynamique particulière se situe au cœur d'une fenêtre de période 7 s'étendant approximativement de 55,65Hz à 55,95Hz.

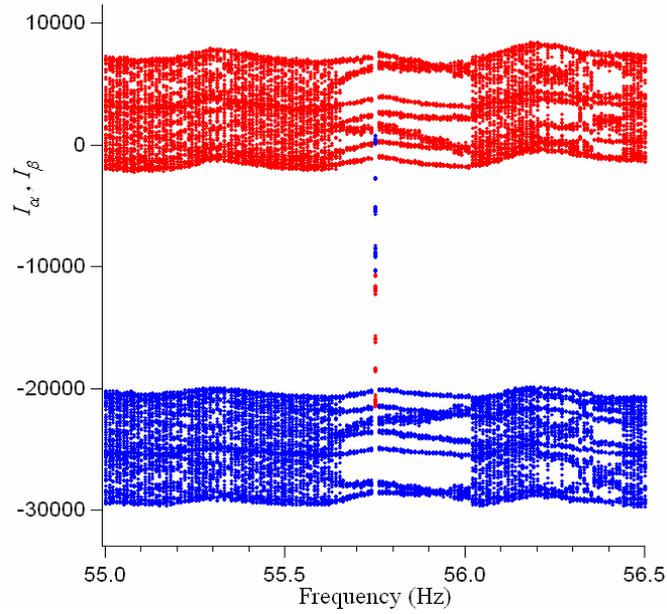


Figure 70 : Zoom du diagramme de bifurcation au voisinage de 55.75 Hz

Le tracé de la forme d'onde présenté *Figure 71* révèle que nous sommes en présence d'un comportement périodique. De plus, ce comportement apparaît comme parfaitement stable, sans comportement transitoire qui tendrait à le synchroniser avec la dynamique de période 7 des fréquences voisines. Naturellement cette observation n'est valable que sur les données expérimentales dont nous disposons, et l'on ne peut sans risque présumer du comportement du moteur si les conditions initiales avaient été différentes ou si le temps d'acquisition avait été plus long. Cependant, compte tenu de la présomption de stabilité du système que nous avons établi plus tôt, on peut supposer que ce comportement particulier est représentatif de la dynamique du moteur.

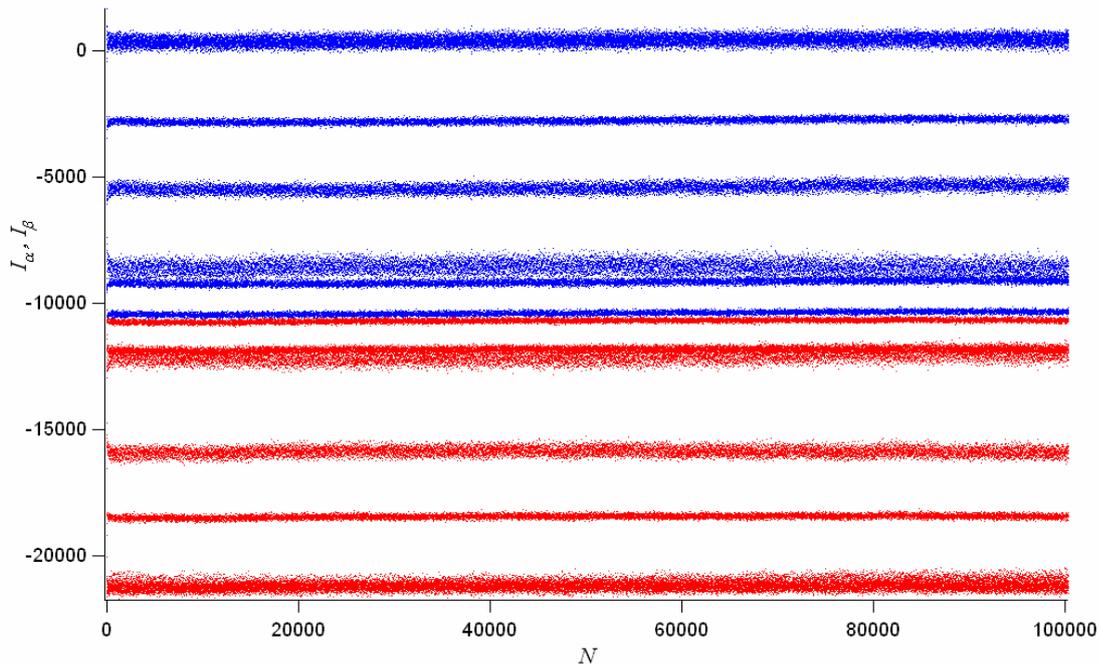


Figure 71 : Courants statoriques en fonction de l'indice de l'échantillon

Sur la *Figure 71*, la période des courants relevé semble être de 6. Cependant grâce au tracé de la section de Poincaré, *Figure 72*, on constate que la dynamique est en réalité de période 7. Sur cette même *Figure 72* nous avons également représenté la section de Poincaré pour la valeur de fréquence voisine de 55,74Hz. Il n'y a pas de chevauchement entre les deux sections, ni même de symétrie particulière, sinon qu'elles sont toutes deux de période 7. Pour toutes les autres fréquences de cette fenêtre de périodicité 7, les données se situent dans le voisinage de la section de Poincaré obtenue pour $f_c=55,74\text{Hz}$.

Ce phénomène permet de mettre en évidence la coexistence de deux attracteurs, cependant les phénomènes de migration de l'un vers l'autre restent inconnus.

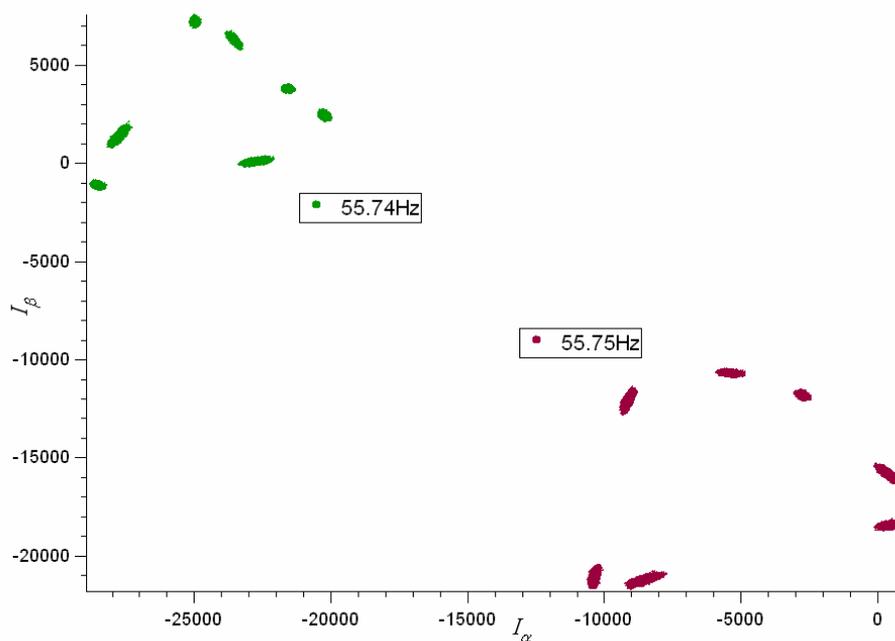


Figure 72 : Comparaison des sections de Poincaré à 55.74 Hz et 55.75 Hz

III.3.4 Transition chaotique et intermittence

La fréquence de commande de 58.00 Hz a ceci de particulier qu'elle permet de distinguer clairement trois formes de dynamiques différentes. L'observation du tracé des séries temporelles de la *Figure 73* montre l'alternance de comportements probablement chaotiques et de comportements périodiques, à l'intérieur desquels on identifie également des régimes intermittents transitoires. Ces « salves » se répètent à plusieurs reprises dans la trame des données échantillonnées. Après le régime transitoire, (au-delà de l'échantillon 6950) la dynamique semble être de période 2 sur I_α et 1 sur I_β .

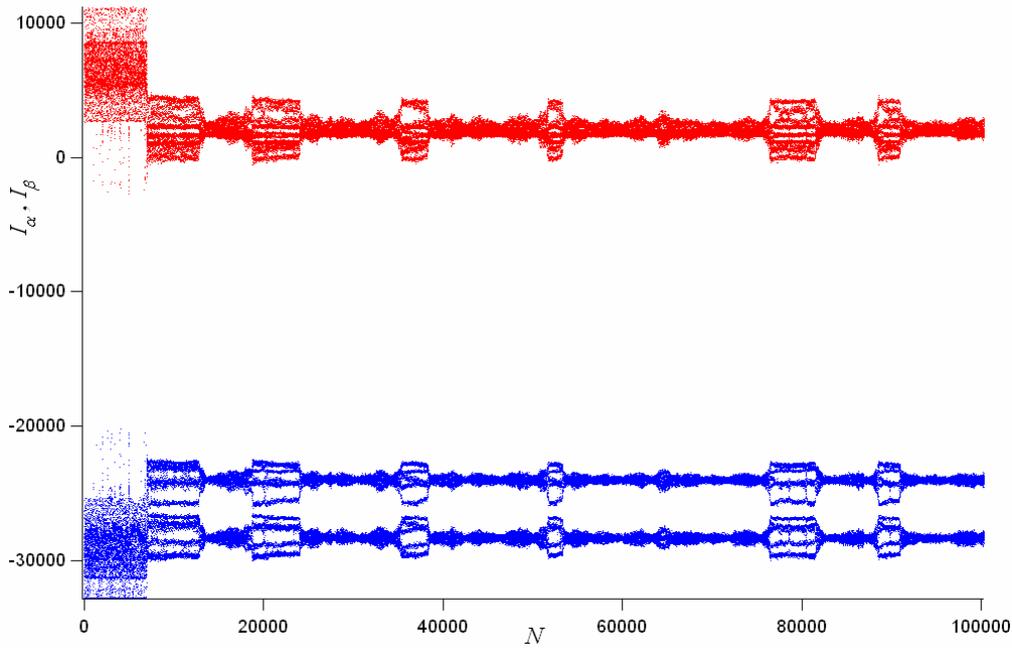


Figure 73 Tracé de la série temporelle de I_α et I_β pour $f_c=58$ Hz

La Figure 74 nous éclaire largement sur la dynamique du moteur. Sur cette dernière nous avons représenté la section de Poincaré représentant I_β en fonction de I_α . Les points sont tracés en différentes couleurs suivant leur instant d'échantillonnage, correspondant aux différentes régions identifiées sur la Figure 73.

