

**Université de Reims Champagne - Ardenne  
Université Technique "Gh. Asachi" de Iasi**

# **THESE EN CO-TUTELLE**

présentée à

**l'U.F.R. Sciences Exactes et Naturelles**

pour l'obtention du grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE REIMS CHAMPAGNE-ARDENNE  
ET DE L'UNIVERSITÉ TECHNIQUE "GH. ASACHI" DE IASI**

**Spécialité : Mécanique et Energétique**

par

**Nelu - Cristian CHERECHES**

## **CONTRIBUTION A L'OPTIMISATION DE CIRCUITS THERMOCONVECTIFS**

Soutenue publiquement le 7 février 2006, devant le jury :

Chérifa ABID	M.Conf - HDR, I.U.S.T.I. Marseille	Présidente du jury
Renato COTTA	Professeur, Université Fédérale de Rio de Janeiro	Rapporteur
Nadim EL WAKIL	Maître de Conférences, Université de Reims	
Sylvain LALOT	Professeur, Université de Valenciennes	Rapporteur
Jacques PADET	Professeur, Université de Reims	Directeur de Thèse
Valentin PAVEL	Professeur, Université Technique de Iasi, Roumanie	
Nicolae TARANU	Professeur, Université Technique de Iasi, Roumanie	Directeur de Thèse



Université de REIMS CHAMPAGNE-ARDENNE  
Université Technique "GH. ASACHI" de IASI

U.F.R. Sciences Exactes et Naturelles

## THESE EN CO-TUTELLE

Pour obtenir le grade de  
Docteur de l'Université de Reims Champagne-Ardenne et  
de l'Université Technique "Gh. Asachi" de Iasi

Discipline : Mécanique et Energétique

par

**Nelu - Cristian CHERECHES**

le 7 Février 2006

# CONTRIBUTION A L'OPTIMISATION DE CIRCUITS THERMOCONVECTIFS

Directeurs de thèse

Jacques PADET

Nicolae TARANU

Jury :

Chérifa ABID	M.Conf - HDR, I.U.S.T.I. Marseille	Présidente du jury
Renato COTTA	Professeur, Université Fédérale de Rio de Janeiro	Rapporteur
Nadim EL WAKIL	Maître de Conférences, Université de Reims	
Sylvain LALOT	Professeur, Université de Valenciennes	Rapporteur
Jacques PADET	Professeur, Université de Reims	Directeur de Thèse
Valentin PAVEL	Professeur, Université Technique de Iasi, Roumanie	
Nicolae TARANU	Professeur, Université Technique de Iasi, Roumanie	Directeur de Thèse

N° attribué par la bibliothèque

| | | | | | | | | |



## REMERCIEMENTS

Je tiens à assurer de ma profonde reconnaissance Monsieur *Jacques PADET* de m'avoir accueilli au sein de son laboratoire et d'avoir assuré la direction scientifique de cette thèse. Je lui exprime toute ma gratitude pour son soutien constant, ses conseils et pour le temps qu'il m'a toujours consacré.

Mes plus vifs remerciements s'adresse également à Monsieur *Nicolae TARANU*, mon directeur de thèse à l'*Université Technique de Iasi*, pour son soutien permanent ainsi que pour sa disponibilité d'écoute et ses conseils dont il m'a fait part.

Mes respectueux remerciements s'adresse à Messieurs *Sylvain LALOT* et *Renato COTTA* d'avoir accepté d'être rapporteurs, ainsi qu'à Madame *Chérifa ABID* d'avoir accepté d'être présidente du jury. Je les remercie de m'avoir fait l'honneur de juger ce travail, ainsi que pour les conseils et les remarques qu'ils ont prodigués.

Je tiens à remercier tout particulièrement Monsieur *Nadim EL WAKIL* qui m'a suivi tout au cours de cette thèse. Je lui exprime toute ma reconnaissance pour le temps consacré et pour ses remarques constructives qui ont été très importantes pour la réussite de cette thèse.

J'adresse aussi ma vive reconnaissance envers Monsieur *Valentin PAVEL* d'avoir accepté de participer à mon jury de thèse ainsi que pour son soutien et ses conseils qui m'ont été très utiles.

Je remercie Messieurs *Ion MATEI* et *Eric SANDRE*, ingénieurs respectivement à *Electroputere Craiova (Roumanie)* et *EDF (Electricité de France)* qui m'ont apporté leur expérience et leurs connaissances sur la partie pratique du fonctionnement des transformateurs électriques.

Mes sincères remerciements s'adresse également à d'autres personnes que j'ai côtoyées et/ou travaillées au cours de cette thèse : Madame *Colette PADET* et Messieurs *Jan IGNAT*, *Ton Hoang MAI*, *Stéphane FOHANNO*, *Guillaume POLIDORI*, *Mourad REBAY*, *Mohammed LACHI* et *Fabien BEAUMONT*.

Je remercie tout particulièrement *Catalin* et *Elena* pour leur soutien et leur amitié et avec qui j'ai eu l'occasion d'échanger un grand nombre de points de vue.

Enfin, le soutien et l'encouragement de mon épouse *Monica* et de mes parents ont été très importants pour la réussite de cette thèse. Je tiens à les remercier et à les exprimer ma profonde affection.

## TABLE DES MATIERES

<i>Nomenclature</i> .....	- 1 -
<i>Introduction générale</i> .....	- 3 -
<b>CHAPITRE I. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE</b> .....	- 11 -
<b>I.1. Introduction</b> .....	- 13 -
<b>I.2. Modélisation thermique d'un transformateur électrique de puissance</b> .....	- 14 -
<b>I.3. Convection mixte entre deux plaques planes verticales</b> .....	- 18 -
I.3.1. Température et densité de flux uniforme imposées à la paroi .....	- 18 -
I.3.2. Température uniforme imposée à la paroi .....	- 21 -
I.3.3. Densité de flux uniforme imposé à la paroi .....	- 23 -
<b>I.4. Optimisation de la distance entre deux plaques planes verticales</b> .....	- 25 -
I.4.1. Convection naturelle .....	- 25 -
I.4.1.1. Approche du problème.....	- 25 -
I.4.1.2. Espacements étroits.....	- 27 -
I.4.1.3. Espacements larges .....	- 29 -
I.4.1.4. Espacements optimaux.....	- 29 -
I.4.2. Convection forcée .....	- 32 -
I.4.2.1. Approche du problème.....	- 32 -
I.4.2.2. Espacements étroits.....	- 33 -
I.4.2.3. Espacements larges .....	- 33 -
I.4.2.4. Espacements optimaux.....	- 34 -
I.4.3. Conclusions .....	- 35 -
<b>I.5. Critères de sélection pour distinguer les régimes de convection thermique (naturelle, forcée ou mixte)</b> .....	- 36 -
<b>CHAPITRE II. DESCRIPTION DU MODELE THERMOCONVECTIF</b> ...	- 39 -
<b>II.1. Introduction</b> .....	- 41 -
II.1.1. Echauffement du circuit magnétique .....	- 42 -
II.1.2. Echauffement des enroulements .....	- 43 -
II.1.3. Fluide de refroidissement.....	- 43 -
II.1.4. Système de circulation forcée d'huile et d'air (OFAF) .....	- 44 -
<b>II.2. Formulation du problème</b> .....	- 46 -
II.2.1. Description du transformateur .....	- 46 -
II.2.2. Géométrie du modèle étudié .....	- 48 -
II.2.3. Propriétés thermophysiques des matériaux.....	- 50 -
II.2.4. Limites d'échauffement .....	- 52 -
<b>II.3. Méthode de résolution numérique</b> .....	- 54 -
II.3.1. Equations résolues .....	- 54 -
II.3.2. Discrétisation du domaine de calcul .....	- 55 -
II.3.3. Conditions aux limites .....	- 56 -

<b>CHAPITRE III. REGIME PERMANENT .....</b>	<b>- 59 -</b>
<b>III.1. Introduction.....</b>	<b>- 61 -</b>
<b>III.2. Flux surfacique imposé sur les parois .....</b>	<b>- 66 -</b>
III.2.1. Sans isolants longitudinaux .....	- 66 -
III.2.1.1. Cas 1. Sans isolants supérieurs ni inférieurs .....	- 66 -
III.2.1.2. Cas 2. Avec isolants supérieurs et inférieurs.....	- 73 -
III.2.1.3. Cas 3. Avec isolants supérieurs.....	- 79 -
III.2.2. Avec un seul isolant longitudinal .....	- 83 -
III.2.2.1. Cas 4. Sans isolants supérieurs ni inférieurs .....	- 83 -
III.2.2.2. Cas 5. Avec isolants supérieurs et inférieurs.....	- 87 -
III.2.2.3. Cas 6. Avec isolants supérieurs.....	- 93 -
III.2.3. Avec deux isolants longitudinaux .....	- 97 -
III.2.3.1. Cas 7. Sans isolants supérieurs ni inférieurs .....	- 97 -
III.2.3.2. Cas 8. Avec isolants supérieurs et inférieurs.....	- 101 -
III.2.3.3. Cas 9. Avec isolants supérieurs.....	- 105 -
III.2.4. Avec isolants supérieurs et isolants longitudinaux décentrés dans les canaux ....	- 109 -
III.2.4.1. Cas 10. Sans obstacle à la partie inférieure .....	- 109 -
III.2.4.2. Première position d'obstacle à la partie inférieure .....	- 113 -
<i>III.2.4.2.1. Cas 11. Petit obstacle .....</i>	<i>- 113 -</i>
<i>III.2.4.2.2. Cas 12. Grand obstacle .....</i>	<i>- 117 -</i>
III.2.4.3. Deuxième position d'obstacle à la partie inférieure .....	- 121 -
<i>III.2.4.3.1. Cas 13. Obstacle petit.....</i>	<i>- 121 -</i>
<i>III.2.4.3.2. Cas 14. Grand obstacle .....</i>	<i>- 125 -</i>
III.2.5. Comparaisons entre les différents cas .....	- 132 -
<b>III.3. Source volumique de chaleur imposée à l'intérieur des parties actives.....</b>	<b>- 135 -</b>
III.3.1. Approche du problème .....	- 135 -
III.3.2. Cas 5' .....	- 136 -
III.3.3. Cas 14' .....	- 140 -
<b>III.4. Conclusions.....</b>	<b>- 144 -</b>
 <b>CHAPITRE IV. ESSAIS EXPERIMENTAUX.....</b>	 <b>- 147 -</b>
<b>IV.1. Approche expérimentale.....</b>	<b>- 149 -</b>
<b>IV.2. Mesures .....</b>	<b>- 150 -</b>
<b>IV.3. Comparaisons des résultats numériques et expérimentaux.....</b>	<b>- 152 -</b>
<b>IV.4. Conclusions.....</b>	<b>- 154 -</b>
 <b>CHAPITRE V. REGIME TRANSITOIRE .....</b>	 <b>- 155 -</b>
<b>V.1. Introduction .....</b>	<b>- 157 -</b>
<b>V.2. Source volumique imposée à l'intérieur des parties actives .....</b>	<b>- 160 -</b>
V.2.1. Cas 5' .....	- 160 -
V.2.1.1. Evolution temporelle de la température des points chauds .....	- 160 -
V.2.1.2. Etude comparative des résultats .....	- 161 -
V.2.2. Cas 14' .....	- 166 -
V.2.2.1. Evolution temporelle de la température des points chauds .....	- 166 -
V.2.2.2. Etude comparative des résultats .....	- 167 -
<b>V.3. Conclusions.....</b>	<b>- 171 -</b>

<b>CHAPITRE VI. OPTIMISATION DE LA DISTANCE ENTRE DEUX PLAQUES PLANES PARALLELES CHAUFFEES...</b>	<b>173 -</b>
<b>VI.1. Introduction</b> .....	175 -
<b>VI.2. Distance optimale entre deux plaques planes parallèles en convection mixte...</b>	176 -
VI.2.1. Approche du problème .....	176 -
VI.2.2. Espacements étroits .....	184 -
VI.2.3. Espacements larges .....	185 -
VI.2.4. Espacements optimaux .....	186 -
<b>VI.3. Application au modèle thermoconvectif du transformateur</b> .....	188 -
<b>VI.4. Conclusions</b> .....	192 -
 <b>CHAPITRE VII. CRITERES DE SELECTION POUR DISTINGUER LES REGIMES DE CONVECTION (NATURELLE, FORCEE OU MIXTE)</b> .....	 <b>193 -</b>
<b>VII.1. Introduction</b> .....	195 -
<b>VII.2. Température uniforme imposée sur les parois</b> .....	196 -
VII.2.1. Formulation du problème.....	196 -
VII.2.2. Premier critère : comparaison des contraintes de frottement sur les parois ...	201 -
VII.2.3. Deuxième critère : comparaison des forces gravitationnelles et visqueuses..	202 -
VII.2.4. Troisième critère : comparaison des forces gravitationnelles et des forces de pression.....	203 -
VII.2.5. Quatrième critère : comparaison des énergies cinétiques gravitationnelle et totale .....	204 -
VII.2.6. Comparaisons.....	205 -
<b>VII.3. Densité de flux imposée sur les parois</b> .....	206 -
VII.3.1. Formulation du problème.....	206 -
VII.3.2. Deuxième critère : comparaison des forces gravitationnelles et visqueuses..	210 -
VII.3.3. Troisième critère : comparaison des forces gravitationnelles et des forces de pression.....	212 -
VII.3.4. Comparaisons.....	213 -
<b>VII.4. Application au modèle thermoconvectif du transformateur</b> .....	215 -
<b>VII.5. Conclusions</b> .....	217 -
 <i>Conclusions générales et perspectives</i> .....	 219 -
 <b>ANNEXE I. Dimensionnement d'un transformateur électrique de 40 MVA</b> .....	 225 -
<b>ANNEXE II. Propriétés thermophysiques de l'huile</b> .....	235 -
<b>ANNEXE III. Bilan thermique du modèle</b> .....	241 -
 <i>Références bibliographiques</i> .....	 249 -



## NOMENCLATURE

$a$	diffusivité thermique	$m^2.s^{-1}$
$Be$	nombre de <i>Bejan</i>	
$C_f$	coefficient de frottement	
$C_p$	chaleur massique à pression constante	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
$D_h$	diamètre hydraulique	$m$
$e$	distance entre parois	$m$
$g$	accélération de la pesanteur	$m.s^{-2}$
$Gr$	nombre de <i>Grashof</i>	
$h$	coefficient de convection thermique	$W.m^{-2}.K^{-1}$
$H$	hauteur	$m$
$k^+$	paramètre adimensionnel	
$L$	longueur	$m$
$n$	nombre des parois	
$Nu$	nombre de <i>Nusselt</i>	
$p$	pression statique	$Pa$
$p^*$	pression motrice	$Pa$
$Pr$	nombre de <i>Prandtl</i>	
$q_m$	débit masse	$kg.s^{-1}$
$q_t$	débit thermique unitaire	$W.K^{-1}$
$q_v$	débit - volume	$m^3.s^{-1}$
$q_I$	source interne (volumique)	$W.m^{-3}$
$Q$	flux de chaleur (puissance thermique)	$W$
$r$	coordonnée radiale	$m$
$R$	résistance électrique	$\Omega$
$Ra$	nombre de <i>Rayleigh</i>	
$Re$	nombre de <i>Reynolds</i>	
$Ri$	nombre de <i>Richardson</i>	
$RiRe$	coefficient de poussée thermique	
$S$	surface	$m^2$
$S_o$	section perpendiculaire à la direction générale de l'écoulement	$m^2$

---

$t$	temps	$s$
$T$	température	$^{\circ}C$
$T_m$	température de mélange	$^{\circ}C$
$U_1$	tension primaire	$kV$
$U_2$	tension secondaire	$kV$
$U$	composante axiale de la vitesse	$m.s^{-1}$
$V$	composante radiale de la vitesse	$m.s^{-1}$
$V_d$	vitesse débitante	$m.s^{-1}$
$W$	largeur	$m$
$x$	coordonnée longitudinale	$m$
$y$	coordonnée transversale	$m$

### **Lettres grecques**

$\beta$	coefficient d'expansion volumique	$K^{-1}$
$\delta$	épaisseur	$m$
$\eta$	ordonnée adimensionnée	
$\rho$	masse volumique	$kg.m^{-3}$
$\varphi$	densité de flux de chaleur	$W.m^{-2}$
$\lambda$	conductivité thermique	$W.m^{-1}.K^{-1}$
$\mu$	viscosité dynamique	$kg.m^{-1}.s^{-1}$
$\nu$	viscosité cinématique	$m^2.s^{-1}$
$\omega$	ordonnée adimensionnée	

### **Indices et exposants**

$BT$	basse tension
$h$	horizontale
$HT$	haute tension
$max$	maximal
$opt$	optimale
$p$	paroi
$v$	verticale
$+$	grandeur adimensionnée

# **INTRODUCTION GENERALE**



L'objectif de cette étude est l'analyse de l'écoulement d'un fluide ainsi que le transfert de chaleur par convection dans un circuit thermoconvectif à plusieurs canaux de refroidissement. Il s'agit d'un transformateur électrique de puissance triphasé en colonnes immergé dans un bain d'huile minérale à l'intérieur d'une cuve. Le transformateur électrique fait partie d'un réseau de transport de l'énergie électrique. Il est destiné à la conversion, par l'intermédiaire de l'induction électromagnétique, des paramètres de l'énergie électrique tels que la tension ou l'intensité d'un courant alternatif à fréquence constante.

L'étude que nous avons menée a été initiée par la société *Electroputere Craiova* (Roumanie) spécialisée par la construction des équipements électrotechniques destinés principalement à la production et à la distribution d'énergie électrique. Elle concerne un transformateur électrique de puissance de 40 MVA fabriqué par cette société. D'un autre côté, ce travail intéresse également le groupe *EDF (Electricité de France)* dont le domaine d'activité est surtout la production, la distribution et la commercialisation de l'électricité pour savoir quelle est la limite de l'utilisation d'un transformateur afin de pouvoir l'exploiter au maximum de ses performances et vérifier les spécifications techniques données par le constructeur, d'autant plus que l'investissement dans un transformateur électrique de puissance est important et qu'il faut bien le rentabiliser.

Durant le fonctionnement normal d'un transformateur électrique de puissance, une chaleur importante se dégage à l'intérieur à cause des pertes dans ses différentes parties actives (enroulements primaire et secondaire ainsi que le noyau) à la fois par effet Joule et par les courants de Foucault. Ceci nécessite un refroidissement adapté afin de le protéger tout en préservant son rendement et sa durée de vie. Pour évacuer cette chaleur, plusieurs canaux de refroidissement sont prévus à l'intérieur des parties actives et qui sont traversés par une huile minérale choisie pour ses caractéristiques électriques et thermiques. Généralement, pour les grands transformateurs, l'entrée et la sortie de l'huile se font sur le côté de la cuve ; l'huile entre par la partie inférieure de la paroi, traverse les parties actives du transformateur où elle gagne de la chaleur dégagée par conduction et par convection avant de sortir par la partie supérieure. L'écoulement de l'huile à l'intérieur du transformateur peut se faire naturellement à cause de la différence de la masse volumique comme il peut être aidé par un équipement tel qu'une pompe.

Certaines limites concernant les températures maximales admissibles à l'intérieur du transformateur ont été fixées par les normes internationales définies par la CEI (Commission Electrotechnique Internationale). Ces limites ont été définies afin d'assurer un bon fonctionnement du transformateur avec une durée de vie moyenne de 20 ans tout en préservant ses différentes composantes électriques ainsi que les propriétés thermophysiques de l'huile. Il est admis qu'un fonctionnement permanent avec une température du point chaud de 98 °C à une température ambiante de 20 °C conduit à une vitesse normale de la vitesse de dégradation. Par contre, cette vitesse de dégradation doublera pour chaque augmentation de 6 °C de la température du point le plus chaud.

De plus, durant le fonctionnement normal d'un transformateur électrique, des phases transitoires peuvent survenir lorsqu'il est soumis à des surcharges résultant de la variation de la puissance appelée qui peut avoir des fluctuations instantanées, journalières et saisonnières. D'un autre côté, la valeur moyenne de la puissance augmente au cours des années en raison du développement de la consommation de l'énergie électrique. Par conséquent, lorsqu'on passe d'un régime de charge à un autre, ce sont principalement les pertes électriques dans les enroulements qui varient, ce qui augmente davantage la température des composantes du transformateur ainsi que celle de l'huile.

Les conséquences d'une augmentation de la température du point chaud au-dessus de la limite imposée à l'intérieur du transformateur, due à un refroidissement insuffisant se traduisent par :

- une réduction globale de la performance thermique du transformateur et de son rendement ;
- une dégradation de ses différentes composantes et des propriétés thermophysiques de l'huile ;
- une réduction de sa durée de vie ;
- une dépense d'énergie entraînant un surcoût d'investissement.

Dans ce contexte, le constructeur s'intéresse à prévoir l'apparition des points chauds, à les localiser et à réduire leur température sous les limites définies par les normes tout en dépensant moins d'énergie. Les essais en grandeur réelle sont lents et coûteux car ils nécessitent la construction d'un prototype et son installation ainsi que sa mise en service. De

plus, ils ne permettent pas de changer tous les paramètres, ce qui limite les possibilités d'optimisation et réduit leur portée.

D'où l'intérêt de notre travail qui consiste dans un premier temps à réaliser une étude numérique nous permettant de faire une analyse paramétrique et de nous aider à avoir une idée de la configuration la plus adéquate et la plus rentable pour optimiser le transfert de chaleur, diminuer la température du point chaud tout en assurant une bonne compréhension des phénomènes thermiques et dynamiques mis en jeu pendant le fonctionnement d'un transformateur électrique. Dans un deuxième temps, vu la complexité du problème et afin d'approfondir l'analyse, on a choisi de faire une étude analytique sur un seul canal pour déterminer l'espacement optimal et trouver des critères pour distinguer les différents régimes convectifs. De plus, vu les dimensions du transformateur, ces études seront réalisées sur deux plaques planes verticales à la place d'une section annulaire.

Le *premier chapitre* présente un rappel bibliographique des études théoriques et expérimentales couvrant les différents axes de recherche abordés dans ce travail. Ce chapitre est divisé en quatre parties. La première porte sur la modélisation thermique des transformateurs électriques, alors que les trois dernières seront consacrées aux études réalisées sur un écoulement laminaire entre deux plaques planes verticales. La deuxième partie commencera par les études du régime de convection mixte lorsque les plaques sont soumises à des conditions de températures ou de densités de flux uniformes imposées sur les parois. Les études concernant l'optimisation des espacements entre les parois en convection naturelle et forcée seront présentées dans la troisième partie, alors que la quatrième abordera les différents critères de sélection pour distinguer les différents régimes de convection naturelle, forcée et mixte.

Le *deuxième chapitre* décrit la composition d'un transformateur électrique de puissance, son fonctionnement, son échauffement et les moyens utilisés pour le refroidir. Ensuite, le modèle thermoconvectif sera détaillé sur la colonne du milieu du transformateur composé d'un noyau entouré de deux enroulements dans une géométrie axisymétrique où l'entrée et la sortie de l'huile se font selon l'axe de révolution. La discrétisation du domaine du calcul utilise un maillage structuré non uniforme, serré près des parois et un peu plus large ailleurs, et la modélisation thermique et dynamique du problème sera faite par le logiciel de calcul FLUENT, basé sur la méthode des volumes finis, dans une géométrie bidimensionnelle axisymétrique.

Dans le *troisième chapitre*, différentes configurations géométriques seront conçues et étudiées en régime permanent avec différentes vitesses de l'huile à l'entrée lorsque le transformateur fonctionne à charge nominale. L'objectif est de trouver la meilleure configuration avec la vitesse optimale permettant d'améliorer l'échange de chaleur en assurant un bon refroidissement tout en maintenant les températures maximales sous les limites imposées à moindre coût. Ce chapitre sera divisé en deux parties abordant les deux conditions aux limites utilisées : densités de flux imposées sur les surfaces des parties actives ou sources internes de chaleur imposées à l'intérieur des ces éléments. Dans chaque cas, une analyse détaillée des phénomènes physiques thermiques et dynamiques observés à l'intérieur du modèle couplée à une étude comparative des résultats seront faites afin de choisir les solutions les mieux adaptées à l'optimisation du transfert de chaleur. Ainsi, l'analyse des résultats montrera qu'afin d'assurer un refroidissement efficace du transformateur où la température du point chaud ne dépassera pas la limite maximale, un écoulement dirigé est une bonne solution dans un système multicanaux.

Dans le *quatrième chapitre*, afin de valider les modélisations numériques, des essais expérimentaux seront effectués sur un transformateur réel après une heure de fonctionnement en régime de charge nominal : la température de l'huile est mesurée dans la partie supérieure du transformateur et les températures de l'enroulement primaire et secondaire sont déterminées par la méthode de variation de la résistance électrique en suivant une loi empirique établie expérimentalement. Ainsi, les résultats obtenus montreront un bon accord avec les calculs numériques, ce qui justifie les approximations faites dans la modélisation.

Le *cinquième chapitre* est réservé à la modélisation thermique et dynamique du transformateur en régime transitoire lorsqu'il est soumis à une surcharge de 60 % au dessus de la charge nominale. Une première étude portera sur la comparaison des évolutions temporelles de la température du point chaud en utilisant successivement les hypothèses des densités de flux et des sources volumiques. Cette comparaison montrera que l'hypothèse d'une densité de flux sur les surfaces qui était justifiée dans le régime permanent n'est plus valable dans le régime transitoire. Ensuite, une deuxième étude comparative des résultats sera faite à différents instants afin d'apporter les explications physiques liées à ce régime.

Par la suite, des études plus fondamentales seront abordées dans les deux derniers chapitres afin de mieux comprendre les phénomènes thermiques et dynamiques mis en jeu pendant le fonctionnement d'un transformateur électrique. Dans le *sixième chapitre* le calcul sera conduit analytiquement pour trouver la distance optimale entre deux plaques planes verticales soumises à des densités de flux uniformes dans un écoulement laminaire ascendant en convection mixte. La grande majorité des études d'optimisation ont porté sur les régimes de convection naturelle ou forcée mais, à notre connaissance, il n'existe aucune donnée dans la littérature concernant l'optimisation en convection mixte. A la suite de cette étude, la distance optimale sera calculée pour chaque canal du transformateur et comparée avec la largeur utilisée dans le calcul.

Le *septième chapitre* apporte des éléments nouvelles de réponse à la question: quand peut-on dire que l'on est en convection naturelle, forcée ou mixte? L'analyse sera conduite sur un écoulement interne laminaire en convection mixte entre deux plaques planes parallèles permettant de faire des calculs analytiques tout en étant physiquement représentative. Deux conditions aux limites seront considérées : température ou densité de flux uniforme. Pour sélectionner la nature du régime convectif, on proposera plusieurs critères basés sur la comparaison de différentes grandeurs dynamiques. On montrera que dans chaque cas les transitions sont gouvernées par un seul paramètre, le coefficient de poussée thermique  $RiRe$ , mais que les valeurs numériques de ce groupement sans dimension dépendent du critère considéré.

Finalement, une conclusion générale de cette étude permet de dégager quelques perspectives qui pourraient être poursuivies dans ce domaine.



## **CHAPITRE I**

# **ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE**



## I.1. INTRODUCTION

Dans la littérature, peu d'études ont été faites sur la prédiction du champ de température à l'intérieur des transformateurs (notamment sur la température des points chauds) et encore plus rares sont celles qui concernent l'optimisation, car les coûts de réalisation et la mise en œuvre d'un tel dispositif sont très importants. A cause de cela, on ne trouve que des cas particuliers qui se limitent à des géométries simples représentant seulement une partie du transformateur. La modélisation est faite généralement par des outils numériques qui tendent à démontrer que la distribution de la température et la localisation du point le plus chaud peuvent être prédites avec précision.

La performance thermique globale d'un transformateur électrique est essentiellement liée au transfert de chaleur qui a lieu de ses parties actives (enroulements et noyau) vers le fluide de refroidissement qui les entoure. Vu la vitesse du fluide à l'intérieur du transformateur, ce transfert de chaleur aura lieu essentiellement par convection mixte. Par conséquent, la compréhension des mécanismes mis en jeu pendant ce transfert est donc primordiale.

L'étude de la convection mixte fait toujours l'objet des recherches notamment par la voie numérique qui permet de s'attaquer à des géométries de plus en plus complexes. La présente étude bibliographique commence par apporter les explications physiques liées à ce mode de transfert de chaleur lorsqu'il a lieu dans un écoulement laminaire entre deux plaques planes verticales. Puis elle sera conduite sur des solutions d'optimisation thermique proposées par différents auteurs, ainsi que sur des critères de sélection afin de distinguer les différents régimes de transfert de chaleur (naturel, forcé ou mixte).

## I.2. MODELISATION THERMIQUE D'UN TRANSFORMATEUR ELECTRIQUE DE PUISSANCE

En 1999, **Mufuta** [1] a étudié le transfert de chaleur et l'écoulement de fluide à l'intérieur d'un transformateur électrique de puissance de type disque. Dans ce type de transformateur, les enroulements sont composés de disques superposés séparés par des canaux horizontaux en plus des canaux verticaux, ce qui transforme leur géométrie en une matrice d'éléments rectangulaires. Chacun de ces éléments dissipe une quantité de chaleur qui est transférée par convection mixte au fluide de refroidissement (l'eau). La modélisation a été faite numériquement en deux dimensions en utilisant un code de calcul appelé PHOENICS basé sur la méthode des différences finies. Les résultats numériques ont été ensuite comparés aux résultats expérimentaux. Un dispositif expérimental simulant une partie de la section longitudinale du transformateur a été conçu dans le but de valider le calcul numérique. Le montage est composé d'un boîtier relié à un refroidisseur et à l'intérieur de ce boîtier, ont été placées deux colonnes de 6 blocs chauffants alignés. Le champ de température a été mesuré avec des thermocouples placés à l'intérieur des blocs et de l'eau, alors que le champ de vitesse a été mesuré par vélocimétrie laser (LDV – Laser Doppler Velocimetry). Les différences trouvées entre les résultats numériques et expérimentaux se situent entre 3 et 9°C pour la température et vont de 4,5% à 15% pour le champ de vitesse.

Plus tard, en 2000, **Mufuta** a poursuivi l'étude avec **Van Den Bulck** [2] sur la même géométrie en augmentant le nombre de blocs à 10 et en remplaçant l'eau par une huile minérale. Le transfert de chaleur se fait par convection mixte et l'écoulement de l'huile est laminaire dans les canaux horizontaux et verticaux. Les auteurs montrent que le nombre des blocs chauffants ainsi que l'espacement entre eux, ont une influence importante sur la structure de l'écoulement et la distribution des températures. De plus, des fluctuations de débits peuvent apparaître dans les canaux verticaux sous l'influence du paramètre  $Re.Gr^{-1/2}$  qui prend des valeurs entre 0,1 et 1. Afin de prendre en compte toutes ces variables, les auteurs ont établi une corrélation entre les nombres de *Nusselt* et de *Prandtl* et le groupement adimensionnel  $Re.Gr^{-1/2}$  :

$$Nu = 5,6 \left( \frac{Re}{Gr^{1/2}} \right)^b Pr^{0,4}$$

où  $b = 0,0538 \exp(0,2211s)$  et  $s = d/e$  ( $d$  et  $e$  représentent respectivement la largeur des canaux horizontaux et verticaux). Cette corrélation est valable pour  $0,11 < Re/Gr^{1/2} < 1,0$ ,  $60 < Pr < 85$  et  $0,3 < s < 2,4$ . L'influence du nombre des blocs  $n$  sur le nombre de *Nusselt* est donnée pour  $4 < n < 15$  par la corrélation suivante:

$$Nu = 5,059 n^{0,0563} \left( \frac{Re}{Gr^{1/2}} \right)^{0,06} Pr^{0,4}$$

De plus, les auteurs ont observé que le refroidissement est plus efficace dans les canaux horizontaux lorsque les deux colonnes de blocs chauffent d'une façon asymétrique.

Puis, dans une suivante publication, **Mufuta et Van Den Bulck** [3] se sont limités à l'étude d'une seule colonne en géométrie bidimensionnelle avec propriétés thermophysiques variables en fonction de la température pour l'huile. L'accent a été mis sur les canaux horizontaux qui représentent des zones critiques car, dans des conditions spécifiques d'écoulement, des zones stagnantes du fluide peuvent apparaître. De plus, dans la *figure I.1* on peut observer que dans ces canaux l'écoulement de l'huile peut changer de direction. Cette distribution est beaucoup influencée par l'interaction entre les forces d'inertie et celles de poussée thermique dans les canaux verticaux. Les résultats ont montré que plus les forces de poussée thermique et/ou la distance entre les blocs augmentent, plus le débit - masse augmente à l'intérieur des canaux horizontaux.

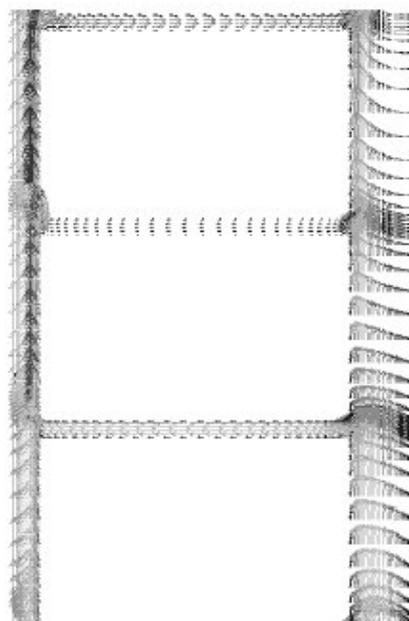


Figure I.1 : Profil de vitesse à l'intérieur des canaux horizontaux et verticaux

De plus, les auteurs ont considéré un échauffement asymétrique où les blocs sont isolés alternativement. Pour exprimer l'interaction entre l'espacement des blocs et les forces de poussée thermique, une corrélation a été établie :

$$\xi = \frac{l}{\zeta Ra_H^{1/4}}$$

où  $\zeta = A^{-1}(d/H)^{3/4}$ .  $H$  représente la hauteur du bloc et  $A$  un coefficient de proportionnalité égale à 4,69 dans l'équation qui définit l'épaisseur des couches limites laminares :  $\delta \approx H Ra_H^{-1/4}$ . De plus, un paramètre  $\psi$  qui exprime les fluctuations du débit - masse dans les canaux horizontaux a été défini comme le rapport entre le débit - masse horizontal et le débit - masse total. Ainsi, une corrélation entre  $\xi$  et  $\psi$  peut être établie sous la forme:  $\psi = 3,08 \cdot 10^{-5} \xi^{-3,457}$ . Cette relation montre que l'amplitude de la fluctuation diminue lorsque  $\xi$  augmente, ce qui signifie que  $\psi$  décroît lorsque les forces de flottabilité ou  $\zeta$  baissent (c'est-à-dire quand  $\xi$  augmente). Deux situations extrêmes sont possibles :

- $\xi \rightarrow 0$  :  $Ra$  est très grand et le débit - masse est maximum
- $\xi \rightarrow \infty$  :  $\psi \rightarrow 0$ ,  $Ra \rightarrow 0$  il n'y a pas d'écoulement.

Dans une géométrie similaire, où les enroulements sont composés par des éléments rectangulaires superposés et séparés par des canaux horizontaux, **Del Vecchio et Feghali** [4] considèrent, en plus, des barrières isolantes pour diriger le passage de l'huile en chicane. Les barrières sont placées d'une façon équidistante tant d'un côté de l'enroulement, que de l'autre afin d'augmenter le parcours de l'huile à l'intérieur du transformateur, *figure I.2*. L'étude de **Xiulian et Renyuan** [5] concerne le même problème et les champs de vitesses et de températures sont trouvés numériquement afin de faire une comparaison avec des valeurs expérimentales. Leurs résultats montrent que dans les canaux verticaux, la température des premiers éléments augmente et qu'elle baisse pour les derniers à la sortie de l'huile alors que, dans les canaux horizontaux la température augmente dans le sens de l'écoulement, ce qui s'explique par un coefficient de transfert thermique faible.

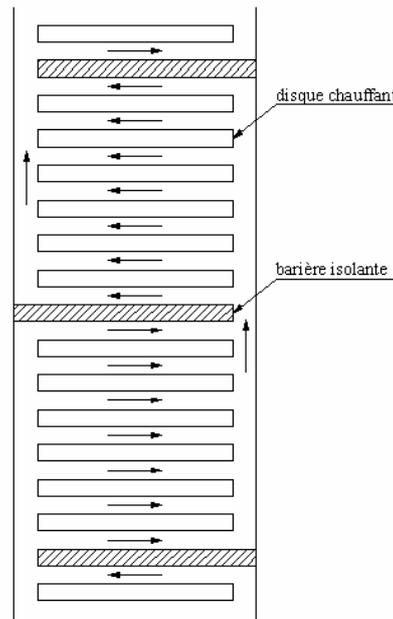


Figure I.2 : Passage de l'huile en chicane à l'intérieur d'un enroulement de type disque

Plus récemment, afin d'améliorer le refroidissement naturel d'un transformateur électrique de 75 kVA, **Rosas et al.** [6] proposent d'insérer des caloducs à l'intérieur de l'huile pour extraire la chaleur. A l'intérieur de ces caloducs, l'eau utilisée comme fluide caloporteur se vaporise dans la partie évaporateur qui est immergée dans l'huile, et se condense à l'autre extrémité qui est en contact avec l'air ambiant. Généralement, pour des petites et moyennes puissances, le refroidissement des transformateurs se fait naturellement dans plusieurs phases : la chaleur générée par les parties actives du transformateur est transférée à l'huile, ce qui va engendrer une circulation libre de sa part à l'intérieur de la cuve due aux différences de densité. Dans un deuxième temps, cette chaleur sera transférée aux parois et ensuite à l'air ambiant par convection naturelle et radiation. La méthode que les auteurs nous proposent, suppose que la localisation des points chauds est déjà connue auparavant. Les caloducs ont comme avantage le fait qu'il peuvent fonctionner aussi bien verticalement qu'horizontalement. Les résultats obtenus montrent que l'installation supplémentaire de caloducs aide à transporter 20% de la chaleur générée par les parties actives du transformateur, ce qui peut augmenter sa durée de vie ou diminuer la surface d'échange de la cuve utilisée normalement pour évacuer cette chaleur.

### I.3. CONVECTION MIXTE ENTRE DEUX PLAQUES PLANES VERTICALES

Dans les dernières décennies, la convection mixte a suscité de plus en plus d'intérêt, ce qui a favorisé l'apparition de nombreuses publications. Des études ont été faites sur différentes géométries, régimes d'écoulement et conditions aux limites à la paroi dont deux sont généralement employées: température ou densité de flux uniforme imposée. Ces conditions, on les retrouve souvent dans des applications industrielles telles que les échangeurs de chaleur, les systèmes de refroidissement des composants électriques (transformateurs électriques dans notre cas) et généralement dans les systèmes multicanaux thermoconvectifs. Seules les études applicables au modèle thermique du transformateur électrique vont être retenues. Elles concernent donc un écoulement laminaire interne en convection mixte entre deux plaques planes verticales.

#### I.3.1. Température et densité de flux uniforme imposées à la paroi

Dans un article récent, **Barletta et Zanchini** [7] ont considéré un écoulement laminaire établi en convection mixte aidée entre deux plaques planes verticales. Des solutions analytiques ont été développées pour différentes conditions aux limites imposées sur les parois du canal :

- Température uniforme  $T_1$  à  $y = -e/2$  et densité de flux uniforme  $\varphi_2$  à  $y = e/2$
- Température uniforme  $T_1$  à  $y = -e/2$  et température uniforme  $T_2$  à  $y = e/2$
- Densité de flux uniforme  $\varphi_1$  à  $y = -e/2$  et densité de flux uniforme  $\varphi_2$  à  $y = e/2$

Les auteurs ont mis en évidence l'importance du choix de la température de référence  $T_o$  et son influence sur le profil de vitesse calculé  $U^+(y^+)$  et sur la dérivée de la pression motrice  $\frac{dp^*}{dx}$ . Les résultats montrent que si on considère les cas  $[T_1 \leftrightarrow \varphi_2]$  et  $[T_1 \leftrightarrow T_2]$  et si on choisit la température moyenne arithmétique comme température de référence en chaque section ( $T_o = T_m$ ), les valeurs de  $\frac{dp^*}{dx}$  ne seront pas influencées par les forces de flottabilités. Par contre, si on choisit  $T_o \neq T_m$ , dans des conditions spécifiques d'écoulement, la pression motrice

$p^*$  peut augmenter tout au long de l'écoulement. Ainsi, les auteurs proposent le choix de  $T_o = T_m$  afin de donner un sens physique à la relation entre la vitesse moyenne et le champ de pression. Avec cette condition, la solution analytique a été calculée ensuite pour le cas où deux flux uniformes sont imposés sur les parois du canal.

Les mêmes conditions ont été aussi employées par **Cheng et al.** [8] en convection mixte aidée dans un canal vertical entre deux plaques planes parallèles :

- Flux uniforme  $\varphi_1$  à  $y = l$  et flux uniforme  $\varphi_2$  à  $y = 0$
- Flux uniforme  $\varphi_1$  à  $y = l$  et température uniforme  $T_2$  à  $y = 0$  :
  - a)  $\varphi_1 \neq 0$
  - b)  $\varphi_1 = 0$
- Température uniforme  $T_1$  à  $y = l$  et température uniforme  $T_2$  à  $y = 0$  :
  - a)  $T_1 \neq T_2$
  - b)  $T_1 = T_2$

Leur étude a été conduite sur les critères d'apparition des zones de recirculation dans le canal. Dans la première situation ( $\varphi_1 \leftrightarrow \varphi_2$ ) ils ont montré que pour un chauffage symétrique ( $R_\varphi = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = 1$ ), l'écoulement inverse peut s'installer pour  $\frac{Re}{Gr} < 3,2 \cdot 10^{-4}$ . Par contre, lorsque le chauffage est asymétrique avec  $R_\varphi = 0,5$ , la valeur critique de  $\frac{Re}{Gr}$  pour l'apparition des recirculations est de  $2,5 \cdot 10^{-4}$ .

Pour la deuxième condition considérée ( $\varphi_1 \leftrightarrow T_2$ ), les critères pour que les vitesses négatives apparaissent ont été exprimés en fonction du gradient de la vitesse, de celui de la pression ou du paramètre  $\frac{Re}{Gr}$ , respectivement:

$$\left[ \frac{dU}{dy} \Big|_{y=0} \right] \left[ \frac{dU}{dy} \Big|_{y=l} \right] \geq 0,$$

$$\frac{\varphi_1 + 3}{3} \leq \frac{dp^*}{dx} \leq \frac{\varphi_1 + 2}{2},$$

$$\text{et } 0 \leq \frac{Re}{Gr} \leq \frac{\varphi_1}{72}.$$

Dans la troisième situation ( $T_1 \leftrightarrow T_2$ ), les critères d'apparition des zones de recirculation sont exprimés aussi en fonction du gradient de la pression ou du paramètre  $\frac{Re}{Gr}$ , respectivement :

$$\frac{2R_T + 1}{3} \leq \frac{dp^*}{dx} \leq \frac{R_T + 1}{2} \quad \text{où } R_T = \frac{T_2 - T_o}{T_1 - T_o}$$

$$\text{et } 0 \leq \frac{Re}{Gr} \leq \frac{1 - R_T}{72}.$$

**Hamadah et Wirtz** [9] ont étudié le cas d'un écoulement descendant en convection mixte contrariée. Comme précédemment, trois conditions aux limites ont été imposées sur les parois du canal :

- Température uniforme  $T_2$  à  $y = l$  et température uniforme  $T_1$  à  $y = 0$  ( $T_2 > T_1$ )
- Flux uniforme  $\varphi_2$  à  $y = l$  et flux uniforme  $\varphi_1$  à  $y = 0$  ( $\varphi_2 > \varphi_1$ )
- Flux uniforme  $\varphi_2$  à  $y = l$  et température uniforme  $T_1 = T_0$  à  $y = 0$  (où  $T_0$  est la température d'entrée du fluide dans le canal).

Dans leur article, les auteurs ont trouvé des solutions analytiques pour les profils adimensionnés de la vitesse et de la température en fonction du paramètre  $\frac{Gr}{Re}$ , ainsi que des critères d'apparition des écoulements inverses.

Dans le premier cas ( $T_2 \leftrightarrow T_1$ ), le critère d'apparition des écoulements inverses s'exprime ainsi :

$$\frac{Gr}{Re} = \frac{288}{1 - R_T} \quad \text{où} \quad R_T = \frac{T_1 - T_o}{T_2 - T_o}$$

Les auteurs ont remarqué que, plus le paramètre  $\frac{Gr}{Re}$  augmente ( $R_T$  tend vers 1), plus le fluide est freiné du côté de la paroi la plus chaude et l'écoulement s'accélère de l'autre côté. Dans le deuxième cas, le profil de vitesse garde la même tendance pour  $R_\phi = \frac{\phi_1}{\phi_2} < 1$ , mais lorsque les deux flux sur les parois sont égaux, les forces de frottement sur les parois diminuent et l'écoulement inverse s'installe. Ainsi, on peut constater que si  $R_\phi = 0$  alors  $\frac{Gr}{Re} = 400$  et ce rapport augmente rapidement lorsque  $R_\phi$  s'approche de l'unité.

Le troisième cas est identique au premier et la recirculation apparaît du côté de la paroi chaude pour  $\frac{Gr}{Re} = 576$ , ce qui est en accord avec **Barletta et Zanchini** [7] si on choisit comme température de référence, la température de mélange en chaque section ( $T_o = T_m$ ).

### I.3.2. Température uniforme imposée à la paroi

Cette condition à la limite est rencontrée surtout dans les applications qui utilisent la chaleur latente du fluide comme les évaporateurs et les condenseurs. Malgré son domaine restreint d'utilisation, elle est souvent employée dans des études où elle constitue une première approche du phénomène physique et où les solutions analytiques sont plus faciles à trouver.

Pour deux plaques planes verticales maintenues à des températures uniformes, le critère établi par **Aung et Worku** [10] en convection mixte favorable correspond avec celui obtenu par **Cheng et al.** [8] :

$$\left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)_{y=0} < 0,$$

$$\frac{Gr}{Re} = \frac{72}{1 - R_T} , R_T = \frac{T_1 - T_o}{T_2 - T_o} < 1$$

où :  $T_1$  = température de la paroi froide

$T_2$  = température de la paroi chaude

$T_o$  = température d'entrée dans le canal

L'asymétrie du profil de la vitesse dans ce cas, devient de plus en plus visible au fur et à mesure que le paramètre  $\frac{Gr}{Re}$  augmente. Ceci se caractérise par un écoulement ascendant près de la paroi chaude ( $y = l$ ) et descendant près de la paroi froide ( $y = 0$ ).

A part le groupement adimensionnel  $\frac{Gr}{Re}$ , **Chen et Chung** [11] ont pris en compte différentes valeurs du nombre de Prandtl ( $Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda} = 0,7; 7; 100; 1000$ ) pour caractériser la majorité des fluides (gaz et liquides). L'étude a porté analytiquement sur les instabilités en convection mixte dans la même géométrie où les plaques sont soumises aux températures uniformes et asymétriques. Les résultats montrent que l'écoulement devient instable quand le paramètre adimensionnel  $Gr$  dépasse une certaine valeur, ainsi :

- $Pr = 1000$  :  $Gr > 7083$  pour  $Re = 100$  et  $Gr > 35240$  pour  $Re = 1500$  ;
- $Pr = 0,7$  :  $Gr > 16225$  pour  $Re = 100$  et  $Gr > 172890$  pour  $Re = 1500$ .

On peut observer que plus le nombre  $Pr$  augmente, plus la valeur critique de  $\left(\frac{Gr}{Re}\right)_c$  baisse. Egalement, la valeur critique de  $Gr_c$  augmente avec le nombre  $Re$ . Les auteurs remarquent que si  $Pr > 1000$  alors  $\left(\frac{Gr}{Re}\right)_c < 48$  pour  $Re > 625$  et les écoulements inverses ne sont pas présents.

**Barletta** [12,13] a conduit ses études sur l'influence de la viscosité du fluide sur le profil de la vitesse et de la température alors que dans les études précédentes celle-ci a été négligée. L'écoulement est toujours laminaire en convection mixte entre deux plaques planes

verticales qui sont tenues aux températures uniformes égales ou différentes. Les résultats montrent que l'influence de la viscosité est plus importante dans un écoulement ascendant où la diminution de la viscosité du fluide augmente les forces de flottabilité et en conséquence la vitesse du fluide. L'auteur constate que lorsque le transfert de chaleur est asymétrique et l'écoulement est descendant, l'effet de la viscosité sur l'apparition des zones de recirculations est plus grand que dans un écoulement ascendant. Dans toutes les situations, cette influence est négligeable pour  $\left| \frac{Gr}{Re} \right| \leq 20$ . Dans le cas d'un écoulement ascendant, c'est à dire  $\frac{Gr}{Re} > 0$ , les forces de flottabilité augmentent la vitesse et la température du fluide au centre du canal, alors qu'elles les diminuent près des parois.

### I.3.3. Densité de flux uniforme imposé à la paroi

Cette condition à la limite se rencontre plus souvent en pratique que celle d'une température uniforme, qui est plus difficile de mettre en œuvre. Parmi les applications pratiques, on peut citer les échangeurs de chaleur et les processus de refroidissement des appareils électriques (transformateur électrique).

L'étude de **Aung et Worku** [14] a porté sur deux plaques planes verticales lorsque des flux de chaleur uniformes sont imposés sur leur surfaces. L'écoulement est considéré toujours laminaire et ascendant en convection mixte aidée. Les résultats obtenus ont été rapprochés de ceux de l'étude précédente [10] lorsque des températures uniformes sont imposées sur les parois afin de faire une étude comparative fondamentale entre ces deux cas et de souligner l'importance des conditions aux limites (température et flux uniforme) sur la structure de l'écoulement.

Les auteurs ont constaté que dans le premier cas (température uniforme), les effets des forces de flottabilité sur le profil de vitesse sont plus importants que dans le deuxième cas (flux uniforme). Dans ce dernier cas, dès que le paramètre  $\frac{Gr}{Re}$  augmente, l'écoulement de fluide devient plus intense à côté de la paroi chaude ( $y = 1$ ), alors que du côté de la paroi froide les effets sont négligeables. Malgré cela, pour  $\frac{Gr}{Re} = 500$ , la vitesse adimensionnée maximale atteinte ne dépasse pas 1,5 alors que, dans le premier cas elle est proche de 2 pour

$\frac{Gr}{Re} = 250$  et  $R_T = \frac{T_1 - T_o}{T_2 - T_o} = 0,5$  ce qui certifie l'importance des forces de flottabilité lorsque

des températures uniformes sont imposées sur les parois. Certainement, la vitesse du fluide à côté de la paroi chaude est plus grande dans le cas d'une température uniforme, ce qui peut entraîner un écoulement descendant du côté de la paroi froide pour respecter la conservation de la masse. Lorsqu'un flux de chaleur est imposé, les auteurs n'ont pas remarqué des recirculations pour des valeurs de  $\frac{Gr}{Re}$  inférieures à 500, indépendamment de la valeur

$$\text{de } R_\varphi = \frac{\varphi_1}{\varphi_2}.$$

Dans leur étude, **Chen et Chung** [15] ont considéré les paramètres  $Re$  et  $Ra$  (nombre de *Rayleigh*,  $Ra = Gr.Pr$ ) pour caractériser les instabilités d'un écoulement en convection mixte entre deux plaques verticales soumises à des flux symétriques. Les résultats ont montré que dans un écoulement aidé, la vitesse du fluide diminue au centre du canal pour  $Ra \geq 24,38$  et près des parois lorsque  $Ra$  augmente. Par contre, dans un écoulement contrarié et pour  $|Ra| \geq 6,09$  une diminution de la vitesse apparaît près des parois et se déplace vers le centre du canal au fur et à mesure que  $Ra$  augmente. Dans ce cas, pour  $|Ra| = 31,29$  les gradients de vitesse à la paroi sont nuls et l'écoulement inverse s'installe.