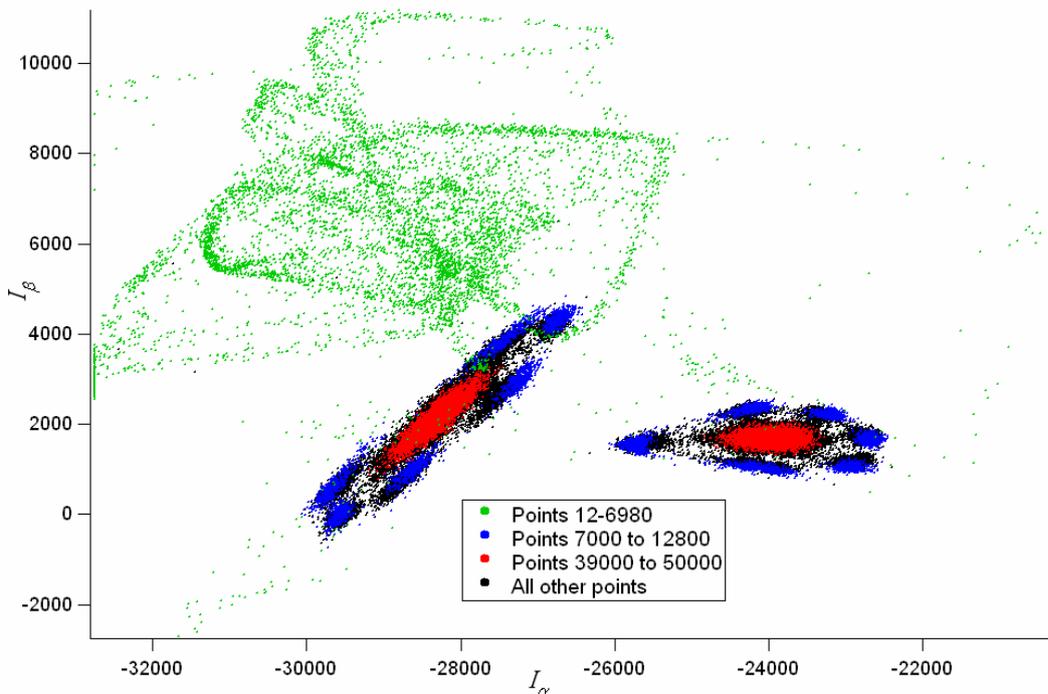


Figure 74: Section de Poincaré à $f_c=58.00$ Hz

On observe en premier lieu que la dynamique initiale est chaotique suivie d'un régime périodique dominant de période 2. On rencontre également un régime de périodicité 12 qui se superpose au précédent. On peut enfin identifier la relation qui existe entre ces trois attracteurs. En effet, ils sont très proches les uns des

autres de sorte que l'on comprend aisément les opportunités qu'il y a de passer de l'un à l'autre à cause, par exemple, du bruit ou de la dérive de certains paramètres.

On peut enfin faire une dernière remarque. L'orbite de période 12 n'est observée à nouveau que pour $f_c=57,90\text{Hz}$. Toutes les autres fréquences voisines de $57,75\text{Hz}$ à $58,25\text{Hz}$ ne présentent que 4 types de comportement :

- Période 1 pour I_α et 2 pour I_β ,
- Période 2 pour I_α et 1 pour I_β ,
- Dynamique chaotique,
- Route vers le chaos par les intermittances.

On peut en conclure que cette plage de fréquence représente une entrée en mode chaotique. Il est possible que ces comportements inhabituels soient un des signes représentatif d'une dynamique instable, c'est-à-dire un indicateur d'une éventuelle présence de chaos.

IV Conclusion

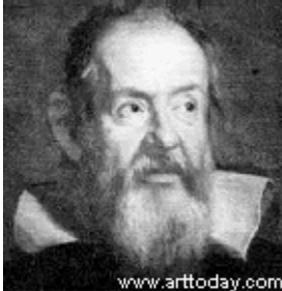
Nous sommes maintenant en mesure de fournir une caractérisation complète de la dynamique expérimentale du moteur pas à pas dont le détail est fourni dans le tableau suivant.

On constate que le comportement typique du moteur est de périodicité 1 mais on observe également la coexistence d'orbites de faible périodicité qui apparaissent pour de nombreuses valeurs de la fréquence de commande. Par ailleurs, les dynamiques complexes observées par différentes méthodes et précisées ensuite par la méthode de la section de Poincaré peuvent dissimuler des dynamiques quasi-périodiques. Finalement les dynamiques chaotiques apparaissent sur une plage de fréquence de commande limitée et ne sont souvent observées que de manière intermittente ou à l'occasion de transitions d'une dynamique à une autre.

Nous avons pu observer également un phénomène transitoire intéressant dans lequel les périodicités entre I_α et I_β sont différentes. Par exemple, juste avant la fenêtre de dynamique chaotique située entre 56,61Hz et 58,06Hz, le système alterne fréquemment entre deux dynamiques : I_α de période 1 et I_β de période 2 puis inversement. Cela peut être un mécanisme qui conduit à l'apparition du chaos.

Frequence (Hz)	Dynamique
40.01	Période 1 atypique
40.02-41.86	Période 1
41.87	Periode 1 avec basculement entre I_α et I_β
41.88-44.65	Période 1
44.66-70	Coexistence 2 dynamiques de période 1, avec basculement occasionnel
44.71-44.93	Période 1
44.94-44.98	Coexistence 2 dynamiques de période 1, avec basculement occasionnel
44.99-46.13	Période 1
46.14-46.28	Coexistence 2 dynamiques de période 1, avec basculement occasionnel
46.29-47.71	Période 1
47.72-48.00	T
48.01-51.15	Dynamique quasi-périodique, occasionnellement périodique sur la même orbite
48.85-48.92	Période 4, occasionnellement quasi-périodique
48.93-51.15	Dynamique quasi-périodique, rarement périodique sur la même orbite
49.59-49.74	Période 8 ou 9 plus dynamique quasi-périodique
49.75-50.07	Dynamique quasi-périodique, occasionnellement périodique sur la même orbite
50.08-50.19	Période élevée (8 ou 9) plus quasi-périodique
50.20-51.15	Dynamique quasi-périodique, fréquemment périodique sur la même orbite
51.16-52.75	Période 3, augmentation des transitoires
52.76-54.61	Dynamique quasi-périodique, occasionnellement périodique sur la même orbite
54.62-54.81	Période 5
54.82-55.67	Dynamique quasi-périodique avec période 7 sur la même orbite.
55.68-55.74	Période 7
55.75	Apparition d'un nouvel attracteur périodique de période 7
55.76-55.96	Période 7 (points très proches, parfois apparition de période 5 ou 6)
55.97-56.27	Quasi-périodique
56.28-56.50	Fréquents basculements entre dynamique quasi-périodique et périodique
56.51-58.06	I_α période 1 ou 2, I_β période 1 ou 2, augmentation du transitoire chaotique
58.07-59.63	Chaos
59.64-60.02	Chaos parsemé de période 2.
60.03	Période 2
60.04	Intermittence entre période 2 et chaos
60.05-63.61	Période 2
63.62-64.24	Période 2 sur I_α , Période 1 ou 2 sur I_β
64.25-65.99	Période 2
66.00-68.89	Période 2 sur I_β , Période 1 sur I_α
68.90-70.49	Lente convergence de I_β de période 2 vers période 1
70.50-72.37	Période 1
72.38-72.43	Coexistence de deux attracteurs période 1 et sauts occasionnels
72.44-72.94	Période 1
72.95-78.98	Coexistence de différentes dynamiques de période 1, avec basculement occasionnels
72.99-78.78	Période 1
78.79	Période 1, basculement entre I_α et I_β
78.80-80.00	Période 1

Contrôle du Chaos



La philosophie est écrite sur ce très grand livre qui est continuellement ouvert devant nos yeux (je veux dire l'Univers) mais il ne peut être compris à moins que d'abord on n'en apprenne le langage, et que l'on connaisse les caractères dans lequel il est écrit. Il est écrit en langage mathématique et les caractères sont des triangles, des cercles et autres figures géométriques... »

Galilée 1623

CONTROLE DU CHAOS

<u>I</u>	<u>INTRODUCTION</u>	<u>127</u>
<u>II</u>	<u>METHODES DE CONTROLE</u>	<u>128</u>
II.1	LA METHODE O.G.Y.	128
II.2	METHODE DE PYRAGAS	132
<u>III</u>	<u>RECHERCHE DES POINTS FIXES</u>	<u>133</u>
<u>IV</u>	<u>SIMULATION DU CONTROLE</u>	<u>135</u>
IV.1	DIMINUTION DE LA PERIODICITE DE LA TRAJECTOIRE	135
IV.2	CONTROLE D'UNE TRAJECTOIRE DANS UN ATTRACTEUR CHAOTIQUE	137
IV.3	POSSIBILITES D'AMELIORATION DU CONTROLE	137
<u>V</u>	<u>CONCLUSION</u>	<u>138</u>

I Introduction

Beaucoup d'études ont été consacrées au contrôle du moteur pas à pas à aimant. La plupart utilisent un retour d'état et une linéarisation, comme en /54/, où le contrôle de position nécessite une connaissance exacte des paramètres du moteur ce qui est un handicap du point de vue expérimental. En /58/ certaines incertitudes sur les paramètres sont tolérées. Un contrôle adaptatif par retour d'état est présenté en /59/. Des recherches ont aussi porté sur la réduction du nombre de capteurs nécessaires comme en /60/ et /55/ où les auteurs mettent en œuvre un observateur de vitesse à partir des courants et de la position, ces résultats sont étendus en /61/ au cas adaptatif. Le contrôleur proposé /63/ a été conçu pour s'affranchir de la mesure des courants et celui présenté en /64/ n'utilise que le retour de la position. En /62/, le contrôleur robuste vis-à-vis des paramètres et des perturbations de couple est conçu avec une approche par fonction de Lyapunov candidate.