Dans la même géométrie et pour un écoulement laminaire établi en convection mixte, **Barletta** [16] a pris en compte la viscosité et a montré son influence sur le profil de la vitesse et de la température. Les équations ont été résolues analytiquement en employant une méthode de perturbation où la dissipation visqueuse est caractérisée par le nombre adimensionnel de *Brinkman*  $Br = \frac{\mu V_d^2}{2e\varphi}$ . Quand le flux imposé sur les parois est symétrique et

$|Br| = 10^{-3}$ , l'effet de la viscosité n'est pas négligeable pour de grandes valeurs de  $\frac{Gr}{Re}$  mais,

pour  $|Br| \geq 1$  il est presque dominant. Lorsque les flux sont asymétriques ( $R_\varphi = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = 1/2$ ),

$Br = 1/2$  et  $\frac{Gr}{Re} = 50$ , la température de la paroi froide est égale à la température moyenne

dans le canal, ce qui amène à un nombre de *Nusselt* infini sur cette paroi.

## I.4. OPTIMISATION DE LA DISTANCE ENTRE DEUX PLAQUES PLANES VERTICALES

Dans de très nombreux secteurs de l'industrie, on est confronté à des problèmes de transferts thermiques qui ont une importance particulière en raison du coût élevé de l'énergie et des impératifs d'économie qui en résultent. D'où la nécessité de trouver des solutions d'optimisation du transfert de chaleur afin d'obtenir des meilleurs résultats tout en dépensant moins d'énergie. Des configurations de plus en plus efficaces sont recherchées afin de maximiser les performances globales tout en respectant les contraintes locales.

Ceci a motivé des chercheurs et on trouve de plus en plus des études d'optimisation faites en générales sur des géométries simples mais qui peuvent être utilisées dans différentes applications pratiques, dont fait partie le système de refroidissement du transformateur électrique. La grande majorité de ces études porte sur les régimes de convection naturelle ou forcée. Jusqu'à maintenant, l'optimisation en convection mixte n'a guère retenu l'attention.

### I.4.1. Convection naturelle

#### I.4.1.1. Approche du problème

Une première étude a été faite en 1984 par **Bar-Cohen et Rohsenow** [17] sur l'optimisation des distances entre des plaques planes verticales qui forment des canaux bidimensionnels en convection naturelle. Deux types de conditions aux limites ont été imposées sur les parois : température ou densité de flux uniforme, avec un échauffement symétrique ou asymétrique.

Dans le premier cas (températures uniformes et symétriques), les auteurs ont montré que le flux de chaleur transféré par chaque surface au fluide de refroidissement baisse si on réduit l'espacement entre les plaques, ce qui va augmenter le nombre des plaques à l'intérieur d'un volume donné et implicitement la surface d'échange. Ainsi, le flux de chaleur total  $Q$  transféré à l'intérieur de ce volume peut être maximisé en trouvant la distance optimale  $e$  entre les parois où chaque flux de chaleur et chaque coefficient de transfert thermique local sont maximaux. En négligeant l'épaisseur de chaque paroi, la distance optimale trouvée dans

ce cas est :  $e_{opt} = \frac{2,714}{P^{1/4}}$ , où le paramètre  $P = \frac{C_p \rho^2 g \beta \Delta T}{\mu \lambda H} = Ra.H^{-4}$ . Le même raisonnement

est aussi valable si des températures uniformes asymétriques sont imposées sur les parois,

dans ce cas la distance optimale est :  $e_{opt} = \frac{2,154}{P^{1/4}}$ .

Dans le troisième cas (densités de flux uniformes et symétriques), le flux de chaleur total  $Q$  peut être maximisé si on augmente le nombre des plaques à l'intérieur du volume même à l'infini. Mais, dans la plupart des applications qui concernent le refroidissement des composants électriques, la température à la surface est une contrainte importante et elle doit être maintenue à une valeur limite et réduite le plus possible. La distance optimale dans ce cas

est aussi donnée par :  $e_{opt} = \frac{1,472}{R^{0,2}}$  où  $R = \frac{C_p \rho^2 g \beta \varphi}{\mu H \lambda^2} = Ra.H^{-5}$ . Dans la quatrième situation

quand les flux de chaleur sont asymétriques, la distance optimale trouvée entre les parois est :

$$e_{opt} = \frac{1,169}{R^{0,2}}.$$

Le même problème a été posé par **Bejan** la première fois dans [18] et affiné plus tard dans [19] et [20]. Dans ces études, l'optimisation consiste à trouver l'espacement optimal entre des plaques planes verticales équidistantes placées à l'intérieur d'un volume donné, afin de maximiser le flux de chaleur  $Q$  réparti uniformément à l'intérieur. Pour simplification, le modèle a été supposé bidimensionnel avec un écoulement ascendant (*figure I.3*).

La méthode que l'auteur nous propose est basée sur trois hypothèses:

- 1) l'écoulement est laminaire ;
- 2) les surfaces des plaques sont suffisamment lisses et
- 3) la température maximale  $T_{max}$  sur les parois représente la température du fluide à la sortie des canaux.

Cette méthode comporte deux étapes. Dans la première étape, deux situation extrêmes ont été considérées : espacements étroits et espacements larges entre les plaques alors que, dans la deuxième étape, l'espacement optimal est trouvé à l'intersection de ces extrêmes.

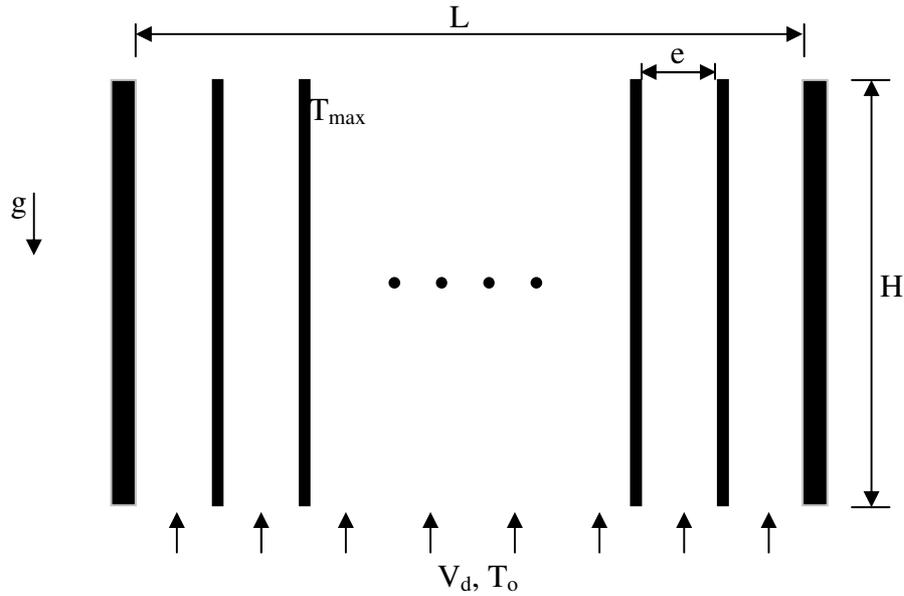


Figure I.3 : Volume bidimensionnel générateur de chaleur et refroidi par convection naturelle

Par la suite, une étude plus détaillée s'impose afin de mieux comprendre la méthode d'optimisation proposée par *Bejan*, qui va nous servir de repère pour les calculs d'optimisation ultérieurs en convection mixte.

#### I.4.1.2. Espacements étroits

Si on suppose que la distance entre les plaques est suffisamment petite, l'écoulement à l'intérieur de ce canal peut être considéré établi et le flux de chaleur transféré au fluide de refroidissement dans un seul canal se calcule ainsi :  $Q_l = q_{vl} C_p (T_{max} - T_o)$  où  $T_o$  et  $T_{max}$  sont les températures du fluide respectivement à l'entrée et à la sortie du canal de refroidissement. Dans l'expression du débit volume  $q_{vl} = \rho (eW) V_d$ ,  $W$  représente la largeur de la paroi du canal (perpendiculaire au plan de la figure) et la vitesse débitante se calcule en remplaçant le terme  $\frac{\Delta p}{L}$  par  $\rho g \beta (T_{max} - T_o)$  dans la solution de l'écoulement de type *Poiseuille* [20]:

$$\rho g \beta (T_{max} - T_o) = C_f \frac{4}{D_h} \frac{1}{2} \rho V_d^2 \quad (I.1)$$

où  $C_f = \frac{24}{Re} = \frac{24\nu}{V_d D_h}$  et  $D_h = 2e$  représente le diamètre hydraulique pour deux plaques planes parallèles. Si on remplace dans l'équation précédente :

$$V_d = \frac{g\beta(T_{max} - T_o)e^2}{12\nu} \quad (I.2)$$

$$q_{v1} = \rho e W V_d = \rho W \frac{g\beta(T_{max} - T_o)e^3}{12\nu} \quad (I.3)$$

Ainsi, le flux total évacué du volume entier par convection naturelle est :  $Q_{n1} = n Q_l$  où  $n$  est le nombre des plaques ( $n = \frac{L}{e}$  si on néglige les épaisseurs des plaques) :

$$Q_{n1} = \frac{\rho C_p W L g\beta(T_{max} - T_o)^2 e^2}{12\nu} = \frac{W L \lambda e^2 (T_{max} - T_o)}{12H^3} Ra_H \quad (I.4)$$

Lorsque  $e \rightarrow 0$  (espacement étroit), l'équation I.4 permet d'observer que le flux de chaleur varie avec le carré de la distance entre les plaques  $e^2$ . Cette variation est représentée par l'asymptote  $Q_{n1} \sim e^2$  dans la figure I.4

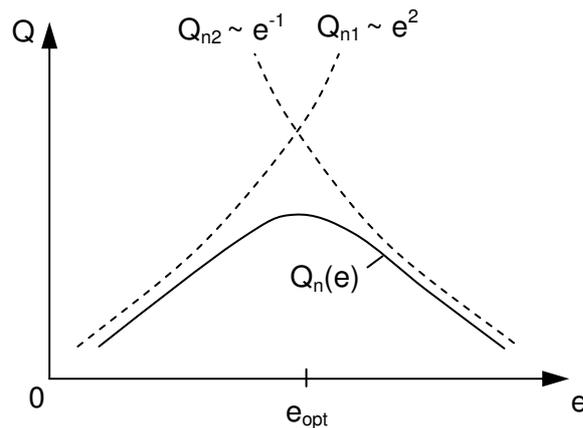


Figure I.4 : Intersection des asymptotes des flux de chaleur pour des espacements étroits et larges en convection naturelle

### I.4.1.3. Espacements larges

On considère un espacement large lorsque la distance  $e$  entre les plaques est suffisamment grande pour dépasser l'épaisseur de la couche limite thermique sur chaque paroi

[18,20] :  $\delta \sim H Ra_H^{-1/4}$  où  $Ra_H = \frac{g\beta(T_{max} - T_o)H^3}{\nu a}$ , alors :

$$e > H \left[ \frac{g\beta H^3 (T_{max} - T_o)}{\nu a} \right]^{-1/4} \quad (Pr \geq 0,5) \quad (I.5)$$

Dans ce cas, la température  $T_o$  représente la température du fluide dans la région centrale entre les plaques. Le nombre des couches limites est :  $2n = 2L/e$  et le flux de chaleur correspondant à une seule couche se calcule ainsi :

$$Q_2 = h H W (T_{max} - T_o) \quad (I.6)$$

où le coefficient de convection thermique est fourni par :  $\frac{hH}{\lambda} = 0,517 Ra_H^{1/4}$  (I.7)

Le flux de chaleur total transféré de toutes les plaques au fluide de refroidissement est :  $Q_{n2} = 2n Q_2$ :

$$Q_{n2} = 1,03 \frac{L}{e} W \lambda (T_{max} - T_o) Ra_H^{1/4} \quad (I.8)$$

Dans l'équation I.8 on peut observer que  $Q_{n2}$  varie avec  $e^{-1}$ , ce qui peut être aussi représenté dans la figure I.4.

### I.4.1.4. Espacements optimaux

Après avoir calculé les flux de chaleur correspondants à ces extrêmes (espacement étroits et larges), on peut approcher la distance optimale entre les plaques par l'intersection des asymptotes d'équations I.4 et I.8.

$$\frac{e_{n\,opt}}{H} \cong 2,3 \left( \frac{g\beta(T_{max} - T_o)H^3}{\nu a} \right)^{-1/4} \quad (I.9)$$

Finalement, le flux de chaleur maximum qui peut être transféré au fluide de refroidissement s'obtient en remplaçant  $e_{n\,opt}$  dans une des équations I.4 ou I.8 :

$$Q_{n\,max} \approx 0,45 \lambda (T_{max} - T_o) \frac{LW}{H} Ra_H^{1/2} \quad (I.10)$$

Une autre étude d'optimisation conduite par **Ledezma et Bejan** [21] concerne les plaques en quinconce. Elle porte sur un canal élémentaire (figure I.5) qui comporte  $n$  plaques chauffantes de longueur  $b$ , d'épaisseur  $\delta$  et de largeur  $b$ . Dans leur article, les auteurs ont optimisé l'espacement entre les plaques afin de minimiser la résistance thermique, maximiser le transfert de chaleur et diminuer la température de point chaud. Dans un écoulement laminaire en convection naturelle, l'espacement optimal entre les plaques n'est pas fonction de la longueur de chaque plaque, mais il est fonction de la hauteur du volume considéré à refroidir :

$$\frac{e_{n\,opt}}{H} \cong 0,63 \left( \frac{nb}{H} \right)^{1,48} Ra_H^{-0,19} \quad (I.11)$$

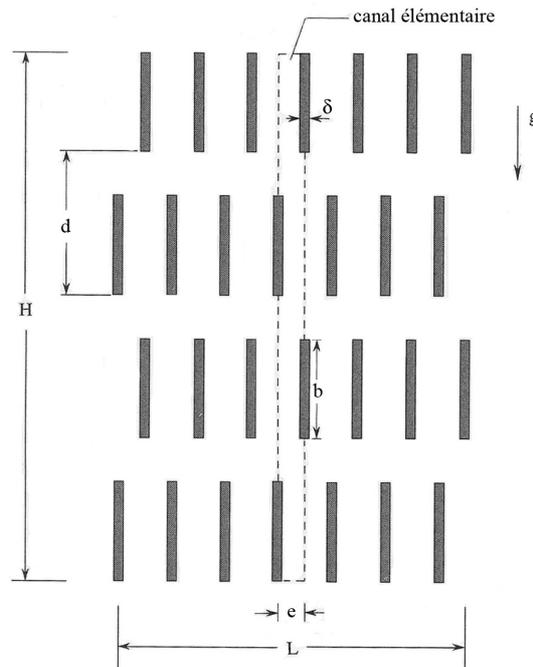


Figure I.5 : Arrangement géométriques des plaques en quinconce

Le flux de chaleur correspondant, évacué par le fluide de refroidissement du volume entier est :

$$\frac{Q_{n\max}}{\lambda(T_{\max} - T_o)LW/H} \cong 1,92 \exp\left(-0,7 \frac{nb}{H}\right) Ra_H^{0,43} \quad (\text{I.12})$$

Le même problème d'optimisation a été posé par **Bejan et al.** [22] mais, cette fois ci, sur des cylindres chauffants placés dans un volume donné (*figure I.6*). L'écoulement est toujours considéré laminaire et le transfert de chaleur se fait par convection naturelle. La distance optimale entre les cylindres pour laquelle le flux de chaleur est maximum est donnée par la relation suivante :

$$\frac{e_{n\text{opt}}}{H} \cong 2,72 \left(\frac{H}{D}\right)^{1/12} Ra_H^{-1/4} + 0,263 \frac{D}{H} \quad (\text{I.13})$$

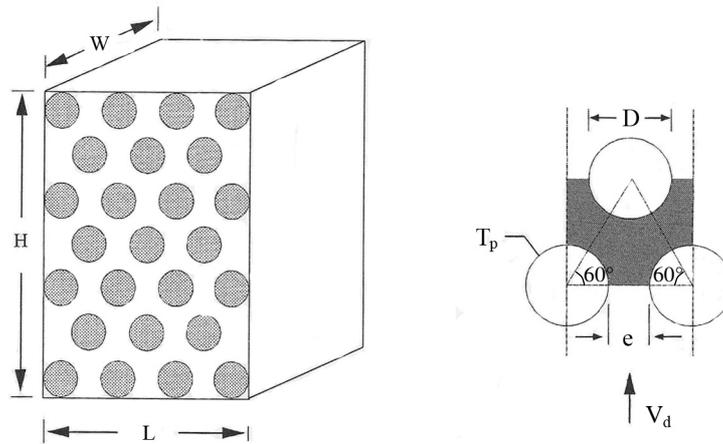


Figure I.6 : Arrangement géométriques des cylindres chauffants

De même, comme dans l'étude précédente, on peut calculer le flux de chaleur maximum transféré au fluide de refroidissement :

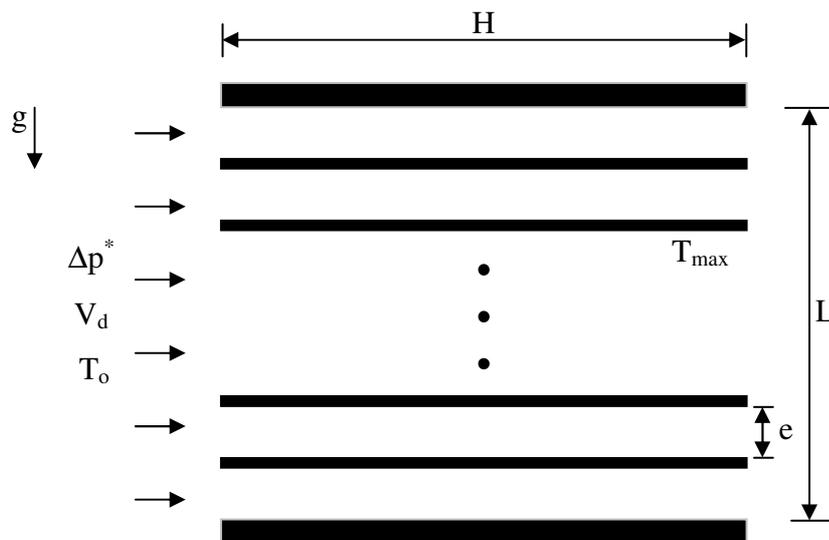
$$\frac{Q_{n\max} D^2}{\lambda(T_{\max} - T_o)HLW} \cong 0,448 \left[ \left(\frac{H}{D}\right)^{1/3} Ra_D^{-1/4} \right]^{-1,6} \quad (\text{I.14})$$

## I.4.2. Convection forcée

### I.4.2.1. Approche du problème

Des études d'optimisations similaires ont été conduites aussi en convection forcée par **Bejan et Sciuba** [23] et améliorées plus tard par **Bejan** dans [19] et [20]. Elles concernent cette fois ci des plaques planes chauffantes installées horizontalement dans un volume donné, mais le but reste le même : trouver un espacement optimal entre les plaques afin de maximiser le transfert de chaleur et de diminuer la température des points chauds.

Le volume concerné à refroidir est représenté dans la *figure I.7*. A l'intérieur, les plaques sont équidistantes et leur épaisseur est considérée négligeable par rapport à la distance  $e$  entre elles. Ainsi, le nombre des plaques est :  $n = \frac{L}{e}$ . L'écoulement du fluide est laminaire avec une différence de pression  $\Delta p^*$  connue.



*Figure I.7 : Volume bidimensionnel générateur de chaleur et refroidi par convection forcée*

La méthode d'optimisation est conduite aussi sur les hypothèses faites en convection naturelle, et elle concerne deux étapes. Les deux situations extrêmes considérées dans la première étape : espacements étroits et espacement larges, vont conduire à un espacement optimal dans la deuxième étape.

### I.4.2.2. Espacements étroits

Le flux de chaleur total transféré de toutes les plaques à l'intérieur du volume  $H \times L \times W$  dans le cas  $e \rightarrow 0$  est :  $Q_{f1} = q_{f1} C_p (T_{max} - T_o)$  où  $q_{f1} = \rho L W V_d$ . La vitesse débitante  $V_d$  est donnée par la solution de l'écoulement *Hagen - Poiseuille* :

$$V_d = \frac{e^2}{12 \mu} \frac{\Delta p^*}{H} \quad (I.15)$$

$$Q_{f1} = \rho L W \frac{e^2}{12 \mu} \frac{\Delta p^*}{H} C_p (T_{max} - T_o) \quad (I.16)$$

### I.4.2.3. Espacements larges

De même, quand la distance entre les plaques dépasse les couches limites thermiques ( $e \rightarrow \infty$ ), la vitesse du fluide qui se trouve à l'extérieur de ces couches est donnée par [20] :

$$U_o = \left( \frac{\Delta p^* L}{1,328 n H^{1/2} \rho \nu^{1/2}} \right)^{2/3} \quad (I.17)$$

Le flux de chaleur transféré par une seule surface de paroi est :  $Q_2 = h H W (T_{max} - T_o)$ , où  $h = 0,664 (\lambda / H) Pr^{1/3} Re_H^{1/2}$  pour  $Pr \geq 0,5$  [20], alors que le flux total de chaleur du volume entier est :  $Q_{f2} = 2n Q_2$  :

$$Q_{f2} = 1,21 \lambda L W (T_{max} - T_o) \left( \frac{Pr H \Delta p^*}{\rho \nu^2 e^2} \right)^{1/3} \quad (I.18)$$

Les variations de  $Q_{f1}$  et  $Q_{f2}$  en fonction respectivement de  $e^2$  et  $e^{-2/3}$  sont représentées par les asymptotes  $Q_{f1} \sim e^2$  et  $Q_{f1} \sim e^{-2/3}$  dans la *figure I.8*.

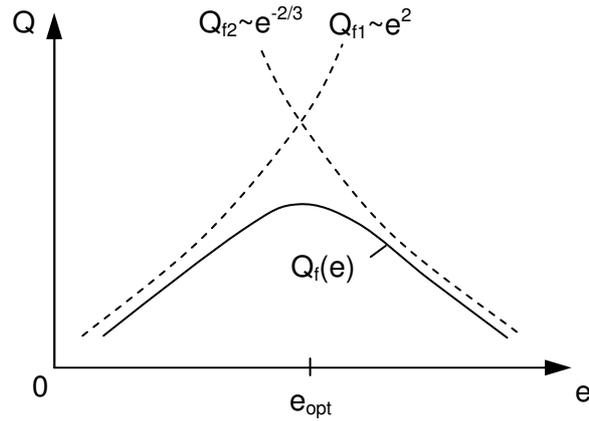


Figure I.8 : Intersection des asymptotes des flux de chaleur pour des espacements étroits et larges en convection forcée

#### I.4.2.4. Espacements optimaux

A l'intersection des asymptotes  $Q_{f1} \sim e^2$  et  $Q_{f2} \sim e^{-2/3}$  dans la figure I.8, autrement dit, lorsque l'égalité des expressions I.16 et I.18 est vérifiée, on peut déterminer la distance optimale  $e$  pour laquelle le flux de chaleur total est maximum et la température du point chaud ne dépasse pas les limites :

$$\frac{e_{f\ opt}}{H} \cong 2,7 \left( \frac{H^2 \Delta p^*}{\mu a} \right)^{-1/4} \quad (I.19)$$

ou si on l'exprime en fonction du nombre de Bejan :  $Be_H = \frac{H^2 \Delta p^*}{\mu a}$  :

$$\frac{e_{f\ opt}}{H} \cong 2,7 Be_H^{-1/4} \quad (I.20)$$

Si on remplace cette relation dans une des équations I.16 et I.18, on peut calculer le flux de chaleur maximum :

$$Q_{f\ max} \approx 0.6 \lambda (T_{max} - T_o) \frac{LW}{H} Be_H^{1/2} \quad (I.21)$$

Les équations I.20 et I.21 ne sont valables que lorsque deux conditions aux limites sont imposées à la paroi : température ou densité de flux uniforme. **Bejan et Sciuba** [23] ont montré que le choix entre ces deux conditions aux limites a un effet négligeable sur la distance optimale et sur le flux de chaleur maximum.

Dans la même géométrie que **Ledezma et Bejan** [21], qui concerne les plaques en quinconce, **Fowler et al.** [25] on fait leur étude d'optimisation en convection forcée. Dans ce cas, la distance optimale entre les plaques est fonction du nombre de *Reynolds*  $Re_H$  :

$$\frac{e_{f\ opt}}{H} \approx 5,4 Pr^{-1/4} \left( Re_H \frac{H}{b} \right)^{-1/2} \quad (I.22)$$

Quant à l'espacement optimal entre des cylindres chauffants placés horizontalement dans un volume donné, **Bejan** [26] a trouvé la relation suivante :

$$\frac{e_{f\ opt}}{D} \cong 1,7 \frac{(H/D)^{0,52}}{Re_D^{0,26} Pr^{0,24}} \quad (I.23)$$

### I.4.3. Conclusions

Afin d'optimiser l'espacement des canaux dans un circuit thermoconvectif où le transfert de chaleur a lieu essentiellement par convection mixte et où le régime d'écoulement est laminaire (cas d'un système de refroidissement d'un transformateur électrique), la méthode d'optimisation proposée par Bejan va nous servir de repère. Le but de cette optimisation est le même pour Bejan et pour le refroidissement du transformateur électrique : trouver un espacement optimal entre les parois des canaux de refroidissement afin de maximiser le transfert de chaleur et de diminuer la température des points chauds. Les expressions analytiques ainsi obtenues vont être utilisées avec des données numériques issues de la modélisation du transformateur ce qui va nous permettre de faire une comparaison avec l'espacement réel des canaux. Par la suite, une analyse plus approfondie du régime de convection thermique à l'intérieur du transformateur électrique sera appuyée sur des critères de sélection afin de distinguer différentes situations spécifiques à ce régime.

## I.5. CRITERES DE SELECTION POUR DISTINGUER LES REGIMES DE CONVECTION THERMIQUE (NATURELLE, FORCEE OU MIXTE)

Dans la convection mixte on peut parler de deux situations extrêmes dans lesquelles les forces gravitationnelles sont soit négligeables devant les forces de pression (convection forcée), soit prépondérantes (convection naturelle). Dans la littérature, la convection mixte est définie par différents paramètres ou groupements adimensionnels mais elle nous ne fournit pas de critères de sélection pour préciser le domaine de validité de ces situations spécifiques qui apparaissent. Pourtant, la question n'est pas simplement académique, car elle concerne les poids respectifs des différents facteurs du mouvement dans l'écoulement, et les moyens de leur évaluation.

Dans le cas particulier d'un écoulement laminaire établi entre deux plaques planes verticales soumises à des températures uniformes, **Aung et Worku** [10] ont montré que l'existence d'un écoulement descendant le long de la paroi froide est exprimé par la condition  $RiRe > 288$ ,  $RiRe$  étant le coefficient de poussée thermique. Avec la même configuration, **Padet** [24] a suggéré un premier critère basé sur la comparaison des contraintes de frottement sur les deux parois. Un écart inférieur à 10% par rapport au cas de la convection naturelle pure correspond dans ce cas à  $RiRe > 5470$ , tandis qu'un écart inférieur à 10% par rapport au cas de la convection forcée se traduit par  $RiRe < 15,2$ .

Plus tard, trois autres critères de sélection ont été proposés par **Padet et al.** [27,28]: le rapport des moyennes quadratiques des termes de poussée thermique et de viscosité, ou de poussée thermique et de pression, ou encore le rapport de l'énergie cinétique de poussée thermique et de l'énergie cinétique totale. La première constatation qui s'impose à la suite de cette étude est que le coefficient de poussée thermique  $RiRe$  est le seul paramètre représentatif des différents critères proposés, ce qui écarte donc un repérage basé sur  $Ri$  seul ou sur le nombre de *Grashof* ( $Gr = Ri Re^2$ ).

En second lieu, les quatre critères correspondent à des ordres de grandeurs assez comparables ( $RiRe = 8$  à  $40$  pour la transition "mixte / forcée",  $2300$  à  $5500$  pour la transition "mixte / naturelle"), à l'exception du premier qui élargit le domaine de la convection naturelle

(à partir de  $RiRe \cong 500$ ). De plus, ils encadrent tous la valeur  $RiRe = 288$  traduisant l'apparition d'un écoulement de retour sur la paroi froide, ainsi que la valeur  $RiRe = 166,28$  qui caractérise l'équilibre entre pression et flottabilité. Ces critères de sélection peuvent donc nous servir comme outils d'analyse des différents problèmes de convection mixte et peuvent constituer un repérage pour d'autres situations physiques.



**CHAPITRE II**

**DESCRIPTION DU MODELE  
THERMOCONVECTIF**



## II.1. INTRODUCTION

Le *transformateur électrique* est un convertisseur statique à induction électromagnétique comportant deux ou plusieurs enroulements fixes inductivement couplés. Il est destiné à la conversion, par l'intermédiaire de l'induction électromagnétique, des paramètres de l'énergie électrique tels que la tension ou l'intensité d'un courant alternatif à fréquence constante. Le transformateur joue un rôle important dans le transport de l'énergie électrique. C'est lui qui permet d'élever la tension (transformateur « élévateur ») au départ des grandes lignes de transport et de l'abaisser (transformateur « abaisseur ») à l'arrivée aux points d'alimentation.

Les transformateurs électriques peuvent être classés en deux grandes catégories : les transformateurs de puissance et les transformateurs de distribution. Les *transformateurs de puissance* couvrent une plage de puissances allant de 1500 kVA à plusieurs centaines de MVA. Les *transformateurs de distribution*, qui ajustent la tension finale, couvrent la plage de puissance allant de 10 kVA à 1500 kVA. Dans notre étude on va s'intéresser à un transformateur électrique de puissance « abaisseur » de tension.

Un transformateur triphasé à colonnes comporte trois colonnes où chacune est composée de deux enroulements multispaires en cuivre qui entourent un *noyau magnétique* feuilleté, composé de tôles minces en fer silicié à grains orientés. Celui qui reçoit la puissance de la source s'appelle *enroulement primaire* (haute tension, HT) et celui qui fournit la puissance active au circuit d'utilisation s'appelle *secondaire* (basse tension, BT), *figure II.1*. Lorsqu'un courant électrique alternatif parcourt le primaire, ce dernier diffuse un flux magnétique alternatif dont l'amplitude dépend à la fois de la tension de la source et du nombre de spires composant l'enroulement. En traversant le secondaire, ce flux magnétique induit une tension dont l'amplitude dépend du nombre de tours dans l'enroulement. La seule présence d'un flux magnétique alternatif commun à deux enroulements suffit à faire fonctionner le transformateur. Ce flux circule principalement dans des matériaux ferromagnétiques à cause de leur grande perméabilité qui est largement supérieure à celle du vide.

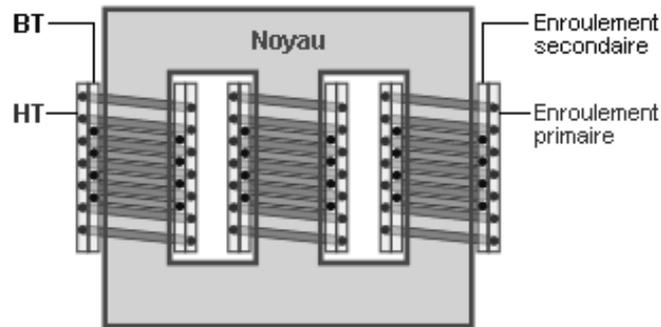


Figure II.1 : Schéma d'un transformateur électrique à trois colonnes

Les *parties actives* du transformateur destinées à assurer la conversion de l'énergie électrique, sont le circuit magnétique et les enroulements électriques. En plus des parties actives, la construction d'un transformateur comprend une série d'éléments mécaniques importants qu'on appelle *pièces constructives*. Celles-ci sont destinées à la connexion des enroulements sur des réseaux électriques et à leur l'isolation, à la fixation des parties actives dans l'espace et à leur refroidissement ainsi qu'à certaines autres fonctions auxiliaires.

Le rendement d'un transformateur est inférieur à 1 à cause des pertes qui se dissipent sous forme de chaleur et ont pour conséquence un échauffement des éléments correspondants (circuit magnétique et enroulements), ce qui nécessite la mise en œuvre d'un moyen efficace de refroidissement. Les pertes constituent la partie de la puissance électrique d'un transformateur qui est transformée en puissance thermique. Celles-ci sont indésirables mais inévitables.

### II.1.1. Echauffement du circuit magnétique

Pour un transformateur triphasé, le circuit magnétique est composé de trois colonnes réunies par des culasses pour conduire le flux magnétique. Afin de diminuer les pertes électriques par les courants de Foucault et par hystérésis qui s'y produisent à la suite de la variation périodique du flux magnétique, on utilise des matériaux spéciaux, tel que le fer en alliage avec le silicium, et des dispositions constructives spécifiques. Dans le circuit magnétique feuilleté à joints enchevêtrés, les tôles des colonnes et des culasses sont empilées les unes sur les autres, en croisant les joints de manière à constituer une construction monobloc et ainsi, la puissance réactive consommée par le transformateur diminue.

Les pertes dans le circuit magnétique dues à la variation du flux alternatif dans les tôles sont approximativement proportionnelles au carré de la tension appliquée. En vue de mieux refroidir le noyau on peut réaliser des canaux verticaux ou horizontaux avec une largeur maximale de  $10\text{ mm}$  à l'intérieur desquels l'huile peut circuler [29].

### **II.1.2. Echauffement des enroulements**

Les enroulements représentent les éléments les plus importants pour un transformateur et la connaissance des températures maximales est particulièrement importante dans ce cas. Après leur dimensionnement on peut définir le cahier des charges ainsi que le niveau d'isolation du transformateur. Dans les enroulements il y a une augmentation importante de chaleur par effet Joule ainsi que par les courants de Foucault et les pertes électriques sont proportionnelles au carré de l'intensité des courants.

D'un point de vue thermique les problèmes rencontrés sont fonction du type d'enroulement (en couches ou en galettes), du nombre de spires (défini par le courant nominal et de la densité de courant), de la longueur de chaque enroulement ainsi que du nombre et de la largeur des canaux de refroidissement aménagés à l'intérieur. En effet, pour faciliter la dissipation de la chaleur, les manufacturiers laissent habituellement des espaces vides à l'intérieur des enroulements permettant ainsi au fluide de refroidissement d'extraire cette chaleur. Normalement, pour avoir un refroidissement plus efficace, les enroulements sont divisés en deux ou trois avec des espaces étroits de  $10$  à  $20\text{ mm}$  pour un seul canal ou de  $5$  à  $10\text{ mm}$  pour plusieurs canaux [30].

### **II.1.3. Fluide de refroidissement**

Afin de refroidir les parties actives du transformateur, on utilise un fluide caloporteur tel que l'*huile minérale*. L'huile minérale est utilisée dans tous les types de transformateurs à cause de sa très bonne stabilité sous des contraintes thermiques et électriques. C'est à la fois un liquide diélectrique, qui assure une isolation électrique entre les parties actives et un agent de refroidissement pour l'évacuation de la chaleur produite dans le transformateur. Dans des conditions géométriques et thermiques identiques, l'huile est douze fois plus efficace que l'air et cent fois plus que l'eau [31].

Les propriétés de l'huile doivent être stables pendant la période d'utilisation. L'huile minérale doit être protégée particulièrement de l'oxydation et des pollutions solides de diverses natures, qui peuvent provenir d'une dégradation des isolants solides. Les systèmes de préservation de l'huile permettent de minimiser les effets de l'humidité et de l'oxygène, la température devenant le principal paramètre de contrôle. Il faut noter que les propriétés des huiles minérales se détériorent si la température dans un transformateur dépasse la température normale de fonctionnement. Dans les études de vieillissement cette température est communément appelée *température du point chaud*.

#### **II.1.4. Système de circulation forcée d'huile et d'air (OFAF)**

Afin de refroidir les transformateurs immergés dans un bain d'huile, on utilise plusieurs moyens constructifs en fonction du cahier des charges du transformateur. Les plus fréquemment utilisés sont ceux où la circulation de l'huile dans le transformateur est soit naturellement due aux différences de densité, soit forcée à l'aide d'une pompe, et où le refroidissement de l'huile par l'air se fait à l'aide d'un radiateur extérieur par convection naturelle ou bien par convection forcée de l'air grâce à un ventilateur. Le système de refroidissement qui combine la circulation forcée de l'huile et la ventilation forcée de l'air porte le nom de refroidissement par *circulation forcée d'huile et d'air (OFAF)*, *figure II.2*.

L'utilisation de la pompe de circulation d'huile actionnée par un moteur électrique augmente sensiblement le coefficient de transfert thermique et aide l'homogénéisation des températures dans le transformateur. Cette combinaison est de plus en plus utilisée dans les transformateurs de moyenne puissance et recommandée pour les transformateurs de grande puissance afin de réduire la taille de la cuve et de l'installation de refroidissement. En revanche, les prix d'exploitation et d'entretien augmentent à cause de la pompe d'huile.

Pour chaque cas il faut choisir la meilleure solution du point de vue électrique et thermique pour évacuer la chaleur produite dans le transformateur et éviter l'accumulation de points chauds, conjointement avec l'aspect économique qui implique le prix de la construction et du fonctionnement pendant la durée de vie du transformateur. En effet, un calcul comparatif, basé uniquement sur un point de vue économique, entre les divers systèmes de refroidissement pour des transformateurs de moyenne et grande puissance, a établi que la

solution de circulation forcée de l'huile et de l'air est la moins coûteuse malgré les frais supplémentaires qu'impliquent la pompe à l'huile [32].

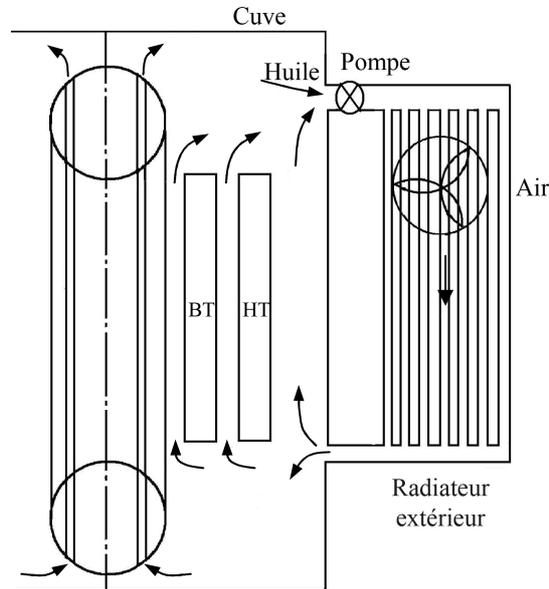


Figure II.2 : Circulation forcée de l'huile et de l'air (OFAF)

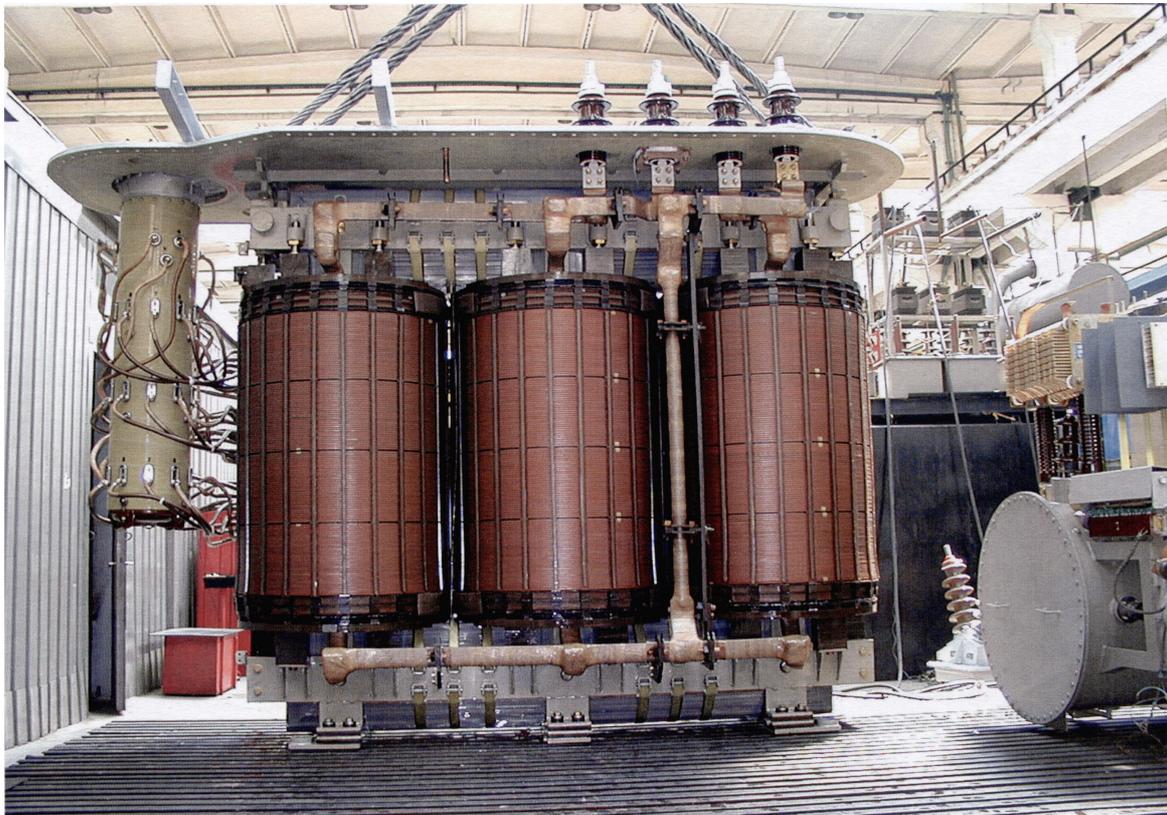
Dans un système de refroidissement OFAF, la transmission de chaleur a lieu en plusieurs étapes. Dans un premier temps, la chaleur qui se dégage dans les enroulements et dans le circuit magnétique est transmise par conduction à travers de leur masse jusqu'à leur surface extérieure. Ensuite, cette chaleur est transférée par convection à l'huile de refroidissement dont la circulation est due à la fois aux différences de densité et à la pompe extérieure. Finalement, l'huile minérale va céder la chaleur à l'air ambiant à travers les parois de la cuve et du radiateur extérieur, *figure II.2*.

## II.2. FORMULATION DU PROBLEME

### II.2.1. Description du transformateur

On s'intéresse à un transformateur électrique de puissance, triphasé en colonnes (*figure II.3*), dont les pertes élevées dans le circuit magnétique et les deux enroulements se dissipent sous forme de chaleur entraînant un échauffement important dans toutes ses parties actives. Le calcul de dimensionnement de ce transformateur est présenté dans l'*annexe I* et ses caractéristiques électriques principales sont :

- Puissance apparente :  $S_a = 40 \text{ MVA}$  ;
- Fréquence :  $f = 50 \text{ Hz}$  ;
- Nombre de phase :  $n = 3$  ;
- Tension nominale primaire et secondaire :  $U_1 = 110 \text{ kV}$  ;  $U_2 = 20,5 \text{ kV}$  ;
- Courant nominal primaire et secondaire :  $I_1 = 209,95 \text{ A}$ ,  $I_2 = 650,41 \text{ A}$  ;
- Schéma et groupe de connexion :  $Yd-11$ .



*Figure II.3 : Représentation d'un transformateur électrique triphasé de 40 MVA*

Les dimensions géométriques du transformateur sont présentées dans la *figure II.4*, avec :

- $C$  : distance entre les axes des colonnes ;
- $D$  : diamètre d'enroulement primaire ;
- $D_c$  : diamètre de la colonne ;
- $d_1$  et  $d_2$  : dimensions des conducteurs électriques de liaison ;
- $H, L, W$  : respectivement la hauteur, la longueur et la largeur de la cuve ;
- $H_1$  : hauteur de la culasse par rapport à la partie inférieure de la cuve ;
- $H_2, H_3, H_4$  : respectivement la hauteur d'enroulements, de la colonne et de la culasse ;
- $H_5$  : distance entre la culasse et la partie supérieure de la cuve ;
- $s_1, s_2, \dots, s_7$  : distances d'isolation.

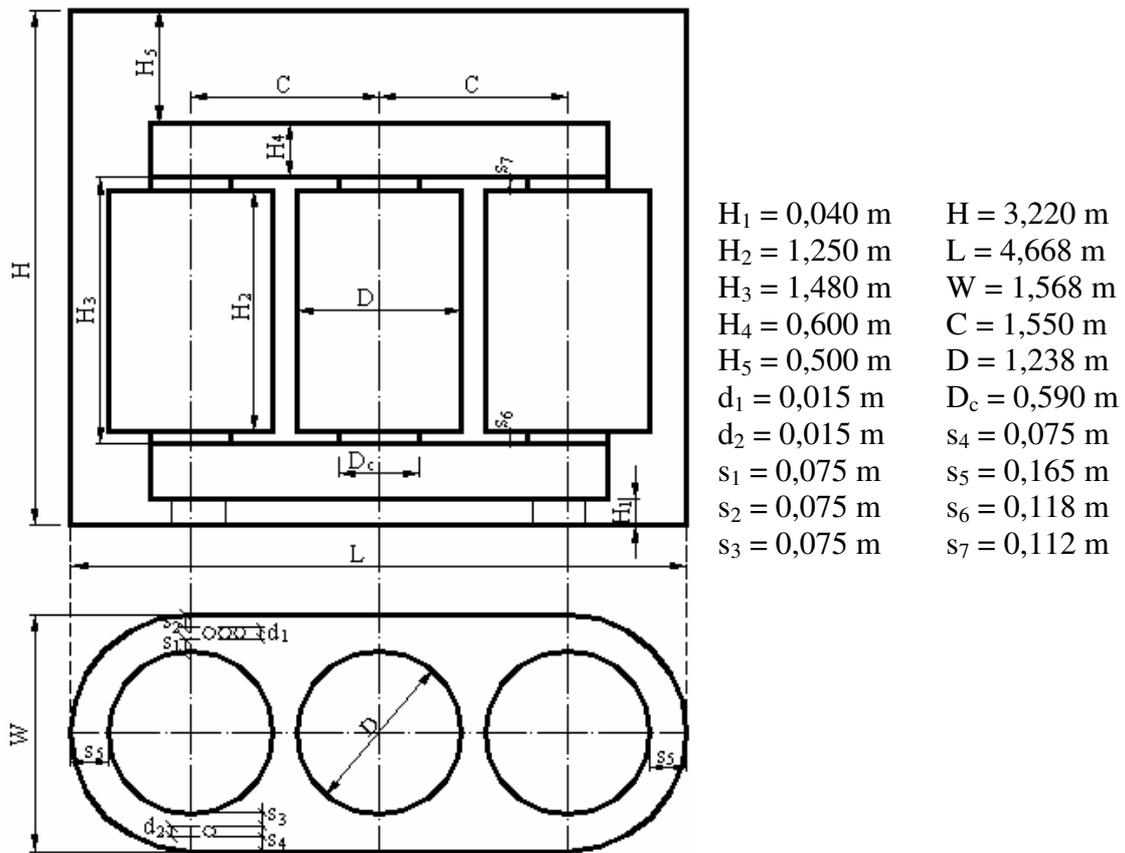


Figure II.4 : Dimensions géométriques du transformateur

Le mode de refroidissement adopté pour ce transformateur est par circulation forcée de l'huile à l'aide d'une pompe et ventilation forcée de l'air dans les radiateurs (OFAF), *figure II.2*. Les spécifications pour l'installation de refroidissement sont :

- débit nominal d'huile :  $43 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$  ;
- pression :  $93\ 167 \text{ Pa}$  ;
- longueur :  $3,47 \text{ m}$  ;
- largeur :  $1,40 \text{ m}$  ;
- hauteur :  $0,89 \text{ m}$  ;
- nombre de ventilateurs : 4 ;
- débit d'air par ventilateur :  $10\ 000 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ .

Actuellement, le dimensionnement d'un transformateur et la détermination des températures maximales se font généralement d'une façon empirique à l'aide des essais en grandeur réelle. Cette méthode est lente et coûteuse car elle nécessite la construction d'un prototype et son installation ainsi que sa mise en service. De plus, elle ne permet pas de changer tous les paramètres, ce qui limite les possibilités d'optimisation et réduit son intérêt. D'où la nécessité de faire une étude numérique qui nous permet de faire une analyse paramétrique et de nous aider à avoir une idée de la configuration la plus rentable et la plus adéquate afin de maximiser le transfert de chaleur et de diminuer la température du point chaud.

## II.2.2. Géométrie du modèle étudié

Devant la complexité à la fois géométrique, mécanique et thermique du problème, nous étions amenés à adopter quelques hypothèses simplificatrices afin de comprendre les phénomènes physiques mise en jeu. La *figure II.5* représente la colonne du milieu du transformateur étudié, composée d'un noyau entouré de deux enroulements dans une géométrie axisymétrique où l'entrée et la sortie de l'huile se font selon l'axe de révolution. Tous les éléments sont considérés comme des cylindres concentriques. Le noyau et l'enroulement secondaire sont traversés chacun par un canal de refroidissement alors que l'enroulement primaire est traversé par deux canaux. De plus, selon le cas étudié, on a

supposé soit un flux de chaleur réparti uniformément sur les surfaces de chaque partie active soit une source interne de chaleur imposée à l'intérieur de ces parties.

L'écoulement de l'huile minérale est ascendant et laminaire dans des sections annulaires. L'huile entre par la partie inférieure de la cuve, traverse les parties actives du transformateur où elle gagne de la chaleur dégagée par conduction et par convection avant de sortir par la partie supérieure. Vu que la vitesse de l'huile est faible, le transfert de chaleur se fait par convection mixte. Les parois de la cuve échangent de la chaleur par convection avec l'air ambiant ce qui contribue au refroidissement de l'huile et par conséquent du transformateur. La modélisation a été faite en régime permanent correspondant à un fonctionnement en charge nominale du transformateur, puis en régime transitoire quand le transformateur est soumis à une surcharge de 160 % de la charge nominale.

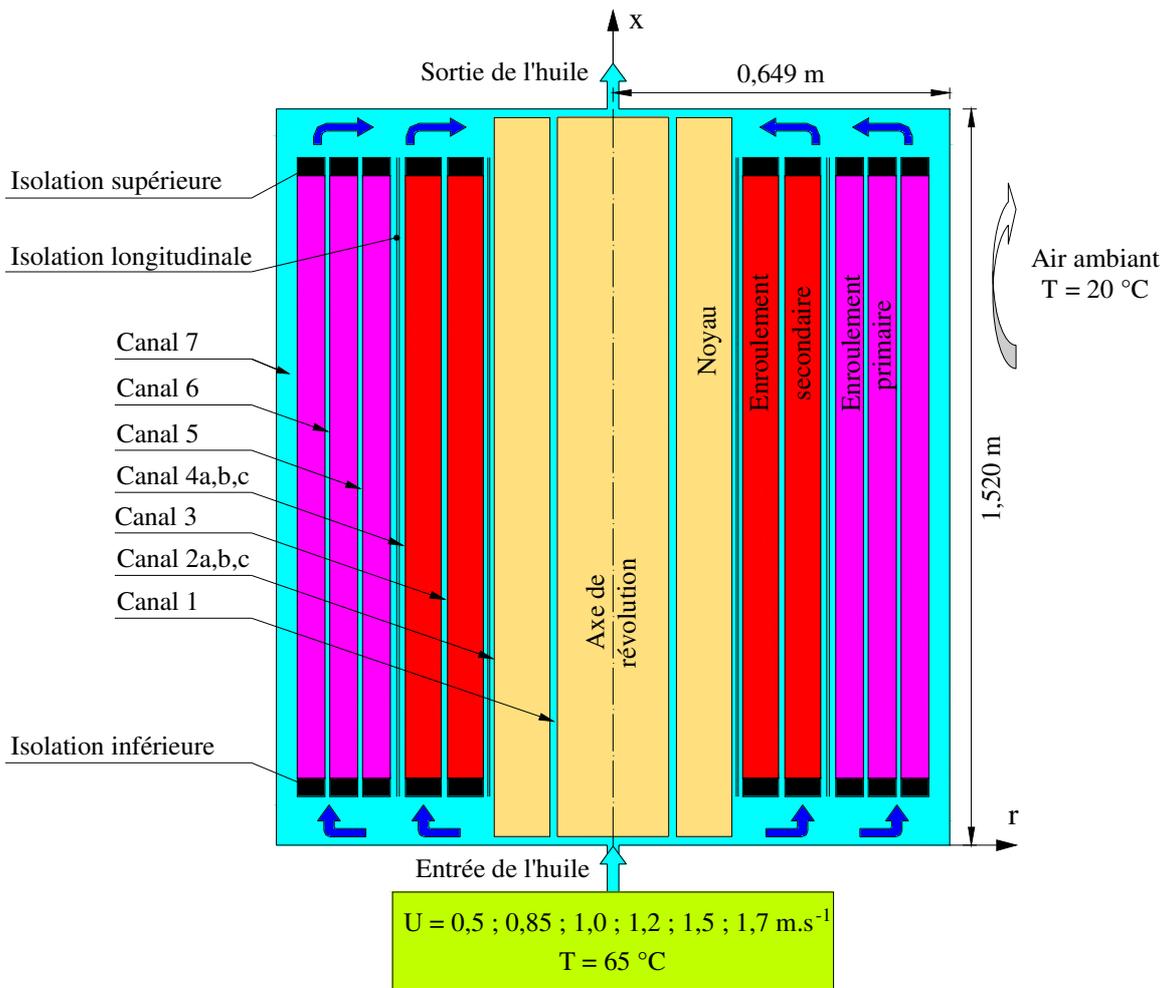


Figure II.5 : Description de la géométrie du modèle étudié

Les dimensions géométriques du modèle présenté dans la *figure II.5* sont données dans le *tableau II.1*.

		Sections (m <sup>2</sup> )
Largeur du canal 1 à l'intérieur du noyau	0,005 m	0,004634
Espacement noyau - enroulement secondaire (canal 2)	0,020 m	0,038327
Largeur du canal 3 à l'intérieur de l'enroulement secondaire	0,018 m	0,043203
Espacement entre les deux enroulements (canal 4)	0,038 m	0,111740
Largeur du canal 5 à l'intérieur de l'enroulement primaire	0,005 m	0,016666
Largeur du canal 6 à l'intérieur de l'enroulement primaire	0,005 m	0,018080
Espacement enroulement secondaire - paroi verticale (canal 7)	0,030 m	0,119506
Largeur d'enroulement primaire	0,132 m	-
Largeur d'enroulement secondaire	0,134 m	-
Espace en dessous et au dessus du noyau	0,020 m	-
Espacement enroulements - paroi inférieure	0,138 m	-
Espacement enroulements - paroi supérieure	0,132 m	-
Hauteur isolations supérieures et inférieures	0,045 m	-
Diamètre d'entrée et de sortie de l'huile	0,030 m	0,002827

*Tableau II.1 : Dimensions géométriques du modèle étudié*

### II.2.3. Propriétés thermophysiques des matériaux

Les principaux matériaux utilisés dans le transformateur sont le cuivre, le fer, le papier isolant en carton et l'acier. L'huile a été choisie comme agent de refroidissement et isolant diélectrique entre les parties actives. Dans la suite, on va faire une présentation des propriétés thermophysiques de ces matériaux.

#### ❖ *L'huile*

On a choisi une huile minérale de type naphénique en conformité avec les normes roumaines et françaises [33,34] avec des additifs inhibiteurs d'oxydation afin de retarder le vieillissement du transformateur. Il faut noter que les caractéristiques thermophysiques de l'huile sont fonction de la température : la conductivité thermique et la viscosité dynamique diminuent quand la température augmente alors que, la chaleur massique à pression constante varie dans le même sens que la température.

Afin de quantifier ces lois de variations dans la plage de valeurs qui nous intéresse, des formules de corrélations ont été calculées dans l'*annexe II* à partir des données numériques :

$$\rho(T) = 1098,72 - 0,712 T$$

$$\lambda(T) = 0,1509 - 7,101.10^{-5} T$$

$$C_p(T) = 807,163 + 3,58 T$$

$$\mu(T) = 0,08467 - 4.10^{-4} T + 5.10^{-7} T^2$$

#### ❖ *Le cuivre*

Les enroulements sont constitués de spires en cuivre électrolytique dont les propriétés thermophysiques sont [35]:

- ✓ masse volumique :  $\rho = 8\,933 \text{ kg.m}^{-3}$  ;
- ✓ chaleur massique :  $C_p = 391 \text{ J.kg}^{-1}\text{K}^{-1}$  ;
- ✓ conductivité thermique :  $\lambda = 413 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$ .

#### ❖ *Le fer*

Le circuit magnétique est réalisé en tôles de fer - silicium à grains orientés pour leurs très bonnes caractéristiques magnétiques en terme de réduction des pertes dans le transformateur. Les propriétés thermophysiques sont données par [36] :

- ✓ masse volumique :  $\rho = 7\,650 \text{ kg.m}^{-3}$  ;
- ✓ chaleur massique :  $C_p = 478 \text{ J.kg}^{-1}\text{K}^{-1}$  ;
- ✓ conductivité thermique :  $\lambda = 72 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$ .

#### ❖ *L'isolant*

L'isolation d'un transformateur immergé dans un bain d'huile est très importante à la fois du point de vue électrique et thermique. Pour notre modélisation nous avons utilisé une isolation en papier laqué qui appartient à la classe A, dont les caractéristiques sont [37] :

- ✓ masse volumique :  $\rho = 600 \text{ kg.m}^{-3}$  ;
- ✓ chaleur massique :  $C_p = 1\,460 \text{ J.kg}^{-1}\text{K}^{-1}$  ;
- ✓ conductivité thermique :  $\lambda = 0,157 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$ .

#### ❖ *L'acier*

Pour la cuve, on a choisi qu'elle soit réalisée en tôles d'acier inoxydable dont les caractéristiques thermophysiques sont [35]:

- ✓ masse volumique :  $\rho = 7\,900 \text{ kg.m}^{-3}$  ;
- ✓ chaleur massique :  $C_p = 505 \text{ J.kg}^{-1}\text{K}^{-1}$  ;
- ✓ conductivité thermique :  $\lambda = 16 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$ .

### **II.2.4. Limites d'échauffement**

Normalement un transformateur doit fonctionner sans défaillance pendant 20 ans si l'échauffement maximal par rapport au milieu extérieur de ses parties constitutives en régime nominal ne dépasse pas certaines valeurs limites. Il est admis que le fonctionnement permanent avec une température du point chaud de 98 °C conduit à une valeur normale de la vitesse de dégradation à la température ambiante de 20 °C [31]. Par contre, cette vitesse de dégradation doublera pour chaque augmentation de 6 °C de la température du point le plus chaud (*figure II.6*).

Les valeurs admissibles des températures sont fixées par la Commission Electrotechnique Internationale (CEI) qui a défini la température maximale du fluide de refroidissement, ainsi que celle des enroulements, du circuit magnétique et d'autres parties composantes du transformateur [38,39].

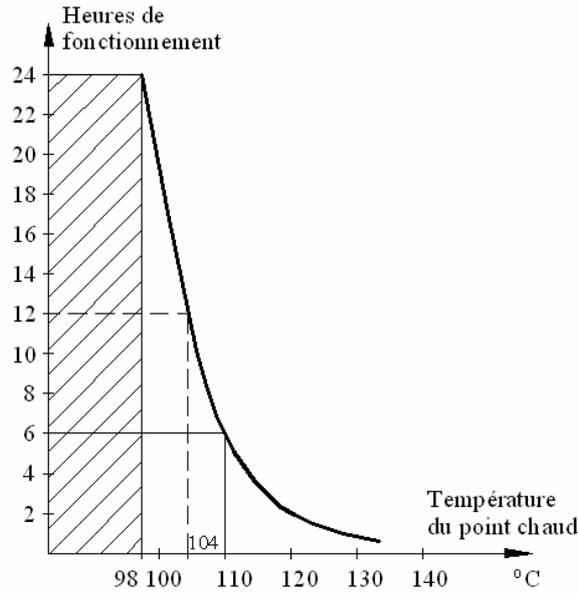


Figure II.6 : Temps de fonctionnement, à une température donnée du point chaud, équivalent à un "jour normal" à 98 °C.

Les valeurs limites des températures moyennes et de points chauds à ne pas dépasser à l'intérieur d'un transformateur électrique sont données dans le *tableau II.2* pour une température de l'air ambiant  $T_{air} = 20^{\circ}C$ .

Partie	Température limite, $T_{limite}$ (°C)	
	Régime permanent	Régime transitoire
Enroulements	90	
Circuit magnétique	90	-
Huile (partie supérieure)	80	
Isolant (classe A)	105	
Points chauds	98	140

Tableau II.2 : Températures limites dans le transformateur

## II.3. METHODE DE RESOLUTION NUMERIQUE

### II.3.1. Equations résolues

Les équations décrivant le modèle pour le fluide en régime transitoire sont données par les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie ci-après :

❖ L'équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho V)}{\partial r} = 0 \quad (\text{II.1})$$

❖ Les équations de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + U \frac{\partial(\rho U)}{\partial x} + V \frac{\partial(\rho U)}{\partial r} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\mu \frac{\partial U}{\partial r} \right) \quad (\text{II.2})$$

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + U \frac{\partial(\rho V)}{\partial x} + V \frac{\partial(\rho V)}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\mu \frac{\partial V}{\partial r} \right) \quad (\text{II.3})$$

❖ L'équation de l'énergie :

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + U \frac{\partial(C_p \rho T)}{\partial x} + V \frac{\partial(C_p \rho T)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (\text{II.4})$$

Dans les cas où une source interne de chaleur a été imposée à l'intérieur des parties actives, on calcule en plus la conduction dans les éléments solides en couplage avec le fluide. La modélisation thermique et dynamique du problème a été faite par un logiciel de calcul FLUENT, basé sur la méthode des volumes finis qui permet de modéliser à la fois l'écoulement d'un fluide et les transferts de chaleur. La modélisation a été faite sur la colonne du milieu du transformateur dans un problème 2D-axisymétrique.

### II.3.2. Discrétisation du domaine de calcul

Le maillage du domaine de calcul est réalisé avec GAMBIT qui permet de faire aussi bien des maillages structurés que non-structurés [40]. Afin de tenir compte du fort gradient de température et des vitesses dans la couche limite près des parois, on a choisi un maillage structuré non uniforme, serré près des parois et un peu plus large ailleurs. La taille du maillage utilisé dans le calcul est de  $781 \times 418$  mailles. Afin de pouvoir comparer l'influence des différentes configurations géométriques sur les résultats, on a gardé le même maillage dans tous les cas. Ce maillage est représenté en partie dans la *figure II.7*.

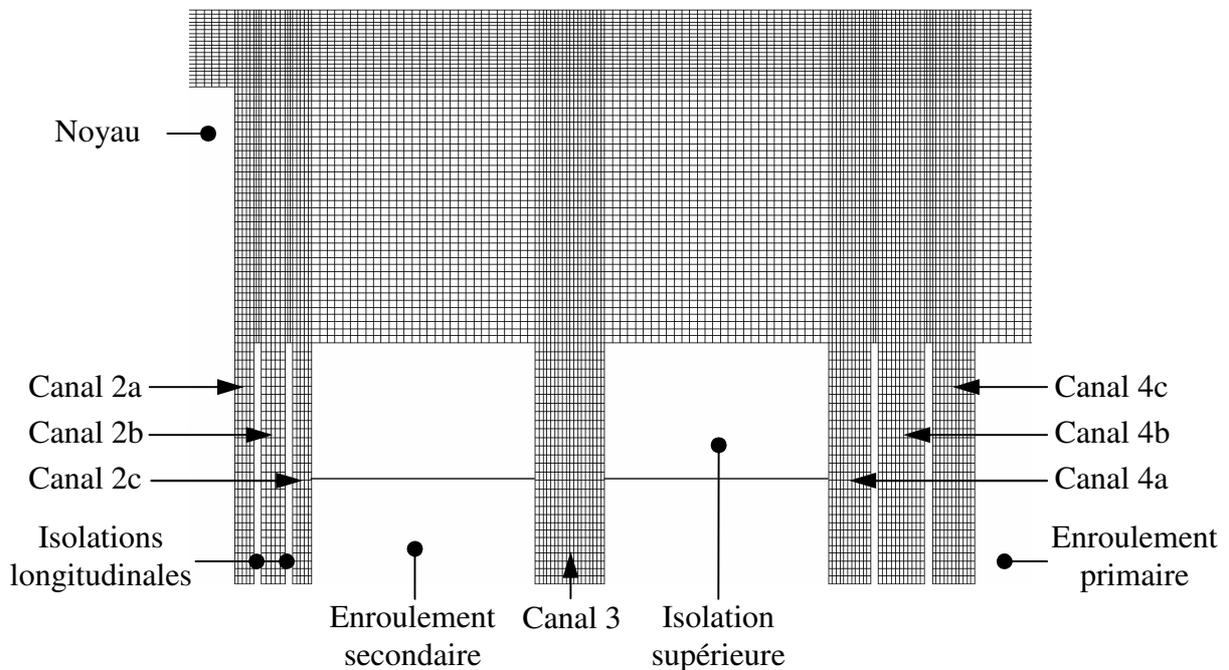


Figure II.7 : Maillage structuré non uniforme d'une partie supérieure du transformateur

Dans les différents calculs on a utilisé l'algorithme PISO (The Pressure-Implicit with Splitting of Operators) qui fait partie de la famille des algorithmes SIMPLE. Cet algorithme a été choisi puisqu'il est basé sur une meilleure approximation des termes correctifs pour la pression et la vitesse, en faisant deux corrections additionnelles : "neighbor" (voisinage) et "skewness" (dissymétrie) [41]. Le calcul est itératif, à partir d'une initialisation il se répète jusqu'à la convergence avec une tolérance pour les valeurs entre deux itérations successives de l'ordre de  $10^{-4}$  pour les vitesses et la pression et de l'ordre  $10^{-6}$  pour les températures.

### II.3.3. Conditions aux limites

Les densités de flux de chaleur sur les parois de la cuve qui échangent de la chaleur par convection naturelle avec l'air ambiant, sont données par les formules suivantes :

$$\text{- pour les parois horizontales : } \varphi_h = h_1 (T_p - T_{air}) \quad (\text{II.5})$$

$$\text{- pour les parois verticales : } \varphi_v = h_2 (T_p - T_{air}) \quad (\text{II.6})$$

Le coefficient d'échange global  $h_1$  pour les parois horizontales est égal à  $5,1 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ , alors que celui des parois verticales, en tenant compte de la résistance thermique des éléments qui entourent la colonne du milieu, est  $h_2 = 2,7 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ . Les valeurs sont calculées dans l'*annexe I* pour une température de l'air ambiant  $T_{air}$  égale à  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ . En ce qui concerne les isolants, ceux-ci ont des conditions de flux thermique nul imposées sur leur surfaces.

Pour la partie dynamique, le débit de l'huile est supposé constant à l'entrée du transformateur avec une vitesse répartie uniformément sur la section dont le diamètre est  $d = 0,060 \text{ m}$ . La température du fluide à l'entrée est considérée uniforme égale à  $65 \text{ }^\circ\text{C}$ . A la sortie, on utilise une condition à la limite appelée "outflow" sous FLUENT. Celle-ci est utilisée pour calculer la vitesse et la température du fluide à la sortie par extrapolation sans être obligé d'imposer une condition de pression. Six cas de débit ont été étudiés correspondant à des valeurs de vitesses d'entrée de :  $0,50 \text{ m.s}^{-1}$ ;  $0,85 \text{ m.s}^{-1}$  ;  $1,00 \text{ m.s}^{-1}$  ;  $1,20 \text{ m.s}^{-1}$  ;  $1,50 \text{ m.s}^{-1}$  et  $1,70 \text{ m.s}^{-1}$ .

Les pertes dans les circuits électriques et magnétiques entraînent un échauffement important dans le transformateur. La puissance thermique  $Q$  dissipée dans chaque élément ainsi que la densité de flux  $\varphi$  et la source volumique  $q_l$  qui en résultent sont calculées dans l'*annexe I* pour les deux régimes considérés (permanent et transitoire), et données dans les tableaux suivants selon différentes configurations géométriques conçues et étudiées par la suite dans le *chapitre III*.

Partie active	Q (W)	Cas 1, 4, 7		Cas 2, 5, 8		Cas 3, 6, 9 - 14	
		$\phi$ (W.m <sup>-2</sup> )	$q_I$ (W.m <sup>-3</sup> )	$\phi$ (W.m <sup>-2</sup> )	$q_I$ (W.m <sup>-3</sup> )	$\phi$ (W.m <sup>-2</sup> )	$q_I$ (W.m <sup>-3</sup> )
Noyau	4 510	748	11 340	748	11 340	748	11 340
Enroulement primaire	28 188	1 047	53 185	1 082	53 185	1 064	53 185
Enroulement secondaire	23 358	1 860	67 101	1 946	67 101	1 902	67 101

Tableau II.3 : Puissance thermique, densité de flux et source interne de chaleur imposées à chaque élément du transformateur en régime permanent

Partie active	Q (W)	Cas 1, 4, 7		Cas 2, 5, 8		Cas 3, 6, 9 - 14	
		$\phi$ (W.m <sup>-2</sup> )	$q_I$ (W.m <sup>-3</sup> )	$\phi$ (W.m <sup>-2</sup> )	$q_I$ (W.m <sup>-3</sup> )	$\phi$ (W.m <sup>-2</sup> )	$q_I$ (W.m <sup>-3</sup> )
Noyau	4 510	748	11 340	748	11 340	748	11 340
Enroulement primaire	72 163	2 681	136 157	2 769	136 157	2 725	136 157
Enroulement secondaire	59 796	4 762	171 778	4 983	171 778	4 870	171 778

Tableau II.4 : Puissance thermique, densité de flux et source interne de chaleur imposées à chaque élément du transformateur en régime transitoire



## **CHAPITRE III**

# **REGIME PERMANENT**



### III.1. INTRODUCTION

Différentes configurations géométriques ont été conçues et étudiées numériquement afin d'améliorer l'échange de chaleur et d'optimiser le refroidissement du transformateur en régime permanent lorsqu'il est soumis à une charge nominale. Le chapitre présent se compose de deux parties qui correspondent à deux conditions aux limites utilisées. Afin de simplifier la modélisation numérique, dans la première partie on a imposé des densités de flux sur les surfaces des parties actives (noyau et enroulements) alors que dans la deuxième partie, afin de s'approcher du cas réel du transformateur on a imposé des sources internes de chaleur à l'intérieur de ces parties actives.

Dans le cadre de la première partie, 14 configurations géométriques ont été conçues et étudiées afin de trouver le meilleur cas qui respecte la limite maximale de la température des points chauds, ce qui assure un fonctionnement correct du transformateur (*figure III.1*). Dans chaque cas, six vitesses de l'huile ont été imposées à l'entrée du transformateur afin de trouver la vitesse optimale où les limites d'échauffement sont respectées tout en dépensant moins d'énergie :  $0,50 \text{ m.s}^{-1}$  ;  $0,85 \text{ m.s}^{-1}$  ;  $1,00 \text{ m.s}^{-1}$  ;  $1,20 \text{ m.s}^{-1}$  ;  $1,50 \text{ m.s}^{-1}$  et  $1,70 \text{ m.s}^{-1}$ . Dans la deuxième partie du chapitre, l'intérêt a été porté sur deux configurations géométriques étudiées dans la partie précédente : le cas 5 (qui sera validé expérimentalement dans le chapitre suivant) et le cas 14 (configuration optimale de refroidissement du transformateur). Dans ces deux cas, la vitesse de l'huile à l'entrée est de  $1,2 \text{ m.s}^{-1}$  trouvée comme optimale dans la première partie de ce chapitre.

Ainsi, les neuf premiers cas sont subdivisés par groupe de trois. Le premier groupe de trois cas ne comporte pas d'isolants longitudinaux alors que, dans le deuxième groupe on ajoute un isolant longitudinal dont l'épaisseur est de  $4 \text{ mm}$  dans l'espace qui sépare le noyau de l'enroulement basse tension, et dans l'espace qui sépare les deux enroulements (*figure III.1*). Dans le troisième groupe, l'épaisseur de ces isolants est réduite à  $2\text{mm}$ .

La présence de ces isolants longitudinaux dans le transformateur fait partie du son procédé de fabrication et ils sont nécessaires afin d'assurer l'isolation électrique entre le noyau et l'enroulement secondaire et entre les deux enroulements. Le procédé d'isolation dépend de chaque constructeur et se fait soit en assurant un certain espacement des canaux qui séparent les parties actives, soit en ajoutant un ou deux isolants longitudinaux en papier laqué à l'intérieur de ces canaux. Pour les transformateurs de puissance, dans la majorité des cas, le constructeur essaye de limiter le volume du transformateur et utilise plutôt la seconde solution. De plus, des cylindres isolants supérieurs et inférieurs dites "de garde" peuvent être

placés à l'intérieur du transformateur respectivement au-dessus et en-dessous des enroulements afin d'isoler les conducteurs électriques de liaison (*figure II.4*). Selon le constructeur la présence de ces isolants n'est pas une obligation, ce qui justifie l'étude portée sur différents cas sans ou avec des isolants à la partie supérieure ou inférieure des enroulements ou seulement à la partie supérieure.

Le premier cas de chaque groupe (cas 1, 4 et 7) ne comporte ni isolants supérieurs ni inférieurs, les deuxièmes cas (cas 2, 5 et 8) sont obtenus à partir des premiers en isolant la partie supérieure et inférieure des enroulements à l'aide de cylindres isolants de hauteur 45 mm alors que, dans le troisième cas de chaque groupe (cas 3, 6 et 9) on ne garde que les isolants supérieurs (*figure III.1*). Ensuite, le cas 10 est obtenu à partir du cas 6 en déplaçant les isolants longitudinaux dans les canaux 2 et 4, respectivement près du noyau et de l'enroulement primaire, et en laissant un canal plus large près de l'enroulement secondaire qui dégage une chaleur plus importante (*tableaux II.3 et II.4*). Les largeurs des canaux 2b et 4a sont respectivement de 11 mm et 27 mm. A partir de cette disposition, dans les quatre derniers (cas 11, 12, 13 et 14) on ajoute un obstacle de forme cylindrique à la partie inférieure du transformateur afin de diriger l'écoulement de l'huile à l'intérieur de l'enroulement secondaire et d'optimiser la distribution des températures sur les surfaces chaudes. Afin de comparer l'influence de cet obstacle sur les résultats, on garde son épaisseur mais on varie sa hauteur et son emplacement.

Ainsi, dans les cas 11 et 13 l'obstacle dont l'épaisseur est de 40 mm et la hauteur de 66 mm (soit 48 % de l'espace entre la paroi inférieure du transformateur et les enroulements) est placé respectivement à 391 mm et 349 mm par rapport à l'axe de révolution. Ces deux positions correspondent à un obstacle placé en dessous de l'enroulement secondaire respectivement entre les canaux 3 et 4 et entre les canaux 2 et 3. En ce qui concerne les cas 12 et 14, l'obstacle a la même épaisseur mais une hauteur de 106 mm (soit 77 % de l'espace entre la paroi inférieure du transformateur et les enroulements) afin de forcer le fluide à choisir en priorité les canaux de refroidissement de l'enroulement secondaire. Dans ces cas, l'obstacle est également placé respectivement à 391 mm et 349 mm par rapport à l'axe de révolution (*figure III.1*). L'utilisation d'un obstacle afin de diriger l'huile à l'intérieur du transformateur représente un moyen d'optimisation dont le constructeur peut envisager la mise en œuvre. De même, afin de diriger l'air à l'intérieur d'un appareil électrique de chauffage, **Lalot et al.** [43, 44] ont montré que l'utilisation d'une plaque perforée placée dans la zone d'entrée de l'appareil peut homogénéiser la répartition du fluide dans les canaux, mais à l'intérieur du transformateur l'emplacement d'un tel dispositif est empêché par sa géométrie et par l'encombrement créé par les conducteurs électriques et les pièces constructives.

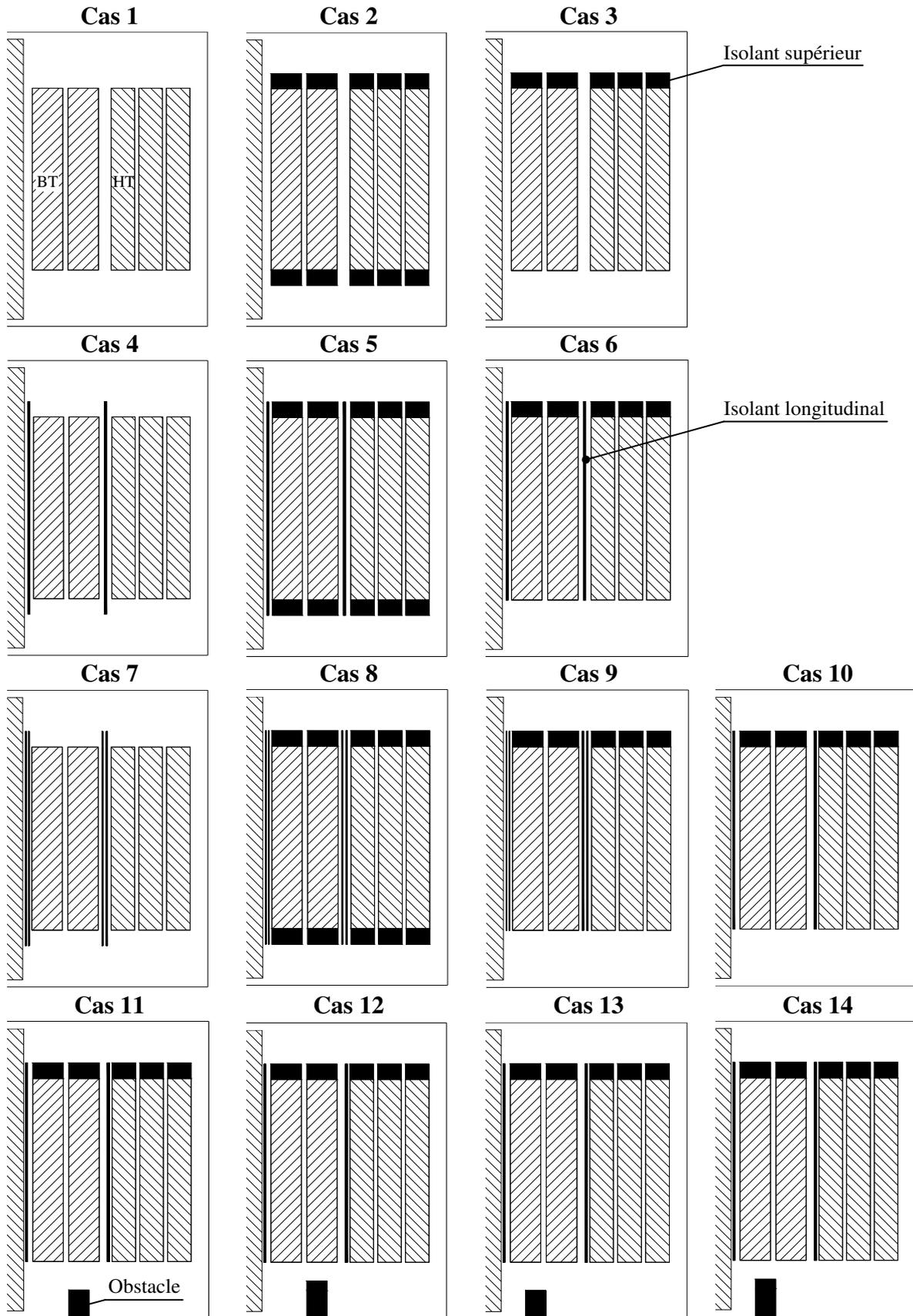


Figure III.1 : Configurations géométriques du modèle correspondant à chaque cas

Dans chaque cas, une étude comparative des résultats sera faite afin d'apporter les explications physiques liées aux phénomènes thermiques et dynamiques observés à l'intérieur du modèle et de choisir les solutions les mieux adaptées à l'optimisation du transfert de chaleur. De plus, pour chaque cas étudié un bilan des puissances thermiques est calculé dans l'*annexe III* afin de vérifier les calculs numériques.

Du point de vue dynamique la structure de l'écoulement joue un rôle important dans le transfert de chaleur. Afin d'étudier la répartition du fluide dans les différents canaux on a calculé le débit - volume à mi-hauteur d'eux pour pouvoir identifier ceux dans lesquels l'écoulement n'est pas assez important pour évacuer correctement la chaleur qui s'y accumule. Le débit - volume est calculé par la formule suivante [45] :

$$q_v = \int_{S_0} U dS \quad (\text{III.1})$$

De même, on a calculé la température de mélange de l'huile à la sortie de chaque canal de refroidissement afin de trouver les canaux où la température de l'huile est la plus élevée. La température de mélange caractérise la température d'un écoulement isotherme qui transporterait le même débit thermique avec le même débit - volume. Elle est calculée à l'aide de la formule suivante [24] :

$$T_m = \frac{I}{q_t} \int_{S_0} \rho C_p T U dS \quad (\text{III.2})$$

où :

$$q_t = \int_{S_0} \rho C_p U dS \quad (\text{III.3})$$

Afin de repérer les points chauds dans chaque cas, la température maximale sur les parois de chaque canal sera représentée ainsi que les isothermes dans les parties supérieure et inférieure du modèle. Dans la représentation des isothermes la température du point chaud sera indiquée pour chaque vitesse de l'huile à l'entrée. Finalement, afin de mieux comprendre la structure de l'écoulement et son influence sur la distribution des températures à l'intérieur du transformateur, les lignes de courant seront tracées dans les parties inférieure et supérieure du modèle. Dans ces représentations on a détaillé les parties au-dessus et en dessous des enroulements. La numérotation des canaux commence à partir de l'axe de révolution.

De plus, la vitesse débitante, le nombre de *Reynolds* et le coefficient de poussée thermique *RiRe* seront représentés au milieu de chaque canal, afin de connaître le régime d'écoulement ainsi que le type de transfert de chaleur dans le modèle. La vitesse débitante est définie comme étant une vitesse uniformément distribuée et qui assurerait le même débit à travers une section plane dans un écoulement interne ; elle a pour expression [45] :

$$V_d = \frac{I}{S_o} \int_{S_o} U dS \quad (\text{III.4})$$

Le nombre de *Reynolds* et le coefficient de poussée thermique *RiRe<sub>e</sub>* se calculent avec les expressions III.5 et III.6 :

$$Re_e = \frac{2eV_d}{\nu} \quad (\text{III.5})$$

$$Ri Re_e = \frac{g \beta (T_p - T_m) 4e^2}{\nu V_d} \quad (\text{III.6})$$

Dans cette dernière expression,  $T_p$  représente la température moyenne des parois et  $T_m$  la moyenne des températures de mélange du fluide à la sortie et à l'entrée du canal.

## III.2. FLUX SURFACIQUE IMPOSE SUR LES PAROIS

### III.2.1. Sans isolants longitudinaux

#### III.2.1.1. Cas 1. Sans isolants supérieurs ni inférieurs

Dans le premier cas, après avoir passé sous le noyau, l'huile trouve un espace beaucoup plus large et sera en contact avec les faces inférieures des enroulements qui dégagent de la chaleur ce qui va lui permettre de monter plus facilement dans les canaux de refroidissement aidée à la fois par la pression à l'entrée du transformateur et la convection naturelle produite par les surfaces chaudes des canaux. Dans la *figure III.2*, on observe que le débit - volume dans les canaux étroits 1, 5 et 6 est faible et qu'il ne varie pas beaucoup avec la vitesse imposée à l'entrée du transformateur, ce qui augmente la température de mélange dans ces canaux (*figure III.3*). L'écoulement de l'huile favorise les canaux de l'enroulement secondaire d'une part puisqu'ils sont plus larges et plus proches de l'entrée du fluide, et d'autre part par un phénomène de recirculation freinant l'avancée du fluide vers les autres canaux plus éloignés (*figure III.5*), ce qui fait baisser la température de mélange dans les canaux de l'enroulement secondaire [46].

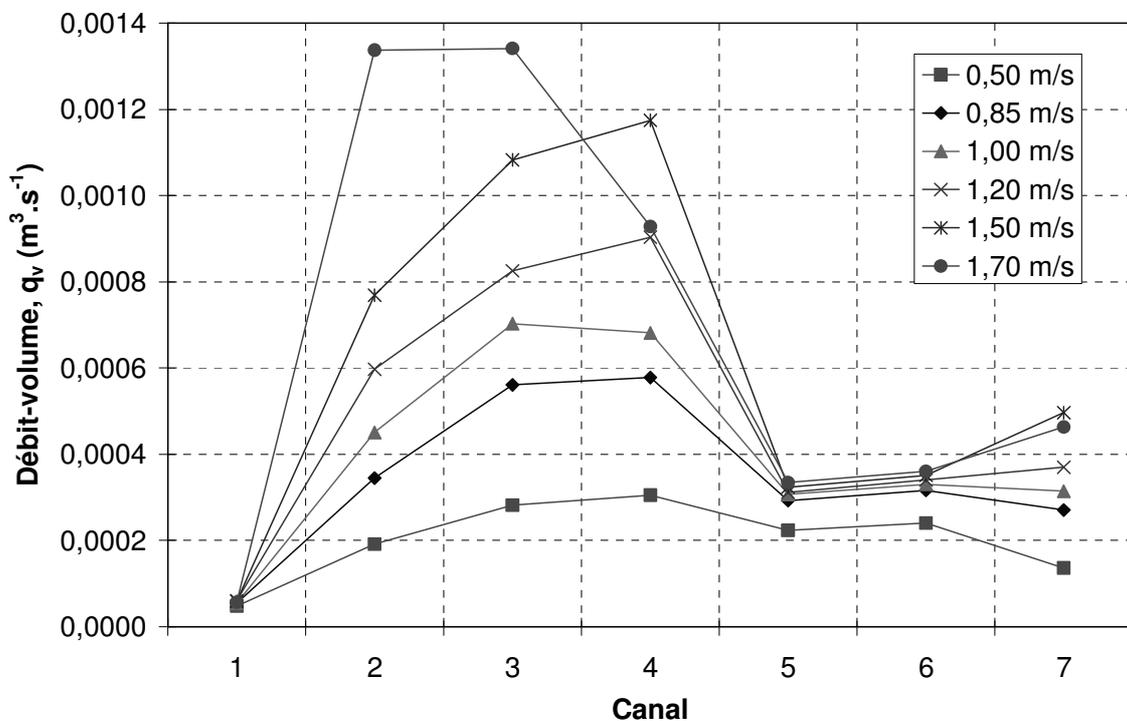


Figure III.2 : Débit - volume dans chaque canal dans le cas 1 pour différentes vitesses d'entrée

D'un autre côté, pour de faibles vitesses de l'huile imposées à l'entrée on peut observer une forte agitation du fluide dans la partie supérieure du transformateur (*figure III.5*) ce qui permet un meilleur brassage contribuant ainsi à l'homogénéisation de la température (*figure III.4*). Par contre, lorsque la vitesse à l'entrée augmente on constate que le débit dans les premiers canaux les plus larges (canaux 2, 3 et 4) augmente d'une façon plus importante puisque le fluide qui est soumis à une pression plus élevée à l'entrée cherche les premières voies de sortie. Egalement, on peut constater que le fluide chaud sortant des différents canaux longe les parois supérieures du transformateur avant son évacuation, ce qui ne lui permet pas d'être bien brassé et on peut voir qu'il reste une partie froide de l'huile qui ne participe pas beaucoup à l'écoulement (*figure III.4*). Pour des vitesses imposées à l'entrée de  $1,5 \text{ m.s}^{-1}$  et  $1,7 \text{ m.s}^{-1}$  un troisième rouleau fait son apparition à la partie inférieure du transformateur ce qui déplace le grand rouleau vers l'enroulement primaire (*figure III.5*). En conséquence, pour  $U = 1,7 \text{ m.s}^{-1}$  le débit - volume augmente dans les canaux 2 et 3 au détriment du canal 4 (*figure III.2*) dans lequel la température de mélange et la température maximale augmentent (respectivement *figure III.3* et *figure III.6*).

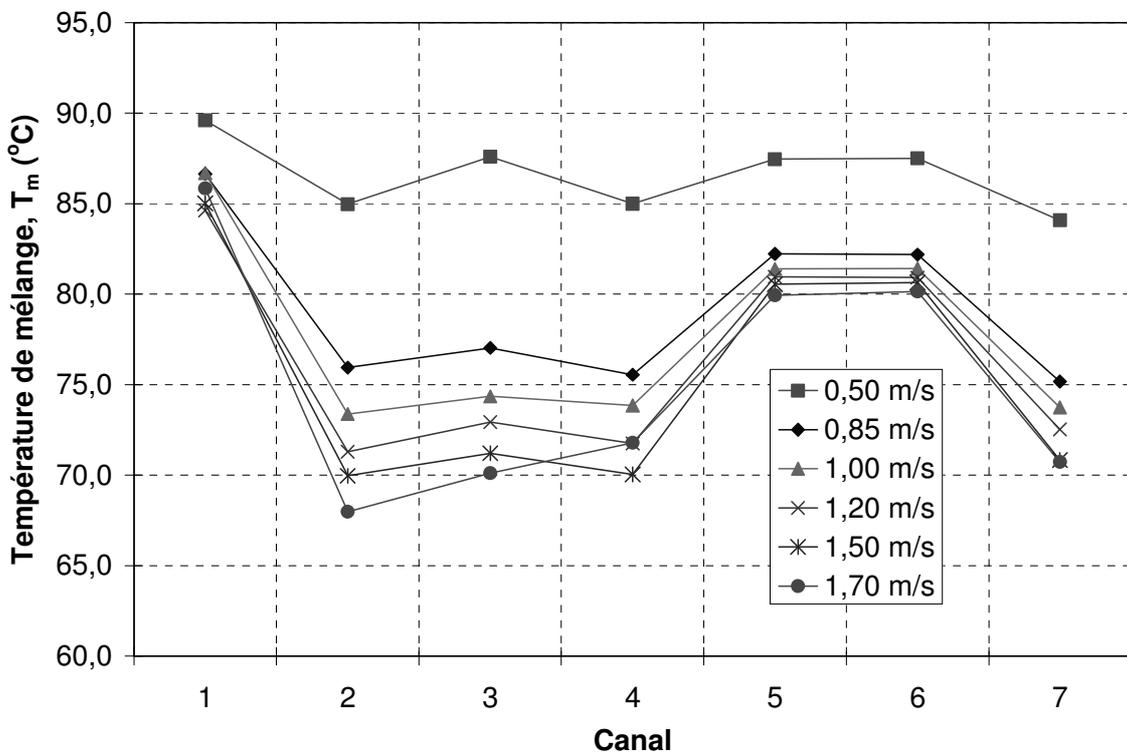


Figure III.3 : Température de mélange à la sortie de chaque canal dans le cas 1

## CAS 1

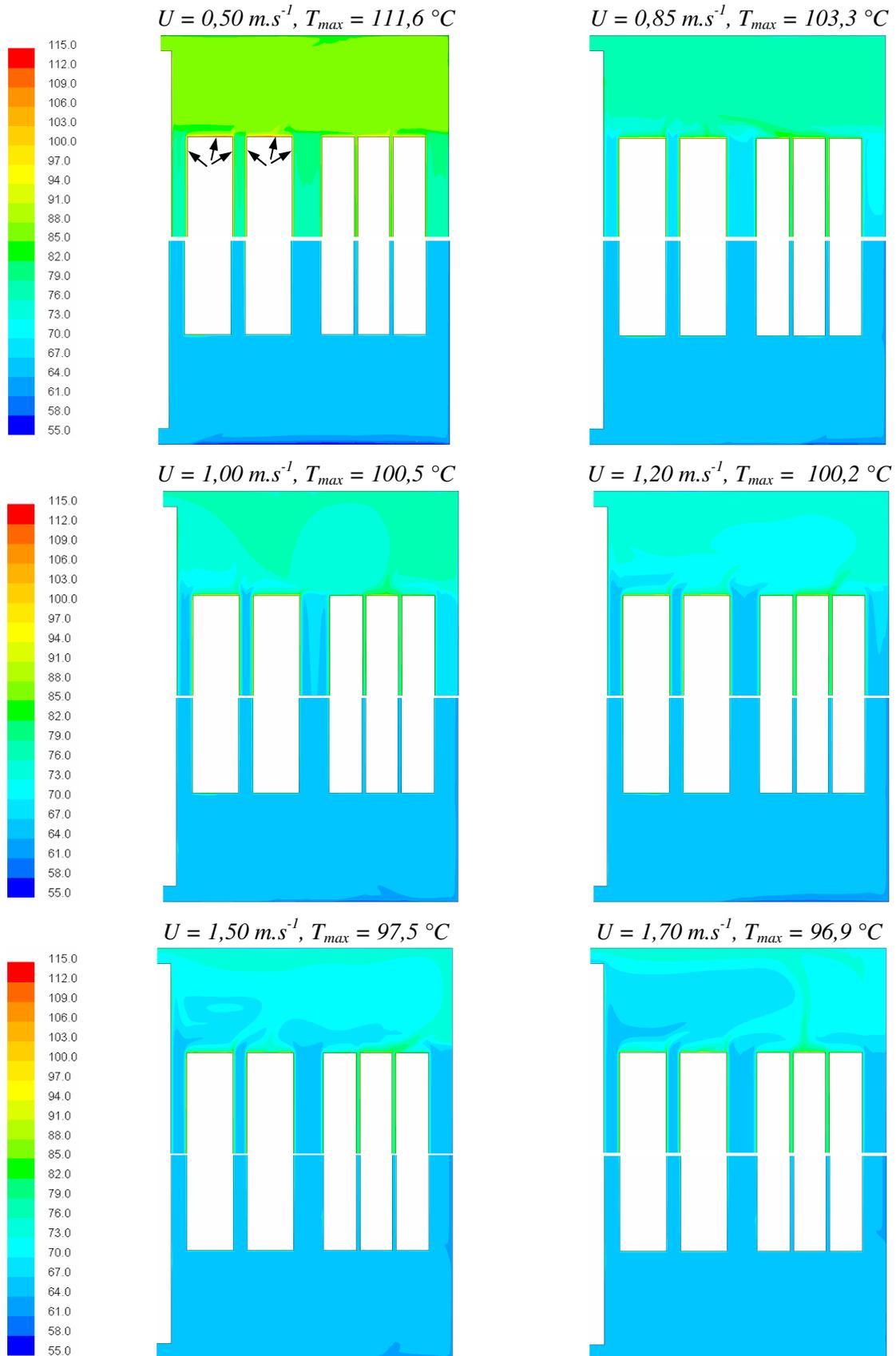


Figure III.4 : Champs de température dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 1

CAS 1

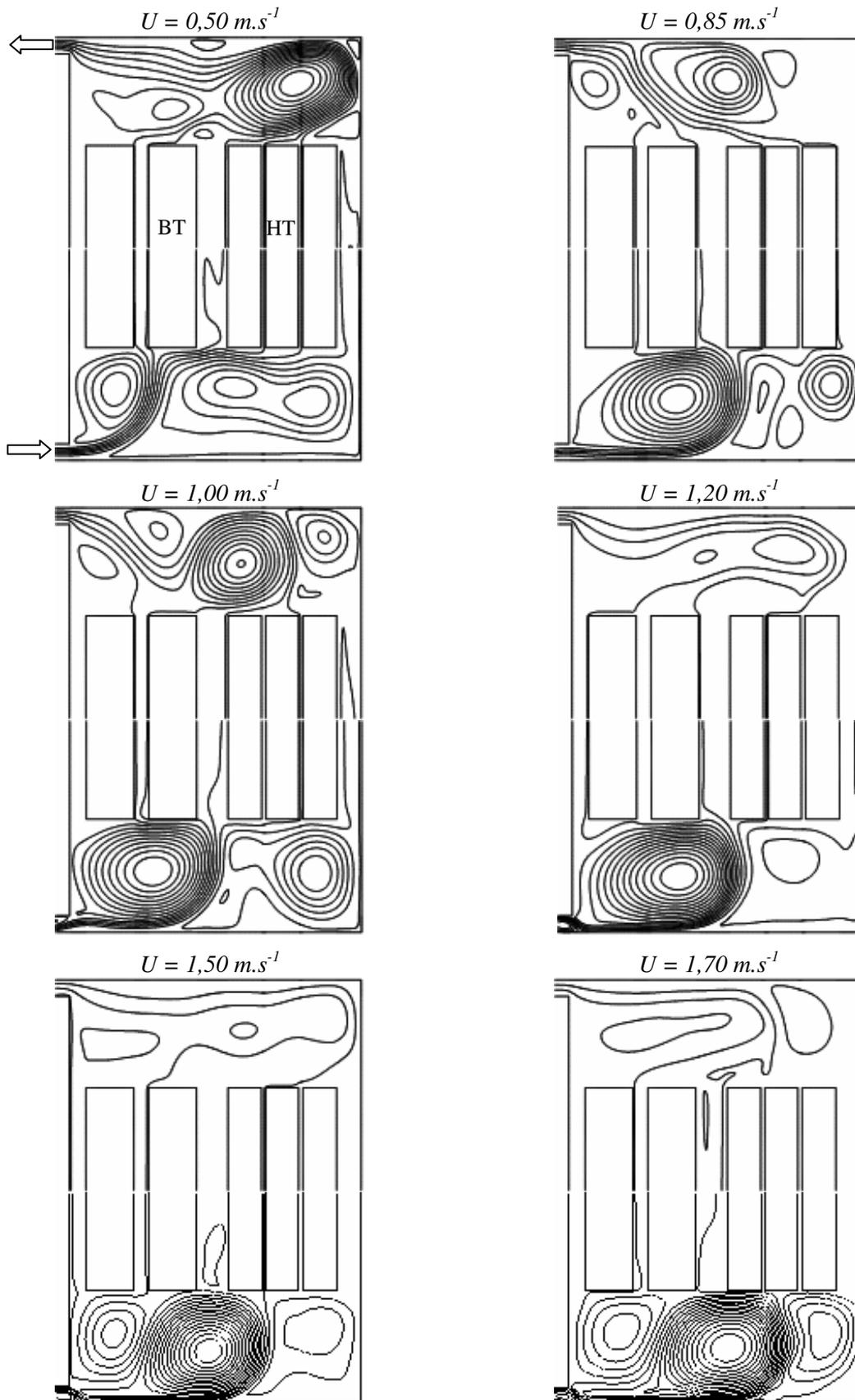


Figure III.5 : Lignes de courant dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 1

Malgré un débit plus important dans les canaux de refroidissement 2, 3 et 4 de l'enroulement secondaire, cela ne suffit pas pour refroidir les surfaces à l'intérieur de ceux-ci. L'analyse des isothermes montre que les températures élevées se trouvent surtout sur les parois de l'enroulement secondaire, qui a une densité de flux plus importante que l'enroulement primaire bien que la puissance dégagée par ce dernier soit plus grande, ce qui s'explique par une surface de contact plus large. Dans la *figure III.4*, on peut observer également des températures élevées tant à l'intérieur de l'enroulement secondaire qu'à la partie supérieure de celui-ci où la température du point chaud pour des faibles vitesses à l'entrée dépasse la limite acceptée de  $98^{\circ}\text{C}$  donnée dans le *tableau II.2*.

La *figure III.6* montre qu'en augmentant la vitesse de l'huile à l'entrée on arrive à baisser les températures les plus élevées dans les canaux de refroidissement de l'enroulement secondaire, pour obtenir à partir d'une vitesse de  $1,2\text{ m.s}^{-1}$  des valeurs qui se situent dans les limites acceptables. Mais par contre, la température sur la partie supérieure de l'enroulement secondaire reste toujours au-dessus de la valeur limite (*figure III.4*) car le fluide qui sort des canaux avec une vitesse plus élevée n'arrive pas à refroidir cette partie de l'enroulement qui se trouve à l'abri de l'écoulement.

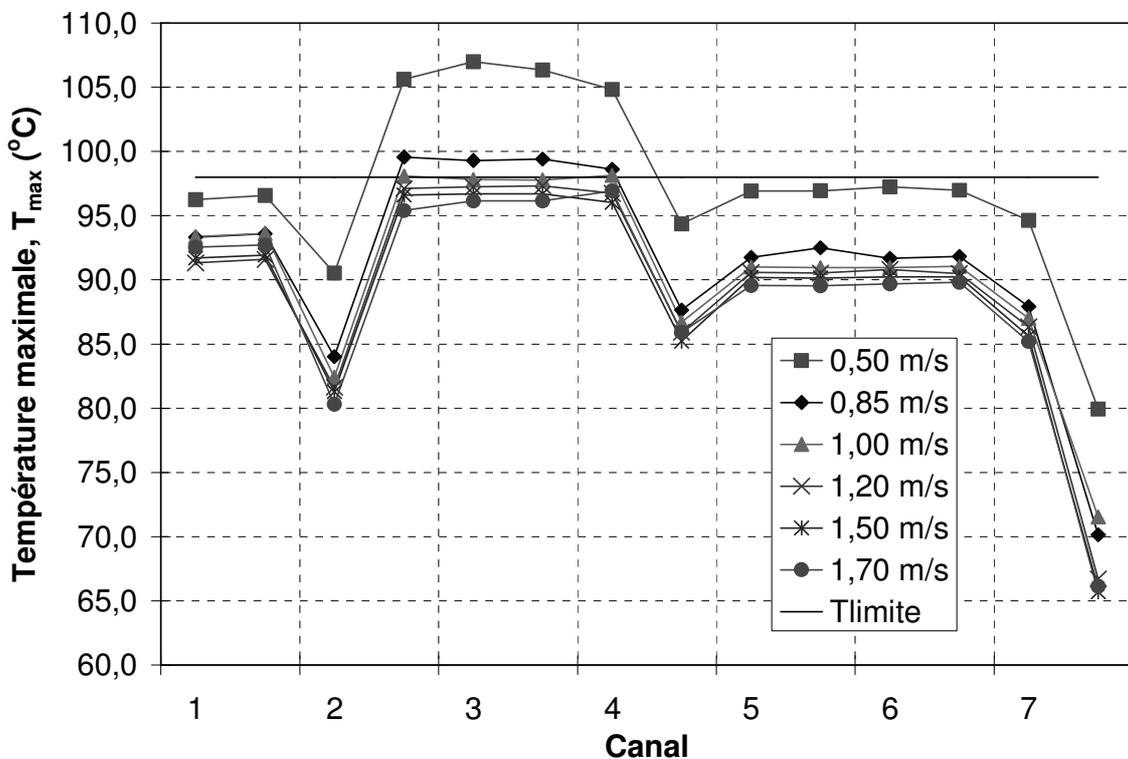


Figure III.6 : Température maximale sur les parois de chaque canal dans le cas 1

Malgré une densité de flux uniforme imposée sur les parois de chaque partie active, dans la *figure III.6* on peut observer une diminution importante de la température maximale sur les parois du noyau et d'enroulement primaire dans les canaux 2 et 4, ce qui s'explique par leur largeur et le débit plus important dans ces canaux. De plus, on peut constater que même si la densité de flux imposée sur les surfaces du noyau est plus petite par rapport à celle imposée sur les surfaces d'enroulement primaire (*tableau II.2*) la température sur les parois du noyau est plus importante. Cette différence devient de plus en plus importante au fur et à mesure que la vitesse de l'huile à l'entrée augmente, ceci est dû au fait que le surplus de l'huile introduit est propulsé vers les enroulements et ne passe pas dans le premier canal malgré sa position près de l'entrée (*figure III.7*).