Trop rares sont les articles présentant des résultats expérimentaux probants. Les contrôleurs sont le plus souvent simulés. Il est facile d'imaginer la difficulté de mise en œuvre et la puissance de calcul nécessaire pour espérer aboutir. Par exemple, quatre années auront été nécessaires entre /58/ et /55/ pour mettre au point un contrôleur à base de microprocesseur DSP et produire des résultats expérimentaux. Dans ce chapitre, nous proposons une approche différente du contrôle du moteur à deux points de vue. En premier lieu, nous montrons que les avancées réalisées dans les méthodes de contrôle du chaos peuvent être exploitées pour concevoir un contrôle très simple et économique du moteur pas à pas. En second lieu, nous nous intéressons au contrôle du moteur pas à pas commandé en vitesse par la fréquence et non pas en position. De ce fait, nous cherchons à assurer un fonctionnement périodique stable à la fréquence d'alimentation sur tout l'intervalle d'étude et en particulier dans la zone de fonctionnement chaotique en boucle ouverte.

Quels que soient l'auteur et la méthode choisie, l'idée du contrôle du chaos, revient généralement à perturber le système dynamique pour le stabiliser sur une orbite périodique instable (UPO) noyée dans un attracteur chaotique. Ce qui diffère d'une méthode à l'autre c'est le mode d'élaboration de la perturbation.

Dans la première partie de ce chapitre nous présenterons quelques méthodes de contrôle du chaos parmi les plus classiques et les plus à même de donner des résultats satisfaisants. Puis nous présenterons les résultats d'un travail effectué en collaboration avec *M Joshua D. REISS du Department of Electronic Engineering de l'université Queen Mary de Londres* concernant la recherche numérique des points fixes. Nous présenterons ensuite les résultats de contrôle réussis. Pour finir nous envisagerons les perspectives et les développements futurs de ce travail.

II Méthodes de contrôle

La première méthode de contrôle fut proposée par Ott (1990) et donna naissance à la méthode O.G.Y (Ott, Grebogi et Yorke) /42/. Elle s'applique à des systèmes discrets, ou discrétisés. Elle consiste à perturber le système en réajustant périodiquement un paramètre de contrôle de façon à maintenir la trajectoire chaotique sur une orbite périodique choisie. La méthode OGY est en mesure de stabiliser une dynamique chaotique sur n'importe quelle orbite périodique instable contenue dans l'attracteur chaotique, dès lors que sa trajectoire passe au voisinage de l'UPO choisie. Le voisinage doit être choisi « petit » pour que la perturbation engendrée par le réajustement du paramètre ne modifie pas la topologie de l'attracteur. C'est la principale faiblesse de cette méthode qui, très efficace une fois verrouillée, peut nécessiter des temps très importants avant que le contrôle ne soit actif. La méthode OGY est rarement utilisée seule.

Une autre stratégie consiste à imposer à un système $x(t)$ chaotique une dynamique donnée $g(t)$. Pour cela on va ajouter à l'équation d'état $\frac{dx}{dt} = F(x)$ un terme $U(t)$ tel que $\lim_{t \rightarrow \infty} |x(t) - g(t)| = 0$. Toute la difficulté réside alors dans le choix de la fonction $U(t)$. Certains auteurs proposent $U(t) = \frac{dg}{dt} - F(g(t))$ /40/ /43/. Cette méthode présente une solution généralement robuste. Cependant U n'est pas en général une perturbation petits signaux.

La méthode de Pyragas /45/ ou T.D.F. (time delay feedback) consiste à appliquer un retour continu retardé pour forcer l'évolution du système vers une dynamique voulue, chaque fois que le système passe au voisinage du comportement dynamique souhaité.

Naturellement cette liste n'est pas exhaustive, et il existe bien d'autres méthodes, comme par exemple la méthode appelée Washout filter basée sur l'insertion d'un filtre sélectif dans la boucle de retour, des méthodes adaptatives, etc...

II.1 La méthode O.G.Y.

La première étape nécessaire au contrôle d'un système chaotique par la méthode OGY consiste à identifier une orbite périodique instable. Pour cela on identifie une série de points voisins sur la section de Poincaré. Naturellement il est plus facile de rechercher des orbites de faible périodicité.

Dans ce qui suit, nous allons nous limiter à un espace d'état de dimension 2, ce qui ne limite en rien le caractère général de cette méthode. Soit

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

un vecteur d'état. Dans cet espace il existe une fonction F dépendant d'un paramètre μ tel que :

$$x_{n+1} = F(x_n, \mu) \quad (6.2)$$

Ce flot présente un (ou des) point(s) fixe(s) dépendant du paramètre p :

$$x_F = F(x_F, \mu) \tag{6.3}$$

Si on change le paramètre à chaque itération, le point fixe évolue. On a alors :

$$x_F(\mu_n) = F(x_F(\mu_n), \mu_n) \tag{6.4}$$

Si la perturbation est suffisamment petite pour ne pas modifier la dynamique du système, le nouveau point fixe peut être estimé par un développement de Taylor

$$x_F(\mu_{n+1}) \sim x_F(\mu_n) + (\mu_{n+1} - \mu_n) \left(\frac{\partial x_F(\mu)}{\partial \mu} \right)_{\mu=\mu_n} \tag{6.5}$$

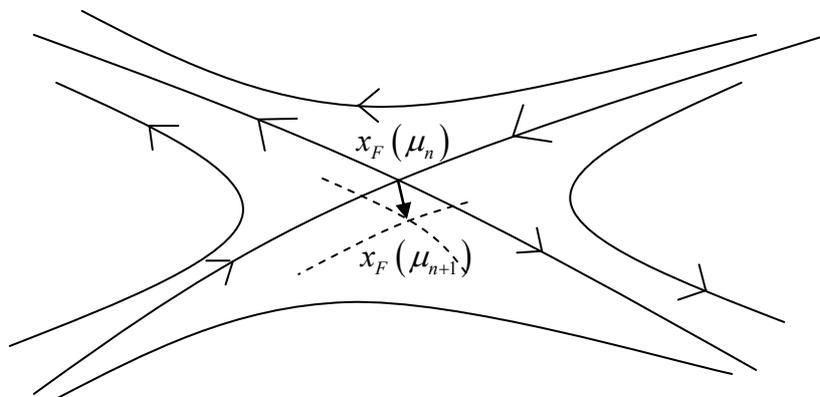


Figure 75 : Déplacement d'un point fixe instable dû à l'évolution du paramètre

De même on peut linéariser F au voisinage du point fixe à l'aide de sa matrice Jacobienne M .

Alors :

$$x_{n+1} = x_F(\mu_{n+1}) + M(x_n - x_F(\mu_{n+1})) \tag{6.6}$$

La matrice M est caractérisée par ses valeurs propres et ses vecteurs propres

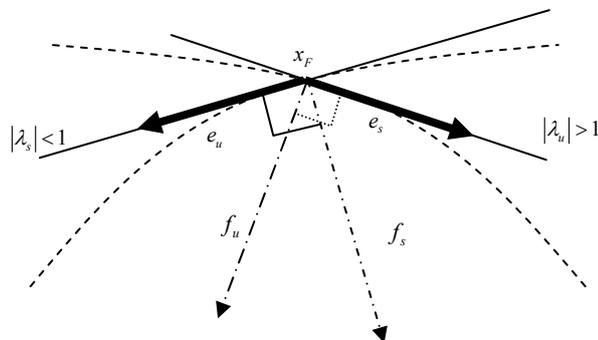


Figure 76: Vecteur propres au voisinage du point fixe

$$\begin{cases} Me_u = \lambda_u e_u \\ Me_s = \lambda_s e_s \end{cases} \quad (6.7)$$

où les indices s et u correspondent respectivement aux variétés stables et instables du flot.

On peut définir une nouvelle base au voisinage du point fixe $\{f_u, f_s\}$ telle que

$$\begin{cases} f_s^T \cdot e_s = f_u^T \cdot e_u = 1 \\ f_s^T \cdot e_u = f_u^T \cdot e_s = 0 \end{cases} \quad (6.8)$$

Il est aisé alors de démontrer que :

$$\begin{bmatrix} f_u^T \\ f_s^T \end{bmatrix} = [e_u \ e_s]^{-1} \quad (6.9)$$

d'où l'on peut déduire que :

$$f_u^T \cdot M = \lambda_u f_u^T \quad (6.10)$$

Rechercher la valeur du paramètre pour contrôler la trajectoire revient à faire en sorte que le prochain itéré se situe le plus près possible de la direction stable. Cela peut encore se traduire par l'équation

$$f_u^T \cdot (x_{n+1} - x_F(\mu_n)) = 0 \quad (6.11)$$

Cette expression signifie que le vecteur déplacement n'a aucune composante suivant la direction instable.

De ce qui précède on peut déduire la formule de O.G.Y. qui permet d'exprimer la variation du paramètre de contrôle entre chaque itéré par :

$$\delta\mu_n \sim \frac{\lambda_u}{\lambda_u - 1} \frac{f_u^T \cdot \delta x_n}{f_u^T \cdot \left(\frac{\partial x_F(\mu)}{\partial \mu} \right)_{\mu=\mu_n}} \quad (6.12)$$

Détermination expérimentale des différents paramètres

De ce qui précède on voit qu'il est assez aisé de déterminer l'évolution du paramètre de contrôle, du moins théoriquement. Il est cependant rarement possible d'accéder expérimentalement à toutes les variables d'état et l'on ne dispose généralement que d'une connaissance parcellaire et discrète des systèmes étudiés.

Dans ces conditions, on a recours à la théorie du plongement pour étudier les propriétés d'un attracteur à partir de relevés expérimentaux correctement choisis. Avant toute chose, il est nécessaire de déterminer la dimension de plongement de cet attracteur. Cette notion et une méthode d'estimation appliquées à la reconstruction ont été présentées en /47//48/.

Dimension Fractale

Il existe de nombreuses façons de définir une dimension. Tout le monde connaît la dimension d'un espace Euclidien correspondant au nombre minimum de coordonnées nécessaires pour spécifier de manière unique la position d'un point, ou encore la dimension d'un système dynamique correspondant au nombre de variables nécessaires à la représentation de son état. Cependant ces dimensions ne permettent pas de « mesurer » convenablement les attracteurs chaotiques aux caractéristiques essentiellement fractales. Il existe de nombreuses façons de définir la dimension d'un attracteur. De façon générique ces dimensions sont appelées dimensions fractales. Une dimension fractale d'attracteur n'est pas nécessairement entière. On peut citer parmi les plus connues, la dimension de boîte, la dimension d'information, la dimension de corrélation ou la dimension de Lyapunov, mais naturellement cette liste n'est pas exhaustive. Pour chacune de ces dimensions, il existe des méthodes numériques plus ou moins performantes permettant de les estimer expérimentalement. Nous donnons ici à titre d'exemple la définition de la dimension de boîte qui est probablement la plus intuitive/65/.

Définition

Supposons que l'on puisse recouvrir un attracteur A à l'aide d'éléments de volume de diamètre ε . Soit $N(\varepsilon)$ le plus petit nombre d'éléments de volume de diamètre ε nécessaires pour recouvrir A . Si A est une variété de dimension D alors

$$N(\varepsilon) = k \varepsilon^{-D} \quad (6.13)$$

où k est une constante dépendant uniquement de l'attracteur et de la forme des éléments de volume. Alors la dimension de boîte, notée D_{cap} s'exprime, lorsque la limite existe, comme étant:

$$D_{cap} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N(\varepsilon)}{\ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)} \quad (6.14)$$

Reconstruction

Un système est défini de manière unique par son vecteur d'état x . Si l'on effectue des mesures simultanées de m grandeurs indépendantes, le vecteur

$$y(t) = [y_1(t) \quad \cdots \quad y_m(t)] \quad (6.15)$$

ne dépend que de l'état du système, et peut donc être considéré comme une fonction du vecteur d'état $x(t)$.

On peut alors écrire

$$y = F(x) = [f_1(x) \quad \cdots \quad f_m(x)] \quad (6.16)$$

La fonction F est alors appelée fonction de mesure, et l'espace de dimension m dans lequel se trouve y est l'espace de reconstruction ou espace de plongement. Si l'on choisit m suffisamment grand alors la fonction F définit une bijection entre l'espace d'état et l'espace de reconstruction. Toutes les propriétés de

l'attracteur peuvent alors être observées dans l'espace de reconstruction. Pour que F soit une bijection, on montre [68] qu'une condition suffisante mais non nécessaire [69] [70] est :

$$m > 2D_{cap} \quad (6.17)$$

où D_{cap} est la dimension de boîte de l'attracteur.

Il n'est pas rare que le nombre de mesures indépendantes réalisables ne permette pas de respecter la condition (6.17). Supposons même que l'on ne puisse faire qu'une seule mesure. Cette fois $y(t) \in \mathbb{R}$.

Comme la mesure ne dépend que de l'état du système, on peut toujours écrire

$$y(t) = f(x(t)) \quad (6.18)$$

On peut aussi définir un vecteur des coordonnées temporelles retardées

$$H(x(t)) = [y(t-\tau) \cdots y(t-m\tau)] \quad (6.19)$$

Les systèmes dynamiques étudiés étant réversibles par rapport au temps (c'est-à-dire que connaissant $x(t)$ on peut retrouver $x(t-\tau)$), l'expression (6.19) peut être mise sous la forme

$$y = H(x) \quad (6.20)$$

avec $H(x) = [h_1(x) \cdots h_m(x)]$ et $h_k(x(t)) = f(x(t-k\tau))$

D'après le théorème de TAKENS [66] [67], la fonction H peut être considérée comme un choix particulier de la fonction de reconstruction F , et à condition de respecter la condition (6.17) elle présente toutes les propriétés de l'attracteur dans l'espace d'état. Des méthodes d'estimation directes de la dimension de plongement ont été proposées en [71] et [72].

Il suffit donc pour contrôler une orbite périodique instable d'appliquer la relation (6.12) au système reconstruit, les grandeurs λ_u , f_u , et $\left(\frac{\partial x_F}{\partial \mu}\right)_{\mu=\mu_n}$ étant accessibles expérimentalement.

II.2 Méthode de Pyragas

Cette méthode s'applique aux systèmes continus du temps. Supposons un système dynamique dont les équations sont inconnues mais dont un certain nombre de grandeurs sont accessibles expérimentalement. Nous pouvons écrire ce système sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{y} = P(y, x) + F(t) \\ \dot{x} = Q(y, x) \end{cases} \quad (6.21)$$

où y représente le vecteur des coordonnées expérimentalement accessibles et x le vecteur constitué par les coordonnées inaccessibles du vecteur d'état. P et Q sont des fonctions non linéaires. Enfin $F(t)$ représente une perturbation externe continue du temps. Le principe est de construire un signal de perturbation

du système tel qu'il ne modifie pas l'orbite périodique instable ciblée mais qu'il modifie simplement la valeur de l'exposant de Lyapunov correspondant afin de rendre cette orbite stable.

D'un point de vue expérimental, une fonction $F(t)$ intéressante peut s'écrire

$$F(t) = K(y(t-\tau) - y(t)) \quad (6.22)$$

où $K < 0$ et τ représente un retard. La stabilisation de l'UPO est obtenue lorsque $\tau = T$ période de l'UPO. Ce contrôle est dénommé TDFC (Time Delayed Feedback Control). Quand le contrôle est obtenu, le signal $F(t)$ tend vers 0, et le système dynamique modifié (6.21) redevient équivalent au système d'origine non perturbé.

Malheureusement ce type de contrôle échoue généralement pour des UPOs de période élevée. On peut alors utiliser une autre fonction $F(t)$ de perturbation qui généralise l'expression précédente et qui tient compte de l'historique du comportement du système. C'est le contrôle ETDF (Extended Time Delayed Feedback Control) [41].

$$F(t) = K \left((1-R) \sum_{m=1}^{\infty} R^{m-1} y(t-m\tau) - y(t) \right) \quad (6.23)$$

dans laquelle $0 \leq R < 1$ et K est une constante ajustée expérimentalement.

L'un des principaux avantages de cette méthode, comparée à la méthode O.G.Y., c'est qu'elle ne nécessite pas de connaissance a priori du modèle du système à contrôler.

Un autre avantage de cette méthode de contrôle, et non des moindres, réside dans sa simplicité d'implantation. En effet, comme on peut le voir sur (6.22), la programmation d'un tel contrôleur ne présente aucune difficulté. De surcroît, il est très facile à implanter dans un système numérique minimal et peut donc parfaitement se prêter à la réalisation d'une commande économique. Les performances de cette méthode ont déjà été évaluées pour la commande de convertisseurs statiques [36//37//38//44//46]. Tous ces arguments nous ont conduits à tester prioritairement cette méthode de contrôle, sans pour autant éliminer définitivement les autres pistes envisageables.

III Recherche des points fixes

Pour espérer contrôler un système chaotique, il faut dans un premier temps identifier une orbite périodique sur laquelle on va essayer de maintenir la trajectoire du vecteur d'état. Dans l'optique de l'ingénieur, l'idéal est de trouver une orbite de période 1 si elle existe.

La *Figure 78* représente le diagramme de bifurcation du moteur obtenu par simulation. Sur ce diagramme nous avons également représenté les points fixes. Naturellement jusqu'à une fréquence de 53 Hz environ, les points fixes sont stables et correspondent à la dynamique « normale » du moteur.

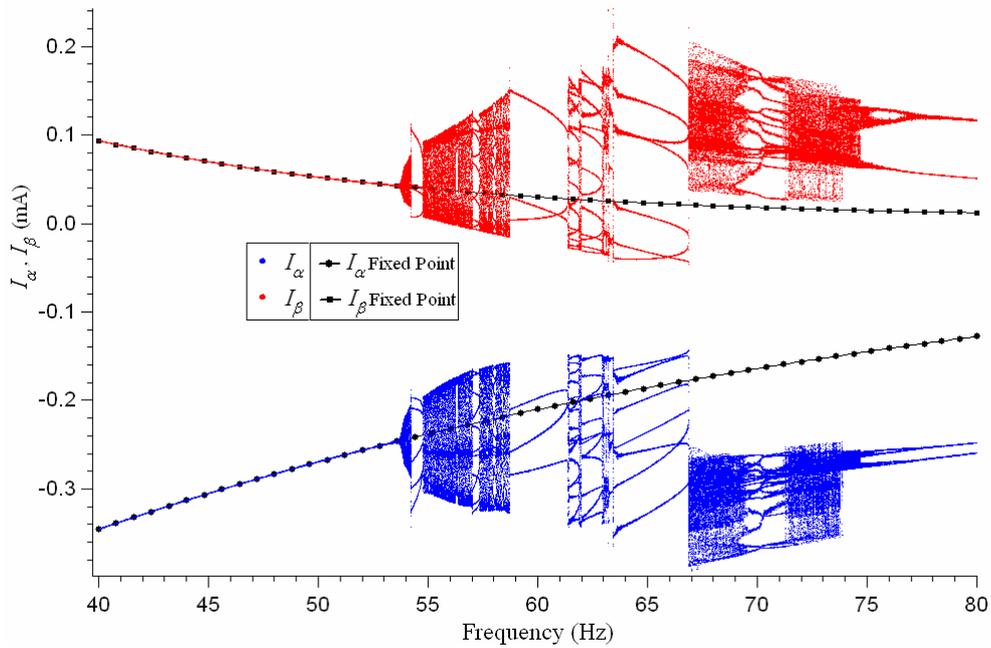


Figure 78 : Diagramme de bifurcation avec localisation des points fixes

La méthode utilisée pour déterminer les points fixes est la suivante. Pour chaque fréquence de commande, le point fixe est déterminé par itérations successives. On commence par choisir un point fixe supposé, qui peut par exemple être pris égal à la valeur du point fixe déterminé pour la fréquence juste voisine. Naturellement ce choix a des conséquences sur points les fixes que nous allons trouver, car il est probable qu'il existe d'autres points fixes, comme on pourra d'ailleurs le vérifier dans les exemples de contrôle qui suivent. L'algorithme que nous présentons ici va naturellement converger vers le point fixe le plus proche du point fixe fourni en approximation initiale. Soit

$$\bar{x}^* = (I_\alpha^*, I_\beta^*, \theta^*, \Omega^*) \quad (6.24)$$

On note x^* le point fixe et \bar{x}^* son estimation.