En ce qui concerne le régime d'écoulement de l'huile dans les canaux de refroidissement, on constate que le nombre de Reynolds reste faible et qu'il augmente avec le débit et la vitesse sauf dans les canaux 5 et 6 (*figure III.8*) mais dans tout les cas les valeurs ne dépassent pas celles d'un régime d'écoulement laminaire. Dans la *figure III.9* on observe que le coefficient de poussée thermique  $RiRe$  est autour de 30 dans les plus petits canaux (1, 5 et 6) ce qui signifie que la convection forcée est prédominante, et qu'il prend des valeurs maximales comprises entre 6 593 et 17 257 dans le canal 4 où le transfert de chaleur se fait surtout par convection naturelle.

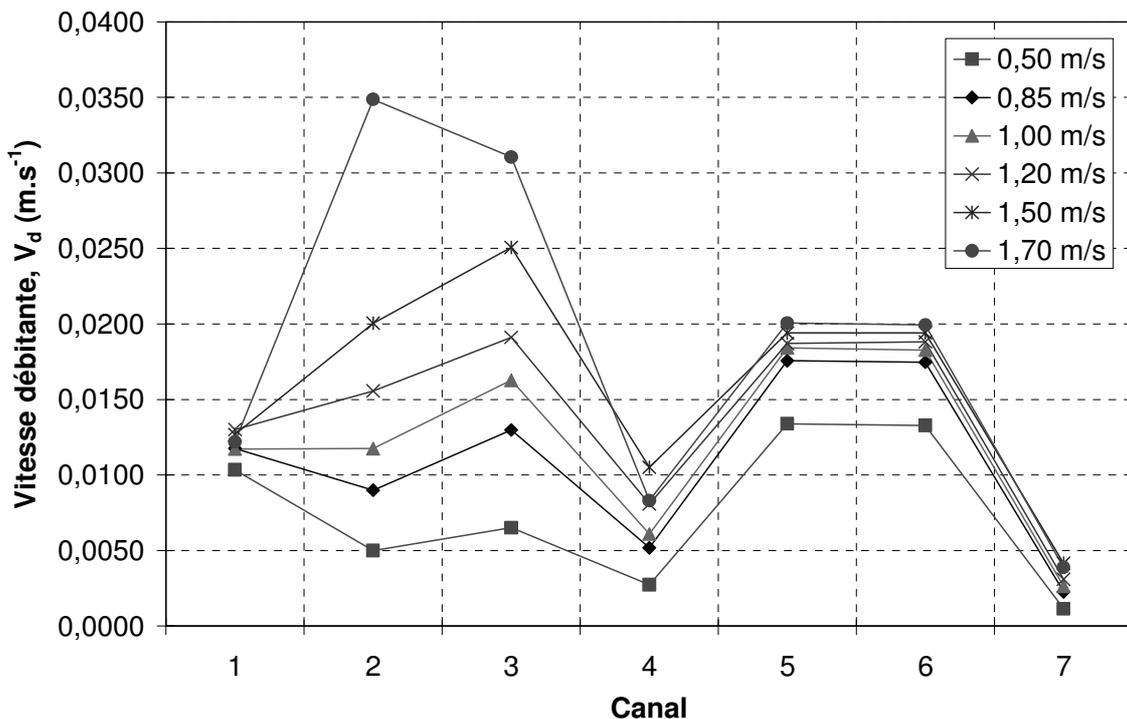


Figure III.7 : Vitesse débitante au milieu de chaque canal dans le cas 1

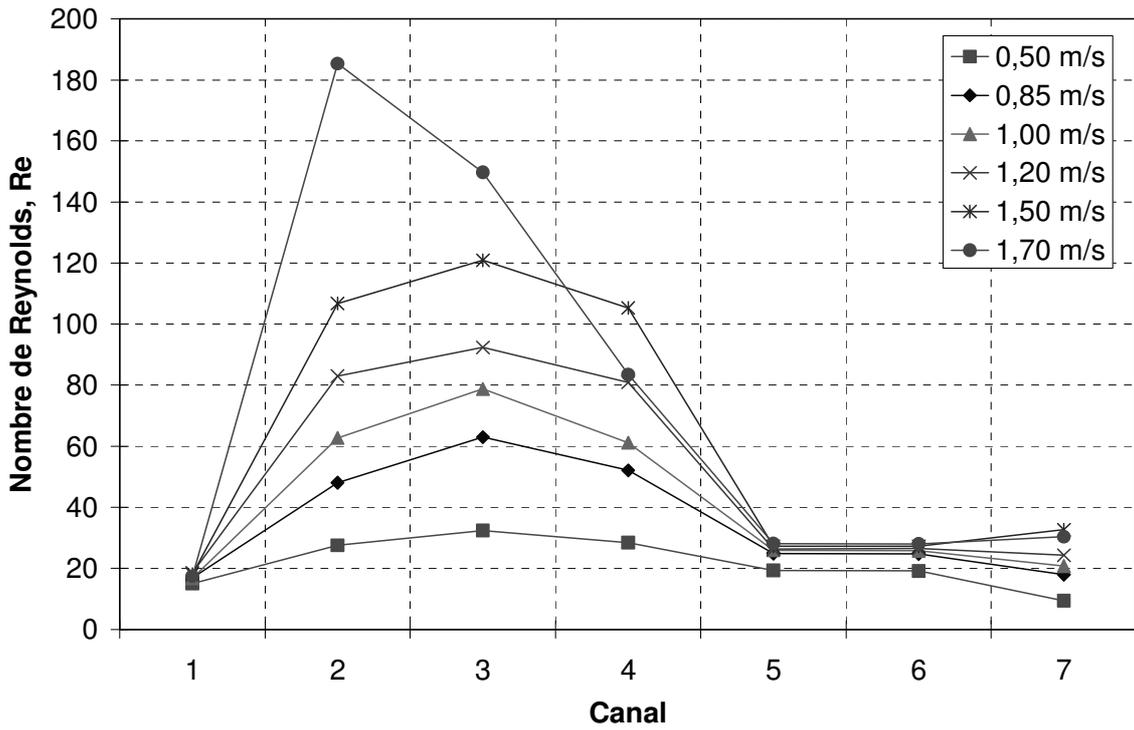


Figure III.8 : Nombre de Reynolds au milieu de chaque canal dans le cas 1

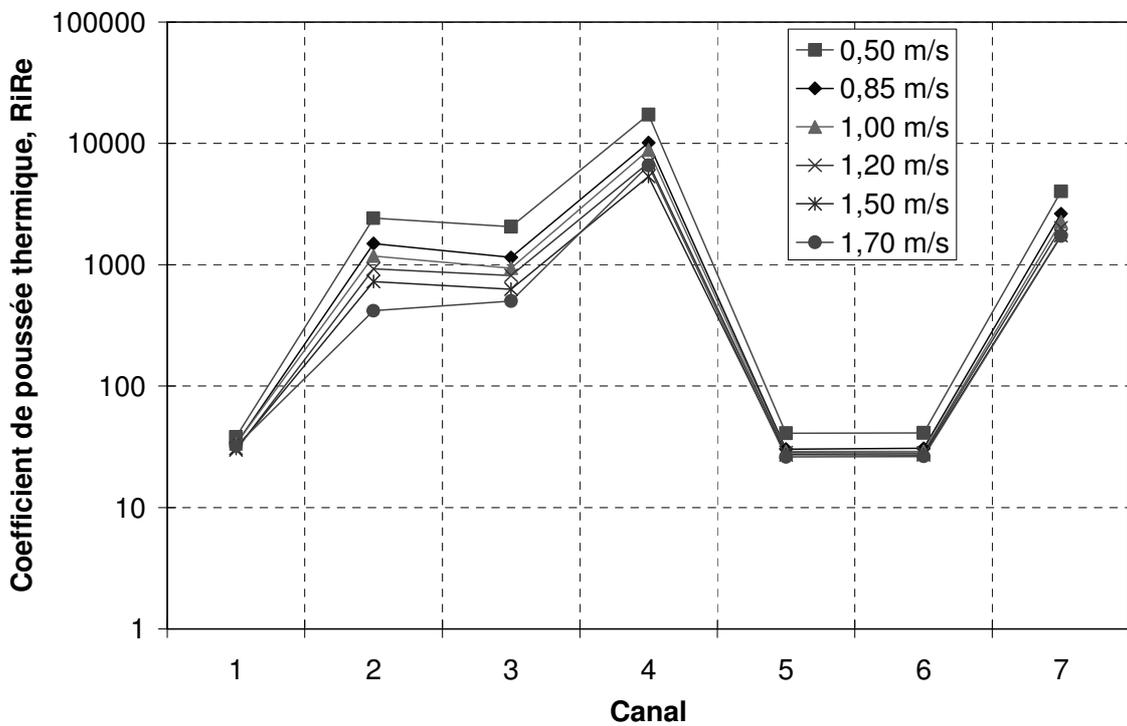


Figure III.9 : Coefficient de poussée thermique au milieu de chaque canal dans le cas 1

### III.2.1.2. Cas 2. Avec isolants supérieurs et inférieurs

Dans le deuxième cas, l'espace disponible pour l'écoulement du fluide au-dessus et en dessous des enroulements se trouve réduit par la présence des isolants supérieurs et inférieurs (*figure III.1*) ce qui limite le contact du fluide avec les enroulements et le laisse un peu plus froid en bas du transformateur. De plus, dans la *figure III.14* on peut observer qu'à la partie supérieure des enroulements les zones de recirculation sont réduites par rapport au cas précédent, et que l'huile se dirige directement vers la sortie en longeant la paroi supérieure du transformateur [46].

Pour des faibles vitesses de l'huile imposées à l'entrée du transformateur, hormis le canal 1 le débit - volume dans les canaux de refroidissement est presque équilibré (*figure III.10*) mais par contre, pour des vitesses plus élevées le débit augmente plus dans les canaux 2 à 4 qui sont les plus larges.

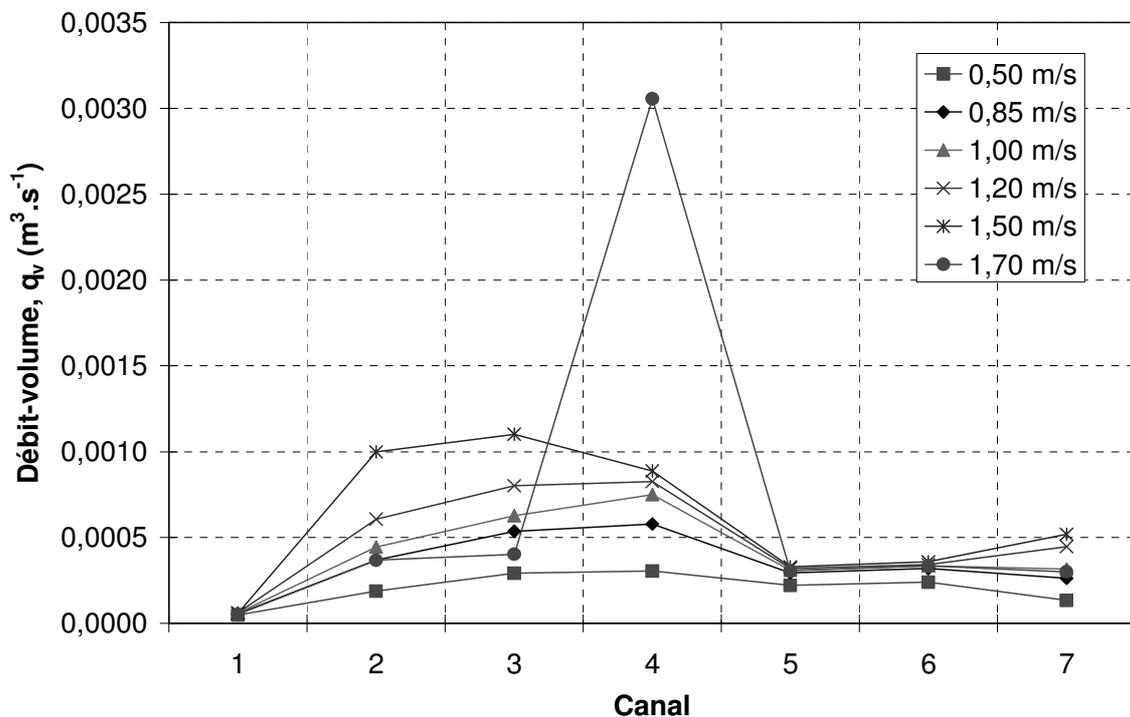


Figure III.10 : Débit - volume dans chaque canal dans le cas 2 pour différentes vitesses d'entrée

Pour une vitesse à l'entrée de  $1,7 \text{ m.s}^{-1}$  le débit dans le canal 4 a une valeur de  $0,0031 \text{ m}^3.\text{s}^{-1}$  alors que dans les autres il est moins important. Ceci s'explique par les lignes de courant en bas des enroulements (*figure III.14*) où on peut observer une zone de recirculation à l'entrée du canal 4 qui aide l'huile à monter. En conséquence, la température de mélange et la température maximale sont plus faibles dans ce canal (*figures III.11 et III.12*). Malgré la largeur du canal 7, son débit - volume est plus faible et varie moins avec la vitesse de l'huile, contrairement aux autres canaux qui profitent du surplus de fluide introduit. Cette faiblesse de débit favorise la convection naturelle, ce qui explique un écoulement ascendant du côté enroulement primaire et un écoulement descendant du côté paroi extérieure (*figure III.15*), qui à son tour échange de la chaleur par convection naturelle avec le milieu ambiant.

Dans ce cas, la présence des isolants supérieurs et inférieurs réduit la surface d'échange de chaleur entre les parties actives et l'huile minérale ce qui augmente implicitement la densité de flux imposée sur ces éléments (*tableau II.3*). Ainsi, en analysant la distribution de la température dans la *figure III.13*, on peut constater que les points chauds se trouvent cette fois-ci à l'intérieur des canaux, mais malgré les vitesses élevées imposées à l'entrée du transformateur la température maximale dépasse les limites d'échauffement autorisées (*tableau II.2*).

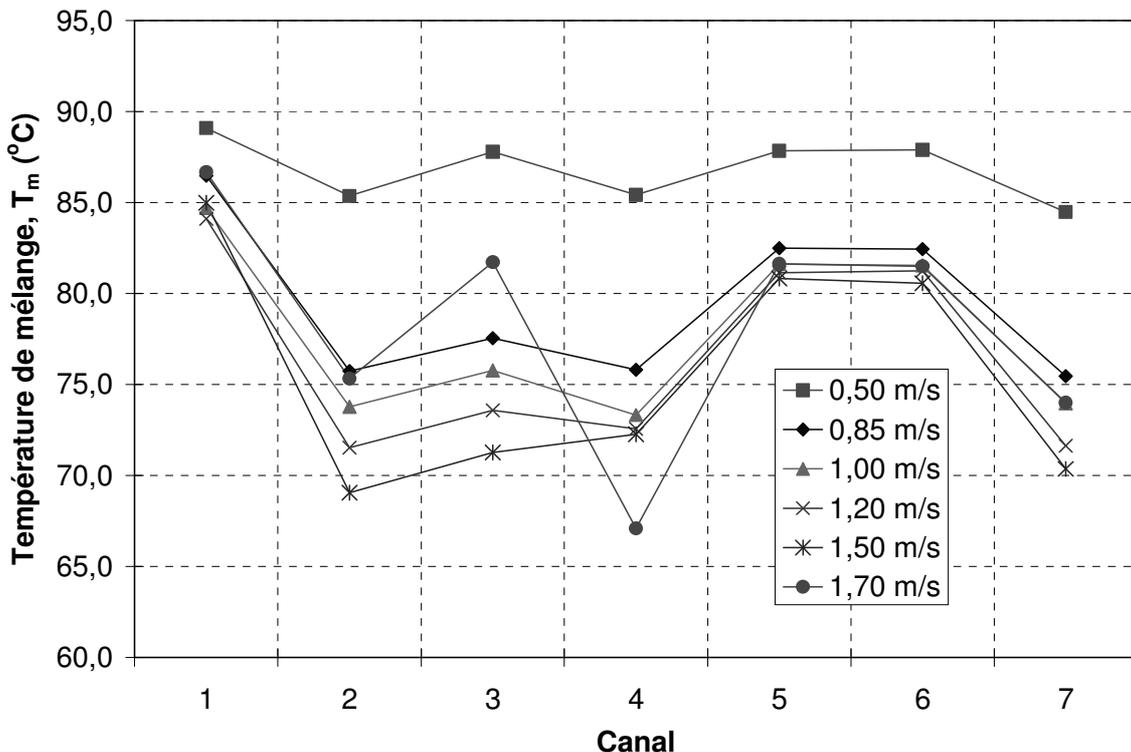


Figure III.11 : Température de mélange à la sortie de chaque canal dans le cas 2

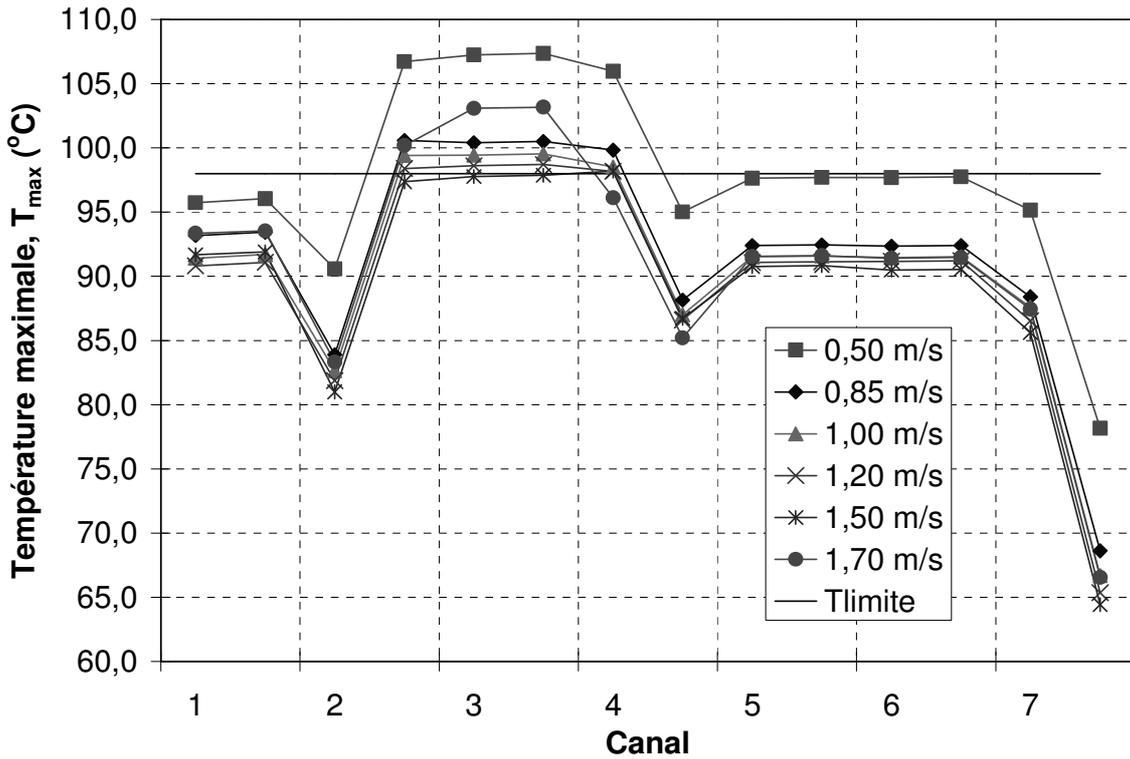


Figure III.12 : Température maximale sur les parois de chaque canal dans le cas 2

La figure III.15 représente le profil des vitesses au milieu de chaque canal de refroidissement lorsque différentes vitesses de l'huile sont imposées à l'entrée du transformateur. Dans cette figure on peut observer qu'à l'intérieur des canaux étroits 1, 5 et 6 l'écoulement est bien développé et la vitesse de l'huile augmente vers le centre des canaux. Malgré la même largeur de ces canaux et la position du canal 1 près de l'entrée, on observe que les vitesses sont de maximum  $0,018 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  dans le premier canal alors qu'elles atteignent une valeur de  $0,027 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  dans les canaux 5 et 6, ce qui s'explique par une convection naturelle plus grande dans ces deux derniers canaux et par la structure de l'écoulement à la partie inférieure du modèle. A l'intérieur des canaux 2, 3 et 4 qui sont plus larges et bénéficient d'un échauffement des deux côtés, on constate que les vitesses sont plus élevées près des parois et diminuent vers le centre. Dans le canal 4, on peut observer l'installation d'un écoulement inverse au centre pour toutes les vitesses imposées à l'entrée sauf pour  $1,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  où les vitesses élevées de l'huile entraînent un débit maximal de  $0,0030 \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$  (figure III.10). D'un autre côté, pour cette dernière vitesse on peut voir que dans les canaux 2 et 3 les vitesses sont négatives au centre ce qui diminue les débits respectivement à  $0,00037 \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$  et  $0,0004 \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ .

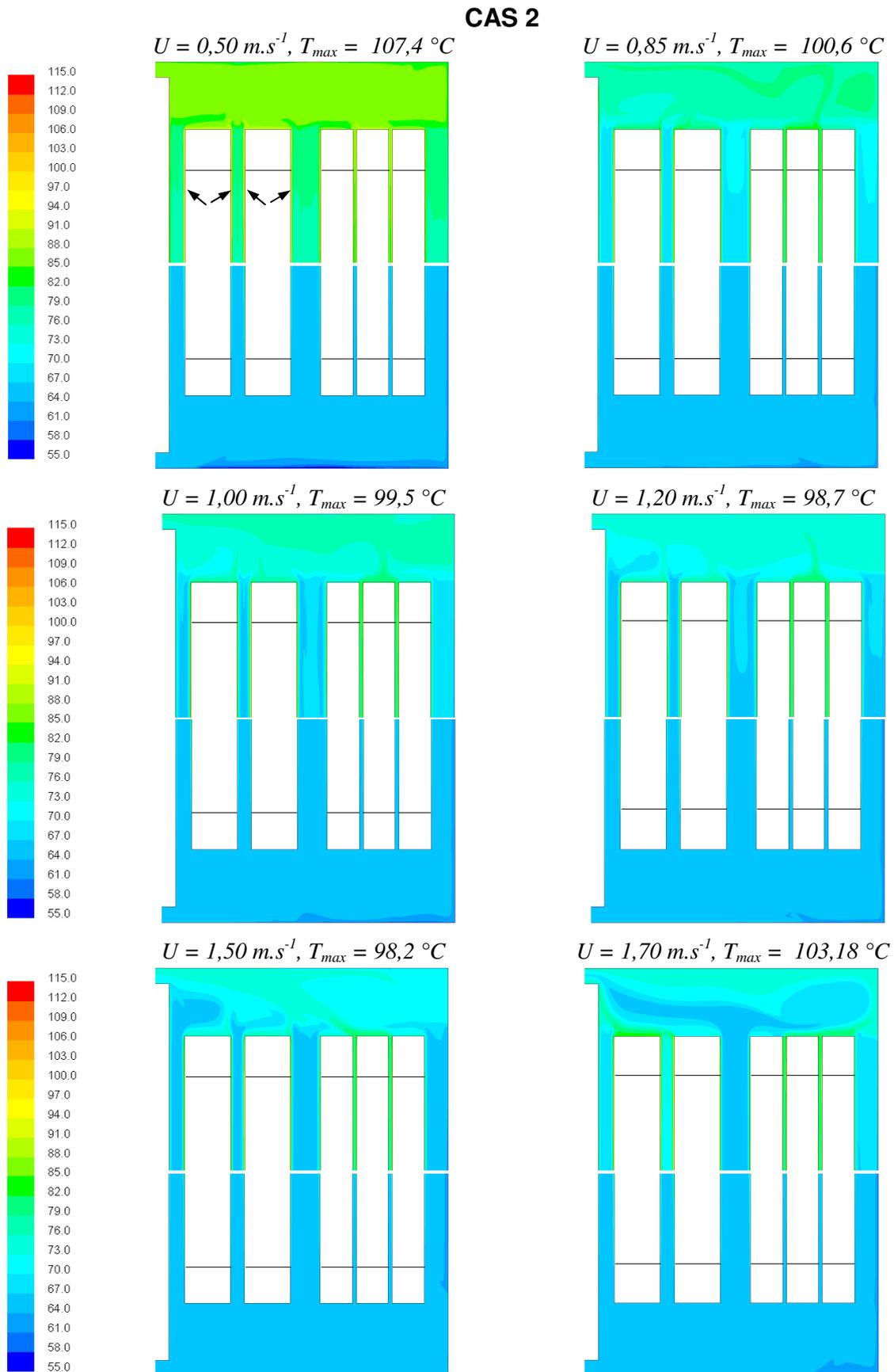


Figure III.13 : Champs de température dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 2

## CAS 2

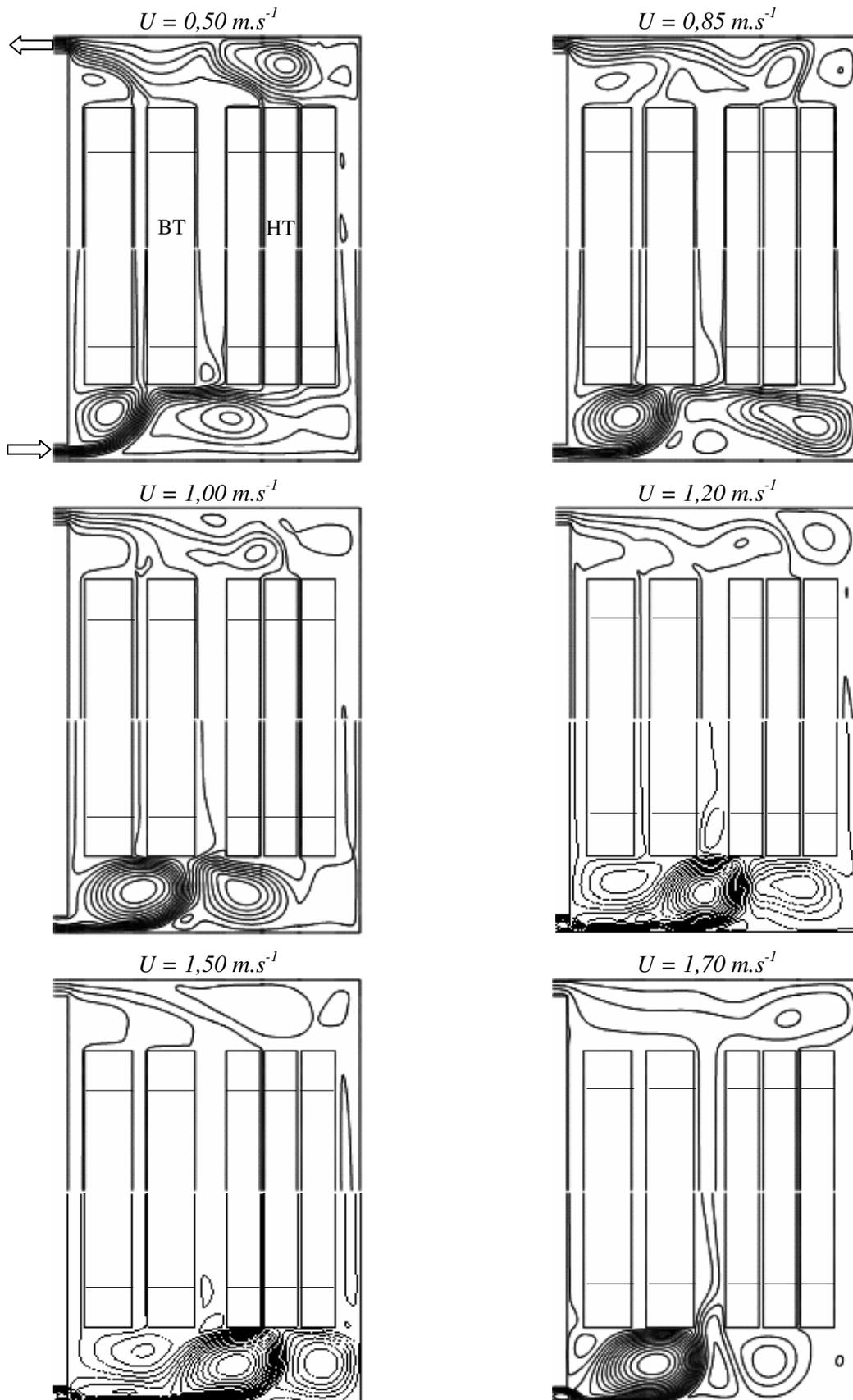


Figure III.14 : Lignes de courant dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 2

CAS 2

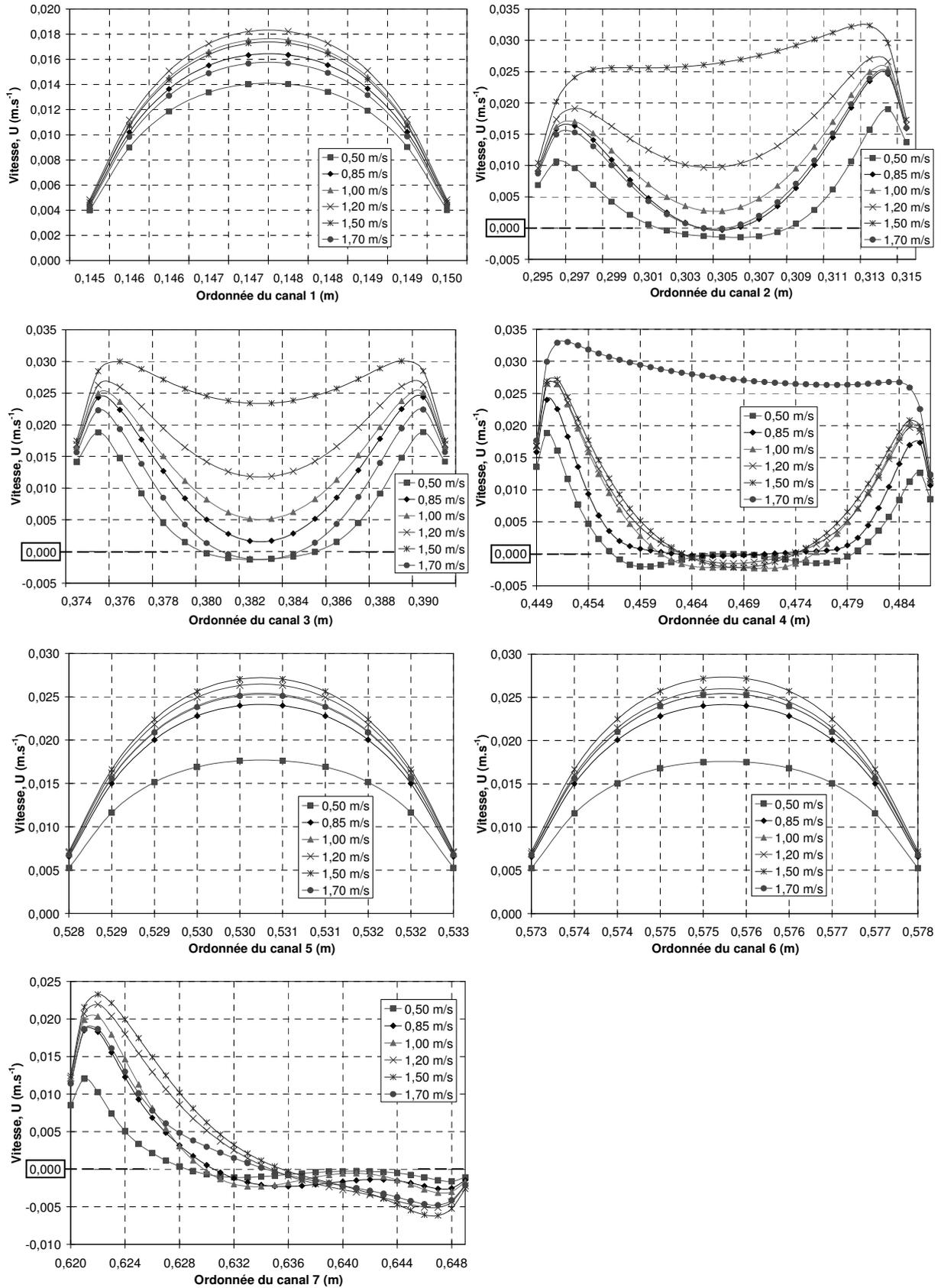


Figure III.15 : Profils de vitesse au milieu de chaque canal pour différentes vitesses d'entrée dans le cas 2

### III.2.1.3. Cas 3. Avec isolants supérieurs

Dans le troisième cas, les cylindres isolants qui couvrent les parties inférieures des enroulements ne sont pas présents afin de laisser un espace plus large à l'huile qui arrive dans le transformateur et de favoriser l'échange avec les enroulements avant de monter dans les canaux de refroidissement. Par contre, au-dessus des enroulements la présence des cylindres isolants va déplacer les points chauds à l'intérieur des canaux et limiter l'apparition des rouleaux en favorisant la sortie de l'huile du transformateur (*figure III.20*). Dans ce cas, la surface d'échange thermique entre les parties actives et l'huile est plus grande que dans le cas précédent ce qui par conséquent diminue la densité de flux imposée sur ces surfaces (*tableau II.3*). Les isothermes représentées dans la *figure III.19* montrent que les points chauds se trouvent toujours sur les parois de l'enroulement secondaire et que pour une vitesse de l'huile imposée à l'entrée du transformateur supérieure à  $1,0 \text{ m.s}^{-1}$  les températures restent proches de la valeur limite de  $98 \text{ }^\circ\text{C}$  [47].

En analysant la répartition des débits à l'intérieur des canaux dans la *figure III.16* on peut constater que leurs valeurs restent proches du cas précédent mais pour une vitesse de l'huile à l'entrée de  $1,5 \text{ m.s}^{-1}$  le débit - volume dans le canal 4 est plus important que dans les autres. Par contre, pour une vitesse à l'entrée de  $1,7 \text{ m.s}^{-1}$  le débit augmente dans les canaux 2 et 3 au détriment du canal 4, aidé par un troisième rouleau qui fait l'apparition à la partie inférieure du transformateur. Cette augmentation de débit va diminuer ainsi la température de mélange dans ces canaux (*figure III.17*) mais pas la température maximale sur leurs surfaces (*figure III.18*). Ces deux dernières figures nous montrent aussi que dans tous les cas les températures obtenues pour une vitesse de  $0,5 \text{ m.s}^{-1}$  à l'entrée du transformateur sont nettement supérieures à celle obtenues avec les autres vitesses.

En ce qui concerne les canaux étroits du noyau et de l'enroulement primaire, la *figure III.16* montre que la variation du débit - volume à l'intérieur du canal 1 qui refroidit le noyau et qui se trouve proche de l'entrée du transformateur est très faible par rapport à celles des canaux 5 et 6 qui refroidissent l'enroulement primaire et qui se trouvent plus éloignés. Malgré cela, avec l'augmentation de la vitesse d'entrée les températures de mélange et maximales diminuent plus dans le premier canal que dans les derniers où l'échauffement est plus important (*figures III.17 et III.18*).

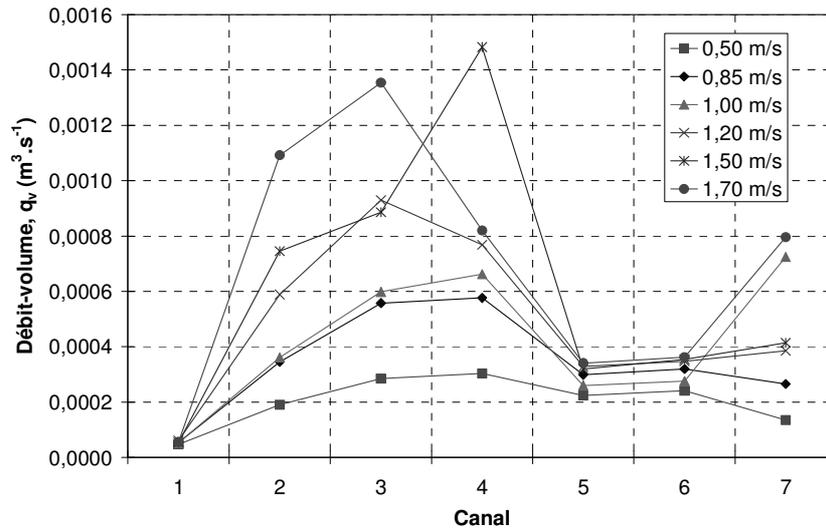


Figure III.16 : Débit - volume dans chaque canal dans le cas 3

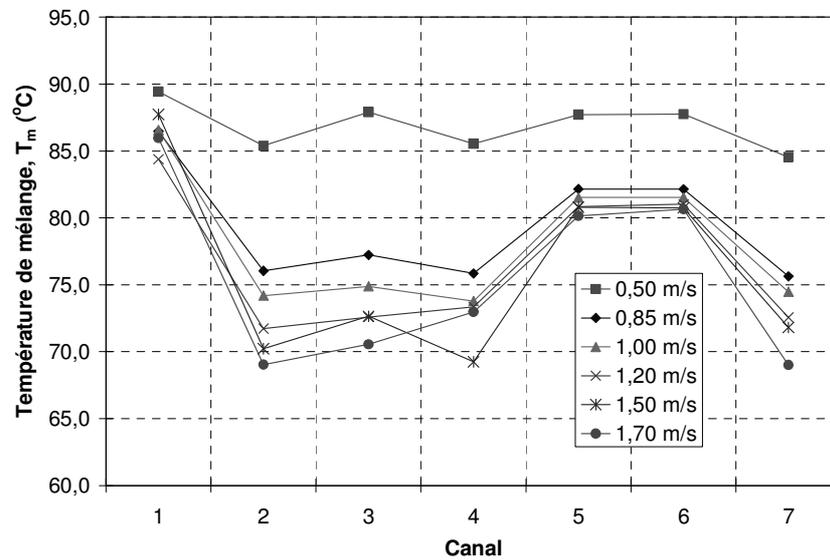


Figure III.17 : Température de mélange à la sortie de chaque canal dans le cas 3

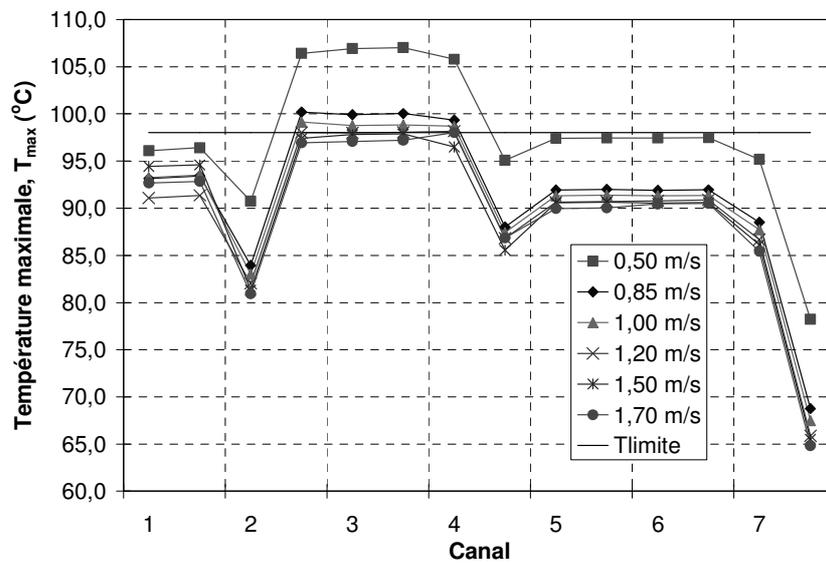


Figure III.18 : Température maximale sur les parois de chaque canal dans le cas 3

## CAS 3

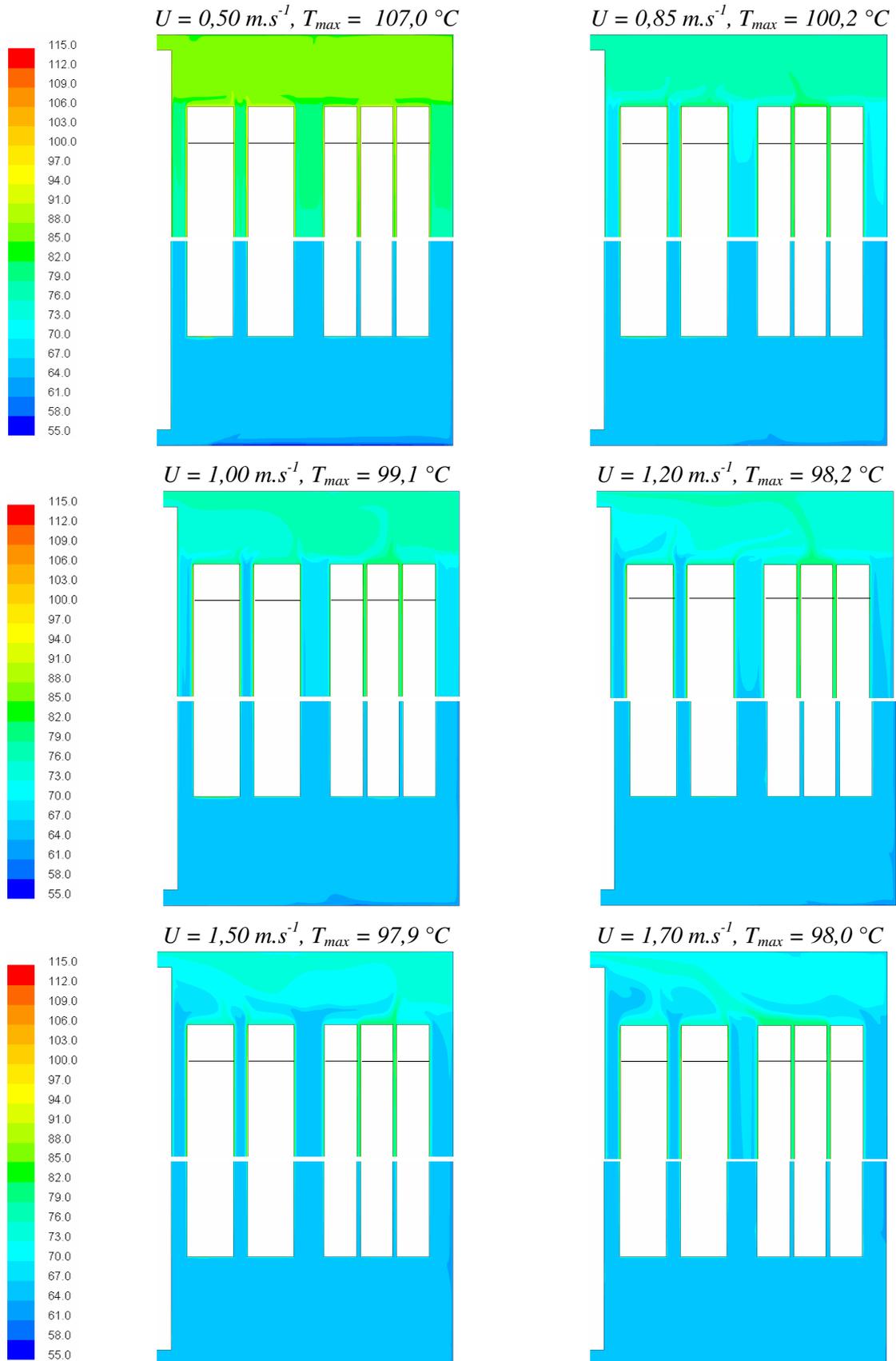


Figure III.19 : Champs de température dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 3

## CAS 3

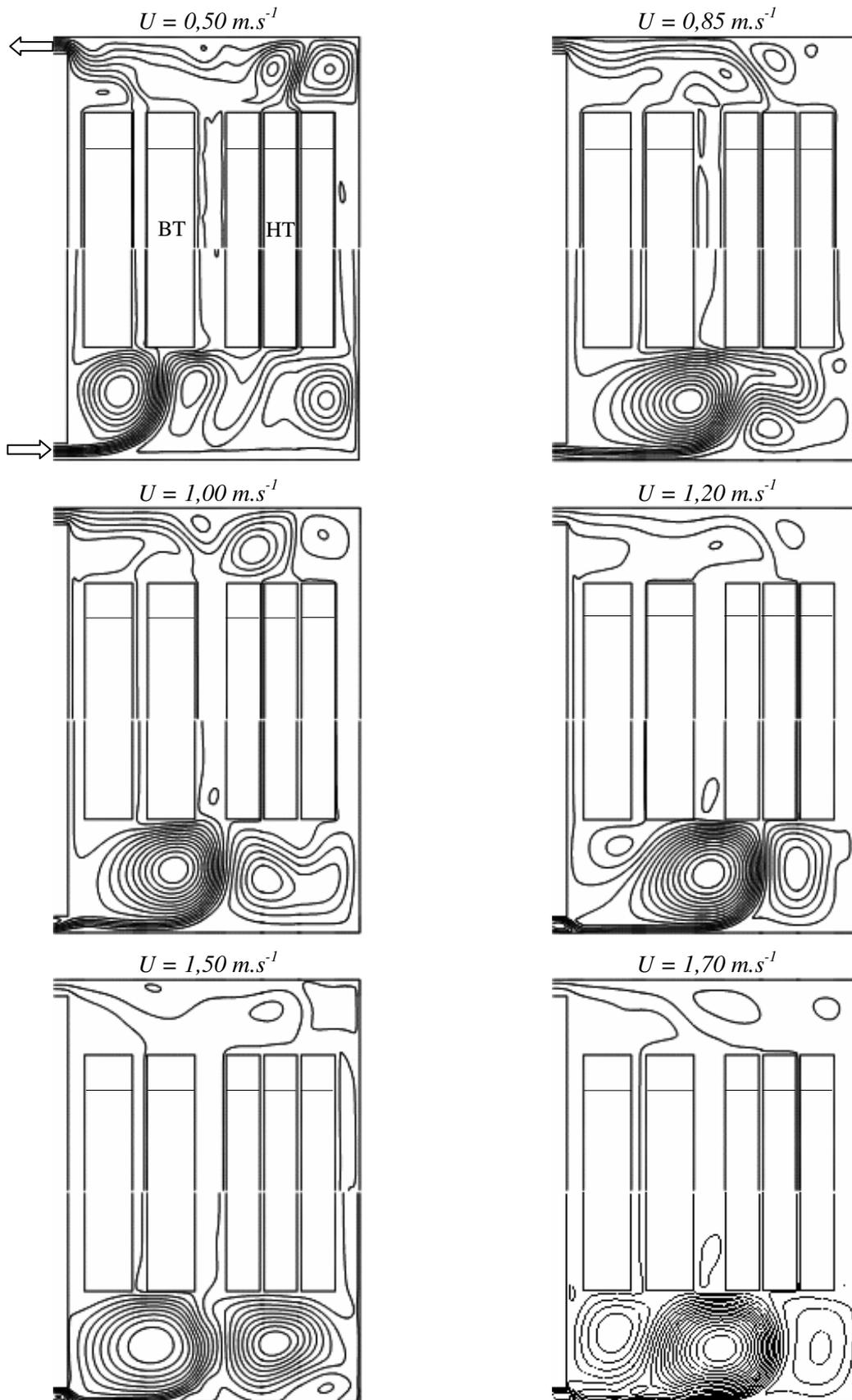


Figure III.20 : Lignes de courant dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 3

## III.2.2. Avec un seul isolant longitudinal

### III.2.2.1. Cas 4. Sans isolants supérieurs ni inférieurs

Les isolants longitudinaux placés au milieu des canaux séparant le noyau de l'enroulement secondaire et l'enroulement secondaire de l'enroulement primaire (respectivement dans les canaux 2 et 4) réduisent la largeur de ceux-ci en les divisant par deux (*figure III.1*). D'un autre côté, l'absence des isolants supérieurs et inférieurs au-dessus et en dessous des enroulements laisse un espace plus large favorisant l'apparition des rouleaux. Ainsi, dans la *figure III.25* on peut observer des rouleaux qui se forment tant à la partie supérieure qu'à la partie inférieure du transformateur ce qui empêche l'huile de se diriger directement vers la sortie malgré des vitesses élevées imposées à l'entrée. De plus, la longueur des isolants longitudinaux qui dépasse les enroulements permet à ceux-ci de se comporter comme un obstacle en favorisant l'apparition d'un grand rouleau en dessous de l'enroulement secondaire ce qui favorise le transfert de chaleur par convection naturelle. Par conséquent, le débit - volume dans le canal 3 est plus important et augmente progressivement avec la vitesse imposée à l'entrée (*figure III.21*) [46].

De même, on peut constater que le débit dans les canaux divisés par les isolants longitudinaux diminue fortement par rapport aux cas précédents avec de valeurs plus grandes du côté enroulement secondaire dans les canaux 2b et 4a qui dégagent plus de chaleur. Malgré cela, la température de mélange dans ces canaux est plus grande que dans les canaux 2a et 4b (*figure III.22*) qui dégagent moins de chaleur. De même, la température maximale sur les surfaces des canaux 2b et 4a dépasse la limite acceptée par les normes (*figure III.23*). Lorsque la vitesse à l'entrée augmente on constate qu'une partie du fluide est propulsée derrière l'obstacle ce qui permet une augmentation du débit dans le dernier canal ainsi que dans celui qui est derrière l'obstacle entre l'isolant et l'enroulement primaire pour une vitesse d'entrée de  $1,5 \text{ m.s}^{-1}$  mais, dans tous les cas le canal 3 reste favori.

L'analyse des isothermes dans la *figure III.24* montre qu'en l'absence des isolants au-dessus des enroulements, les points chauds se trouvent sur les surfaces supérieures de l'enroulement secondaire où les zones sont plus chaudes et l'écoulement n'est pas suffisant pour les refroidir. Dans ces parties la température du point chaud dépasse la limite donnée dans le *tableau II.2* pour toutes les vitesses de l'huile imposées à l'entrée du transformateur.

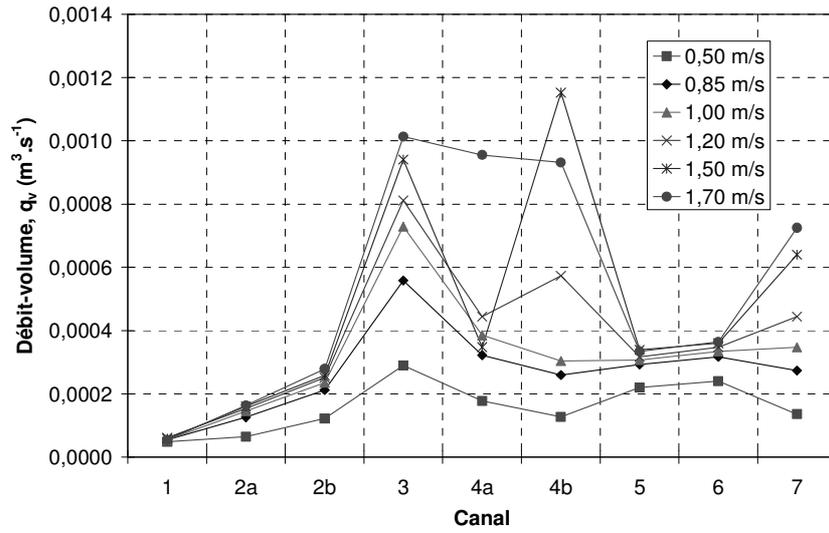


Figure III.21 : Débit - volume dans chaque canal dans le cas 4

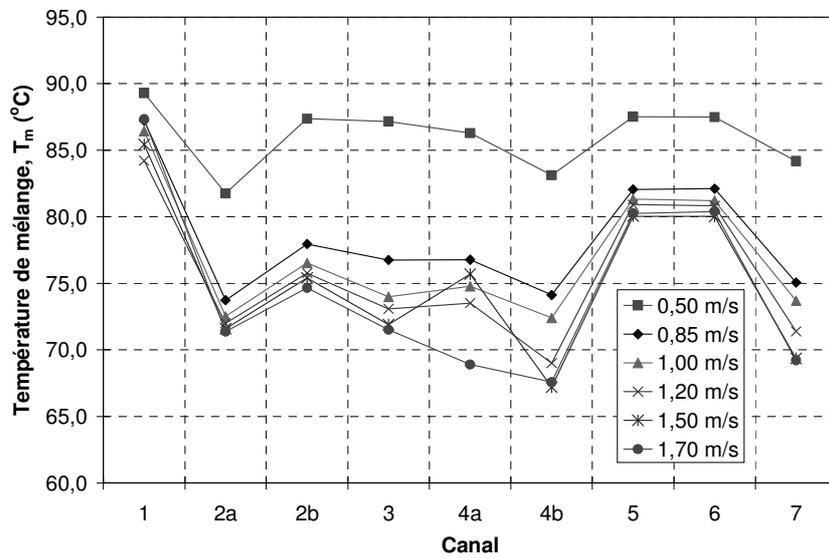


Figure III.22 : Température de mélange à la sortie de chaque canal dans le cas 4

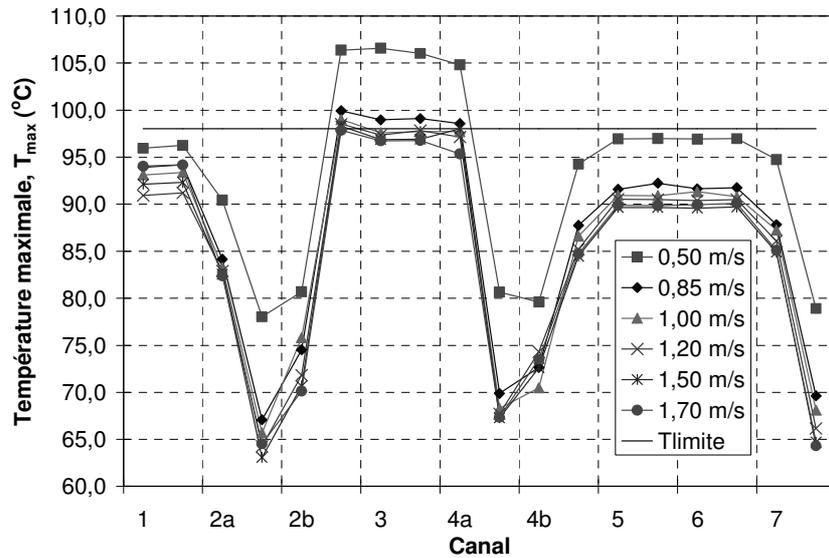


Figure III.23 : Température maximale sur les parois de chaque canal dans le cas 4

## CAS 4

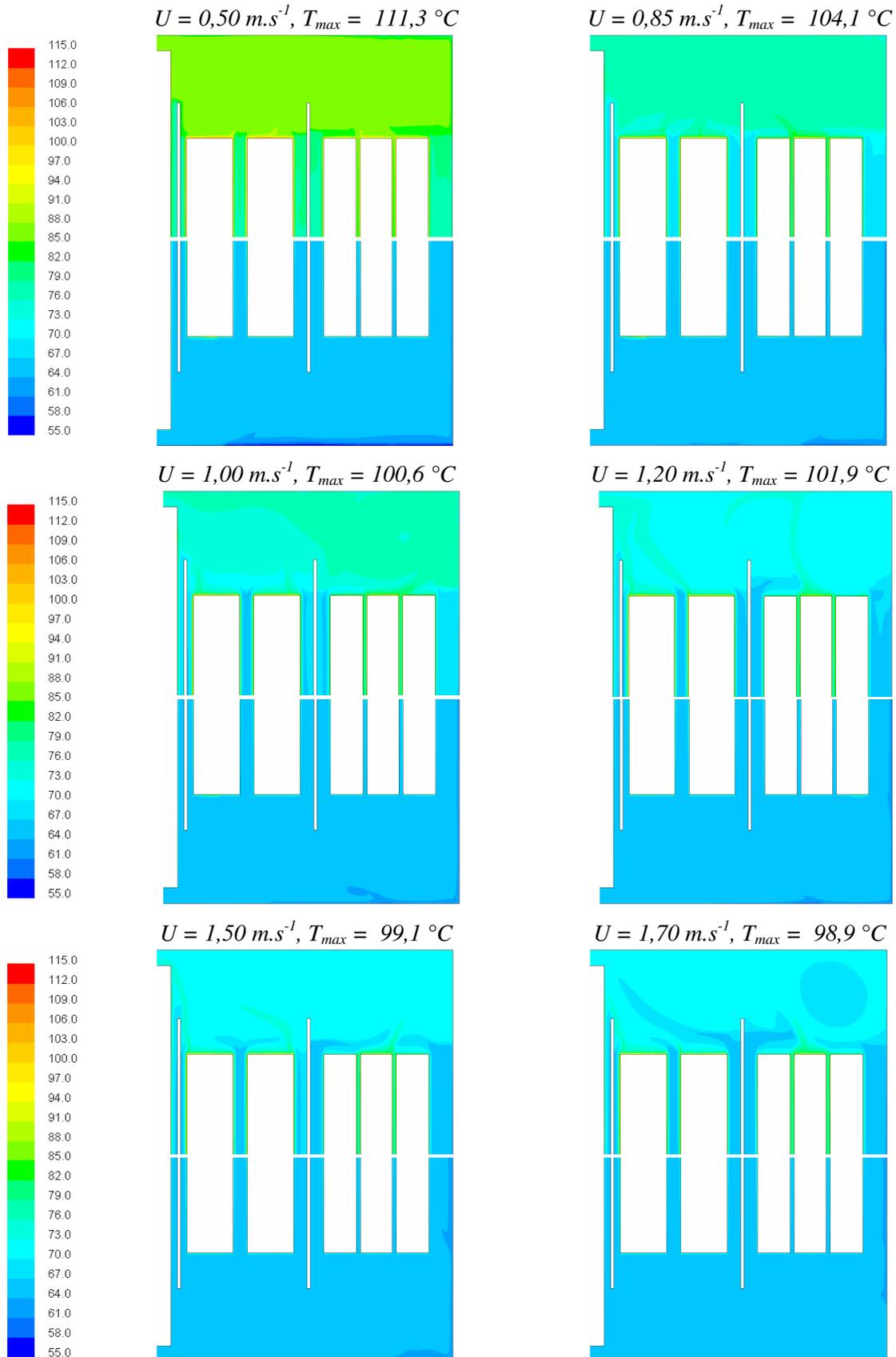


Figure III.24 : Champs de température dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 4

## CAS 4

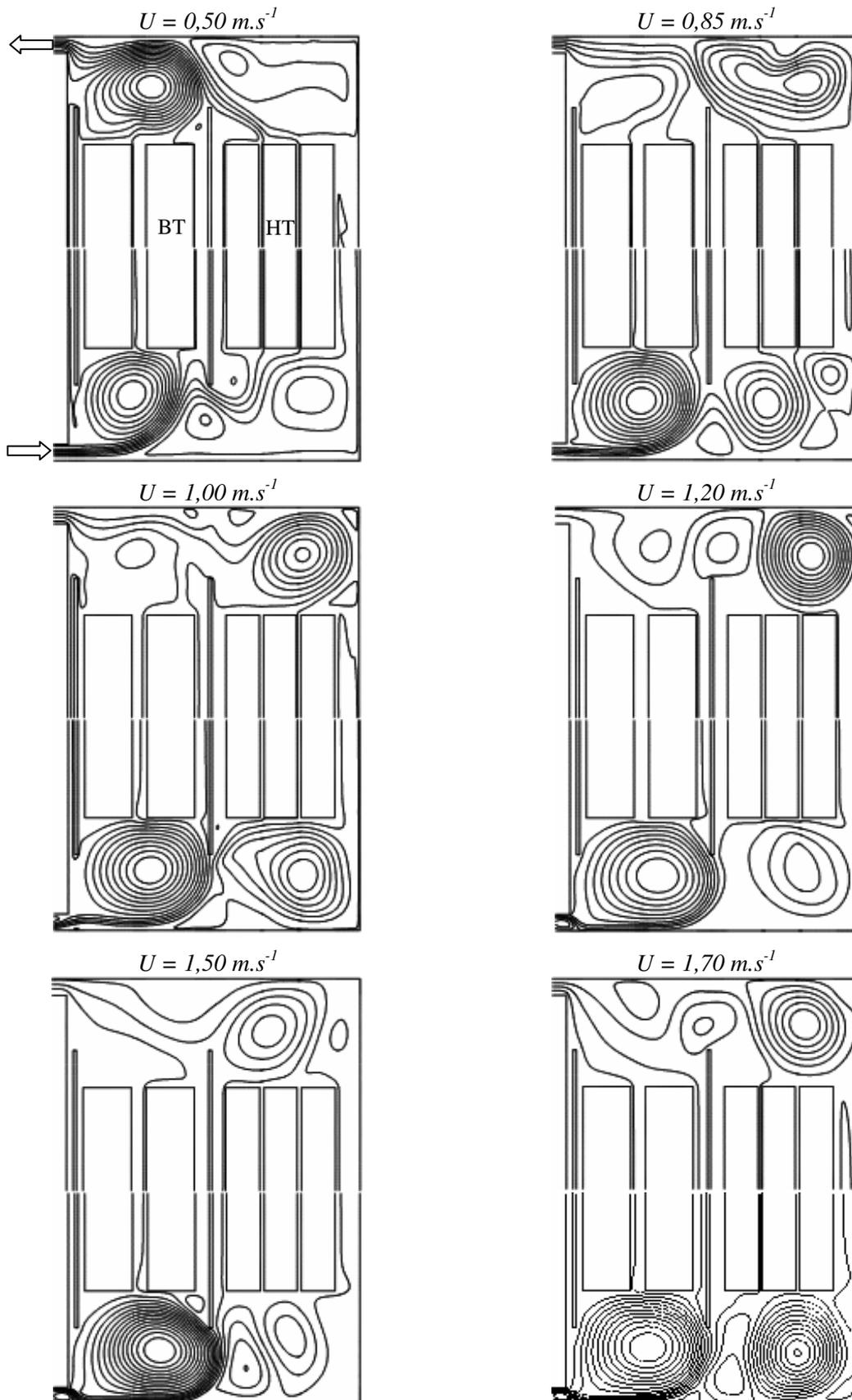


Figure III.25 : Lignes de courant dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposée à l'entrées du transformateur dans le cas 4

### III.2.2.2. Cas 5. Avec isolants supérieurs et inférieurs

Dans ce cas, la présence des isolants au-dessus et en-dessous des enroulements, en plus des isolants longitudinaux, réduit l'espace d'écoulement pour l'huile minérale dans les parties supérieure et inférieure du transformateur. De plus, ces isolants diminuent la surface d'échange thermique avec l'huile ce qui augmente implicitement la densité de flux thermique imposée sur la surface restante (*tableau II.3*). La représentation des lignes de courant dans la *figure III.28* montre que par rapport au cas précédent la présence des isolants au-dessus des enroulements empêche les isolants longitudinaux de se comporter comme des obstacles, ce qui ne permet pas la formation des rouleaux pour des vitesses supérieures à  $1,0 \text{ m.s}^{-1}$ , mais favorise la sortie de l'huile. Lorsque la vitesse de l'huile augmente à l'entrée du transformateur, le canal 3 devient le canal favori pour le passage de l'huile et l'écart des débits dans les différents canaux commence à apparaître, puis ce sont les canaux 4 un peu plus éloignés qui seront traversés par des débits importants pour les vitesses les plus élevées de  $1,5 \text{ m.s}^{-1}$  et  $1,7 \text{ m.s}^{-1}$  (*figure III.26*).

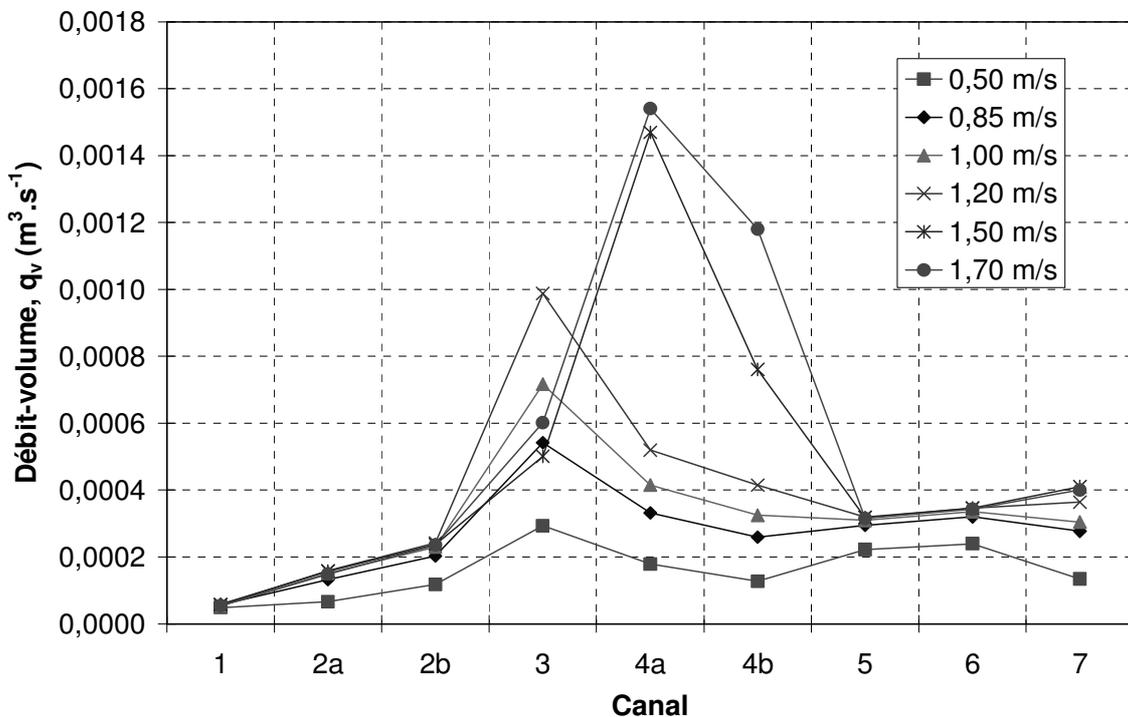


Figure III.26 : Débit - volume dans chaque canal dans le cas 5

## CAS 5

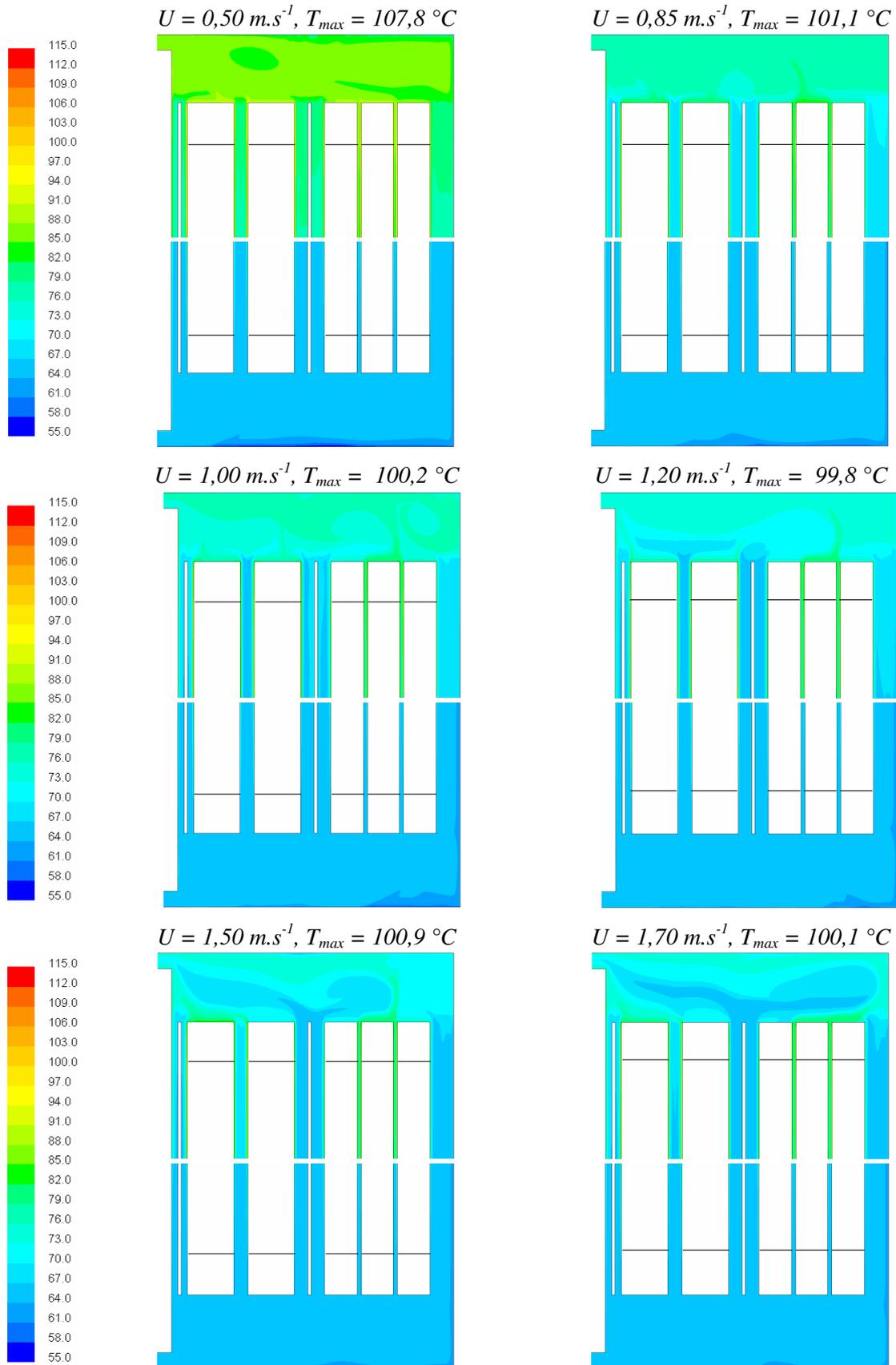


Figure III.27 : Champs de température dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 5

## CAS 5

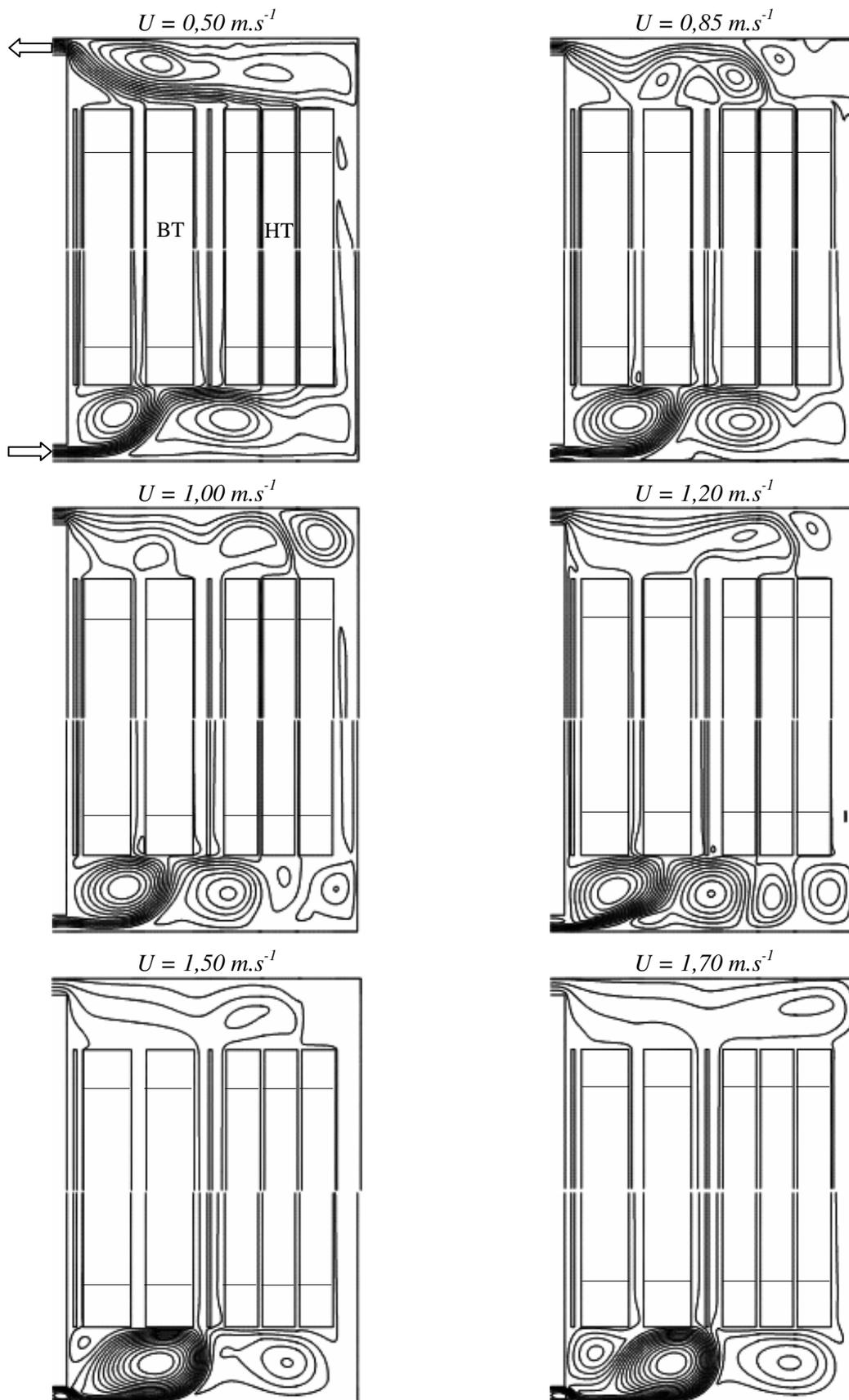


Figure III.28 : Lignes de courant dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 5

Pour les deux dernières vitesses à l'entrée de  $1,5 \text{ m.s}^{-1}$  et  $1,7 \text{ m.s}^{-1}$ , on peut constater dans la *figure III.28* que le grand rouleau qui se trouve en bas de l'enroulement secondaire se déplace vers l'isolant du canal 4 favorisant ainsi la montée de l'huile spécialement dans le canal 4a. Ceci va diminuer à la fois la température maximale sur ces surfaces (*figure III.30*) et la température de mélange de l'huile à sa sortie (*figure III.29*). Par contre, cette structure d'écoulement va défavoriser le canal 2b à l'intérieur du lequel la température des points chauds sur la surface de l'enroulement secondaire dépasse la limite de  $98^\circ\text{C}$  indépendamment de la vitesse imposée à l'entrée du transformateur [48].

En ce qui concerne la température dans la partie supérieure (*figure III.27*) on constate qu'aux vitesses élevées, le fluide chaud qui sort des canaux de l'enroulement primaire et du canal qui sépare l'enroulement primaire de la paroi verticale longe cette dernière puis la paroi supérieure avant de sortir du transformateur, alors que l'huile qui sort avant l'isolant entre les enroulements prend la voie la plus courte pour quitter le transformateur, ce qui laisse une partie un peu plus froide de l'huile dans le centre de la partie supérieure.

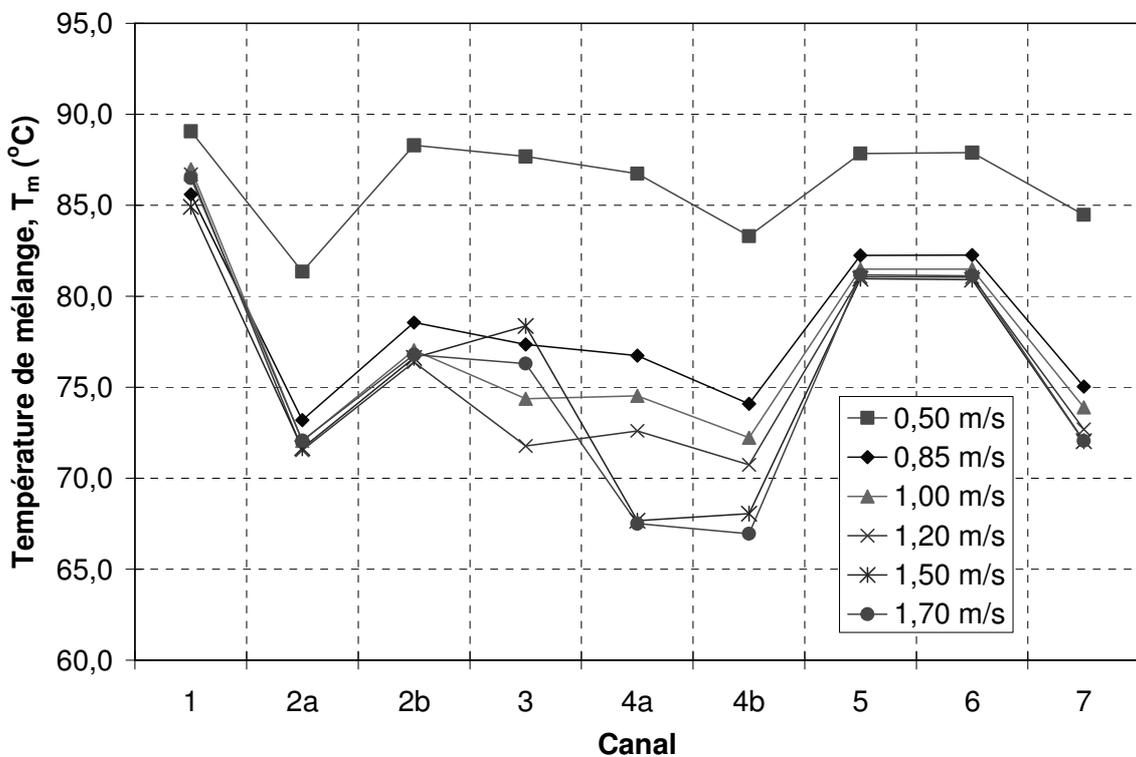


Figure III.29 : Température de mélange à la sortie de chaque canal dans le cas 5

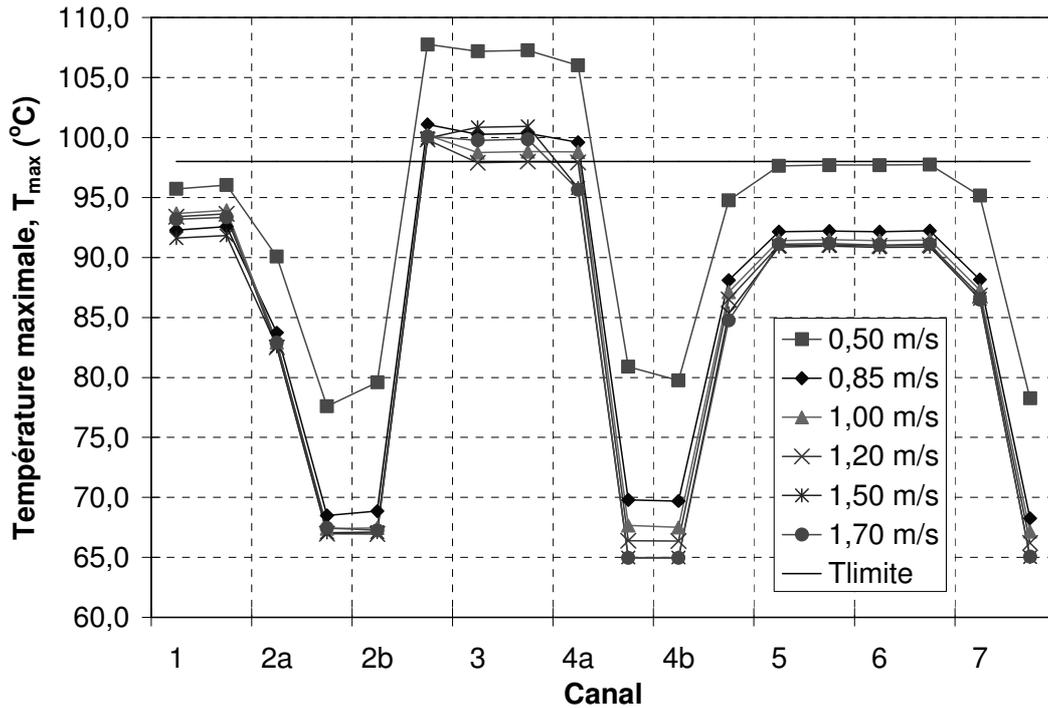


Figure III.30 : Température maximale sur les parois de chaque canal dans le cas 5

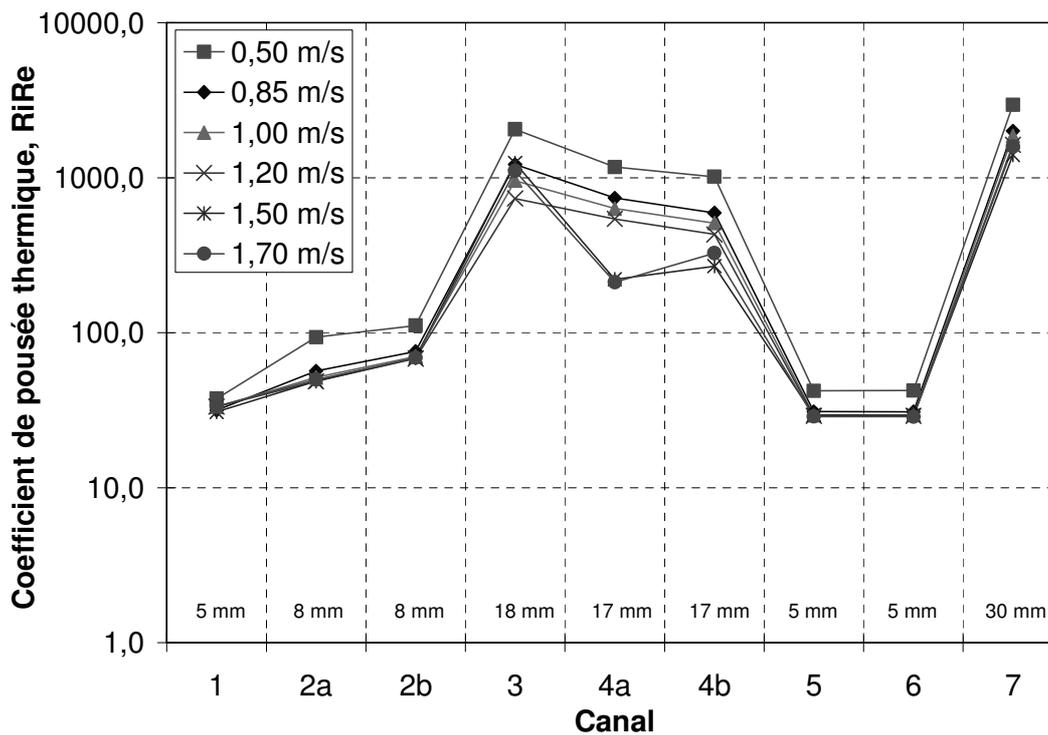


Figure III.31 : Coefficient de poussée thermique au milieu de chaque canal dans le cas 5

En ce qui concerne le coefficient de poussée thermique  $RiRe$  dans les canaux (figure III.31) on peut observer qu'il est plus petit (autour de 30) dans les canaux étroits 1, 5 et 6 (qui ont la même largeur) par rapport aux autres canaux, ce qui signifie qu'à l'intérieur de ces canaux le transfert de chaleur se fait plutôt par convection forcée que par convection

naturelle. De même, à l'intérieur des canaux 1, 2, 5 et 6 on peut constater que le coefficient  $RiRe$  ne varie presque pas avec la vitesse de l'huile imposée à l'entrée sauf pour  $U = 0,50 \text{ m.s}^{-1}$  quand il est en peu plus grand dans tous les canaux. Par contre, pour les canaux plus larges 3, 4 et 7,  $RiRe$  est plus important en atteignant une valeur maximale de 2958 dans le canal 7, ce qui signifie que la convection naturelle est prédominante par rapport à la convection forcée. La *figure III.31* montre que lorsque la vitesse de l'huile à l'entrée augmente, à l'intérieur du canal 4a la convection naturelle diminue par rapport à la convection forcée et  $RiRe$  diminue rapidement à 212 pour les deux dernières vitesses, ce qui s'explique par un débit plus important dans ce canal (*figure III.26*). En ce qui concerne le canal 3 on peut observer que pour les vitesses à l'entrée de  $1,50 \text{ m.s}^{-1}$  et  $1,70 \text{ m.s}^{-1}$  la diminution des débits (*figure III.26*) conduit à un développement plus grand de la convection naturelle favorisé également par un échauffement important des deux côtés ; par conséquent on peut voir une augmentation du coefficient de poussée thermique  $RiRe$  dans ce canal (*figure III.31*). Dans la *figure III.32* on peut voir que le nombre de Reynolds est très faible. A l'intérieur des canaux 1, 2, 5, 6 et 7 où le débit est moins important,  $Re$  ne dépasse pas 40 et il ne varie presque pas avec la vitesse à l'entrée sauf pour  $U = 0,5 \text{ m.s}^{-1}$  quand il est plus petit dans tous les canaux. Dans les canaux 3 et 4 où le débit est plus important,  $Re$  augmente jusqu'à une valeur maximale de 141 qui ne dépasse pas la limite supérieure d'un régime d'écoulement laminaire.

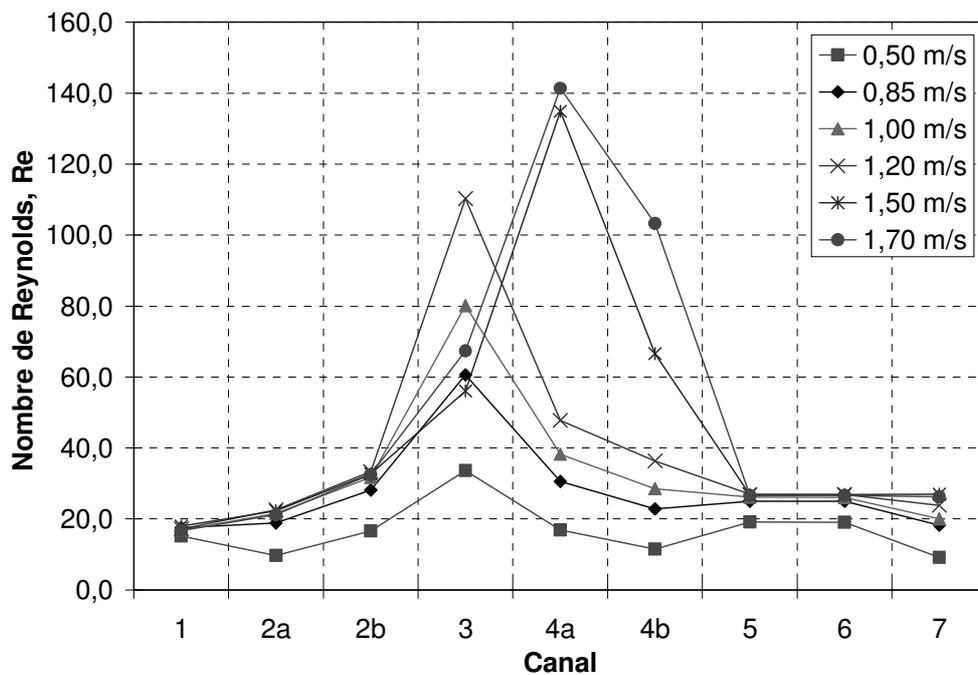


Figure III.32 : Nombre de Reynolds au milieu de chaque canal dans le cas 5

### III.2.2.3. Cas 6. Avec isolants supérieurs

Cette configuration géométrique est analogue à celle du cas 3 et comporte en plus un isolant longitudinal d'épaisseur 4 mm au milieu des canaux 2 et 4. La présence des isolants qui couvrent les surfaces supérieures des enroulements va limiter la formation des rouleaux en favorisant ainsi la sortie de l'huile du transformateur (*figure III.37*). Dans cette figure on peut observer que pour toutes les vitesses de l'huile imposée à l'entrée il y a formation de plusieurs rouleaux dans la partie inférieure du transformateur sous les enroulements. Ainsi, on peut constater la formation des deux rouleaux, le premier étant plus fort que le deuxième favorise mécaniquement par sa structure le canal 3 qui sera de plus aidé thermiquement par un échauffement important sur les deux faces [49]. Par conséquent, le canal 3 reste favori avec une évolution des débits - volume comparable à celle du cas précédent dont les ordres de grandeurs sont proches (*figure III.33*). De plus, lorsque la vitesse à l'entrée est de  $1,0 \text{ m.s}^{-1}$  l'écart des débits entre les canaux 3 et 4 est plus important dû principalement à l'avancement du premier rouleau qui va ensuite aider l'huile à monter dans les canaux 4 pour des vitesses supérieures. Avec une vitesse de  $1,7 \text{ m.s}^{-1}$  c'est le canal 7 qui sera favori.

Les *figures III.33* et *III.34* montrent que le débit et la température de mélange de l'huile sont plus grands du côté enroulement secondaire (canaux 2b et 4a) que des côtés noyau et enroulement primaire (respectivement les canaux 2a et 4b). Ceci s'explique par un dégagement de chaleur plus important sur les parois de l'enroulement secondaire favorisant l'écoulement de l'huile par convection naturelle mais qui n'est pas suffisant pour diminuer les températures de mélange et maximale sur ces surfaces. La *figure III.35* montre que les températures maximales sur les deux faces de l'isolant des canaux 2 et 4 sont presque égales, malgré une différence des conditions aux limites sur les deux autres faces de ces canaux. Ceci s'explique par un volume plus grand du côté enroulement secondaire que du côté noyau ce qui laisse passer plus de fluide du côté chaud pour compenser cet excès de chaleur.

En analysant les isothermes dans la *figure III.36* on peut observer que pour une vitesse faible de l'huile imposée à l'entrée de  $0,5 \text{ m.s}^{-1}$  la température du point chaud de  $107,4 \text{ }^\circ\text{C}$  dépasse largement la limite mais, dès que la vitesse augmente elle baisse de  $6,5^\circ\text{C}$ . Malgré cette baisse et des vitesses plus élevées, la température du point chaud reste au dessus des limites acceptables. Dans ce cas, celle-ci a été localisée à l'intérieur du canal 2b (*figure III.35*).

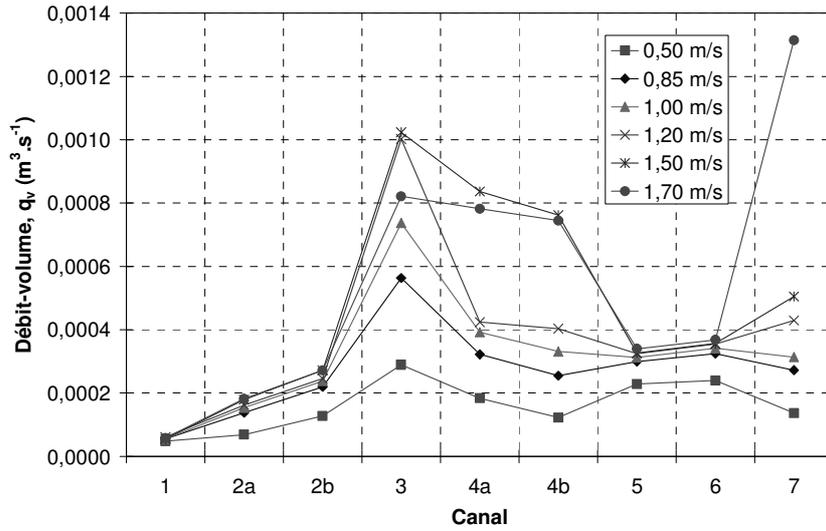


Figure III.33 : Débit - volume dans chaque canal dans le cas 6

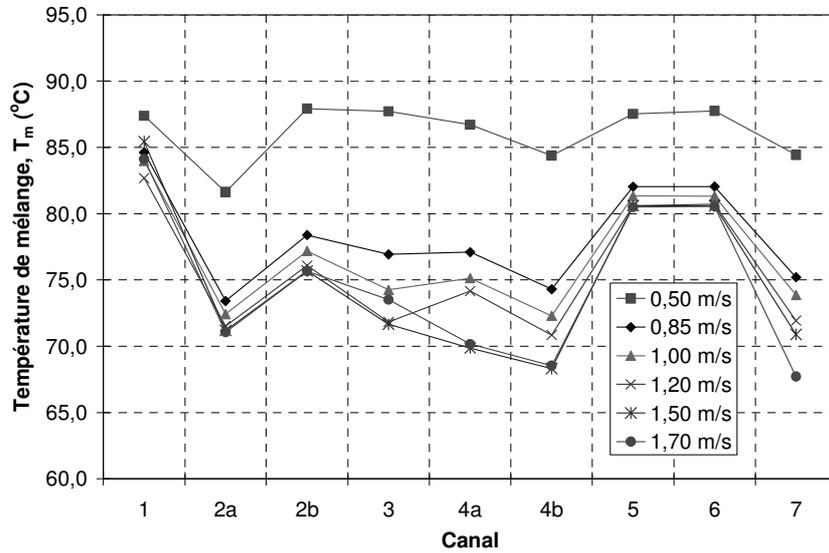


Figure III.34 : Température de mélange à la sortie de chaque canal dans le cas 6

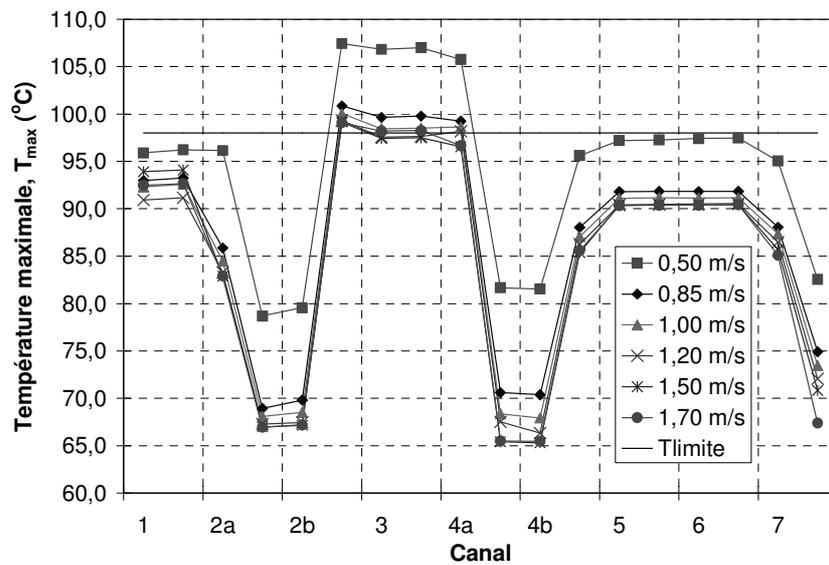


Figure III.35 : Température maximale sur les parois de chaque canal dans le cas 6

**CAS 6**

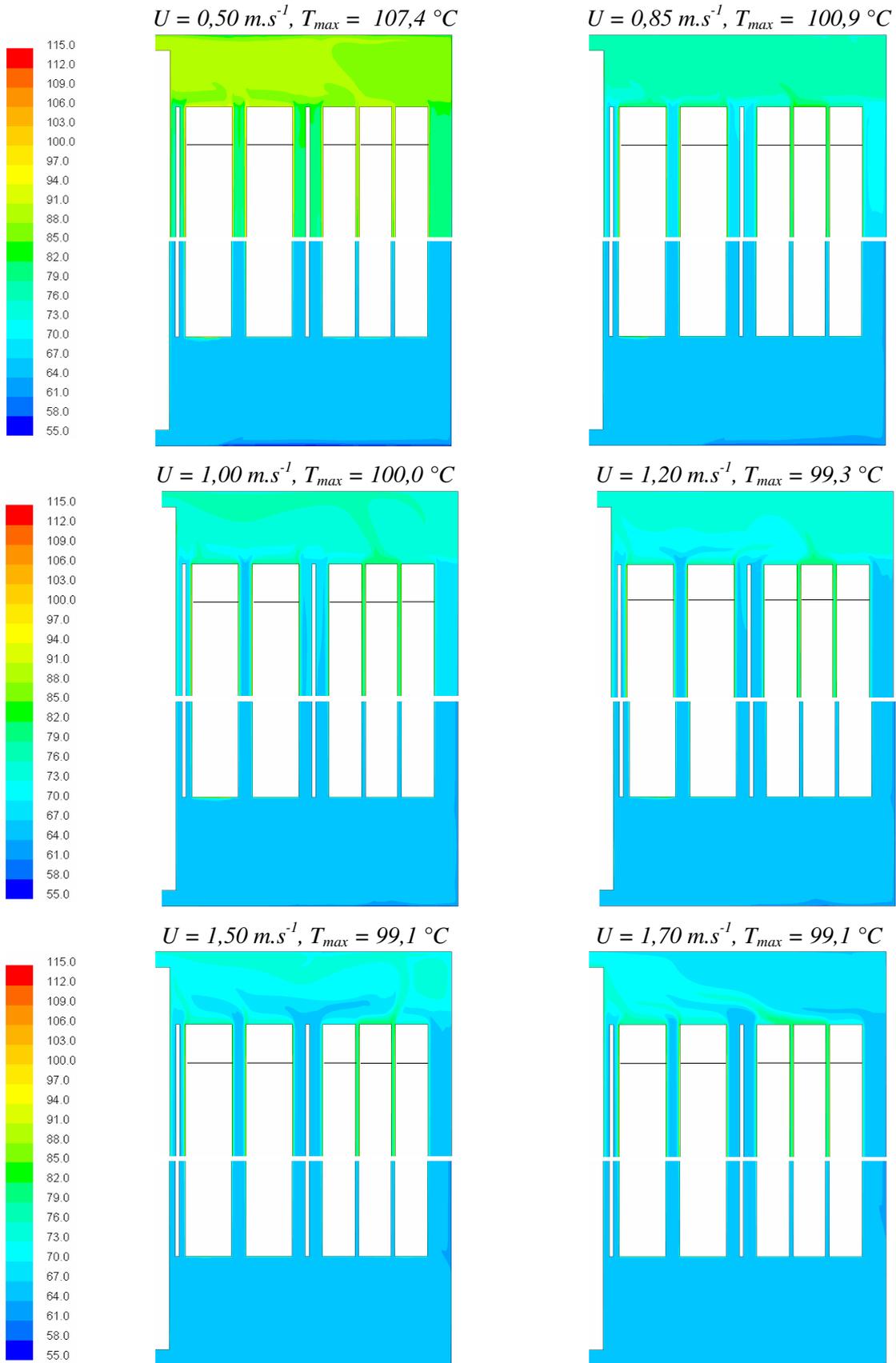


Figure III.36 : Champs de température dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 6

CAS 6

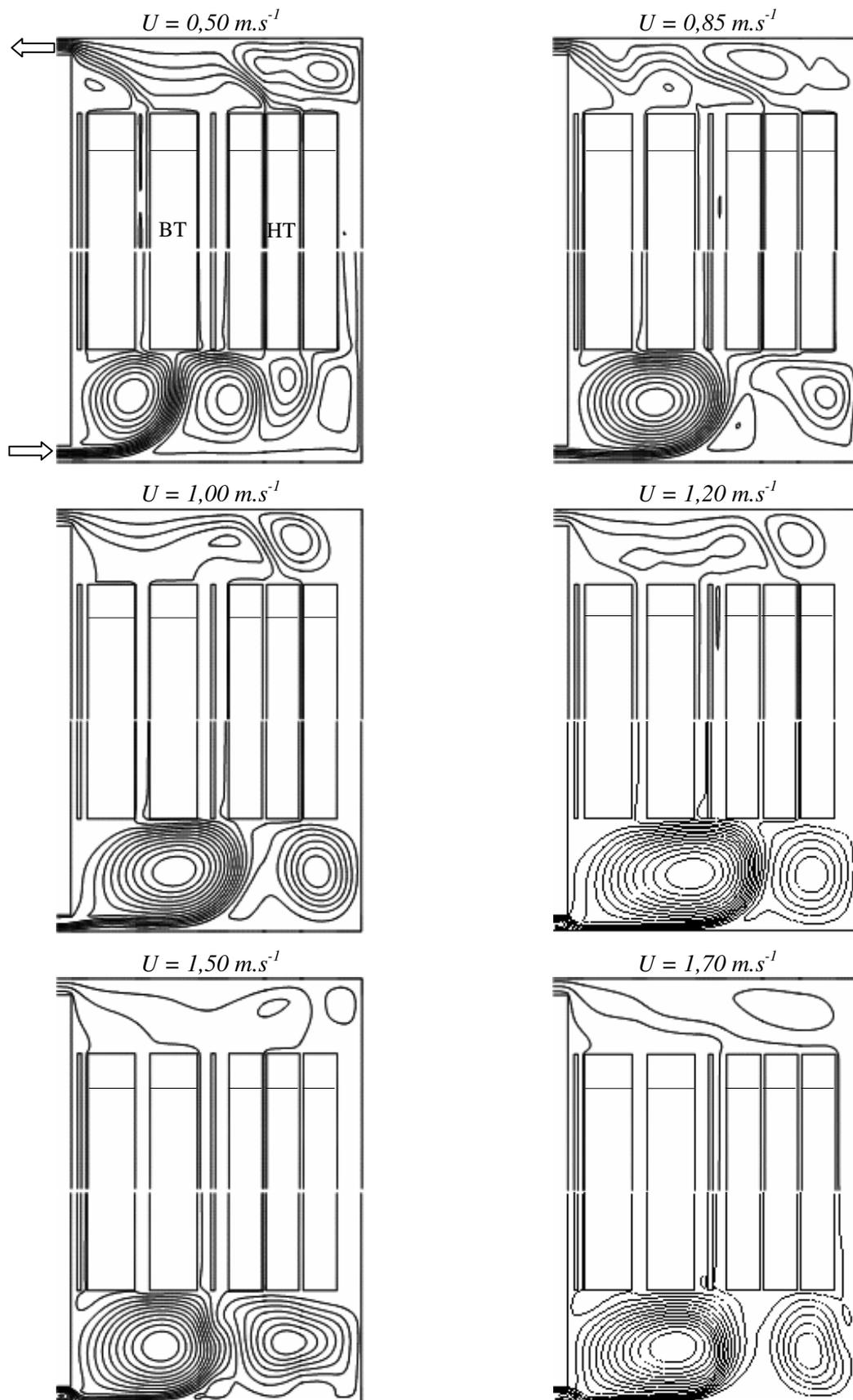


Figure III.37: Lignes de courant dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 6

### III.2.3. Avec deux isolants longitudinaux

#### III.2.3.1. Cas 7. Sans isolants supérieurs ni inférieurs

L'utilisation de deux isolants longitudinaux entre les enroulements d'une part et entre l'enroulement secondaire et le noyau d'autre part réduit d'avantage la largeur de ces canaux, ce qui rend encore plus difficile la circulation du fluide. D'un autre côté, l'absence des isolants au dessus et en dessous des enroulements couplée avec la présence des obstacles matérialisés par les isolants longitudinaux divise l'espace supérieur et inférieur en deux parties ce qui empêche l'huile à sortir plus vite du transformateur en favorisant la formation des rouleaux. Ceci est mis en évidence par les lignes de courant représentées dans la *figure III.42* où on peut observer à la partie supérieure du transformateur pour toutes les vitesses la formation d'un rouleau derrière les isolants du canal 4 alors que l'huile qui sort des canaux d'enroulement secondaire se dirige directement vers la sortie [50].