On définit ensuite un ensemble de vecteurs x_0 situés dans le voisinage de \bar{x}^* tels que

$$\{x_0\} = \{\bar{x}^* + \varepsilon\} \quad (6.25)$$

Pour chaque valeur de x_0 utilisée alors comme condition initiale, on intègre le système dynamique sur une période, ce qui nous donne un ensemble de $\{x_1\}$. Nous recherchons ensuite le \bar{x}_0 qui sera tel que $|x_0 - x_1|$ soit minimal. Ce \bar{x}_0 est alors retenu comme nouveau point fixe supposé. La méthode est alors itérée en choisissant un nouveau voisinage plus petit (généralement la moitié du précédent), jusqu'à ce que l'on estime disposer d'une précision suffisante sur le point fixe. Sur la *Figure 78*, l'erreur retenue est $|\bar{x}_0 - \bar{x}_1| < 10^{-5}$.

Cette méthode, comme toutes les méthodes itératives est très gourmande en temps de calcul. Cependant elle est très simple à mettre en œuvre et nous a fourni des résultats satisfaisants.

IV Simulation du contrôle

Puisque nous sommes certains maintenant qu'il existe des trajectoires périodiques stables ou instables d'ordre 1 dans toute la plage de commande comprise entre 40 et 80 Hz, nous pouvons nous intéresser aux possibilités de contrôle du moteur sur cette plage de fréquence. La méthode de contrôle que nous avons utilisée dans ce qui suit est la méthode de Pyragas. L'avantage principal de cette méthode est d'être facilement programmable et implantable dans un système temps réel.

Nous présentons ici les résultats de simulations qui ne correspondent qu'à des situations parfaites et sans aucun bruit.

IV.1 Diminution de la périodicité de la trajectoire

La *Figure 79* représente une projection de la section de Poincaré simulée pour une fréquence de commande du moteur de 71 Hz. On observe à cette fréquence un comportement périodique de période élevée (a priori 17). À l'aide du contrôle, nous allons chercher à stabiliser le moteur sur une orbite de période 1.

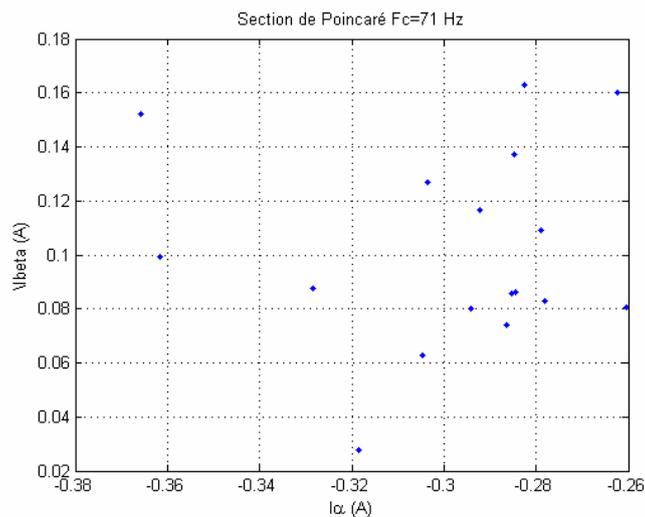


Figure 79: section de Poincaré sans contrôle pour $f_0=71\text{Hz}$

Pour cela nous allons générer la perturbation suivante :

$$\delta f = K(I_\alpha(n) - I_\alpha(n-1)) \quad (6.26)$$

La *Figure 80* est obtenue en faisant varier la valeur du gain K par incrément de 5. Pour chaque valeur de gain, on a enregistré 300 périodes de fonctionnement du moteur. Les 300 premières périodes correspondent à une valeur nulle du gain K , c'est-à-dire à un fonctionnement sans contrôle sur lequel on retrouve effectivement la dynamique de la *Figure 79*. La première valeur de K non nulle laisse apparaître une déstabilisation du moteur. Pour une valeur de K égale à 10, la dynamique se stabilise après un transitoire d'une centaine de périodes, sur une orbite de période 2. Puis pour les valeurs de gain comprises entre 15 et 20 le système continu à se stabiliser sur une orbite de période deux, mais beaucoup plus rapidement. Ensuite, les valeurs de K comprises entre 25 et 80 permettent de stabiliser le moteur sur un cycle de période 1. En continuant à augmenter le gain, le système se déstabilise à nouveau.

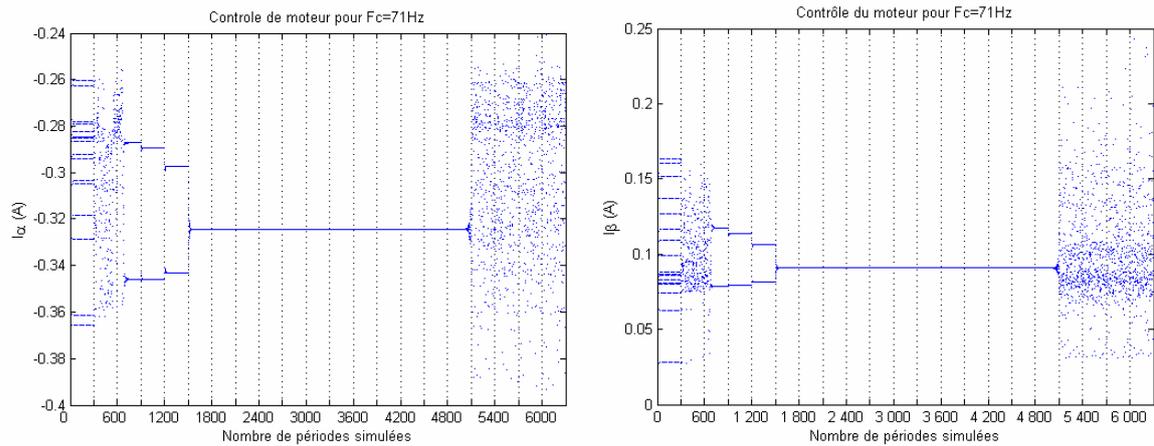


Figure 80: Contrôle par la méthode TDF pour $f_0=71\text{Hz}$. Le gain est incrémenté de 5 toutes les 300 périodes de fonctionnement du moteur

Si l'on poursuit plus avant la simulation, on voit apparaître de nouvelles plages de synchronisation sur des périodes élevées. On peut noter ici que le contrôle est aussi efficace sur le courant I_α que sur le courant I_β .

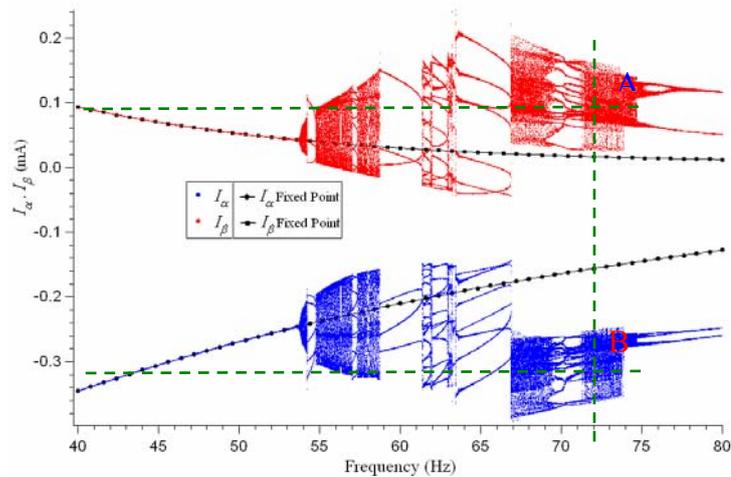


Figure 81: Points de fonctionnement du système contrôlé à 71Hz

Sur la Figure 81 nous avons repris le diagramme de bifurcation sur lequel nous avons placé les points fixes simulés par la méthode décrite au paragraphe 3 de ce chapitre. On constate bien que, comme le montrent les points A et B, le système se stabilise sur une orbite périodique de période 1, il s'agit d'une orbite différente de celle déjà identifiée. Nous n'avons pas imposé au système de se stabiliser sur une orbite précise, mais simplement de se stabiliser sur une orbite de période 1.

IV.2 Contrôle d'une trajectoire dans un attracteur chaotique

Dans ce deuxième exemple, nous avons cherché à stabiliser la trajectoire du vecteur d'état du moteur sur une orbite périodique lorsque celle-ci se trouve plongée dans un attracteur chaotique. La *Figure 82* illustre le cas d'une section de Poincaré obtenue pour une fréquence de commande de 72Hz.

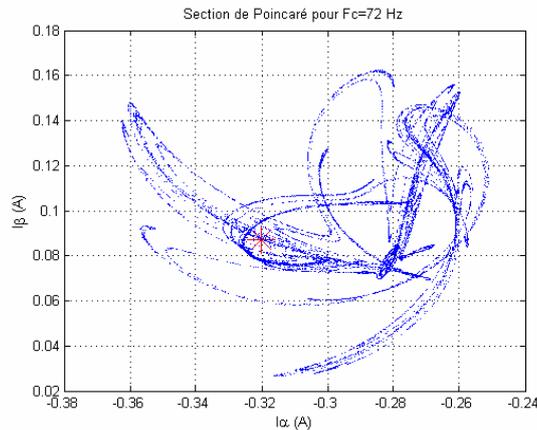


Figure 82: Section de Poincaré pour $f_c=72$ Hz

Le résultat du contrôle est présenté *Figure 83*. La méthode de Pyragas semble ici encore fournir une stratégie convenable de contrôle du moteur pas à pas. La dynamique du moteur pas à pas ainsi contrôlée est très semblable à ce que nous avons obtenu dans l'exemple précédent. On notera simplement une légère augmentation de la plage des valeurs de K utilisables. Nous avons repéré par une croix rouge sur la *Figure 82* la position du point de fonctionnement du moteur contrôlé. Ce point se situe au cœur de l'attracteur chaotique. Cependant, cette fois encore, le point fixe sur lequel s'est stabilisée la trajectoire ne correspond pas au point fixe prédéterminé sur la *Figure 78*.