Lorsque la vitesse à l'entrée augmente, on constate que le débit - volume dans le canal 3 (qui est le seul canal large et chauffé des deux côtés) augmente d'une façon importante (*figure III.38*) avec des valeurs un peu plus grandes que celles des cas précédents, ce qui fait baisser la température de mélange de l'huile à la sortie (*figure III.39*). De plus, on peut remarquer qu'entre les deux isolants le fluide ne circule pas du tout à cause de l'étroitesse des canaux d'une part et de l'absence totale du chauffage qui pourrait développer la convection naturelle d'autre part. Pour les deux vitesses les plus élevées ( $U=1,5 \text{ m.s}^{-1}$  et  $1,7 \text{ m.s}^{-1}$ ) les valeurs du débit - volume dans le canal 7 prennent un grand écart par rapport aux autres malgré un écoulement descendant du côté de la paroi en contact avec l'extérieur, qui est plus froide à cause de l'échange de chaleur par convection naturelle avec le milieu ambiant. Par conséquent, dans la *figure III.41* on peut voir une forte couche froide de l'huile sortant du ce canal qui s'échauffe au contact de l'huile plus chaude qui sort des canaux 5 et 6 avant sa sortie.

Dans la partie supérieure du transformateur, on peut voir que pour les faibles vitesses la température est presque homogène à cause d'un meilleur brassage de l'huile causé par la création de différents rouleaux (*figure III.41*). Malgré cette homogénéité, les températures des points chauds dépassent pour toutes les vitesses la limite de  $98 \text{ }^\circ\text{C}$  tant sur les surfaces supérieures de l'enroulement secondaire que sur sa paroi à l'intérieur du canal 2c (*figure III.40*).

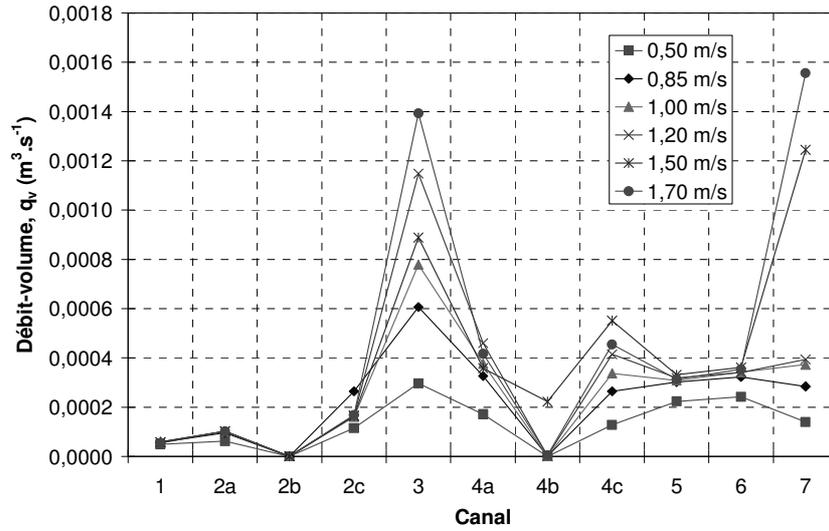


Figure III.38 : Débit - volume dans chaque canal dans le cas 7

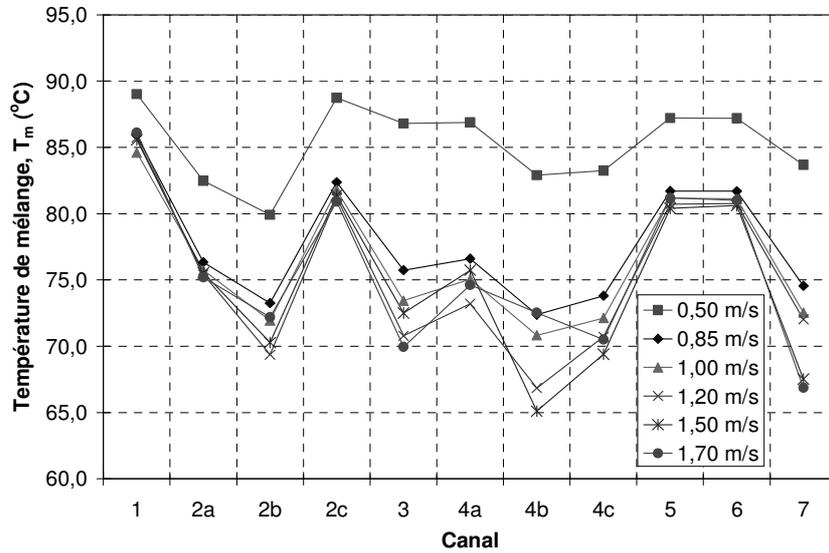


Figure III.39 : Température de mélange à la sortie de chaque canal dans le cas 7

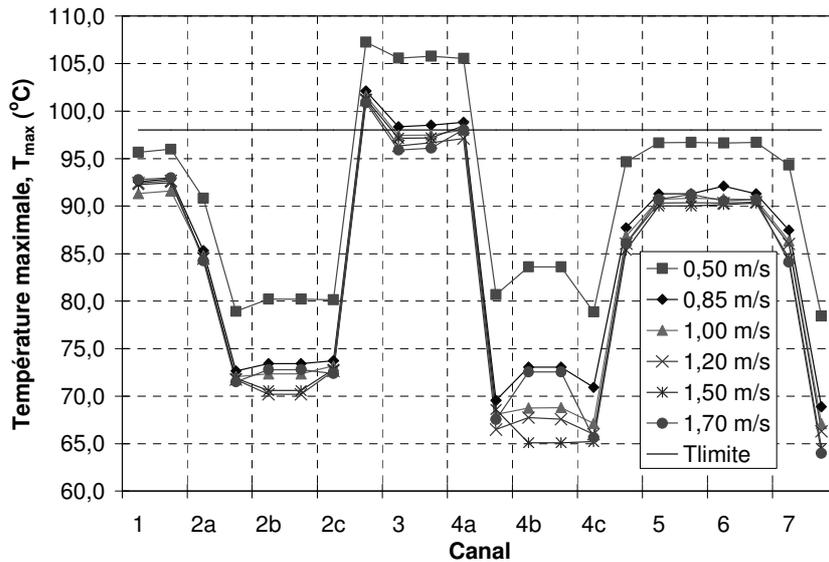


Figure III.40 : Température maximale sur les parois de chaque canal dans le cas 7

**CAS 7**

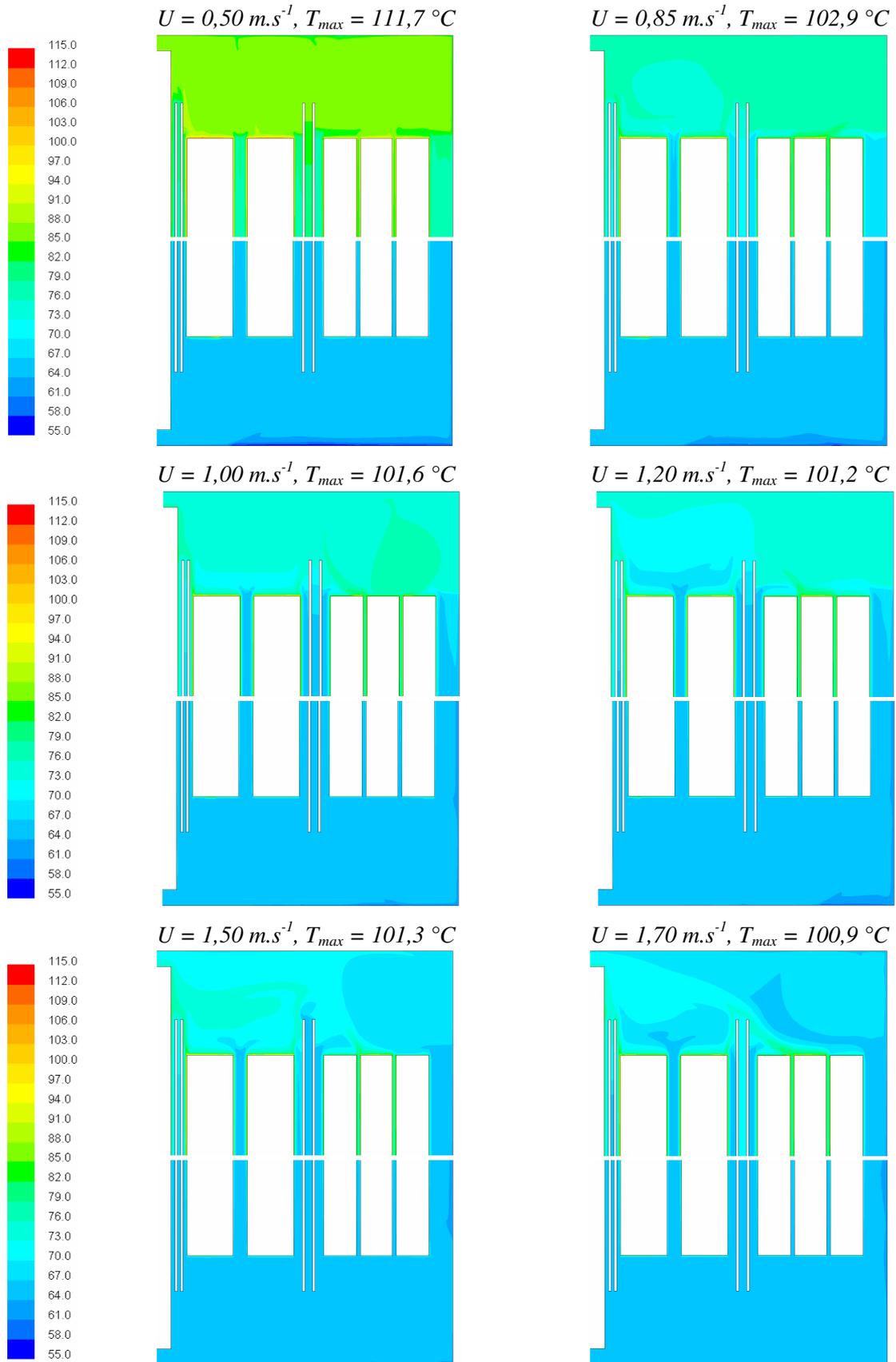


Figure III.41 : Champs de température dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 7

## CAS 7

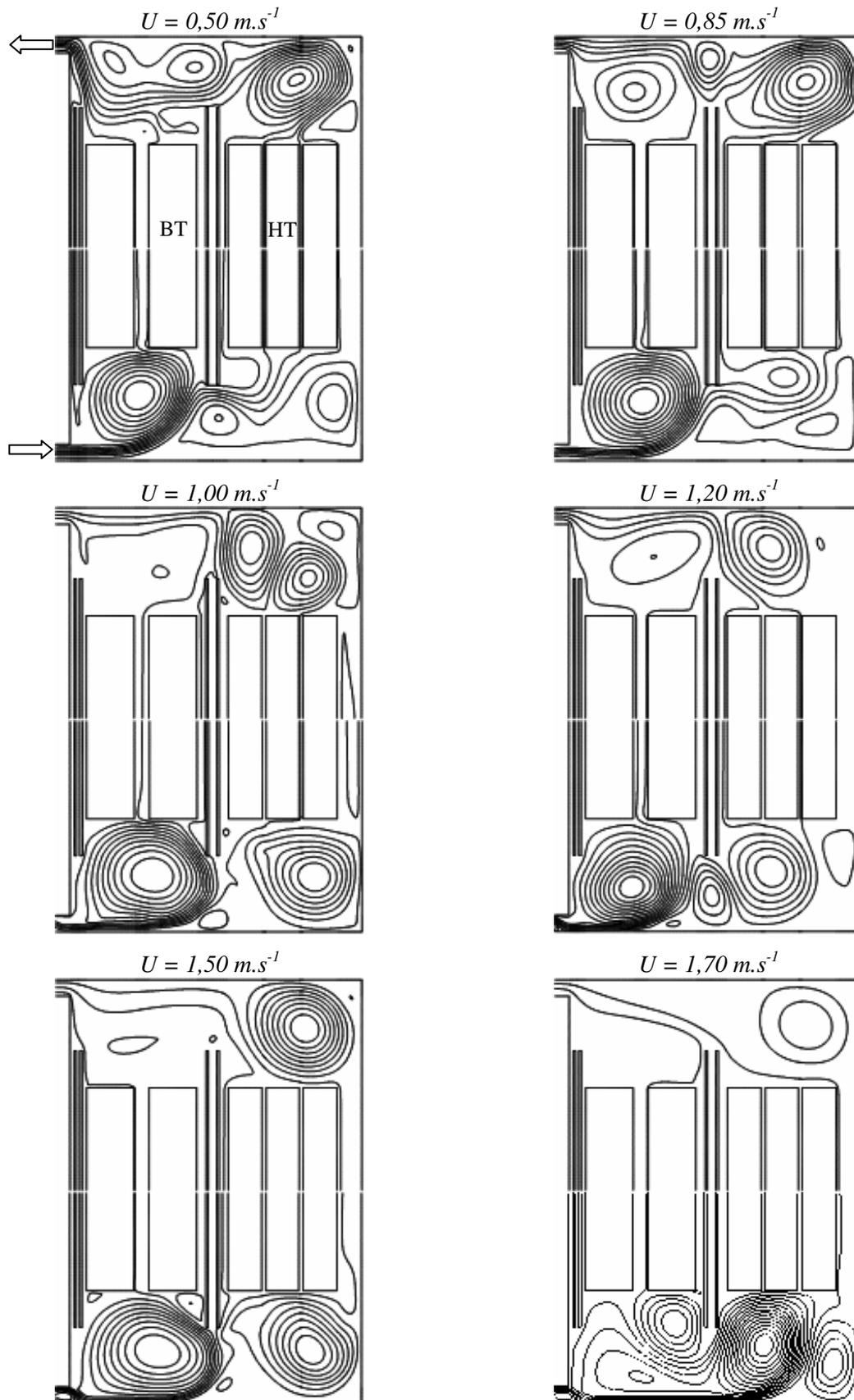


Figure III.42 : Lignes de courant dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 7

### III.2.3.2. Cas 8. Avec isolants supérieurs et inférieurs

Cette configuration géométrique comporte en plus de la précédente des isolants supérieurs et inférieurs (*figure III.1*) qui vont réduire la surface d'échange de chaleur avec l'huile minérale et augmenter la densité de flux sur ces surfaces (*tableau II.3*). La répartition des débits - volume dans ce cas (*figure III.43*) montre que le canal 3 est toujours le canal favori pour des vitesses égales ou inférieures à  $1,20 \text{ m.s}^{-1}$  à l'entrée du transformateur, alors que pour des vitesses supérieures le débit est plus important dans le canal 4a. Ainsi, pour les vitesses de  $1,50 \text{ m.s}^{-1}$  et  $1,70 \text{ m.s}^{-1}$  l'absence d'obstacles (isolants longitudinaux) permet de propulser l'huile vers les canaux de refroidissement de l'enroulement primaire et spécialement dans le dernier canal où le débit a une valeur de  $0,0017 \text{ m}^3.\text{s}^{-1}$  (*figure III.43*). Ceci va défavoriser le canal 3 et va permettre à l'huile de monter plus vite dans le canal 7 où on observe une couche froide qui sort de ce canal et qui s'échauffe dans la partie supérieure du transformateur avant de se diriger directement vers la sortie (*figure III.46*). De plus, l'écoulement de l'huile dans les canaux 2b et 4b entre les isolants longitudinaux est très faible et commence à apparaître pour une vitesse de  $1,50 \text{ m.s}^{-1}$  dans le canal 4b qui est le plus large des deux [50].

La *figure III.45* montre que les températures maximales se trouvent sur les surfaces de l'enroulement secondaire à l'intérieur des canaux 2c, 3 et 4a avec des valeurs qui dépassent les limites acceptées par les normes pour toutes les vitesses. Lorsque la vitesse de l'huile est de  $1,5 \text{ m.s}^{-1}$  et  $1,7 \text{ m.s}^{-1}$ , elles se situent sous la limite de  $98^\circ\text{C}$  seulement dans le canal 4a où le débit est plus important mais, sur la paroi de l'enroulement secondaire dans le canal 2c la température du point chaud reste au dessus de cette limite et bien supérieure à celle du cas précédent.

Les *figures III.44* et *III.45* montrent que contrairement au cas précédent pour une vitesse élevée de l'huile de  $1,7 \text{ m.s}^{-1}$  à l'entrée du transformateur les températures de mélange et maximale dans le canal 3 augmentent. Ceci s'explique par une diminution de débit dans ce canal influencé à son tour par la structure de l'écoulement dans la partie inférieure du transformateur qui force l'huile à favoriser le canal 4a au détriment du canal 3.

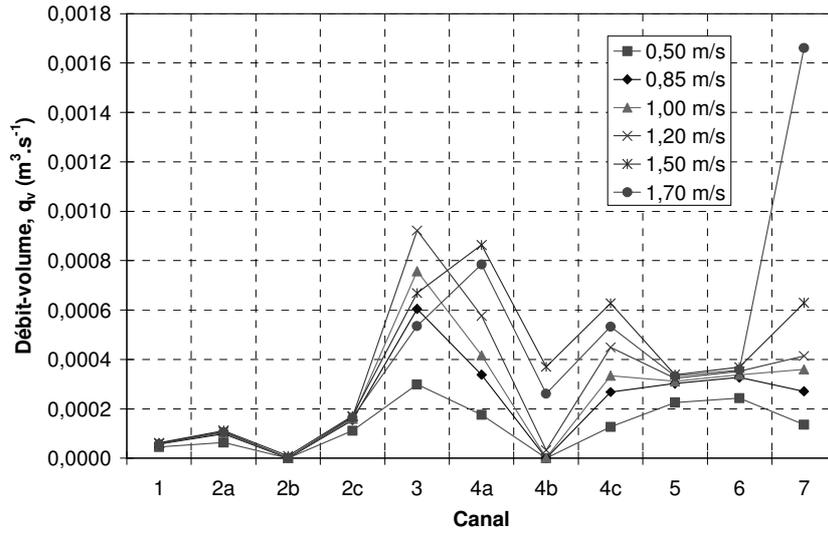


Figure III.43 : Débit - volume dans chaque canal dans le cas 8

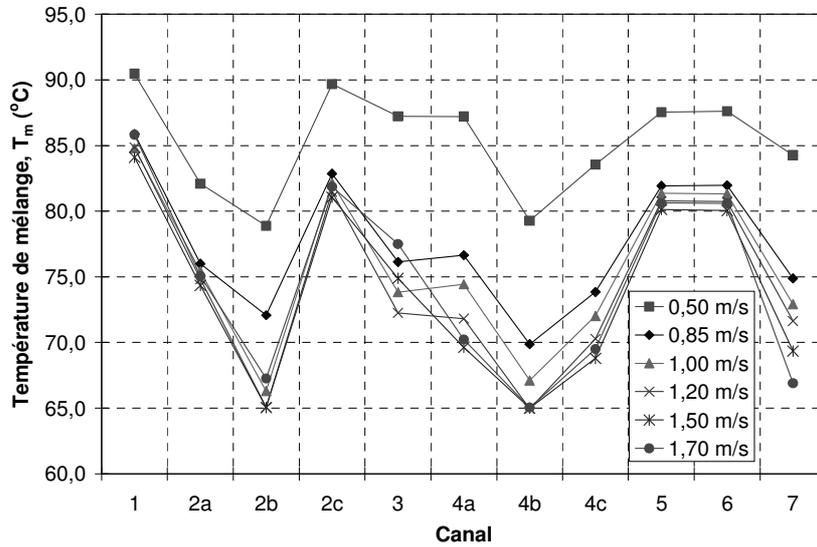


Figure III.44 : Température de mélange à la sortie de chaque canal dans le cas 8

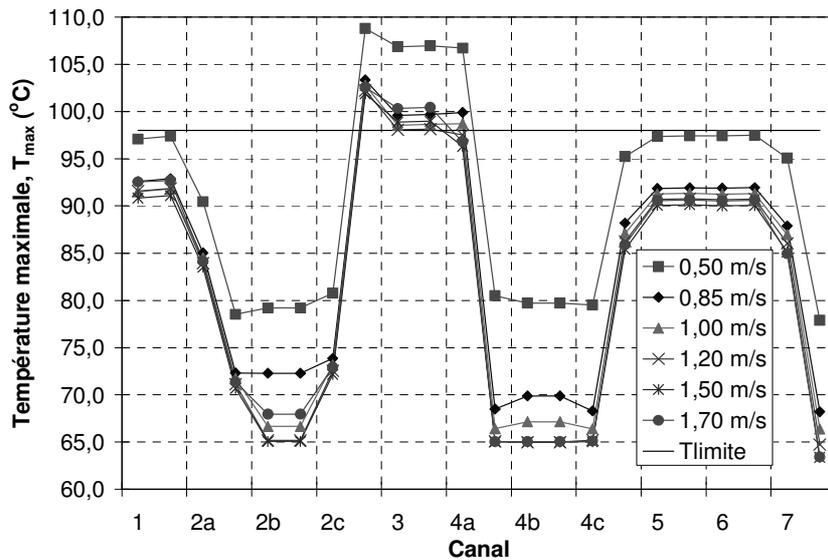


Figure III.45 : Température maximale sur les parois de chaque canal dans le cas 8

**CAS 8**

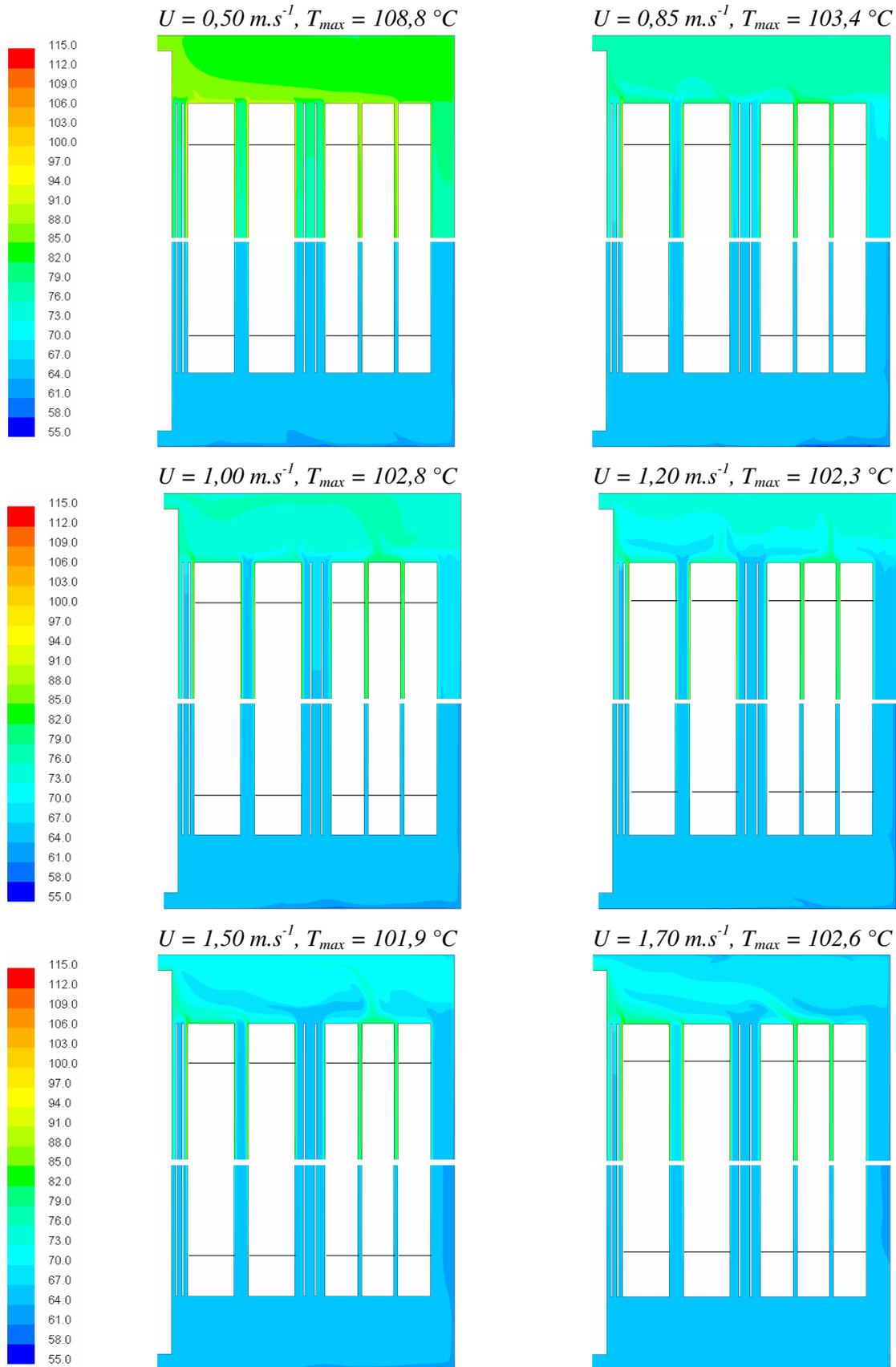


Figure III.46 : Champs de température dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 8

CAS 8



Figure III.47 : Lignes de courant dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 8

### III.2.3.3. Cas 9. Avec isolants supérieurs

Le dernier cas du troisième groupe dérive du précédent en éliminant les isolants qui couvrent les surfaces inférieures des enroulements ce qui va permettre à l'huile de s'échauffer plus facilement sous chaque enroulement avant de monter dans les canaux. De plus, la présence d'un espace plus large favorise la formation des rouleaux dans la partie inférieure du transformateur et on observe contrairement au cas précédent la formation d'un troisième rouleau sous l'enroulement secondaire pour les vitesses à l'entrée de  $1,5 \text{ m.s}^{-1}$  et  $1,7 \text{ m.s}^{-1}$  (figure III.52). Ainsi, le débit - volume dans le canal 3 (figure III.48) augmente progressivement avec la vitesse de l'huile imposée à l'entrée du transformateur jusqu'à une valeur maximale de  $0,0015 \text{ m}^3.\text{s}^{-1}$  qui est plus élevée que dans le cas 8 (figure III.43). D'un autre côté, dans la partie supérieure du transformateur l'huile trouve un espace plus petit et la sortie de l'huile est facilitée par la présence des isolants au dessus des enroulements qui ne favorise pas la formation des rouleaux. Pour une vitesse inférieure à  $1,2 \text{ m.s}^{-1}$  les lignes de courant représentées dans la figure III.52 montrent que l'huile qui sort des canaux de refroidissement de l'enroulement primaire longe la paroi supérieure du transformateur avant de sortir alors que, pour des vitesses supérieures elle se dirige directement vers la sortie.

Pour une vitesse à l'entrée de  $1,0 \text{ m.s}^{-1}$  dans la figure III.51 on observe une couche froide qui surgit du canal 3 et qui s'intensifie pour  $U = 1,2 \text{ m.s}^{-1}$  en même temps qu'une autre couche froide qui sort du canal 7. Lorsque la vitesse augmente on constate que l'intensité de cette dernière dépasse celle du canal 3. Ceci s'explique par la distribution des débits - volume dans les canaux représentés dans la figure III.48 où on peut observer que lorsque  $U = 1,0 \text{ m.s}^{-1}$  et  $1,2 \text{ m.s}^{-1}$  le débit dans le canal 7 est moins important que dans le canal 3 mais qu'il augmente pour les deux dernières vitesses. En ce qui concerne les canaux 2b et 4b formés par les isolants longitudinaux, ceux-ci ne contribuent pas beaucoup au refroidissement du transformateur. A l'intérieur de ces canaux on constate que l'écoulement est très faible et que les débits sont presque nuls. Les points chauds se trouvent toujours sur la paroi de l'enroulement secondaire à l'intérieur du canal 2c où l'écoulement n'est pas suffisant pour refroidir cette surface (figure III.50). Dans ce cas, la température des points chauds dépasse la limite autorisée et ne diminue pas beaucoup par comparaison avec le cas précédent même pour les vitesses les plus élevées de l'huile imposées à l'entrée du transformateur.

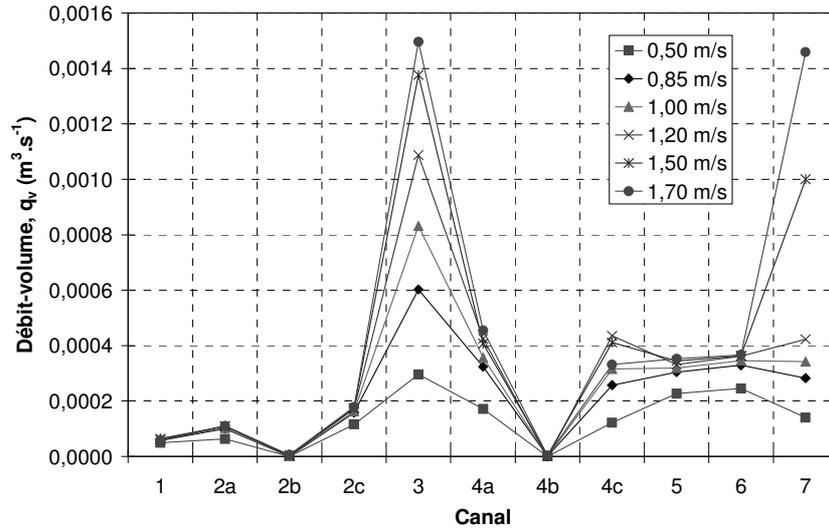


Figure III.48 : Débit - volume dans chaque canal dans le cas 9

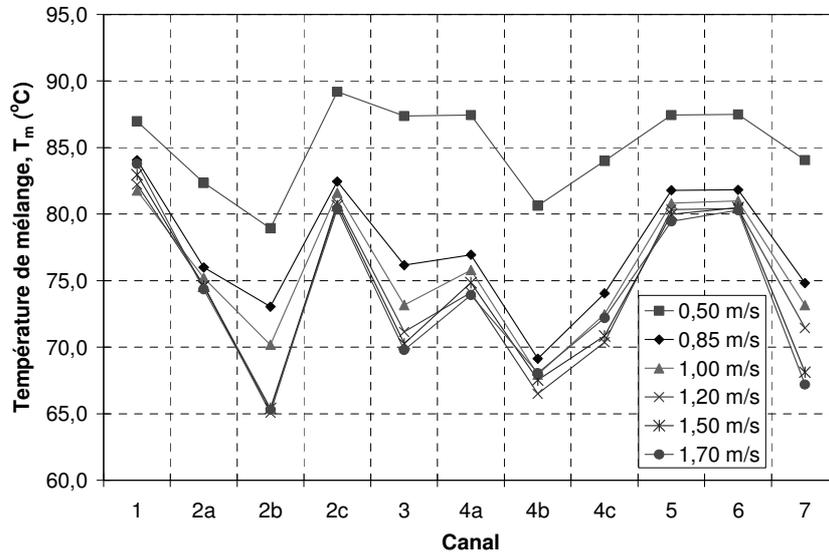


Figure III.49 : Température de mélange à la sortie de chaque canal dans le cas 9

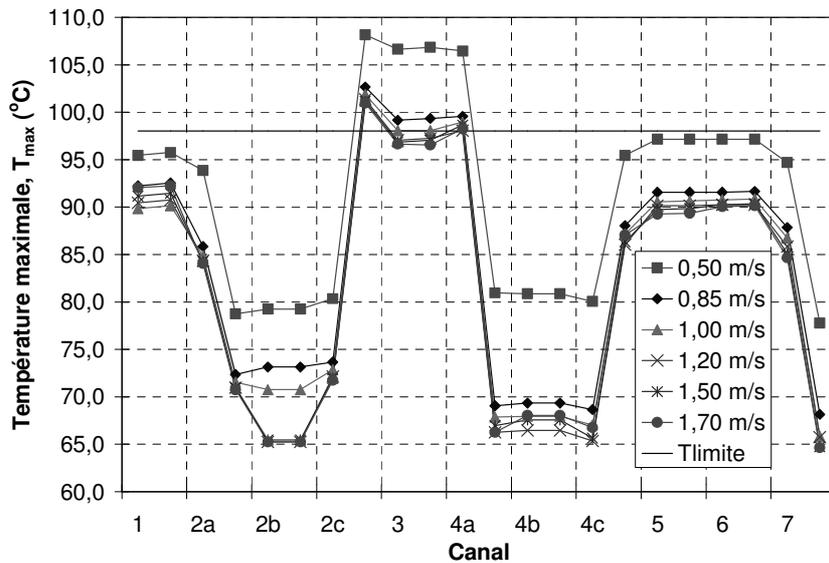


Figure III.50 : Température maximale sur les parois de chaque canal dans le cas 9

## CAS 9

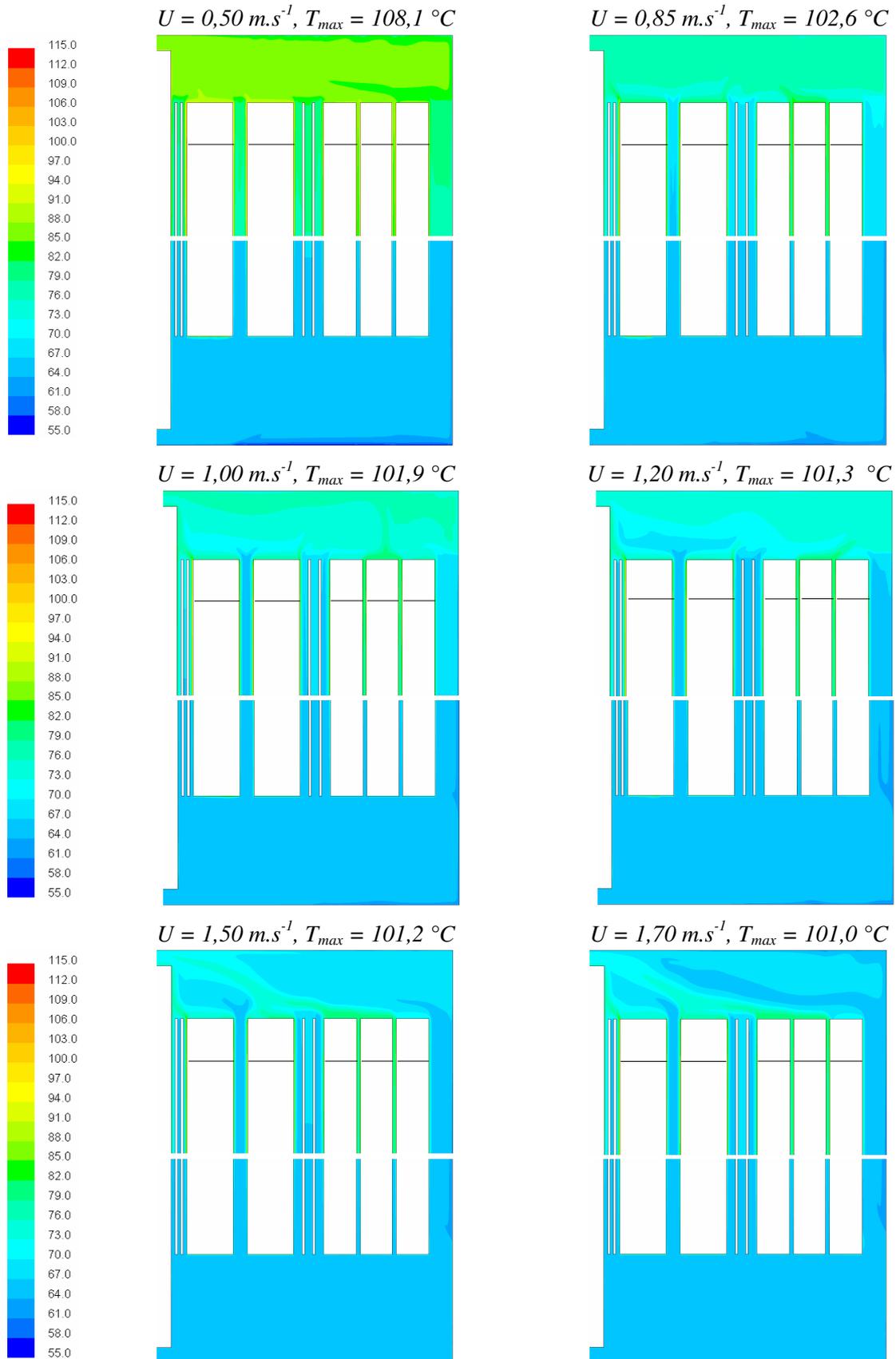


Figure III.51 : Champs de température dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 9

## CAS 9

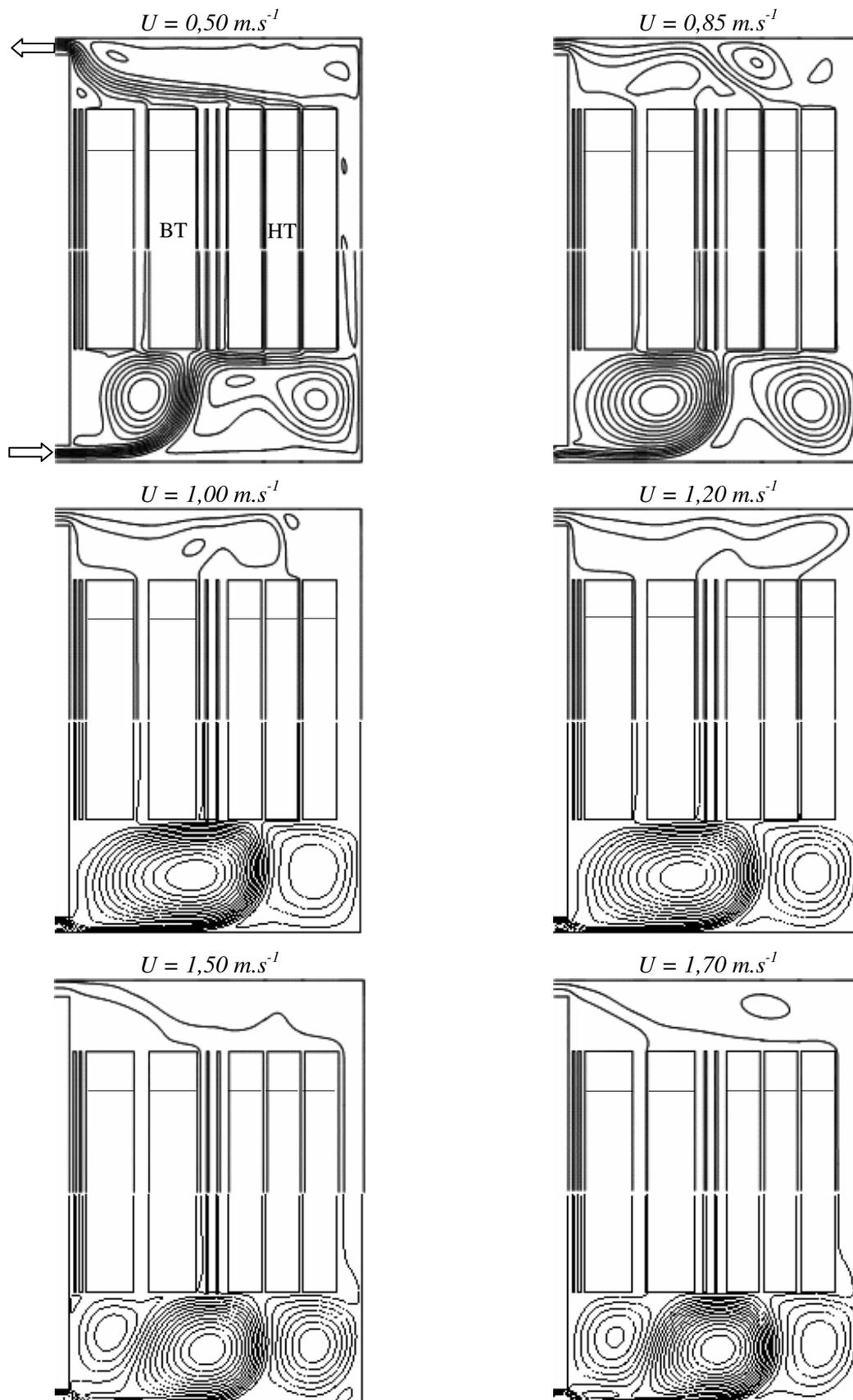


Figure III.52 : Lignes de courant dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 9

### III.2.4. Avec isolants supérieurs et isolants longitudinaux décentrés dans les canaux

#### III.2.4.1. Cas 10. Sans obstacle à la partie inférieure

Après les études faites sur la distribution des températures et la structure de l'écoulement dans les configurations géométriques précédentes, une première approche d'optimisation consiste à décaler les isolants longitudinaux dans les canaux 2 et 4 en utilisant la configuration du cas 6 pour laisser un espace plus large à l'huile qui refroidit l'enroulement secondaire. Ainsi, dans la *figure III.53* on observe une augmentation des débits dans les canaux 2b et 4a par rapport au cas 6 (*figure III.33*) et une influence plus faible de la vitesse dans les canaux 2a et 4b à cause d'un espacement plus petit, respectivement 5 mm et 7 mm. Par conséquent, contrairement au cas 6 les températures de mélange à la sortie diminuent dans les canaux 2b et 4a et augmentent dans les canaux 2a et 4b (*figures III.54* et *III.34*). De plus, dans la *figure III.55* on remarque un écart d'environ 10°C entre les températures maximales calculées sur les surfaces de l'isolant longitudinal du canal 2, écart dû également à une surface de transfert de chaleur avec l'huile plus grande du côté enroulement secondaire.

Le déplacement des isolants longitudinaux ne change pas beaucoup la structure de l'écoulement qui favorise toujours le canal 3 à l'intérieur duquel les débits augmentent avec la vitesse de l'huile à l'entrée et où la température des points chauds ne dépasse pas les limites. D'autre part, on peut observer pour les vitesses de 1,5 m.s<sup>-1</sup> et 1,7 m.s<sup>-1</sup> l'apparition d'un troisième rouleau sous l'enroulement secondaire (*figure III.57*) qui n'est pas présent dans le cas 6 (*figure III.37*) et qui augmente davantage le débit - volume dans le canal 3 [49]. Ainsi, les isothermes représentées dans la *figure III.55* montrent une couche d'huile plus froide qui sort de ce canal au fur et à mesure que la vitesse de l'huile augmente à l'entrée. En ce qui concerne les températures dans la partie inférieure du transformateur, on constate que celles-ci restent homogènes dans tous les cas avec des valeurs qui ne dépassent pas 67 °C malgré un échauffement préalable par le noyau et par les surfaces inférieures des enroulements en l'absence des isolants. Dans cette configuration géométrique les points chauds se trouvent toujours à l'intérieur du canal 2b sur la paroi de l'enroulement secondaire mais, cette fois-ci la température se situe à la limite de 98°C pour une vitesse à l'entrée de 1,2 m.s<sup>-1</sup> et 1,5 m.s<sup>-1</sup> et en dessous de la limite pour des vitesses supérieures (*figure III.56*).

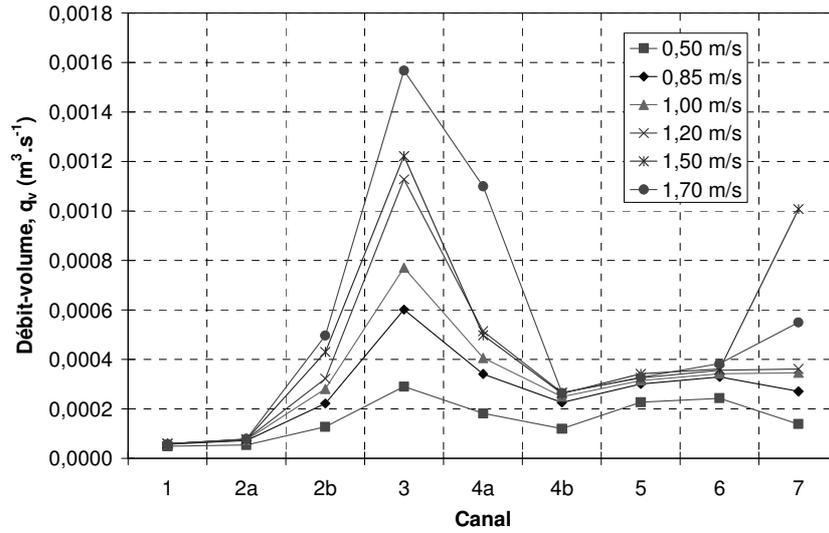


Figure III.53 : Débit - volume dans chaque canal dans le cas 10

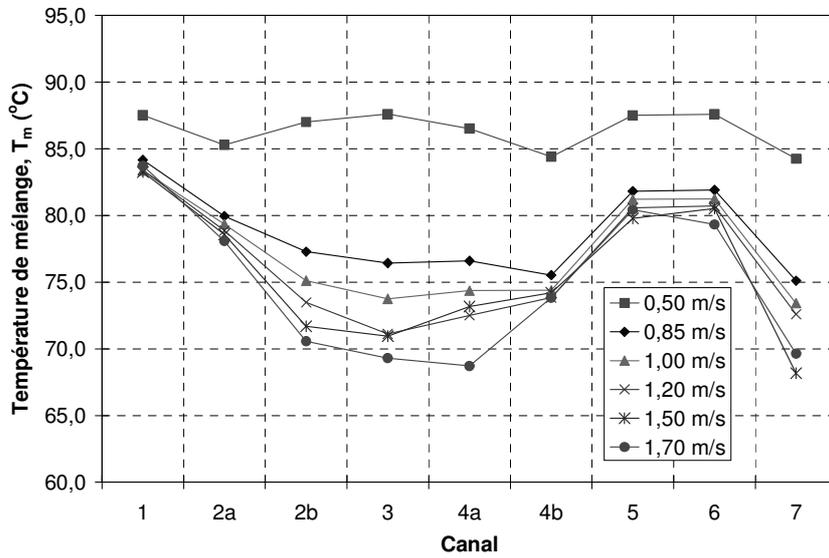


Figure III.54 : Température de mélange à la sortie de chaque canal dans le cas 10

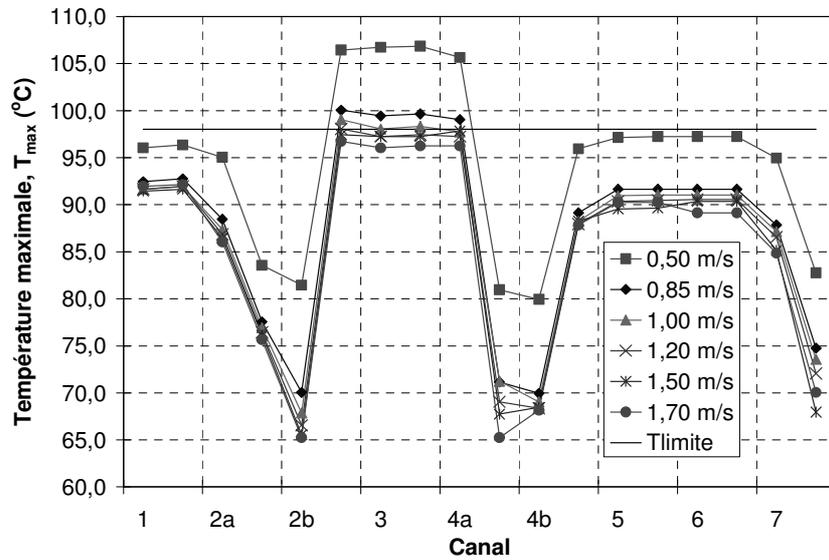


Figure III.55 : Température maximale sur les parois de chaque canal dans le cas 10

CAS 10

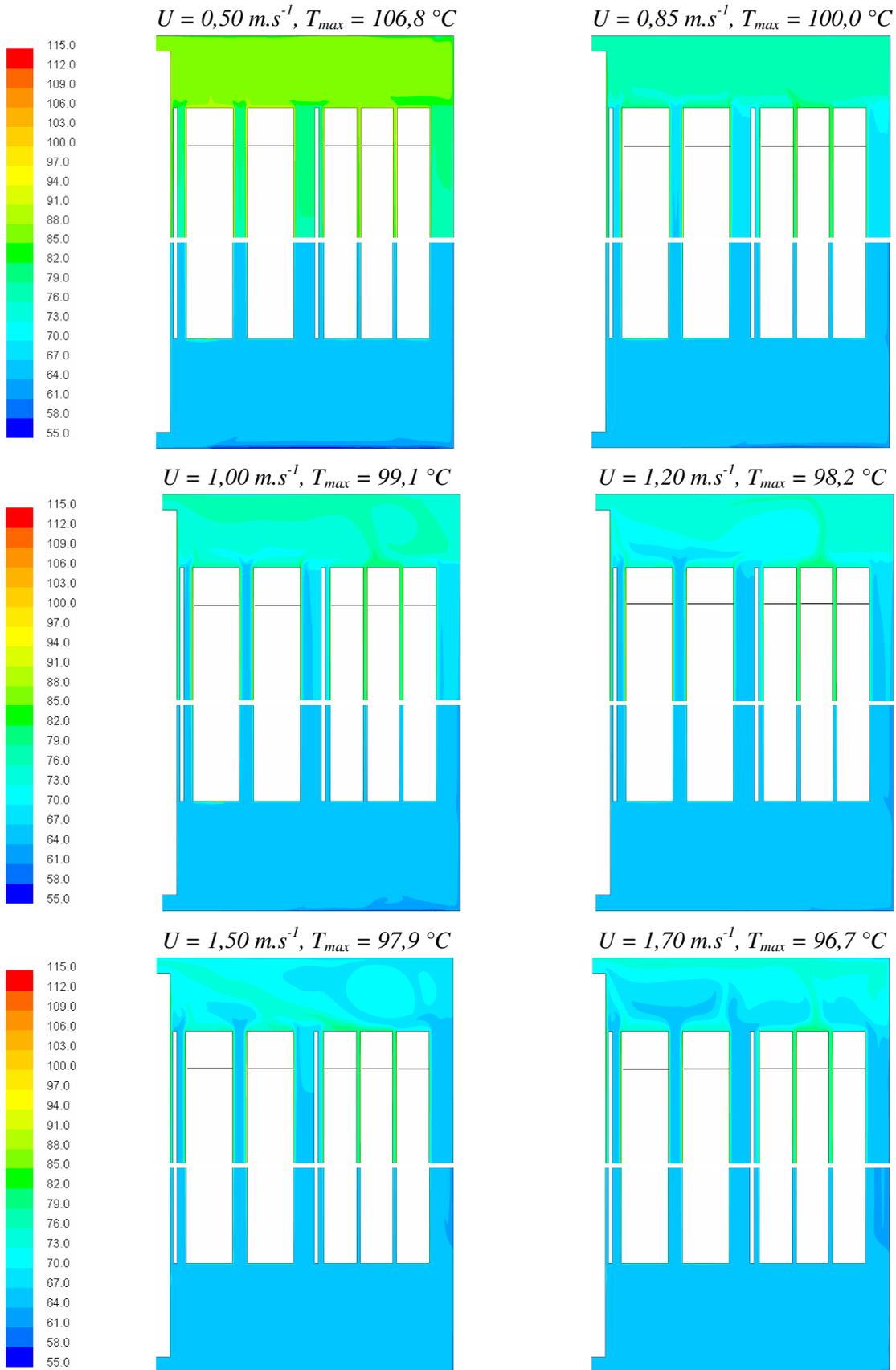


Figure III.56 : Champs de température dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 10

## CAS 10

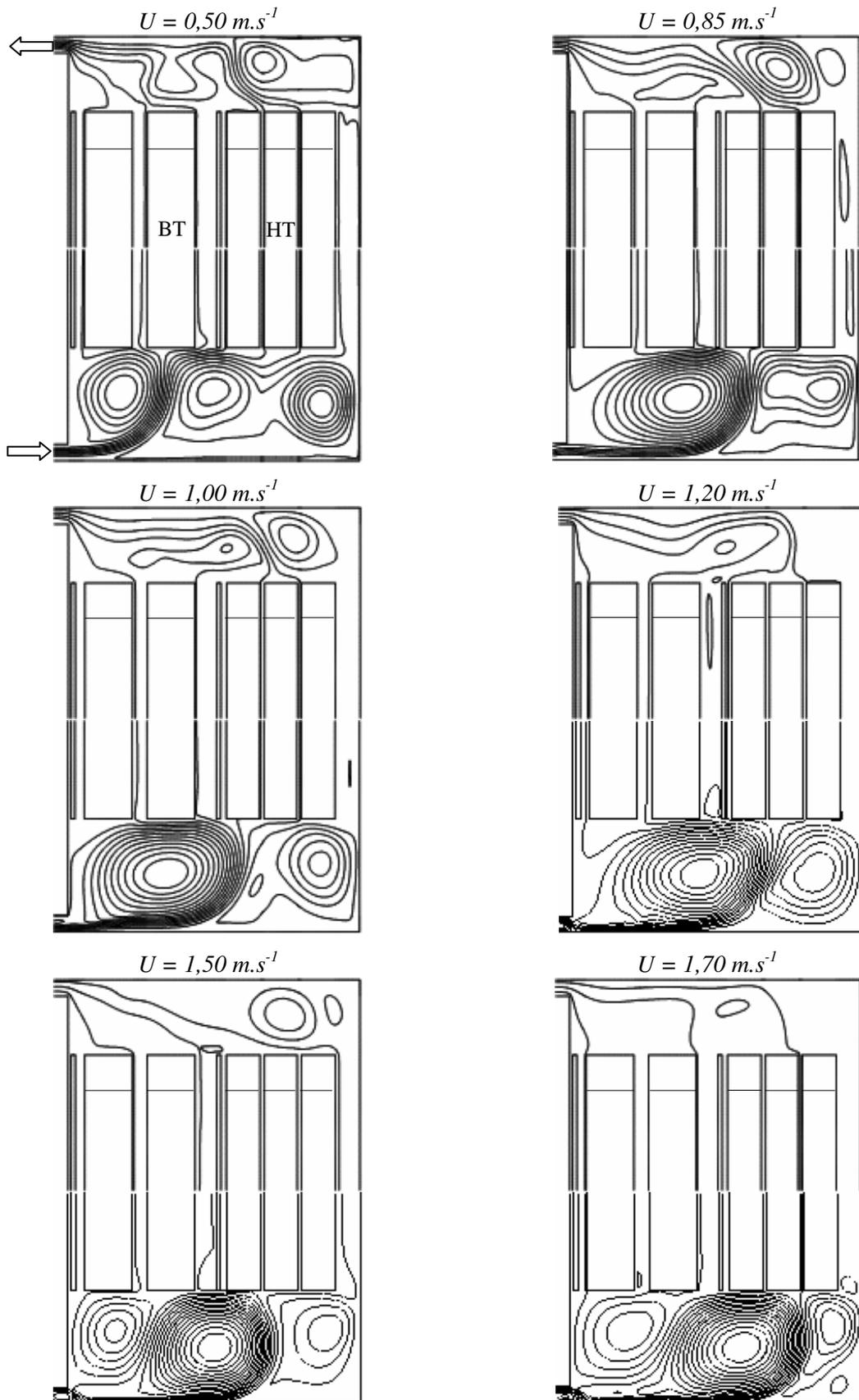


Figure III.57 : Lignes de courant dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 10

### III.2.4.2. Première position d'obstacle à la partie inférieure

#### III.2.4.2.1. Cas 11. Petit obstacle

Dans le but d'éliminer les points chauds qui se trouvent dans les canaux de refroidissement de l'enroulement secondaire, on va ajouter un obstacle à la partie inférieure du transformateur en gardant la configuration géométrique du cas 10. Puisque la distribution des températures dépend essentiellement de la structure de l'écoulement dans la partie inférieure, l'emplacement d'un obstacle nous permet de diriger l'huile dans certains canaux afin d'y augmenter le débit et de diminuer la température des points chauds sous la limite imposée par les normes. Ainsi, dans le cas présent un obstacle d'une hauteur de  $66 \text{ mm}$  est placé à une distance de  $391 \text{ mm}$  de l'axe de révolution (*figure III.1*) en occupant  $48 \%$  de l'espace entre la paroi inférieure du transformateur et les enroulements. L'influence de cet obstacle sur la répartition des débits dans les canaux de refroidissement peut être observée dans la *figure III.58* où le débit dans le canal 3 augmente d'une façon importante, aidé également par le rouleau qui se trouve avant l'obstacle (*figure III.62*). Si la plus grande valeur atteinte du débit - volume dans les cas précédents se situe à  $0,0016 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  pour une vitesse maximale de  $1,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , dans ce cas elle arrive jusqu'à  $0,0026 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  dans le canal 3. Par conséquent, dans la *figure III.61* on observe une forte couche froide qui sort de ce canal, et dont une partie se dirige vers la sortie et une autre vers l'enroulement primaire où elle tourne dans un rouleau et longe la paroi supérieure du transformateur avant de sortir.