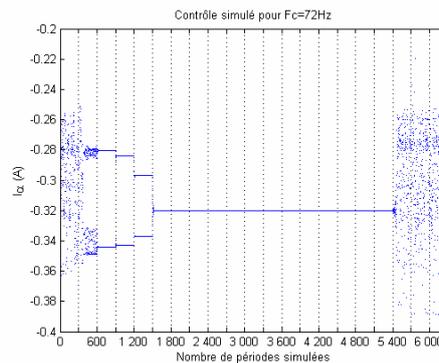


Figure 83: Contrôle par la méthode de Pyragas pour $f_c=72$ Hz

IV.3 Possibilités d'amélioration du contrôle

Les résultats obtenus précédemment ne doivent pas masquer le fait que malheureusement dans certains cas le contrôleur n'a pas donné de résultats satisfaisants, tout au moins pour la gamme des valeurs de gain que nous avons explorée. C'est le cas par exemple pour une fréquence de commande de 56Hz comme

on peut le voir sur la *Figure 84*, où pour des valeurs de gain K comprises entre 0 et 100 on n'arrive pas à stabiliser le moteur sur une orbite de période 1.

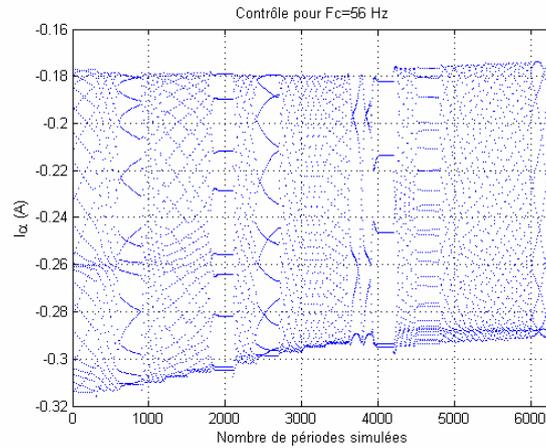


Figure 84: Contrôle pour $f_c=56\text{Hz}$

Cependant nous avons mis en évidence au paragraphe III, qu'il existe au moins un point fixe sur toute la gamme de fréquence explorée. Nous pensons que l'échec du contrôle peut être attribué à des conditions initiales situées en dehors des bassins d'attraction du ou des points fixes d'ordre 1.

Parmi les pistes que nous envisageons :

- En s'inspirant de la méthode utilisée pour la recherche numérique des points fixes, c'est-à-dire en partant d'une zone de contrôle efficace et en faisant varier continuellement la fréquence de commande, nous pensons réussir à stabiliser la dynamique du moteur sur une orbite de période 1.
- Une autre possibilité est l'estimation des bassins d'attraction des points fixes d'ordre 1 pour les fréquences n'ayant pas permis le contrôle dans le but de choisir des conditions initiales appropriées.
- Nous évaluerons également la version étendue du contrôleur de Pyragas : ETDFC.

Enfin, nous aimerions évaluer un certain nombre d'autres méthodes existantes de contrôle des moteurs pas à pas au regard des possibilités d'adaptation qu'elles pourraient offrir à l'implantation d'un contrôle simple et économique : /53//54//56//57/

V Conclusion

Parmi un certain nombre de méthodes de contrôle du chaos, nous avons testé un contrôleur de Pyragas en raison de sa simplicité qui doit garantir un faible coût d'implantation dans l'optique d'une mise en œuvre industrielle. Les résultats sont très encourageants. En effet, l'étude effectuée sur les trois exemples

précédents a été étendue à toute la plage de fréquence comprise entre 40 Hz et 80 Hz. Excepté entre 54 Hz et 57 Hz, nous avons été en mesure de trouver une valeur de gain K permettant de stabiliser un fonctionnement périodique du moteur à la fréquence d'alimentation.

Les résultats précédents sont le fruit de simulations non bruitées. La suite de notre travail implique une validation de cette méthode de contrôle vis-à-vis de sa robustesse au bruit de mesure ainsi qu'à la dérive des paramètres.

Une étude concernant un contrôle robuste est actuellement en cours en collaboration avec **M Moez FEKI du laboratoire ICOS de l'Ecole Nationale d'Ingénieur de Sfax**. Les résultats préliminaires ont été présentés /39/.

Le laboratoire a également acquis une carte de prototypage rapide DSpace, avec laquelle nous envisageons de tester expérimentalement différents algorithmes de contrôle avant une implantation à caractère économique et industriel sur un micro contrôleur de type PIC ou DSPIC.

Conclusion

Nous rappelons que l'objectif de ce travail était d'approfondir les comportements aperiodiques complexes d'un moteur pas à pas à aimant, comportements se manifestant en dehors de la plage habituelle d'utilisation, en ayant pour but d'élaborer une commande simple et économique permettant d'étendre la plage de vitesse utilisable.

En postulant que ces fonctionnements apparemment erratiques étaient les manifestations d'un système dynamique non linéaire, nous avons pris le parti d'aborder notre étude en utilisant les outils bien adaptés de la théorie du chaos. Après en avoir indiqué les éléments essentiels, nous avons articulé notre méthodologie autour de trois axes : 1) la modélisation et la simulation 2) l'expérimentation et l'analyse des données expérimentales et 3) le contrôle.

La modélisation d'un moteur pas à pas idéal a permis de prouver que les nombreuses dynamiques aperiodiques et le chaos en particulier ne résultaient pas de phénomènes secondaires plus ou moins bien modélisés mais bien plutôt de la nature profondément non linéaire de ce type d'actionneur. En partant des notions fondamentales de l'électromagnétisme, la succession des hypothèses simplificatrices a été mise en évidence dans une modélisation étape par étape pour établir le caractère élémentaire du modèle. Les difficultés algorithmiques propres à la simulation des trajectoires chaotiques ont été considérées avec soin. L'ensemble des précautions particulières à prendre tant au niveau de la représentation des nombres que du choix du pas d'intégration ou de la conformation du modèle ont été présentées. Cela a permis d'aboutir à un noyau de simulation du moteur fiable même en zone chaotique. Ce résultat est indispensable pour simuler un contrôle dans la dernière partie.

Nous avons tenu à concevoir une partie expérimentale même si l'extrême sensibilité des comportements chaotiques rend ce genre d'entreprise délicate. Nous avons exposé quelles sont les précautions spécifiques prises dans la conception du banc d'acquisition automatisé : le soin apporté à l'initialisation du moteur pour assurer une reproductibilité maximale et l'attention portée au traitement du bruit dans la chaîne analogique. La plus grande rigueur a été nécessaire dans la stabilité de la fréquence de la commande et de l'échantillonnage. Nous avons donc aussi détaillé les adaptations réalisées sur le pilote de bas niveau de la carte d'acquisition/commande synchrone en vue de garantir le synchronisme exact entre la commande et la mesure. Grâce à ce banc d'essai, nous avons pu reproduire toute la richesse des comportements non linéaires décrite par l'outil de simulation mis au point : régimes sous harmoniques, route vers le chaos par la quasipériodicité, régimes d'intermittences, transitoires chaotiques, fenêtres de périodicité, coexistence d'attracteurs et saut de l'un à l'autre. L'analyse des données expérimentales massives produites sur des temps de fonctionnement longs a été menée au moyen d'un protocole mettant en œuvre différents types de diagrammes de bifurcation, des sections de Poincaré et des observations spécifiques pour certaines fréquences aux comportements très particuliers. Nous avons ainsi caractérisé complètement la dynamique expérimentale de notre moteur pas à pas sur la plage de fréquence dans laquelle ces comportements a priori étranges apparaissent.

Enfin, nous avons étudié la faisabilité du contrôle en vitesse du moteur pas en pas dans la zone hors synchronisme. Notre contrainte était de concevoir un système de commande économique tant au niveau du dimensionnement que de l'implantation ou du temps de développement. Pour cette raison nous avons considéré le cas d'un petit moteur industriel de faible coût, alimenté très simplement en tension. L'approche proposée est issue des avancées réalisées dans les méthodes de contrôle du chaos. Le contrôleur de Pyragas que nous avons simulé dans sa version de base a donné des résultats satisfaisants. En effet, sans connaissance a priori sur le modèle du moteur et ses paramètres, il a permis de stabiliser un fonctionnement périodique sur la plus grande partie de la zone de fréquence considérée.

Actuellement, les performances en terme de rapidité de convergence selon la fréquence stabilisée et le gain du correcteur sont en cours d'évaluation. La suite de notre travail implique une validation de cette méthode de contrôle vis-à-vis de sa robustesse au bruit de mesure ainsi qu'à la dérive des paramètres. De plus, une étude concernant un contrôle robuste basé sur un critère de stabilité absolue fait actuellement l'objet d'une collaboration. Les premiers tests expérimentaux seront prochainement réalisés sur une carte de prototypage DSPACE avant une implantation économique à caractère industriel sur un micro contrôleur PIC ou DSPIC.

Bibliographie

/1/ /ECKMANN J.P. 1985/

J.P. Eckmann, D. Ruelle, *Ergodic theory of chaos and strange attractors*, Reviews of Modern Physics, Vol. 57, N°3, Part I, 1985, pp. 622,623.

/2/ /FEIGENBAUM M.J. 1978/

M.J. FEIGENBAUM, *Quantitative universality for a class of nonlinear transformations*, J. Stat. Phys. Vol.19, 1978, pp.25-52.

/3/ /FEIGENBAUM M.J. 1979/

M.J. FEIGENBAUM, *The universal metric properties of nonlinear transformations*, J. Stat. Phys. Vol.21, 1979, pp. 669-706.

/4/ /FLIELLER D. 1995/

D. FLIELLER, *Etude de systèmes électrotechniques non linéaires échantillonnés. Application à la modélisation et à la commande de machine à réluctance variable à double saillance*, Thèse de Dr. Es sciences - physique et génie électrique, Paris 6, 1995.

/5/ GLEICK J. 1989/

J. GLEICK, *La théorie du chaos – vers une nouvelle science*, Albin Michel, Paris, 1989, ISBN : 2-08-081219-X.

/6/ /GLENDINNING P. 1994b/

P. GLENDINNING, *Stability, instability and chaos*, Cambridge University Press, 1994.

/7/ /LAPLACE P.S. 1814/

P.S. LAPLACE, *Essai philosophique sur les probabilités*, Christian Bourgeois Editeur, Paris, 1986, ISBN : 2-267-00461-5.

/8/ /LI T. Y. 1975/

T.Y. LI, J.A. YORKE, *Period three implies chaos*, Am. Math. Monthly, Vol.82, 1975, pp.985-992.

/9/ /LORENZ E., 1963/

E. LORENZ, *Deterministic Nonperiodic Flow*, J. Atmos. Sci. Vol.20 pp.130-141.

/10//MARCHAL C. 2004/

C. MARCHAL, *Déterminisme, hasard, chaos, liberté. Henri Poincaré et la révolution des idées scientifiques au vingtième siècle*, Colloque Henri Poincaré et les Sciences physiques, Ecole des Mines de Paris, 7 octobre 2004.

/11//MAY R.M. 1976/

R.M. MAY, *Simple mathematical models with very complicated dynamics*, Nature Vol.261, 1976, pp.459-467.

/12//MIDDLEBROOK R.D. 1977/

R.D. MIDDLEBROOK, S. CUK, *A general unified approach to modelling switching-converter power stages*, Int. J. Electron. Vol.42, N°6, 1977, pp.521-550.

/13//MIRA C. 1969/

C. MIRA, *Cours de systèmes asservis non linéaires*, Dunod, Paris, 1969, p.12.

/14//PARKER T.S. 1989 a/

T.S. PARKER, L.O. CHUA, *Practical Numerical Algorithms for Chaotic systems*, Springer – Verlag, 1989.

/15//PARKER T.S. 1989 b/

T.S. PARKER, L.O. CHUA, *Chaos: A Tutorial for Engineers*, Proceedings of the IEEE, Vol. 75, N°8, 1975, pp.982-1007.

/16//POINCARÉ H. 1890/

H. POINCARÉ, *Sur le problème de trois corps et les équations de la dynamique*, Acta Math., Vol.13, 1890, pp.1-270.

/17//POINCARÉ H. 1908/

H. POINCARÉ, *Science et méthode*, Flammarion, Paris, 1908, pp. 68, 69, 91.

/18//PRIGOGINE I. 1994/

I. PRIGOGINE, *Les lois du chaos*, Flammarion, Paris, 1994.

/19//PRIGOGINE I. 1996/

I. PRIGOGINE, STENGERS I., *La Fin des certitudes : temps, chaos et les lois de la nature*, Odile Jacob, 1996.

/20//REINHARD H. 1989/

H. REINHARD, *Equations différentielles – Fondements et applications*, Dunod Université, Paris, 1989, pp.34-35.

/21//ROBERT B. 2000/

B. ROBERT, M.-C. MARION-PERA, C. GOELDEL, *Dynamiques aperiodiques et chaotiques du moteur pas à pas*, Revue Internationale de Génie Electrique, Vol.3, 2000, pp.375-410.

/22//SEYDEL R. 1988/

R. SEYDEL, *From Equilibrium to Chaos: Practical Bifurcation and Stability Analysis*, Elsevier, New York, 1988.

/23//SMALE S. 1967/

S. SMALE, *Differentiable Dynamical Systems*, Bull. Am. Math. Soc., Vol.73, 1967, pp.747-817.

/24//ABIGNOLI M./

M. ABIGNOLI, C. GOELDEL, *Moteur pas à pas*, Techniques de l'Ingénieur, Génie électrique, D3 III, pp. D3690-1 à D3690-21, 1991.

/25//JUFER M. 1979/

M. JUFER, *Electromécanique – Traité d'électricité, d'électronique et d'électrotechnique*, Dunod, 1979.

/26//GRENIER D. 2001/

D. GRENIER, F. LABRIQUE, H. BUYSE, G. SEGUIER, *Electromécanique, convertisseurs d'énergie et actionneurs*, Dunod Sciences Sup, 2001.

/27//MELKOTE H. 1999a/

H. MELKOTE, F. KHORRAMI, S. JAIN, M.S. MATTICE, *Robust adaptive control of variable reluctance stepper motors*, IEEE Trans. Control Systems Technology, Vol.7, N°2, 1999, pp.212-221.

/28//TRIFA V. 2002/

V. TRIFA, O. RABULEA, L. ZARNESCU, *Nonlinear modelling of switched reluctance motor*, Proceedings of 10th International Power Electronics and Motion Control Conference EPE-PEMC, Cavtat – Dubrovnik, Croatie, 9-11 septembre, 2002, CD-ROM.

/29//TRIFA V. 1995/

V. TRIFA, R. MUNTEANU, ELENA GAURA, *Neural network based modelling and simulation of PM-hybrid stepping motor drive*, Proceedings of 2nd Aegean Conference on Electrical Machines and Power Electronics, Kusadasi, Turquie, 5-7 juin, pp.460-463.

/30//PERA M.C. 2000/

M.C. PERA, B. ROBERT, C. GOELDEL, *Non Linear Dynamics in Electromechanical systems – Application to a Hybrid Stepping Motor*, Electromotion, Vol.7, 2000, pp.31-42.

/31//ALIN F. 2002/

F. ALIN, B. ROBERT, C. GOELDEL, *On the limits of chaotic simulations by classic software – application to the step motor*, IEEE International Conference on Industrial Technology ICIT, Bangkok, Thaïland, 11-14 décembre, 2002, CD-ROM.

/32//REISS J. 2003/

J. REISS, B. ROBERT, F. ALIN, M. SANDLER, *Flip Phenomena and Co-existing Attractors in an Incremental Actuator*, IEEE International Conference on Industrial Technology ICIT, Maribor, Slovénie, 10–12 décembre, 2003, CD-ROM.

/33//ROBERT B. 2004/

B. ROBERT, F. ALIN, M. FEKI, *Towards the control of chaos in a step motor*, International Power Electronics & Motion Control Conference EPE-PEMC, Riga, Lettonie, 2–4 septembre, 2004, CD-ROM.

/34//ROBERT B. 2001/

B. ROBERT, F. ALIN, C. GOELDEL, *Aperiodic and Chaotic Dynamics in Hybrid Step Motor – New Experimental Results*, Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics ISIE, Pusan, Corée, 12-16 juin, 2001, pp.2136-2141.

/35//ALIN F. 2001/

F. ALIN, B. ROBERT, *Application de la théorie du chaos à l'approche expérimentale de la dynamique non linéaire d'un moteur pas à pas*, Journées Doctorales d'Automatique JDA, Toulouse, France, 2001, pp. 231-236.

/36//ROBERT B. 2005/

B. ROBERT, M. FEKI, H.H.C. IU, *Controlling PWM Inverter Using a Proportional Plus Extended Time-Delayed Feedback Controller*, International Journal of Bifurcation and Chaos (to be appear).

/37//ROBERT B. 2004/

B. ROBERT, H.H.C. IU, M. FEKI, *Adaptive Time-Delayed Feedback for Chaos Control in a PWM Single Phase Inverter*, Journal of Circuits, Systems and Computers, Vol.13, N°3, 2004, pp.519-534.

/38//IU H.H.C. 2003/

H.H.C. IU, B. ROBERT, *Control of Chaos in a PWM Current-Mode H-Bridge Inverter Using a Time-Delayed Feedback*, IEEE Trans. on Circuits and Systems – Part 1, Special Issue on switching systems, 2003.

/39//FEKI M. 2005/

M. FEKI, B. ROBERT, F. ALIN, C. GOELDEL, *Controlling Chaotic Behavior of the Stepper Motor*, 8th International Conference on Modeling and Simulation of Electric Machines, Converters and Systems ELECTRIMACS, Hammamet, Tunisie, 17-20 avril, 2005, Cdrom.

/40//ARECCHI F.T. 1998/

F.T. ARECCHI, S. BOCCALETTI, M. CIOFINI, R. MEUCCI, C. GREBOGI, *The control of chaos: theoretical schemes and experimental realization*, Int. J. of Bifurcation and Chaos, Vol.8, N°8, 1998, pp.1643-1645.

/41//PYRAGAS K 1995/

K. PYRAGAS, *Control of chaos via extended delay feedback*, Phys. Lett. A, Vol.206, 1995, pp.323-330.

/42//OTT E. 1990/

E. OTT, C. GREBOGI, J.A. YORKE, *Controlling Chaos*, Physic. Rev. Lett. Vol.64, n°11, 1990, pp.1196-1199.

/43// B. PLATT 1990/

B. PLATT, A.W. HUEBLER, *Non Linear resonances and suppression of chaos in the rf-biased Josephson junction*, Phys. Rev. Lett. Vol.65, 1990, pp.2302-2305.

/44//DION J. 1998/

J. DION, L. DUGARD, M. FLIESS, *Time-delay stabilization of periodic orbits of the current-mode controlled boost converter*, IFAC Linear Time Delay Systems, 1998, pp.111-116.

/45//PYRAGAS K 1992/

K. PYRAGAS, *Continuous control of chaos by self-controlling feedback*, Phys. Lett. A, Vol.170, 1992, pp.421-428.

/46//ROBERT B. 2003/

B.ROBERT, H.H.C. IU, M. FEKI, *Widening the Stability Range of a PWM Inverter using a Robust Chaos Control*, Proceedings of 10th European Conference on Power Electronics and Applications EPE, Toulouse, France, 2-4 septembre, 2003, CD-ROM.

/47//REISS J. 2002/

J. REISS, F. ALIN, M. SANDLER, B. ROBERT, *A Detailed Analysis of the Nonlinear Dynamics of the Electric Step Motor*, IEEE International Conference on Industrial Technology ICIT, Bangkok, Thailand, 11-14 décembre, 2002, CD-ROM.

/48//PERA M.C. 2001/

M.C. PERA, B. ROBERT, D. GUEGAN, *Electric step motor: non linear dynamics and estimation of the embedding dimension*, Proceedings of the 5th Experimental Chaos Conference in Simulation, chapter 11, Orlando, USA, 28 juin – 1^{er} juillet, 1999, pp. 357-363. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2001

/49//CHEN J. 1990/

J. CHEN, D. GAEIRO, E. STOECKERT, *SPICE modeling of a stepper motor with ist control, drive and load*, Conference Record of the IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, Vol.1, 7-12 octobre, 1990, pp.190-195.

/50//GRENIER D. 1997/

D. GRENIER, L.A. DESSAINT, O. AKHRIF, Y. BONNASSIEUX, B. LE PIOUFLE, *Experimental nonlinear torque control of a permanent-magnet synchronous motor using saliency*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol.44, N°5, 1997, pp.680-687.