D'un autre côté, on constate que pour  $U \leq 1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  les valeurs des débits dans le canal 3 sont comparables aux autres cas, alors qu'elles commencent à augmenter pour les deux dernières vitesses de  $1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $1,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Ceci signifie qu'à cette hauteur l'obstacle influence plus la structure de l'écoulement lorsque des grandes vitesses de l'huile sont imposées à l'entrée du transformateur alors que, pour des vitesses faibles il ne joue pas beaucoup. En ce qui concerne les autres canaux derrière l'obstacle, les débits qui y circulent ne varient presque pas avec la vitesse à l'entrée (*figure III.58*). Par contre, même si le canal 2b se trouve avant l'obstacle les débits sont les mêmes qu'au cas précédent, ce qui s'explique par une position éloignée de l'obstacle par rapport à ce canal. Les températures maximales dans ce cas sont près de la limite de  $98^\circ\text{C}$  et les points chauds se trouvent sur les surfaces de l'enroulement secondaire dans les canaux 2b et 4a (*figure III.60*).

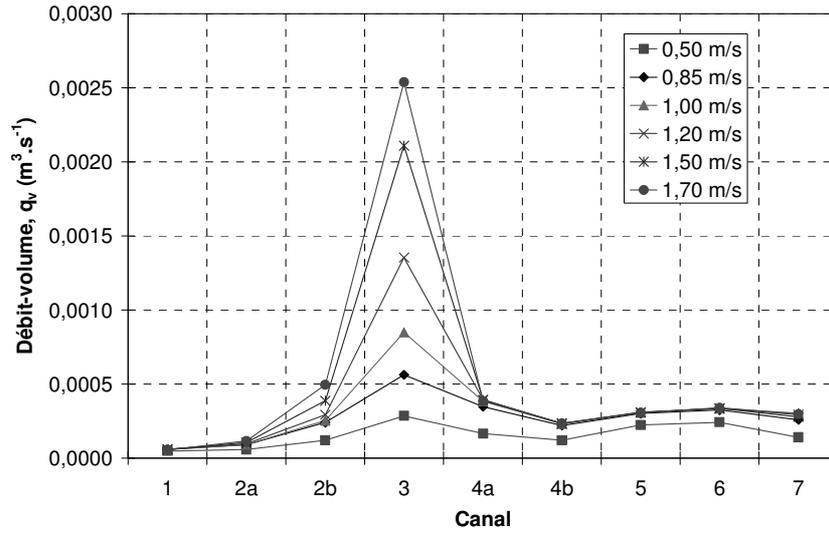


Figure III.58 : Débit - volume dans chaque canal dans le cas 11

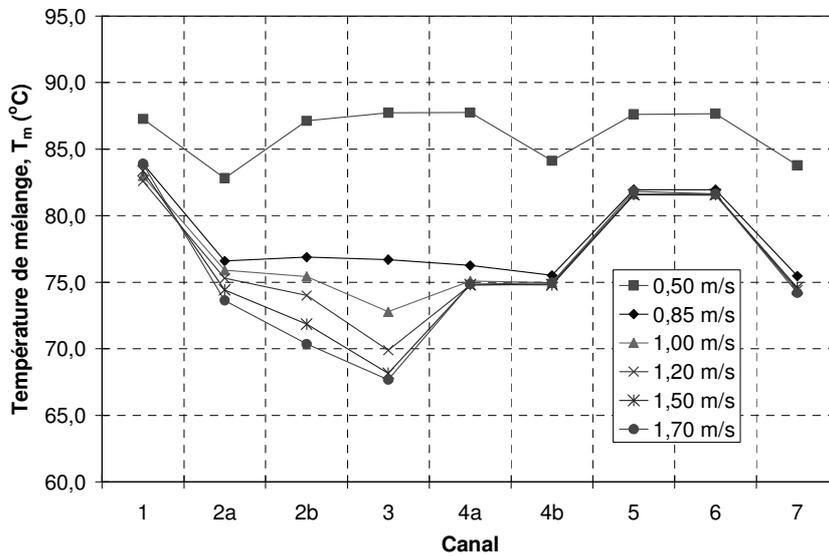


Figure III.59 : Température de mélange à la sortie de chaque canal dans le cas 11

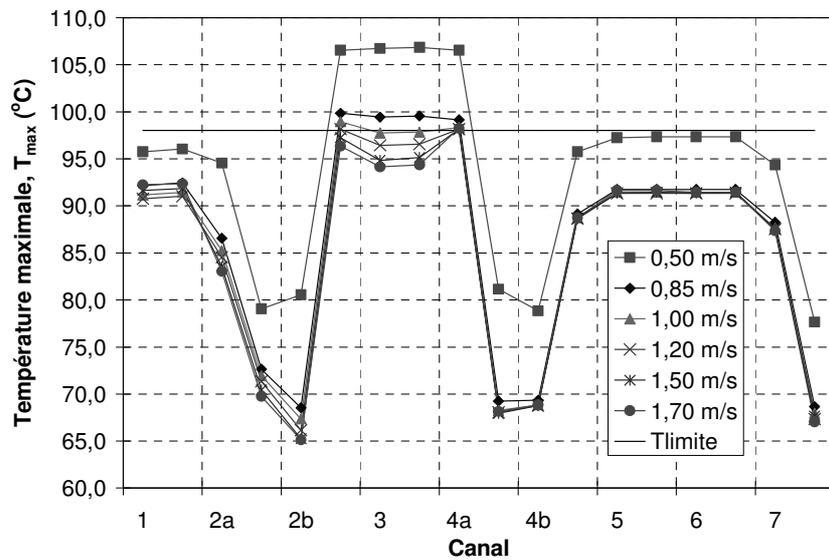


Figure III.60 : Température maximale sur les parois de chaque canal dans le cas 11

CAS 11

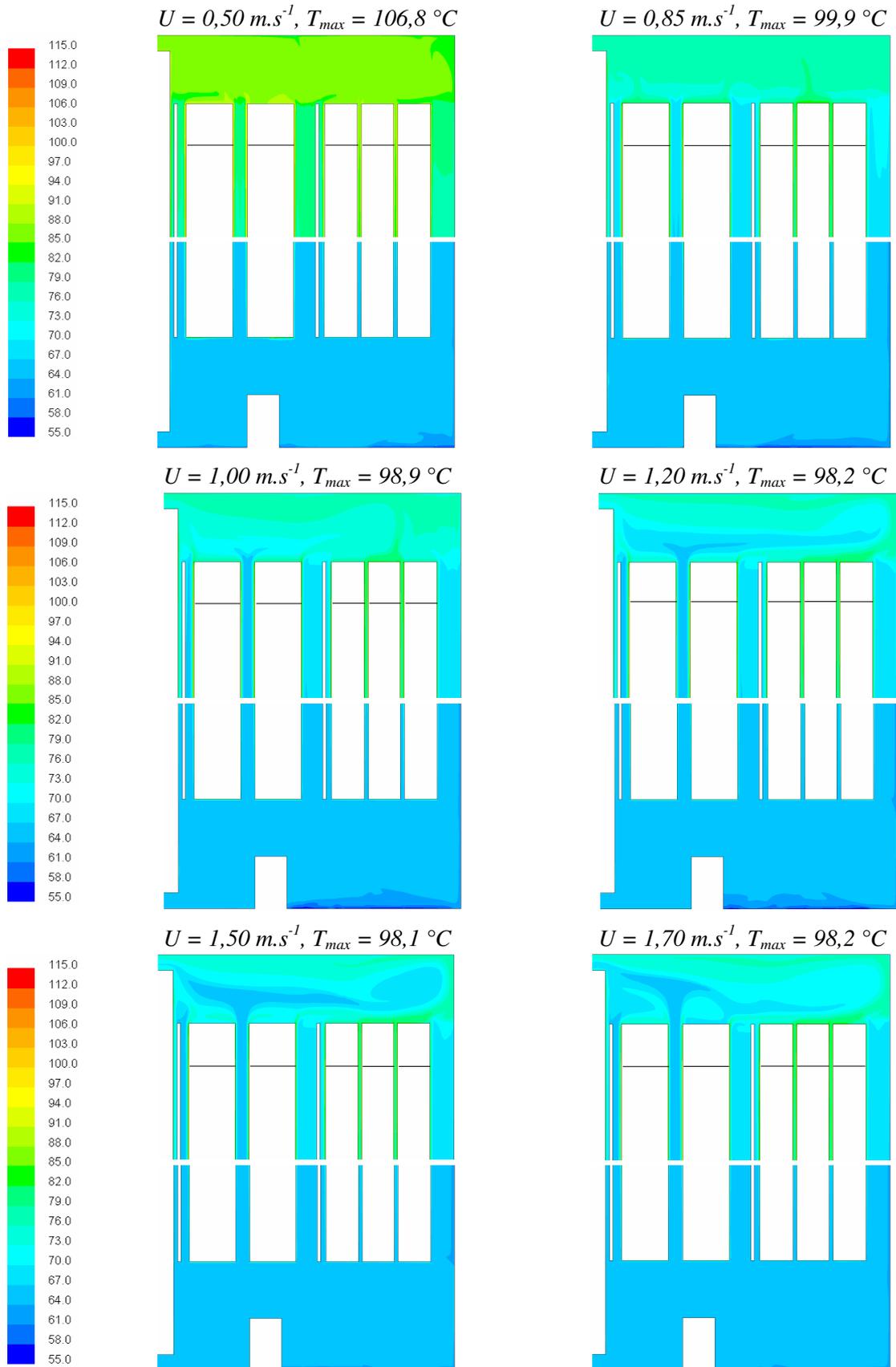


Figure III.61 : Champs de température dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 11

## CAS 11

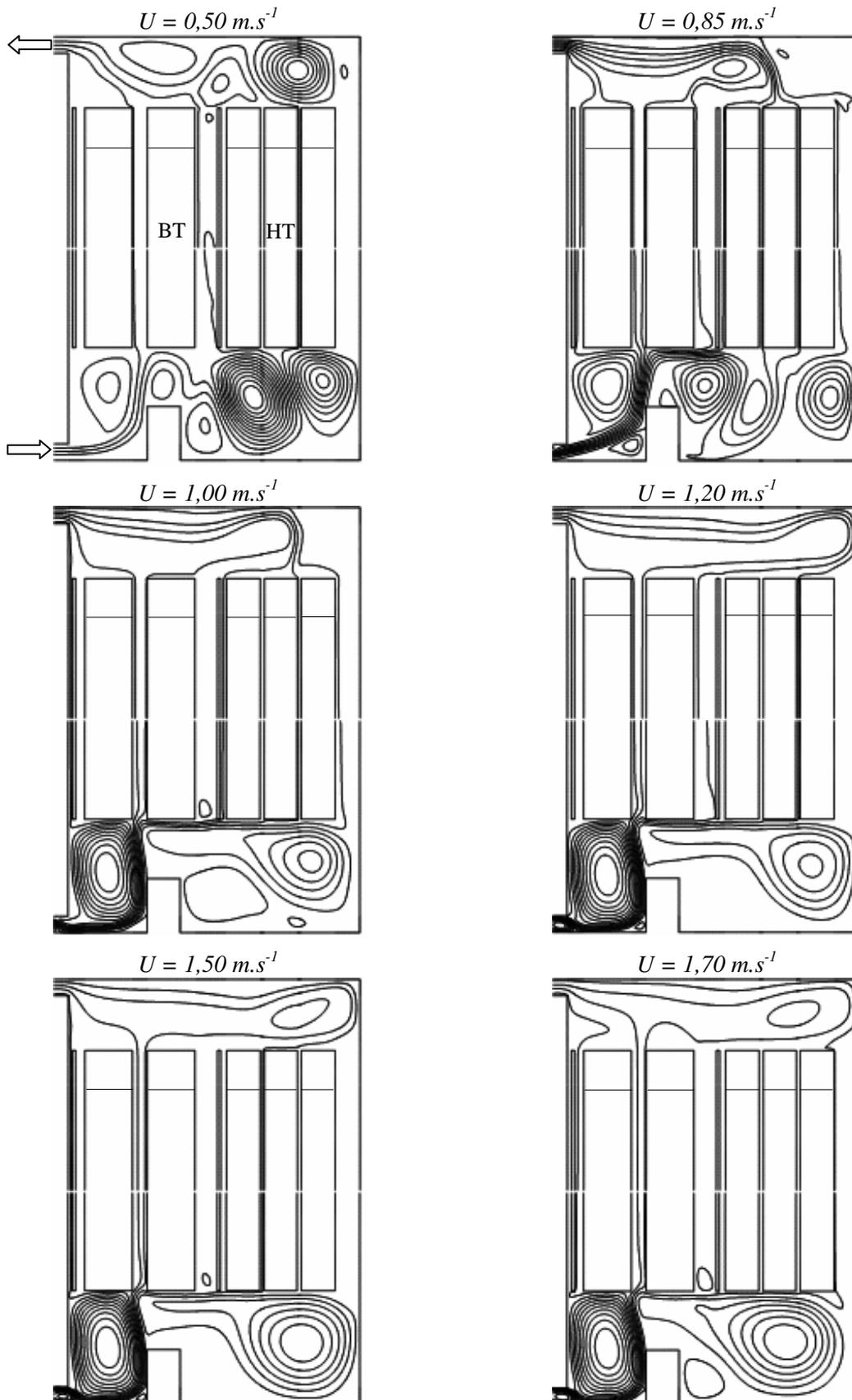


Figure III.62 : Lignes de courant dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 11

### III.2.4.2.2. Cas 12. Grand obstacle

Afin de forcer plus d'huile à choisir les canaux de refroidissement de l'enroulement secondaire (où les points chauds ont été localisés), dans cette configuration géométrique l'obstacle est placé dans la même position qu'au cas précédent mais avec une hauteur de  $106\text{ mm}$  ; autrement dit, il occupe  $77\%$  de l'espace entre la paroi inférieure du transformateur et les enroulements. L'influence de cet obstacle peut être observé dans la *figure III.63* où le débit dans le canal 3 augmente plus que dans le cas précédent mais uniquement pour la vitesse de  $1,7\text{ m.s}^{-1}$  à laquelle il atteint une valeur de  $0,0027\text{ m}^3.\text{s}^{-1}$ . En ce qui concerne les autres canaux, la distribution des débits reste inchangée par rapport au cas 11. Par comparaison au cas 10 (sans obstacle) les débits - volume diminuent dans les canaux qui se trouvent derrière l'obstacle mais aussi dans le canal 2b malgré le fait qu'il se situe avant lui. Dans la *figure III.66* on observe également une couche froide d'huile qui sort du canal 3 avec une température de mélange inférieure à  $70^\circ\text{C}$  pour des vitesses qui dépassent  $1,2\text{ m.s}^{-1}$ , (*figure III.64*). Ainsi, une partie de cette couche froide va entraîner l'huile sortant des canaux d'enroulement primaire dans un rouleau avant que celle-ci échange de la chaleur avec le milieu ambiant à travers la paroi supérieure du transformateur ce qui va retarder sa sortie du transformateur (*figure III.67*).

A la partie inférieure du transformateur on constate que indépendamment de la vitesse imposée à l'entrée l'obstacle favorise la formation d'un rouleau entre celui-ci et le noyau (*figure III.67*) ce qui augmente le débit dans le canal 3 au détriment des canaux 2b et 4a (*figure III.63*). Ainsi, à l'intérieur de ces derniers canaux les températures maximales sur les surfaces de l'enroulement secondaire dépassent la limite normalisée pour des vitesses inférieures à  $1,5\text{ m.s}^{-1}$  et se situent à la limite de  $98\text{ }^\circ\text{C}$  pour les deux dernières vitesses (*figure III.65*). Finalement, on peut conclure que par rapport au cas précédent l'augmentation de hauteur de l'obstacle dans cette position ne favorise pas beaucoup la diminution des températures des points chauds.

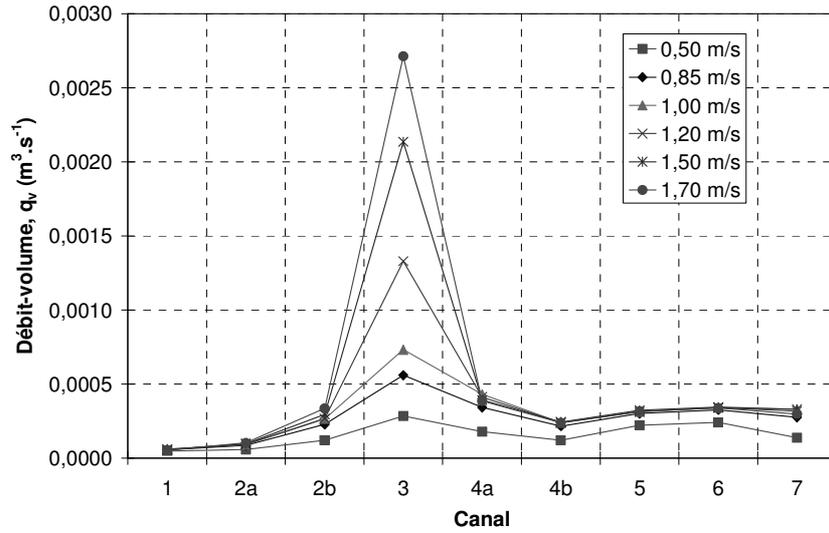


Figure III.63 : Débit - volume dans chaque canal dans le cas 12

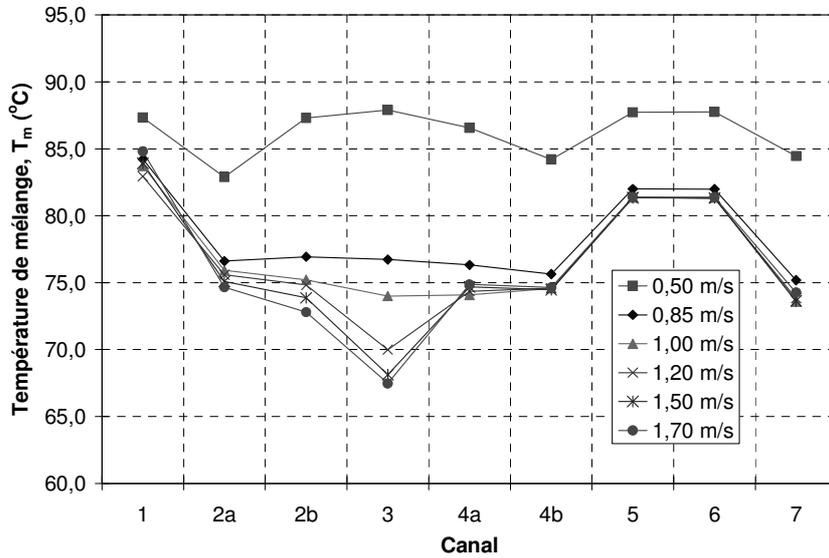


Figure III.64 : Température de mélange à la sortie de chaque canal dans le cas 12

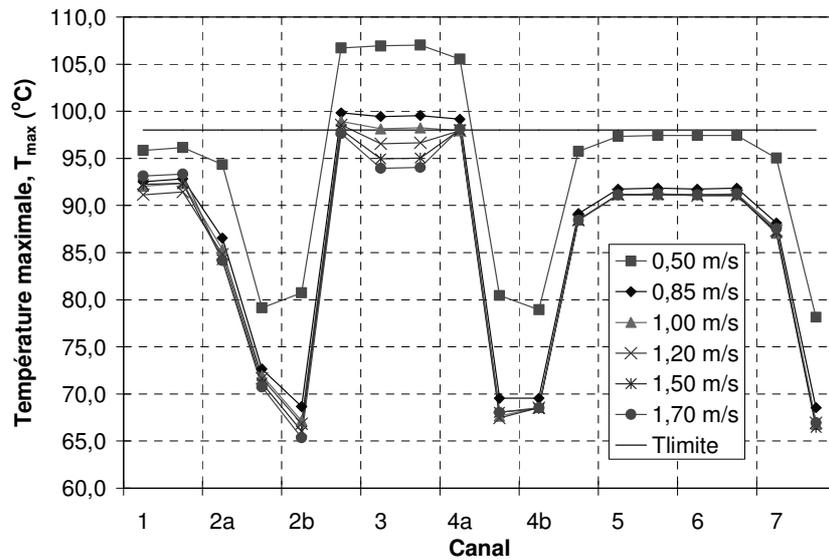


Figure III.65 : Température maximale sur les parois de chaque canal dans le cas 12

CAS 12

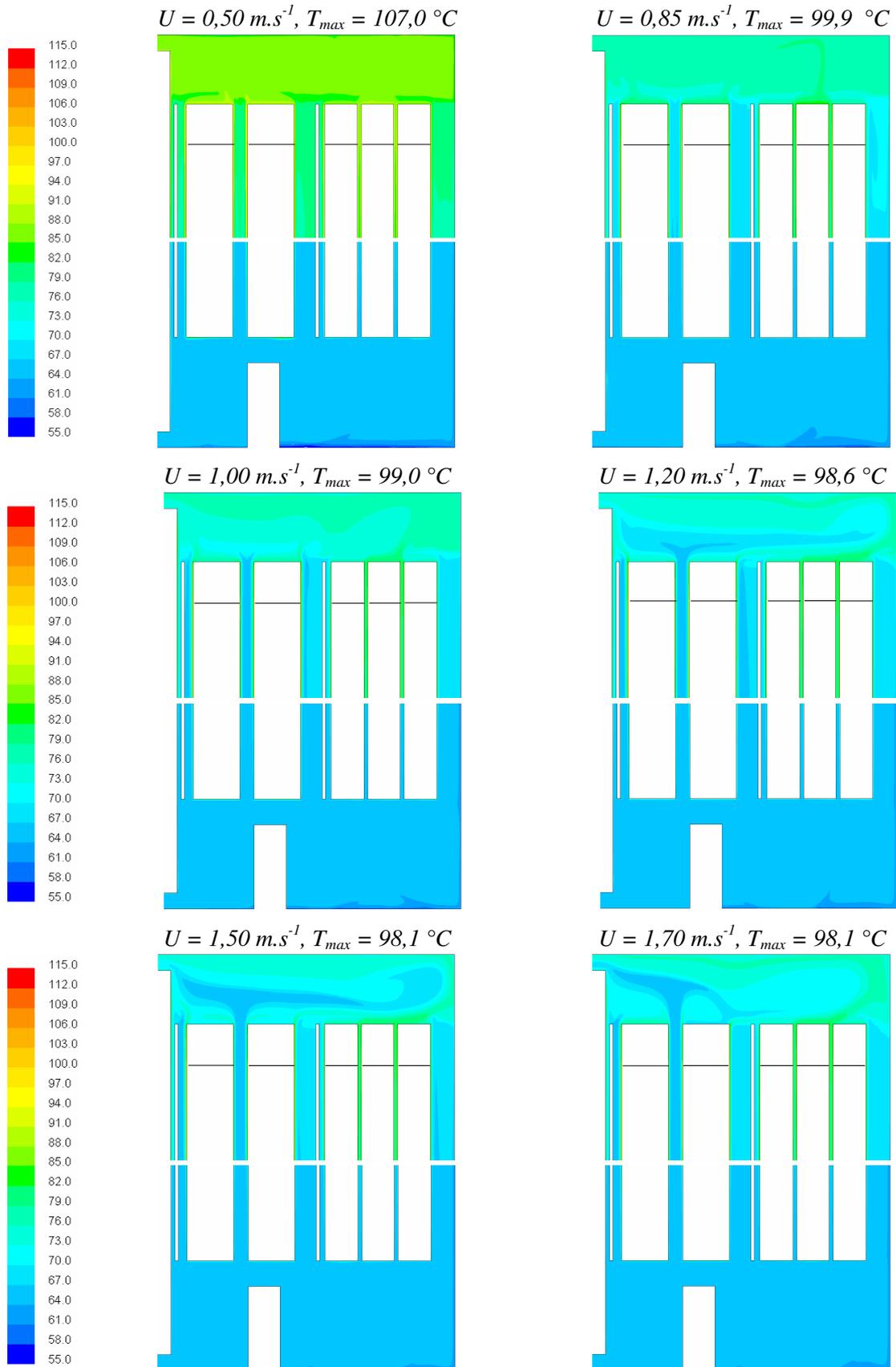


Figure III.66 : Champs de température dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 12

## CAS 12

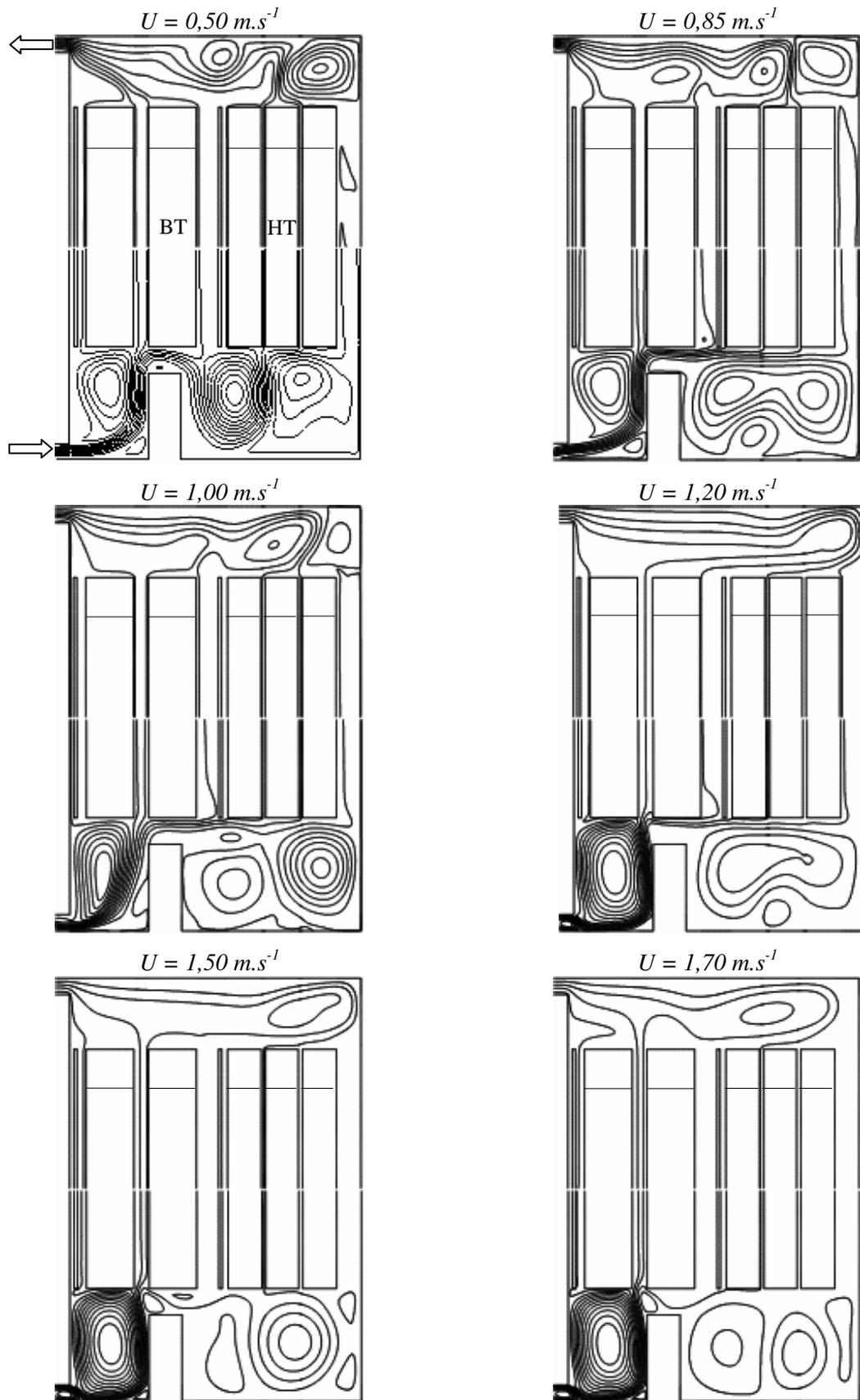


Figure III.67 : Lignes de courant dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 12

### III.2.4.3. Deuxième position d'obstacle à la partie inférieure

#### III.2.4.3.1. Cas 13. Obstacle petit

Utilisant toujours la configuration géométrique du cas 10, l'obstacle utilisé dans ce cas a la même hauteur que celui du cas 11 (66 mm, soit 48 % de l'espace entre la paroi inférieure du transformateur et les enroulements) mais il est placé plus près de l'entrée de l'huile à une distance de 349 mm de l'axe de révolution. En approchant l'obstacle du canal 2b, on peut observer que le débit dans ce canal augmentent plus nettement avec la vitesse de l'huile à l'entrée (figure III.68) ce qui diminue progressivement les températures de mélange et maximale représentées respectivement dans les figures III.69 et III.70. D'un autre côté, pour des vitesses  $U \geq 1,0 \text{ m.s}^{-1}$  les débits - volume à l'intérieur du canal 3 augmentent jusqu'à une valeur maximale de  $0,0013 \text{ m}^3.\text{s}^{-1}$  contrairement aux cas 11 et 12 où ils atteignent le double de cette valeur à  $0,0027 \text{ m}^3.\text{s}^{-1}$  (respectivement les figures III.58 et III.63). Mais, malgré cette baisse du débit en faveur des canaux 2b et 4a par rapport aux cas précédents il reste plus grand que dans les autres canaux. On constate également que pour des vitesses inférieures à  $1,0 \text{ m.s}^{-1}$  les débits dans ce canal ont des valeurs très proches des cas 11, 12 et 13, ce qui signifie que l'obstacle ne les influence qu'au-delà de cette vitesse.

En ce qui concerne le canal 4a on peut observer que même s'il se trouve derrière l'obstacle, les débits augmentent progressivement avec la vitesse en dépassent celles du canal 2b et on peut voir une couche froide de l'huile qui sort de ce canal au fur et à mesure que la vitesse augmente. Ainsi, les températures maximales représentées dans la figure III.70 diminuent sur la paroi du canal 4a en respectant la limite pour des vitesses supérieures à  $1,2 \text{ m.s}^{-1}$ . Dans cette figure on peut constater que malgré une surface d'échange plus grande dans le canal 4b les températures maximales de l'isolant y sont plus élevées que dans le canal 4a et cette différence s'accroît au fur et à mesure que la vitesse à l'entrée augmente, ce qui s'explique par des débits plus importants dans ce dernier. La figure III.72 montre que l'obstacle favorise l'apparition d'un rouleau dès que l'huile dépasse le noyau ; d'autres rouleaux de plus faible intensité se forment après l'obstacle, mais n'arrivent pas à augmenter les débits à l'intérieur des canaux refroidissant l'enroulement primaire même avec des vitesses élevées à l'entrée.

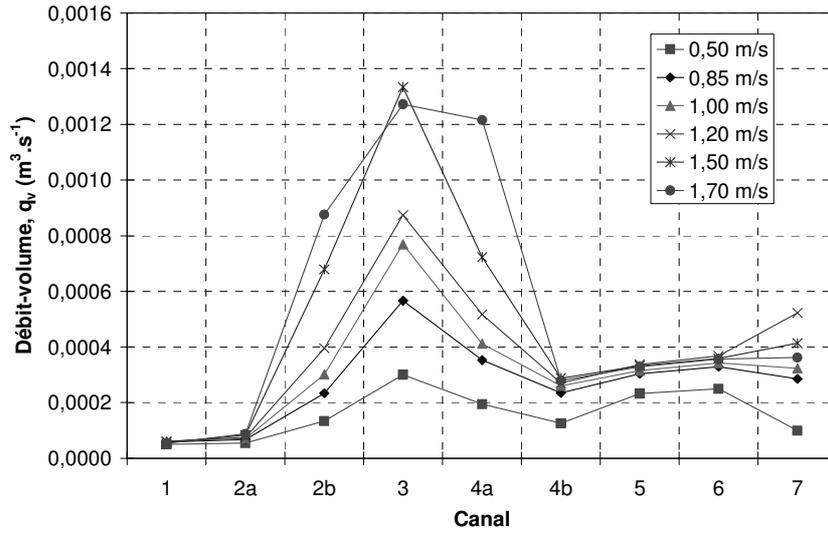


Figure III.68 : Débit - volume dans chaque canal dans le cas 13

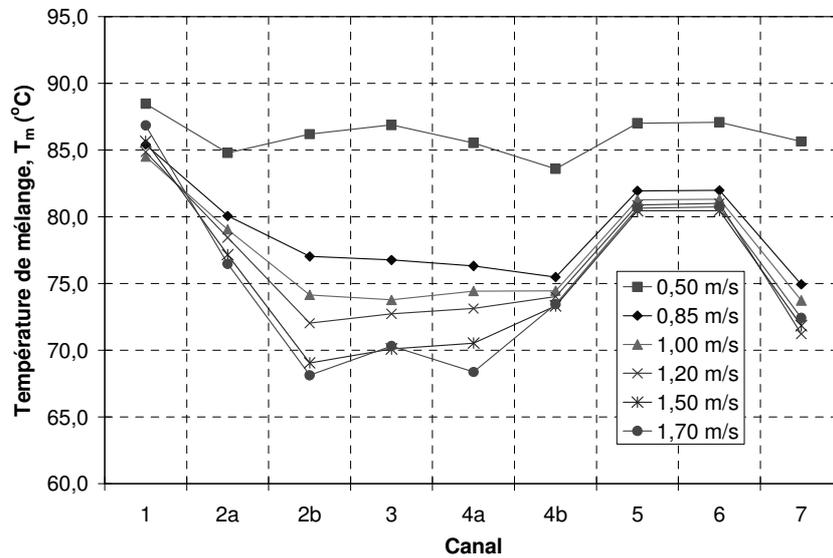


Figure III.69 : Température de mélange à la sortie de chaque canal dans le cas 13

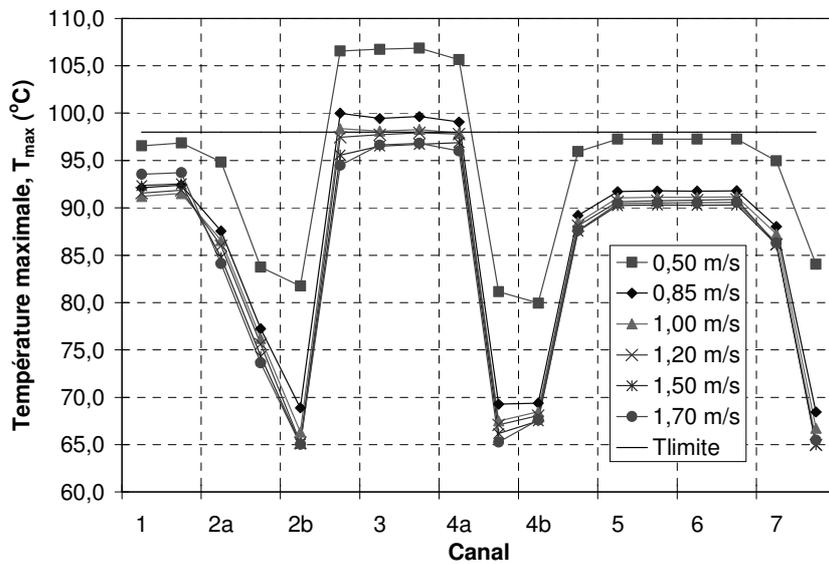


Figure III.70 : Température maximale sur les parois de chaque canal dans le cas 13

## CAS 13

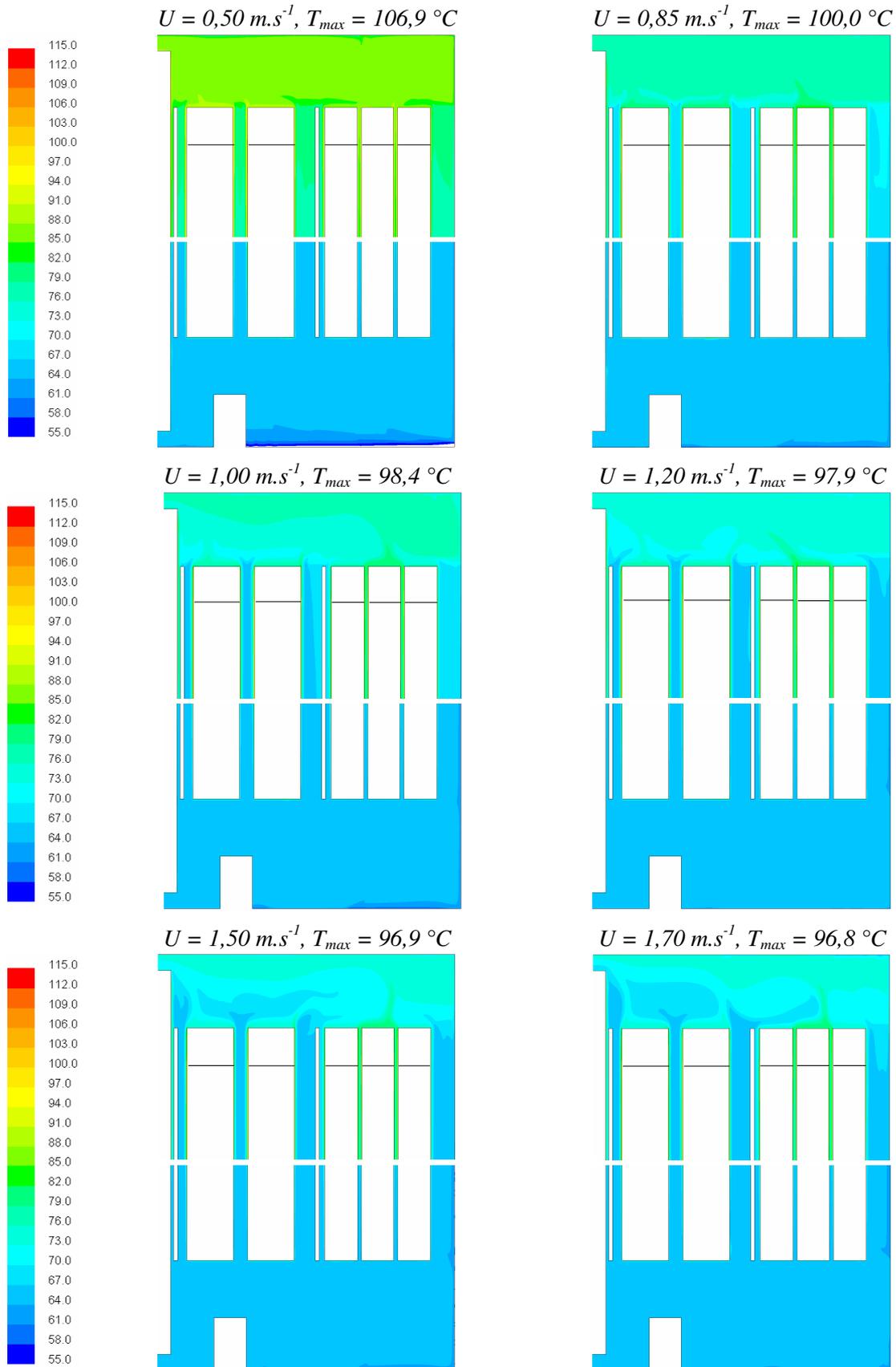


Figure III.71 : Champs de température dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 13

## CAS 13

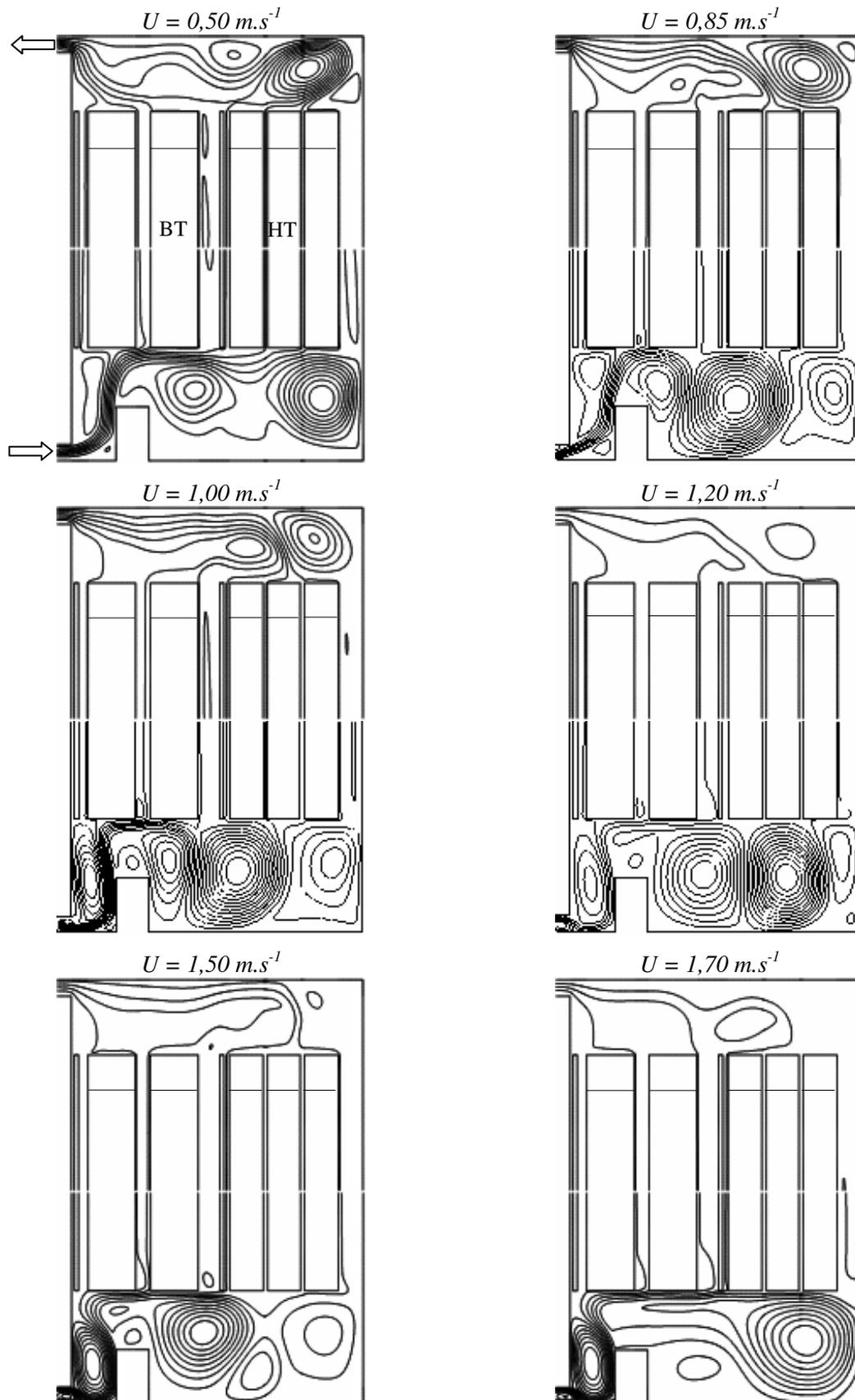


Figure III.72 : Lignes de courant dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 13

### III.2.4.3.2. Cas 14. Grand obstacle

Ce dernier cas dérive du cas précédent en conservant la position et la largeur de l'obstacle mais en agrandissant sa hauteur à  $106 \text{ mm}$  (77 % de l'espace entre la paroi inférieure du transformateur et les enroulements) d'une façon analogue au cas 12. En observant la répartition des débits pour les différentes vitesses à l'entrée (*figure III.73*) on constate que l'ajout d'un obstacle en-dessous de l'enroulement secondaire permet d'augmenter d'une façon régulière les débits dans ses canaux de refroidissement ce qui est dû essentiellement à l'étranglement au-dessus de l'obstacle qui force l'huile à trouver les premières issues. Ainsi, les isothermes représentées dans la *figure III.74* montrent qu'une couche froide d'huile sort des canaux  $2b$ ,  $3$  et  $4a$  et s'accroît au fur et à mesure que la vitesse de l'huile augmente à l'entrée du transformateur. La couche qui sort du canal  $4a$  est entraînée par un rouleau au-dessus de l'enroulement primaire avant qu'elle longe la paroi supérieure du transformateur alors que, les couches sortant des canaux  $2b$  et  $3$  se dirigent directement vers la sortie. Par rapport au dernier cas, malgré une hauteur plus grande de cet obstacle on peut observer une légère diminution des débits dans le canal  $2b$  pour des vitesses supérieures à  $1,2 \text{ m.s}^{-1}$  et une augmentation dans le canal  $4a$  où les valeurs ne dépassent pas  $0,0014 \text{ m}^3.\text{s}^{-1}$ .