/51//BELKHOUCHE F. 2003/

F. BELKHOUCHE, S. MUZDEKA, *A linearized model for permanent magnet stepper motors*, 29th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society IECON. Vol.1, 2-6 novembre, 2003, pp.301-305.

/52//KUO B.C. 1978/

B.C. KUO, J.TAL, *Incremental Motion Control, Steps Motors and Control Systems*, Vol.2, SRL Publishing Company, Champaign, USA, 1978, pp.102-105.

/53// KRISHNAMURTHY P. 2003/

P. KRISHNAMURTHY, F. KHORRAMI, *Robust adaptive voltage-fed permanent magnet step motor control without current measurements*, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol.11, N°3, 2003, pp.415-425.

/54//ZRIBI M. 1991/

M. ZRIBI, J. CHIASSON, *Position control of a PM stepper motor by exact linearization*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.36, N°5, 1991, pp.620-625.

/55//BODSON 1993/

M. BODSON, J.N. CHIASSON, R.T. NOVOTNAK, R.B. REKOWSKI, *High-performance nonlinear feedback control of a permanent magnet stepper motor*, IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol.1, N°1, 1993, pp.5-14.

/56//MELKOTE H. 1999b/

H. MELKOTE; F. KHORRAMI, *Robust nonlinear control and torque ripple reduction for permanent magnet stepper motors*, IEE Proceedings Control Theory and Applications, Vol.146, N°2, 1999, pp.186-196.

/57// LYSHEVSKI S.E. 1997/

S.E., *Motion control of electromechanical servo-devices with permanent-magnet stepper motors*, Mechatronics, Vol.7, N°6, 1997, pp.521-536.

/58//BODSON M. 1989/

M. BODSON, J. CHIASSON, *Application of nonlinear control methods to the positioning of a permanent magnet stepper motor*, Proceedings of the 28th IEEE Conference on Decision and Control Vol.1, 13-15 décembre, 1989, pp.531-532.

/59//MARINO R. 1995/

R. MARINO, S. PERESADA, P. TOMEI, *Nonlinear adaptive control of permanent magnet step motors*, Automatica, Vol.31, N°11, 1995, pp.1595-1604.

/60//CHIASSON J.N. 1993/

J.N. CHIASSON; R.T. NOVOTNAK, *Nonlinear speed observer for the PM stepper motor*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.38, N°10, 1993, pp.1584-1588.

/61// VEDAGARBHA P. 1995/

P. VEDAGARBHA, T. BURG, J. HU, D.M DAWSON, *A systematic procedure for the design of adaptive partial state feedback position tracking controllers for electric machines*, Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control, Vol.3, 13-15 décembre, 1995, pp.2133-2138.

/62//MELKOTE H. 1999c/

H. MELKOTE, F. KHORRAMI, *Nonlinear output feedback control for stepper motors: a robust adaptive approach*, Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications, Vol.1, 22-27 août, 1999, pp.755-760.

/63// SPEAGLE R.C. 1993/

R.C. SPEAGLE, J. HU, D.M. DAWSON, Z. QU, *Robust tracking control of a permanent magnet stepper motor without current measurements*, Second IEEE Conference on Control Applications Vol.1, 13-16 septembre, 1993, pp.153-158.

/64// BURG. R. 1994/

R. BURG, J. HU, D. DAWSON, P.A. VEDAGARBHA, *A global exponential position tracking controller for a permanent magnet stepper motor via output feedback*, Proceedings of the Third IEEE Conference on Control Applications Vol.1, 24-26 août, 1994, pp.213-220.

/65//PEITGEN H.O. 1992/

H.O. PEITGEN, H. JÜRGENS, D. SAUPE, *Chaos and fractals – New frontiers of sciences*, Springer-Verlag, 1992, pp.212-219.

/66//TAKENS F. 1981/

F. TAKENS, *Detecting strange attractors in turbulence*, Lecture Notes in Mathematics, Vol.898, 1981, pp.366-381.

/67//ECKMANN J.P. 1985/

J.P. Eckmann, D. Ruelle, *Ergodic theory of chaos and strange attractors*, Reviews of Modern Physics, Vol. 57, N°3, Part I, 1985, pp. 622,623.

/68//WHITNEY H. 1936/

H. WHITNEY, *Differentiable manifolds*, Annals of Math. Vol.37, pp.645-680.

/69//WHITNEY H. 1944/

H. WHITNEY, *The self-intersections of a smooth n-manifold in 2n-space*, Ann. Math., Vol.45, 1944, pp.220-246.

/70//SONTAG E.D. 2002/

E.D. SONTAG, *For Differential Equations with r Parameters, $2r + 1$ Experiments Are Enough for Identification*, J. Nonlinear Sci. Vol.12, 2002, pp.553–583.

/71//ALLIGOOD K.T. 1996/

K.T. ALLIGOOD, T.D. SAUER, J.A. YORKE, *Chaos – An introduction to dynamical systems*, Springer-Verlag, New-York, 1996, pp.541-552.

/72//GRASSBERGER P. 1983/

P. GRASSBERGER, I. PROCACCIA, *Measuring the strangeness of strange attractors*, Physica D, Vol.9, 1983, pp.189-208.

/73/ /BETIN F. 1995/

F. BETIN, *Contribution à la commande en boucle fermée des moteurs pas à pas. Commandes adaptatives, neuronales et floues*, Thèse de doctorat de l'université de Reims Champagne-Ardenne, 6 décembre 1995.

/74//GOLDHIRSCH I. 1987/

I. GOLDHIRSCH, P. SULEM, S.A. ORSZAG, *Stability and Lyapunov stability of dynamical systems: A differential approach and a numerical method*, Physica D, Vol.27, 1987, pp.311-337.

/75//VON BREHMEN H.F. 1997/

H.F. VON BREHMEN, F.E. UDWADIA, W. PROSKUROWSKI, *An efficient QR-based method for the computation of Lyapunov exponents*, Physica D, Vol.101, 1997, pp. 1-16.

/76//WOLF A. 1985/

A. Wolf, J.B. Swift, H.L. Swinney, A. Vastano, *Determining Lyapunov Exponents from a time series*, Physica D, vol.16, 1985, pp.285-317.

/77//HUBBARD J 1999/

J. HUBBARD, B. WEST, *Equations différentielles et systèmes dynamiques*, Cassini, Paris, 1999, ISBN 2 84225 015 X.

/78//PRESS W.H. 2002/

W. H. PRESS, S. A. TEUKLOSKY, W.T. VETTERLING, B.P. FLANNERY, *Numerical Recipes in C++*, Cambridge University Press, Cambridge, 2002, ISBN 0 521 43108 5.

/79//PICHAT M. 1993/

M. PICHAT, J. VIGNES, *Ingénierie du contrôle de la précision des calculs sur ordinateur*, Editions Technip, Paris, 1993, ISBN 2 7108 0653 3.

/80//CARTWRIGHT J. 1992/

J. CARTWRIGHT, O. PIRO, *The dynamics of Runge Kutta methods*, International Journal of Bifurcation and Chaos, N°2, 1992, pp 427-449.

/81//KAHAN W. 1996/

W. KAHAN, *IEEE Standard 754 for Binary Floating-Point Arithmetic*, Lecture notes of Status of IEEE 754, 1996.

/82//LEFEVRE V. 2000/

V. LEFEVRE, J.M. MULLER, *Worst Cases for Correct Rounding of the Elementary Functions in Double Precision*, INRIA Rapport de recherche n°44, 2000.

Résumé

Il est une croyance dans le domaine des sciences de l'ingénieur qui conduit à penser que toute divergence entre la simulation et l'expérimentation est nécessairement due à une modélisation imparfaite du convertisseur étudié ou bien à la manifestation d'épiphénomènes généralement négligés. C'est par exemple le cas du le moteur pas à pas dans la zone de fonctionnement dite instable où la dynamique n'est plus périodique. Après avoir construit et simulé un modèle générique, validé par des observations expérimentales, nous mettons en évidence que ces comportements aperiodiques sont des propriétés intrinsèques du convertisseur. Pour cela nous avons mis en oeuvre des outils d'analyse adaptés aux caractéristiques chaotiques de cet actionneur électromécanique. Nous avons conçu et réalisé un banc de commande et d'acquisition automatisé permettant de garantir un niveau de bruit minimum sur les mesures ainsi qu'une reproductibilité maximale des relevés expérimentaux. Nous avons également écrit des outils de simulation en langage C, les logiciels de calcul numérique généralistes se montrant inadaptés à l'étude de systèmes en limite de stabilité.

A partir de ces deux études théorique et expérimentale, nous proposons une méthodologie d'analyse des dynamiques exhibées par le moteur pas à pas. Finalement cette connaissance fine et globale des comportements du moteur nous permet enfin de proposer une stratégie de contrôle simple et économique, sans capteur de position. Elle vise à rendre périodique la dynamique du moteur dans les zones où elle ne l'est pas naturellement, ce qui permet à moindre coût d'étendre la plage utile au sens de l'ingénieur de ce convertisseur.

Mots clé : moteur pas à pas, chaos, contrôle, simulation, expérimental, modélisation générique.

Abstract

There is a conviction in the engineer science field which led in thinking that any divergence between numerical simulation and experimental results is necessarily due to an imperfect modelisation of the converter or to an epiphenomenon manifestation ordinarily neglected. It's the situation for example of the stepping motor in the instable operation zone where the dynamics isn't periodic anymore. After having built and simulated a generic model validated by experimental observations, we demonstrate that these aperiodical behaviours are intrinsic properties of the converter. To do so, we have had to design special tools adapted to the specific chaotic characteristics of that electromechanical converter. We have built an automatic control and acquisition tool which assure a low noise level and a maximum of reproducibility of the experimental results. We have also written some simulation software in object C language because solutions obtained with generalist numerical tools on systems near the stability limits are usually not satisfying.

With both theoretical and experimental approaches, we propose a systematic study of the dynamics exhibited by the step by step motor. That accurate knowledge of the motor behaviour allow us, at last, to propose a simple and economical control strategy without any position detector, in order to obtain a periodic motor behaviour in zones where it naturally isn't. This allows us to extend, at low cost, the useful range, in the engineer meaning, of this converter.

Key words: stepping motor, chaos, control, simulation, experimental, generic model.