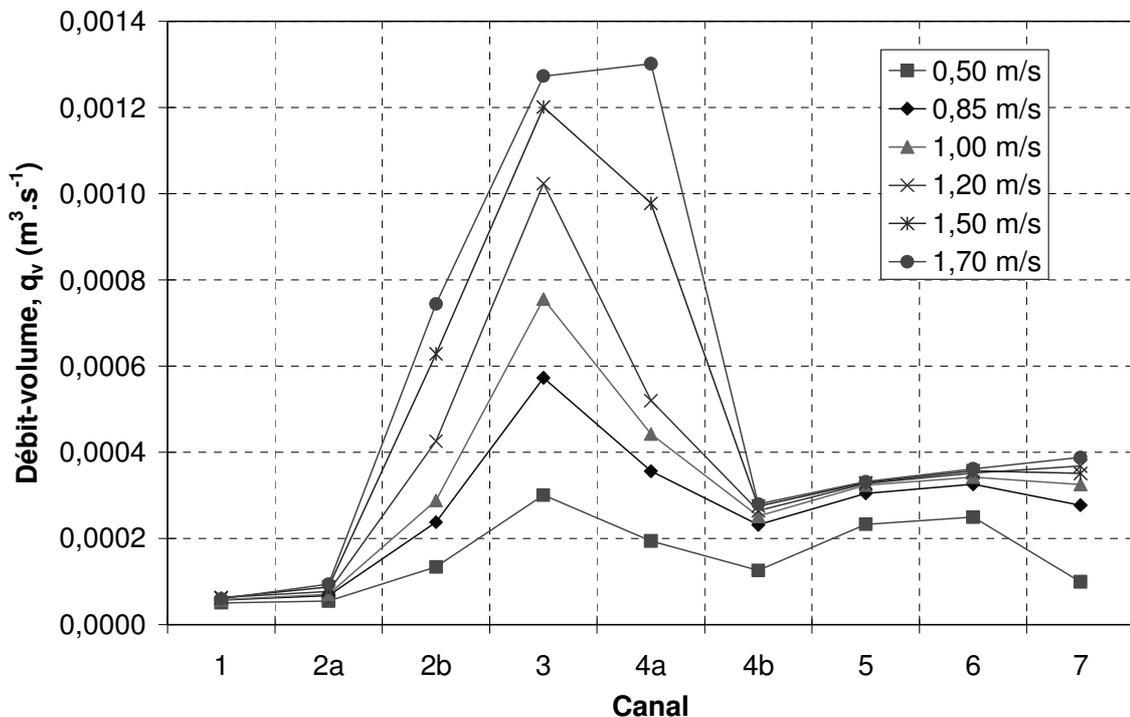


Figure III.73 : Débit - volume dans chaque canal dans le cas 14

## CAS 14

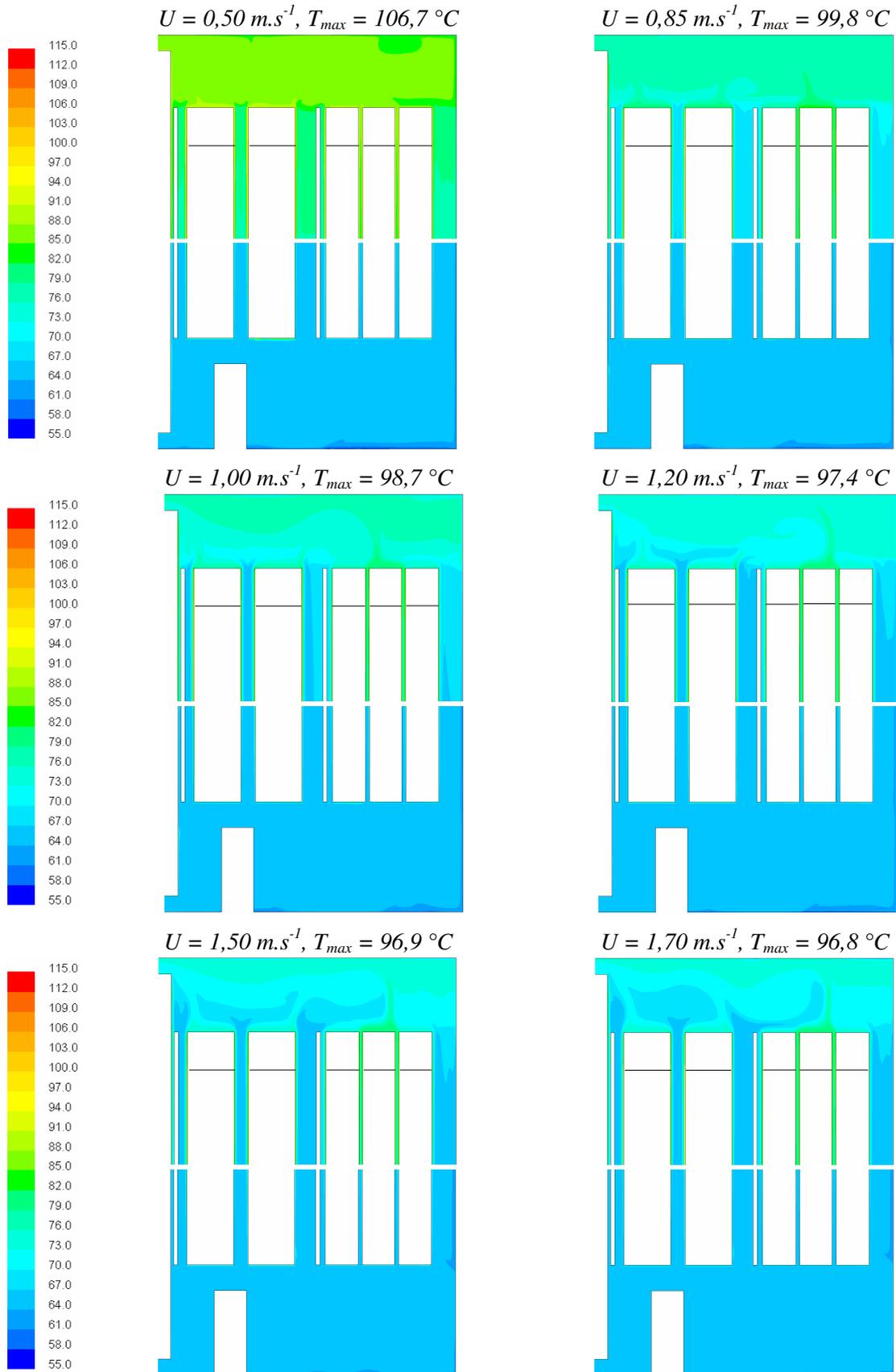


Figure III.74 : Champs de température dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 14

CAS 14

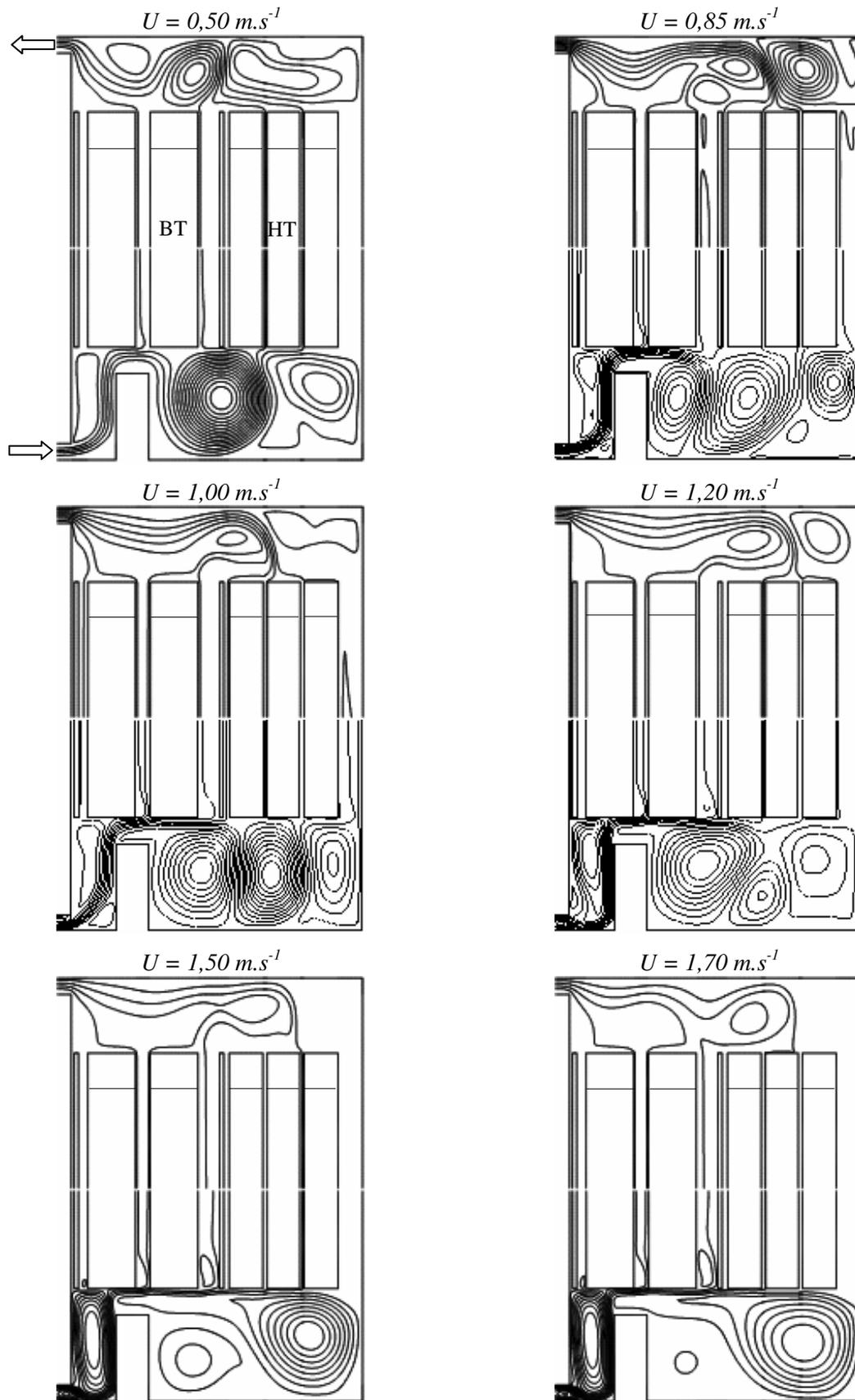


Figure III.75 : Lignes de courant dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour différentes vitesses imposées à l'entrée du transformateur dans le cas 14

Les lignes de courant dans la partie inférieure du transformateur (*figure III.75*) montrent que dès que l'huile dépasse le noyau, elle se trouve entraînée dans un rouleau intense devant l'obstacle ainsi que dans d'autres de moindre intensité après l'obstacle. Ces derniers n'ont pas beaucoup d'incidence sur l'écoulement vu la variation des débits dans les canaux de l'enroulement primaire (*figure III.73*). A l'intérieur du canal *2a* on observe que les débits ne varient pas beaucoup avec la vitesse malgré sa position avant l'obstacle, ce qui s'explique par son étroitesse résultant de la présence de l'isolant longitudinal. Par conséquent, les températures de mélange dans ce canal sont plus élevées que dans les canaux de l'enroulement secondaire malgré une densité de flux moins importante pour le noyau (*figure III.76*). D'un autre côté, les températures de mélange à la sortie du canal *2b* sont inférieures à celles des canaux de l'enroulement primaire malgré des débits plus grands dans ces derniers, ce qui est dû à une densité de flux plus importante sur les surfaces de l'enroulement primaire vu la présence d'une face isolante dans le canal *2b*. La température maximale dans ce cas respecte la limite de  $98^{\circ}\text{C}$  sur toutes les surfaces dès une vitesse à l'entrée de  $1,2\text{ m.s}^{-1}$  (*figure III.77*). Cette solution paraît être la solution optimale car elle assure un bon refroidissement du transformateur à moindre coût [49].

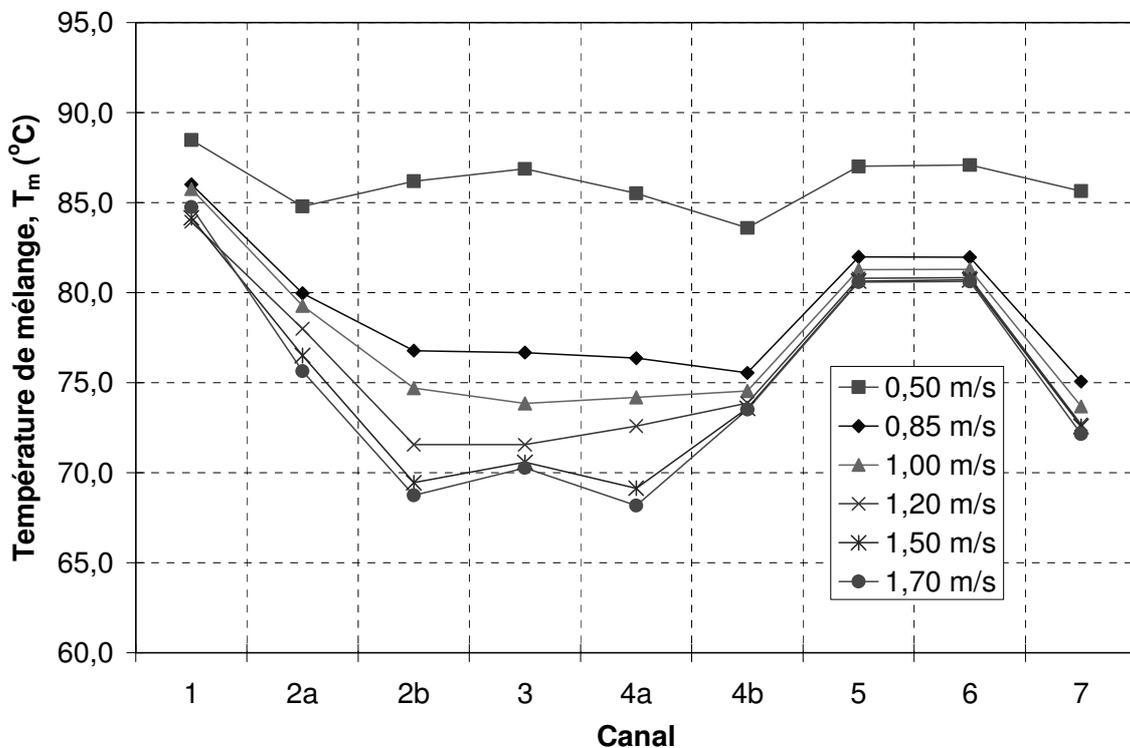


Figure III.76 : Température de mélange à la sortie de chaque canal dans le cas 14

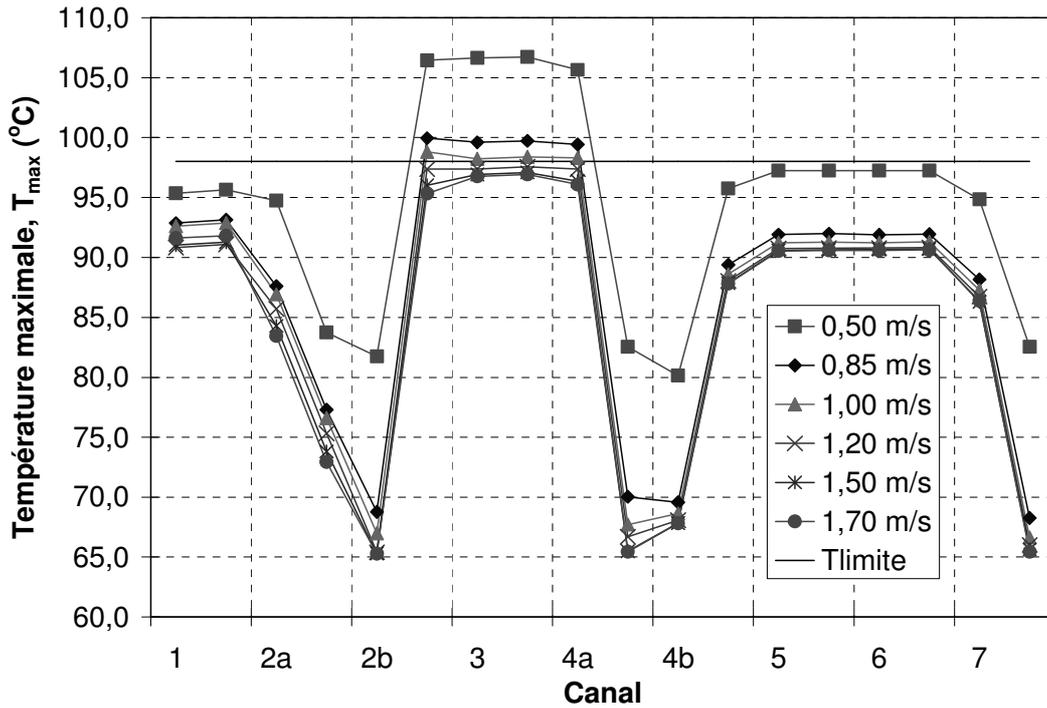


Figure III.77 : Température maximale sur les parois de chaque canal dans le cas 14

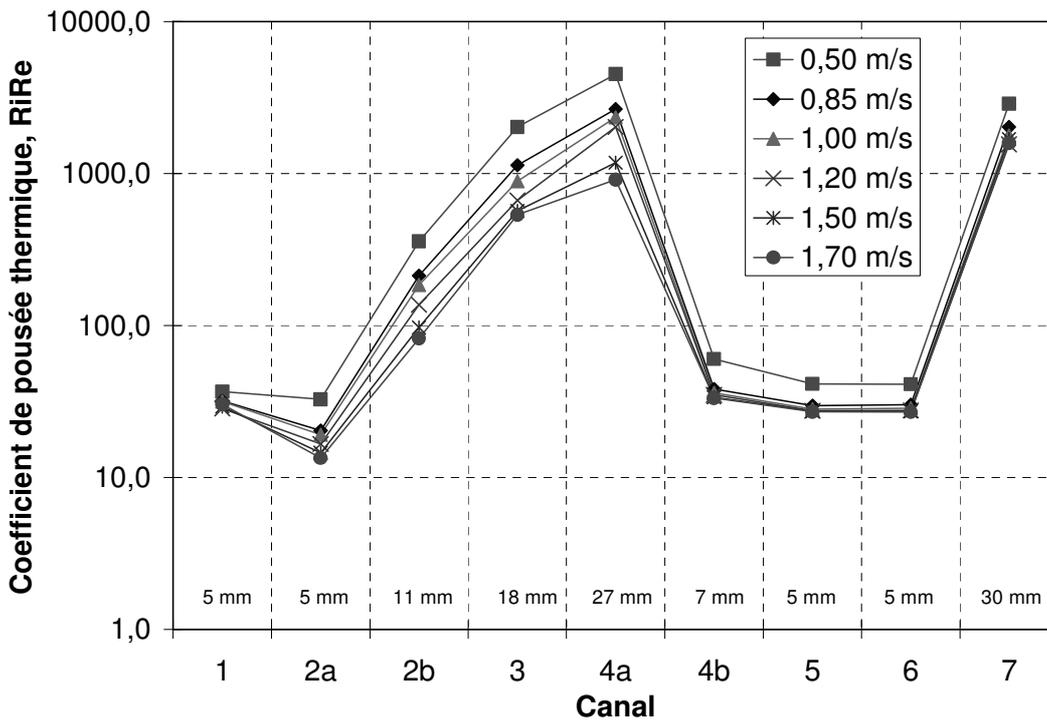


Figure III.78 : Coefficient de poussée thermique au milieu de chaque canal dans le cas 14

La figure III.78 montre que le coefficient de poussée thermique  $RiRe$  dans les canaux de refroidissement diminue progressivement avec la vitesse à l'entrée en favorisant le transfert de chaleur par convection forcée. Cette diminution est plus importante dans les canaux plus larges 2b, 3, 4a et 7 où  $RiRe$  est compris entre 82 et 4519 et moins importante dans les autres

canaux plus petits 1, 2a, 4b, 5 et 6 où il prend des valeurs entre 13 et 60. Par rapport à ces derniers canaux on peut voir que  $RiRe$  diminue plus dans le canal 2a où l'étréouissement et l'échauffement d'un seul côté du canal ne favorisent pas le développement de la convection naturelle malgré un débit faible (figure III.73). D'un autre côté, on peut observer que  $RiRe$  est plus grand dans le canal 4a que dans le canal 2b malgré la même densité de flux imposée sur les parois de l'enroulement secondaire et un débit en peu moins important dans ce dernier, ce qui s'explique par la largeur plus grande du canal 4a qui favorise la convection naturelle par rapport à la convection forcée.

Dans la figure III.79 on peut voir que le nombre de Reynolds suit la même évolution dans les canaux que le débit - volume (figure III.73). Le régime d'écoulement est toujours laminaire; dans les canaux 1, 2a, 4b, 5, 6 et 7 où le débit est moins important  $Re$  est compris entre 8 et 28 alors que dans les autres il prend des valeurs entre 17 et 142. Dans la figure III.80 on peut voir que la largeur plus grande des canaux 2b, 3, 4a et 7 favorise l'apparition d'un écoulement inverse pour des vitesses faibles à l'entrée soit au milieu (canal 3) soit à côté de l'isolant longitudinal (canal 2b et 4a) ou de la paroi extérieure (canal 7). Lorsque la vitesse à l'entrée augmente, l'écoulement devient ascendant dans ces canaux sauf dans le canal 7 où les vitesses sont négatives le long de la paroi extérieure à travers laquelle l'huile échange de la chaleur avec le milieu ambiant. En ce qui concerne les autres canaux plus petits 1, 2a, 4b, 5 et 6, l'écoulement est toujours ascendant malgré la présence des isolants longitudinaux dans les canaux 2a, 4b.

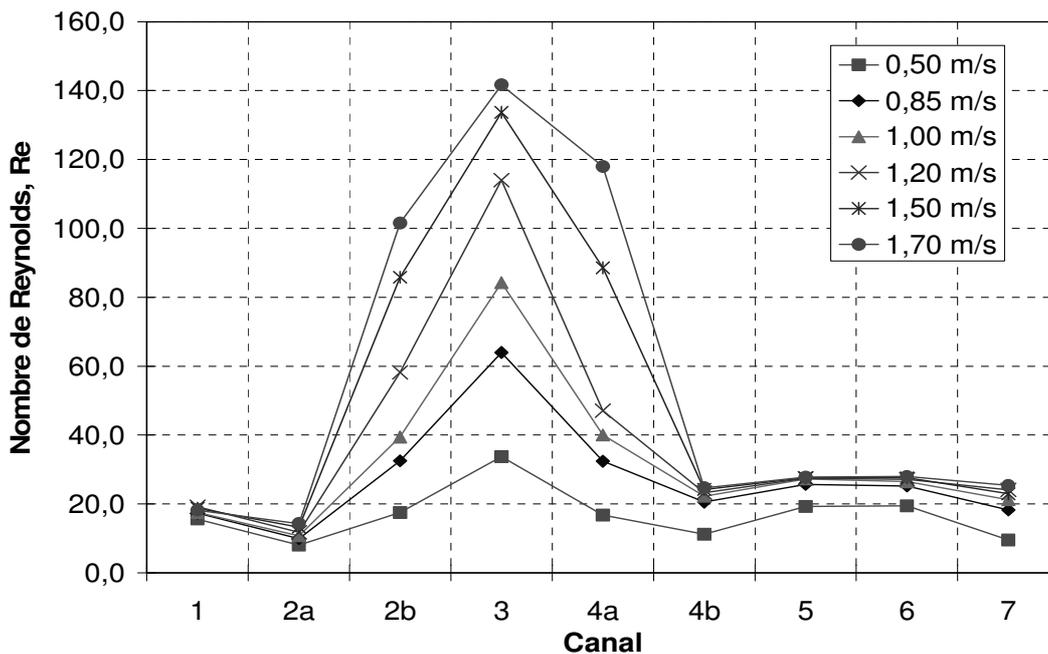


Figure III.79 : Nombre de Reynolds au milieu de chaque canal dans le cas 14

CAS 14

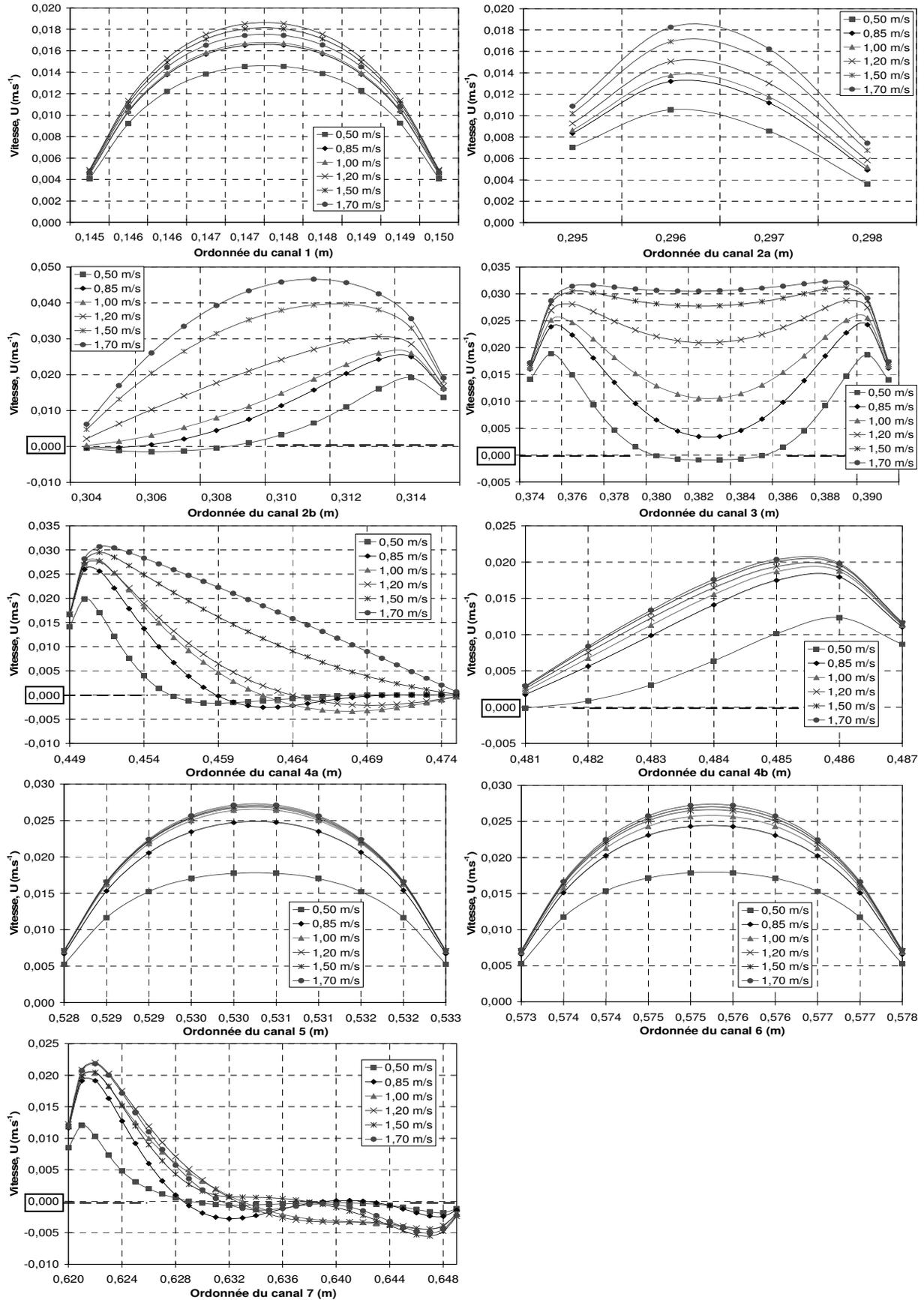


Figure III.80 : Profils de vitesse au milieu de chaque canal pour différentes vitesses d'entrée dans le cas 14

### III.2.5. Comparaisons entre les différents cas

L'étude des différentes configurations géométriques précédentes a montré que dans tous les cas les températures élevées se trouvent toujours sur les surfaces de l'enroulement secondaire bien que la puissance dégagée par l'enroulement primaire soit plus importante. Ceci s'explique par le fait que l'enroulement secondaire a une densité de flux plus importante que celle de l'enroulement primaire à cause d'une surface d'échange plus petite. Bien entendu, la structure de l'écoulement joue un rôle majeur à l'intérieur du transformateur avec des conséquences sur la distribution des températures et l'apparition des points chauds sur les surfaces génératrices de chaleur. Ainsi, dans tous les cas on a constaté la formation de plusieurs rouleaux dans la zone d'entrée qui forcent l'huile à privilégier certains canaux par rapport à d'autres. La *figure III.81* représente l'influence de chaque configuration géométrique sur les débits - volume à l'intérieur des canaux de refroidissement lorsque la vitesse imposée à l'entrée du transformateur est de  $1,20 \text{ m.s}^{-1}$ . Dans cette figure, pour les cas qui comportent des isolants longitudinaux à l'intérieur des canaux 2 et 4 on additionne les débits dans les sous - canaux. Par contre, la température de mélange dans la *figure III.82* est représentée du côté enroulement secondaire pour les canaux 2b, 2c et 4a.

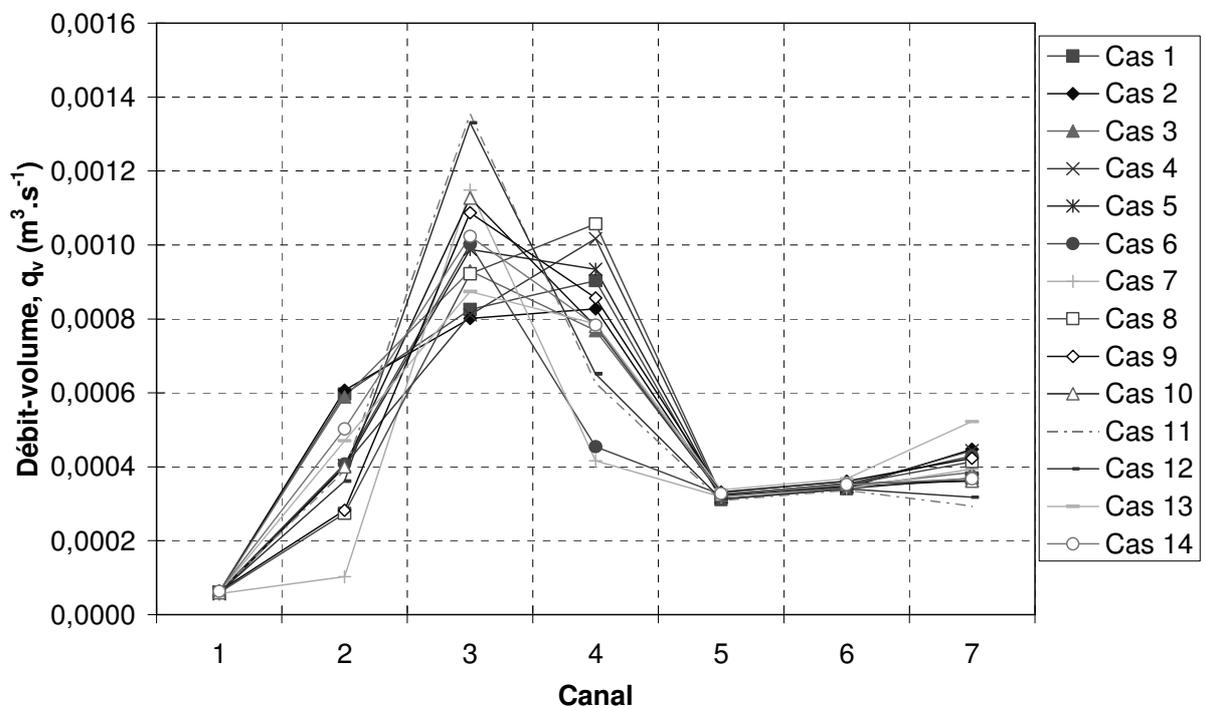


Figure III.81 : Débit - volume dans chaque canal dans tous les cas pour une vitesse imposée à l'entrée du transformateur de  $1,20 \text{ m.s}^{-1}$

Dans la *figure III.81* on peut observer que dans tous les cas hormis les trois premiers (sans isolants longitudinaux) les débits à l'intérieur du canal 3 sont plus importants que dans les autres canaux avec des valeurs maximales dans les cas 11 et 12 qui comportent en plus un obstacle à l'entrée du canal. Ceci s'explique également par sa largeur et par une densité de flux plus grande sur ses deux parois, qui intensifie le transfert de chaleur par convection naturelle. De plus, on observe que dans tous les cas la présence d'un rouleau plus fort en dessous de l'enroulement secondaire aide l'huile à monter dans ce canal.

En ce qui concerne les canaux étroits qui se trouvent à l'intérieur du noyau et de l'enroulement primaire (canaux 1, 5 et 6) les débits ne varient pas beaucoup d'un cas à l'autre. Les températures de mélange à la sortie de ces canaux sont assez élevées (*figure III.82*) mais les températures maximales sur leurs surfaces ne dépassent pas les limites acceptables. Dans la même figure on observe que dans les cas 7, 8 et 9 où le canal 2 est divisé par deux isolants longitudinaux le débit est faible, ce qui ne favorise pas un bon refroidissement de la surface chaude de l'enroulement secondaire. Ainsi, dans les cas qui ont des isolants au dessus des enroulements les points chauds sont localisés surtout sur la face latérale de l'enroulement secondaire alors que, dans les autres cas (1, 4 et 7) ceux-ci se trouvent sur sa surface supérieure.

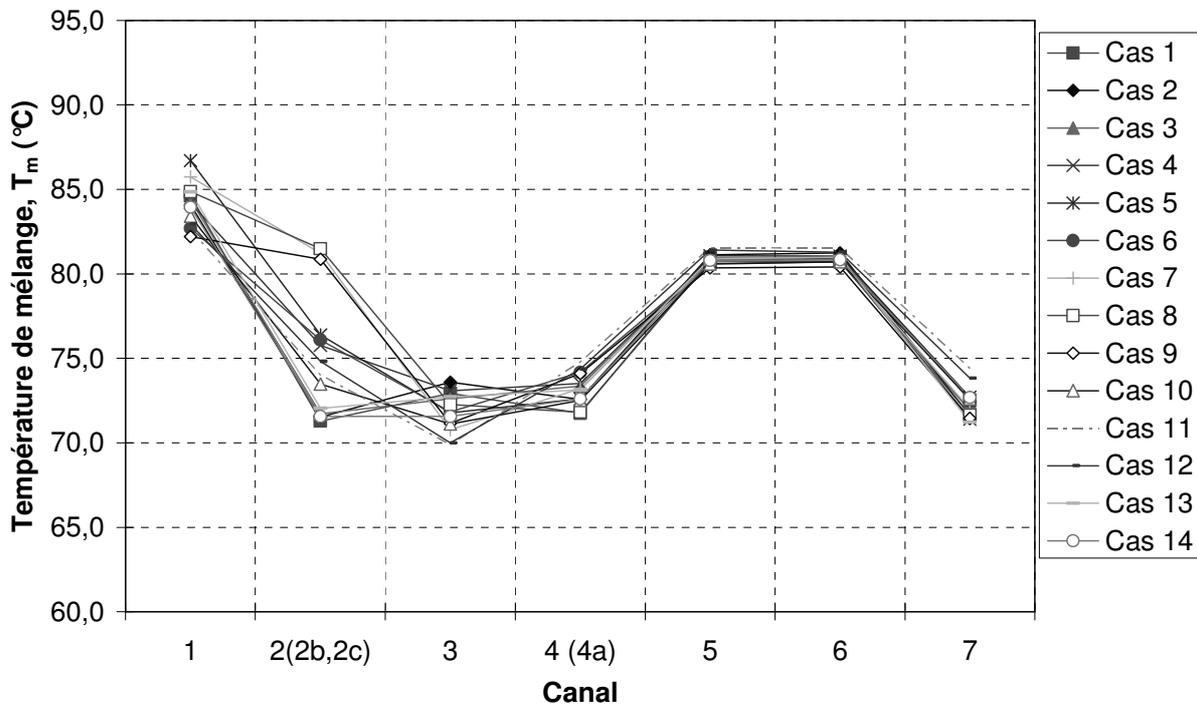


Figure III.82 : Température de mélange à la sortie de chaque canal dans tous les cas pour une vitesses imposée à l'entrée du transformateur de  $1,20 \text{ m.s}^{-1}$

Les températures maximales calculées à l'intérieur du transformateur dans chaque cas sont représentées dans la *figure III.83* pour les six vitesses de l'huile imposées à l'entrée. La ligne horizontale représente la température limite de  $98^{\circ}\text{C}$  en-dessous de laquelle le transformateur fonctionne sans défaillance. Ainsi, on peut observer que dans tous les cas pour les vitesses de l'huile de  $0,50\text{ m.s}^{-1}$ ,  $0,85\text{ m.s}^{-1}$  et  $1,0\text{ m.s}^{-1}$  les températures des points chauds se situent au-dessus de cette limite. Pour une vitesse de  $0,50\text{ m.s}^{-1}$  les températures dépassent largement surtout dans les cas 1, 4 et 7 qui n'ont pas des isolants supérieurs sur les enroulements. Puis, dans les cas 8 et 9 avec deux isolants longitudinaux les températures maximales ont des valeurs inférieures pour la vitesse de  $0,50\text{ m.s}^{-1}$  mais supérieures par rapport aux autres cas dès que celle-ci augmente. Lorsque la vitesse est de  $1,0\text{ m.s}^{-1}$  les températures maximales à l'intérieur du transformateur s'approchent de la limite de  $98^{\circ}\text{C}$  dans les cas 12 et 14 qui comportent un obstacle plus haut dans la partie inférieure du transformateur. Ensuite, pour une vitesse de l'huile de  $1,2\text{ m.s}^{-1}$  cette limite est respectée dans le dernier cas où l'obstacle est plus proche de l'entrée. La température maximale dans ce cas est de  $97,4^{\circ}\text{C}$ . En dépensant plus d'énergie, pour les deux dernières vitesses de  $1,5\text{ m.s}^{-1}$  et  $1,7\text{ m.s}^{-1}$  les températures se trouvent en dessous de cette limite dans les cas 1, 3, 10, 12 et 14.

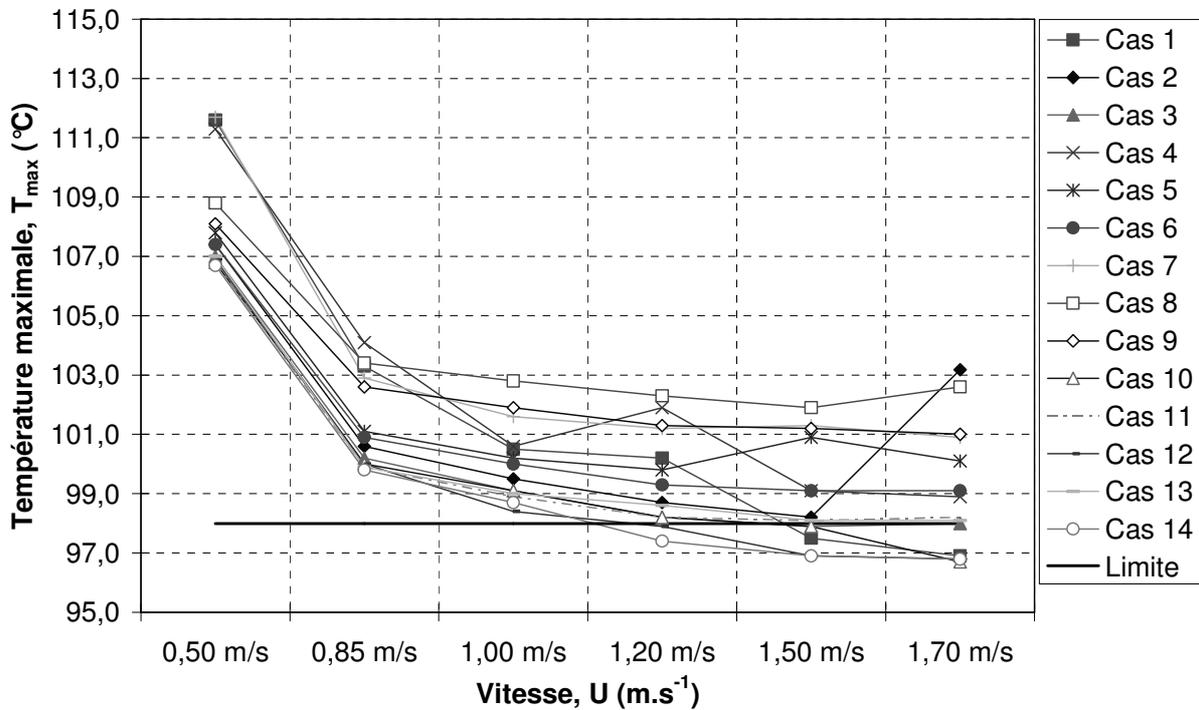


Figure III.83 : Température maximale calculée à l'intérieur du transformateur dans tous les cas pour différentes vitesses imposées à l'entrée

### III.3. SOURCE VOLUMIQUE DE CHALEUR IMPOSEE A L'INTERIEUR DES PARTIES ACTIVES

#### III.3.1. Approche du problème

Afin d'affiner la modélisation en s'approchant du cas réel, dans cette deuxième partie du chapitre on a fait l'analyse du transfert de chaleur et l'écoulement de l'huile lorsqu'une source volumique de chaleur est imposée à l'intérieur des parties actives du transformateur (noyau et enroulements) à la place de la densité de flux imposée précédemment sur ses surfaces. Les valeurs de la source interne sont calculées pour chaque partie active dans l'*annexe I* et données également dans le *tableau II.3*. L'étude sera limitée à deux cas : le premier qui sera validé expérimentalement dans le chapitre suivant (cas 5) et le deuxième qui représente le cas optimal trouvé dans l'analyse précédente (cas 14) ; ils seront nommés respectivement cas 5' et 14'. La modélisation numérique est faite pour une vitesse de  $1,2 \text{ m.s}^{-1}$  imposée à l'entrée du transformateur qui représente la vitesse optimale dans le cas 14 pour laquelle les températures maximales ne dépassent pas la limite de  $98^\circ\text{C}$ . Les calculs sont faits en tenant compte de la conduction dans le noyau et dans les enroulements. Le maillage est représenté en partie dans la *figure III.84*.

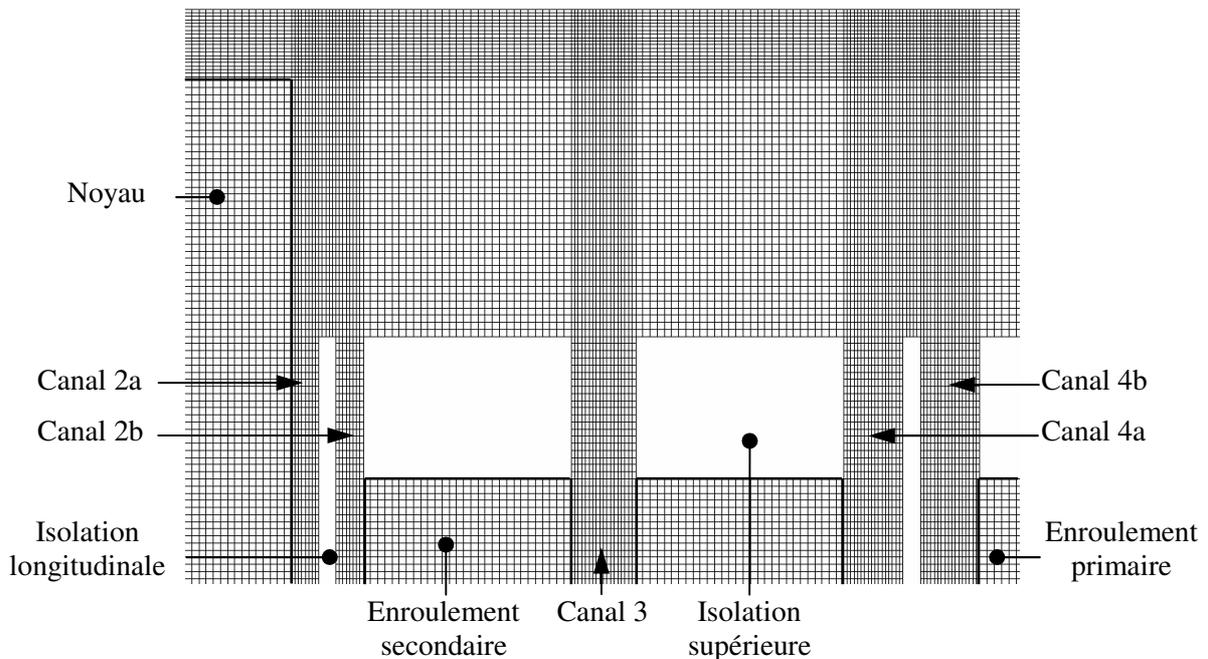


Figure III.84 : Discretisation du domaine de calcul pour l'huile, le noyau et les enroulements (vue d'une partie supérieure du transformateur)

### III.3.2. Cas 5'

Les résultats obtenus dans ce cas ont montré que les températures élevées se trouvent cette fois aussi bien à la surface de l'enroulement secondaire qu'à l'intérieur de celui-ci. Ainsi, en représentant les isothermes dans la *figure III.85* on peut observer que la température de l'enroulement secondaire est supérieure à celle de l'enroulement primaire, malgré une puissance thermique plus importante dégagée par ce dernier. Ceci s'explique par le fait que l'enroulement secondaire a une source volumique plus importante que l'enroulement primaire à cause d'un volume plus petit. Dans ce cas, la source volumique imposée à l'intérieur des parties actives va conduire à une densité de flux variable tout au long de chaque paroi du canal (*figure III.86*) alors que, dans les cas étudiés précédemment celle-ci a été imposée d'une manière constante et uniforme. La numérotation des parois commence à partir de l'axe de révolution sans compter les parois d'isolants. De plus, dans cette figure on constate une forte augmentation de la densité de flux à l'entrée des canaux et une diminution légère vers la sortie, ce qui s'explique par une différence importante entre la température de l'huile à l'entrée des canaux et la température des parois, différence qui se réduit au fur et à mesure que l'huile s'échauffe en avançant dans les canaux.

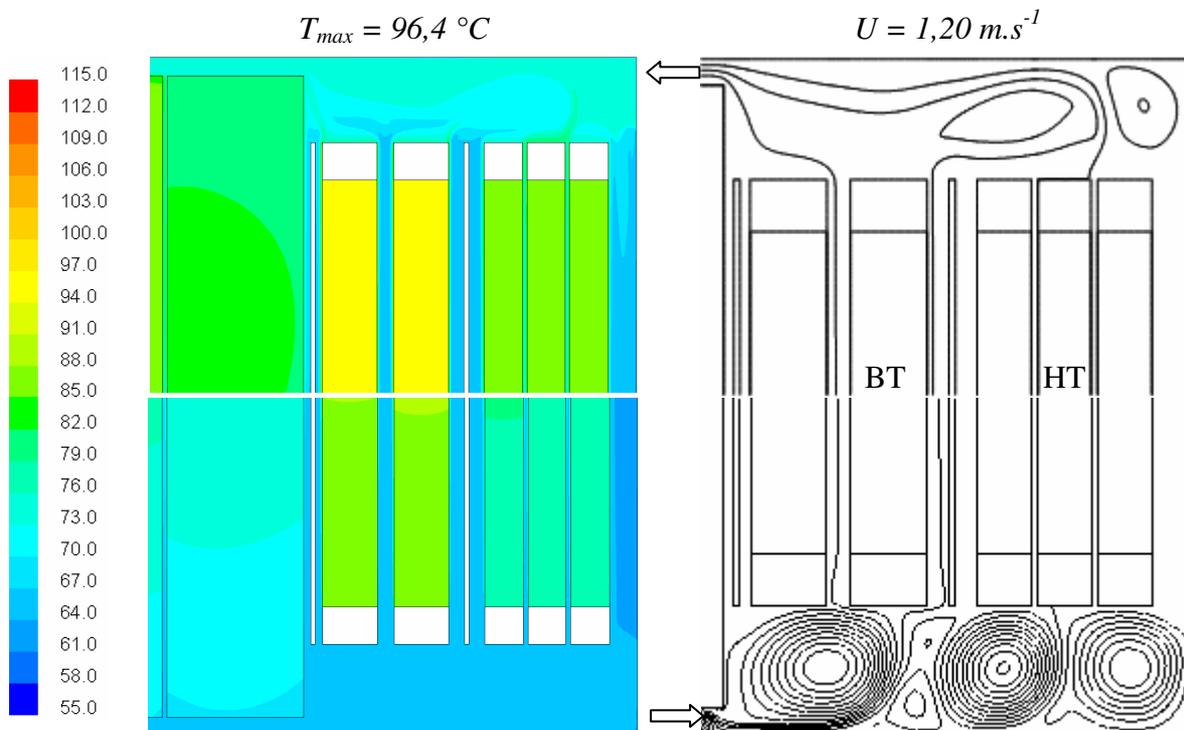


Figure III.85 : Champs de température et lignes de courant dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour  $U = 1,20 \text{ m.s}^{-1}$  dans le cas 5'

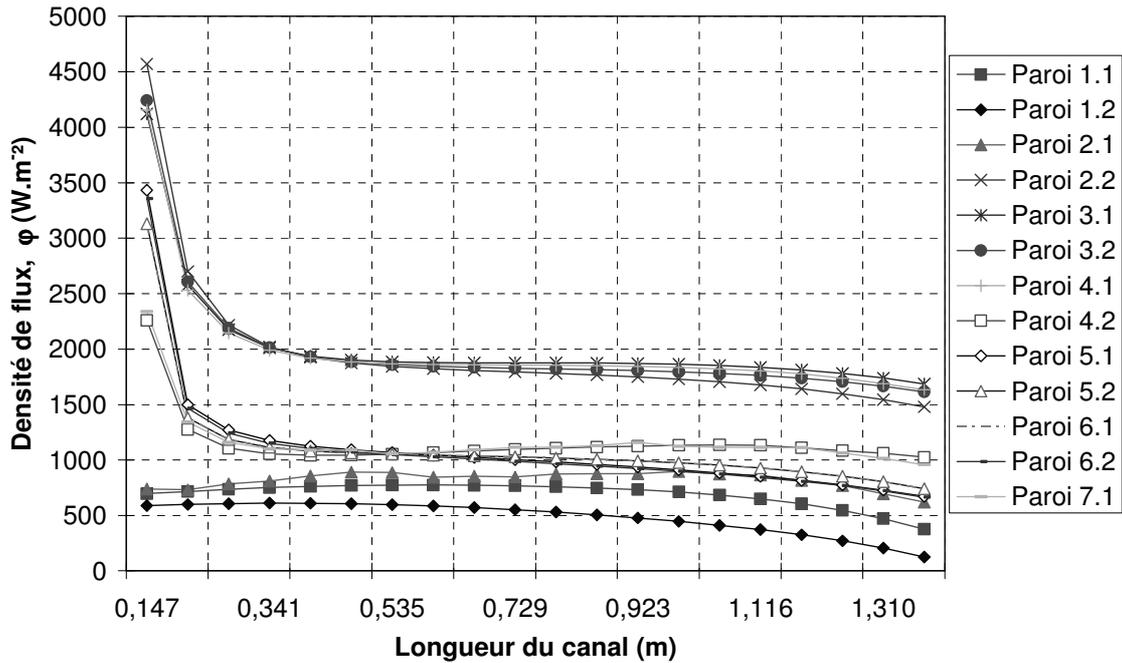


Figure III.86 : Variation de la densité de flux à la surface de chaque paroi du canal dans le cas 5' pour une vitesse de  $1,2 \text{ m.s}^{-1}$

La figure III.86 montre que la densité de flux est plus importante sur les surfaces de l'enroulement secondaire suivies par celle de l'enroulement primaire et du noyau avec des valeurs proches à celles imposées dans le cas 5 étudié dans la première partie du chapitre. Hormis les zones d'entrée et de sortie des canaux, on peut voir que la densité de flux ne varie pas beaucoup sur les parois (figure III.86) ce qui justifie l'imposition d'une densité de flux à la place d'une source interne dans la première partie du chapitre. De plus, on observe que la différence entre les densités de flux sur les parois des enroulements n'est pas trop grande alors que sur les parois du noyau elle est plus importante.

La figure III.85 montre que la structure de l'écoulement tant dans la partie supérieure que dans la partie inférieure du transformateur ne change pas beaucoup par rapport au cas 5 où l'on peut observer la formation des rouleaux qui aident l'huile à monter toujours dans le canal 3 [48]. Le débit important qui passe dans les canaux 3 et 4 ne laisse pas suffisamment du temps à l'huile pour s'échauffer. A la sortie de ces canaux l'huile va continuer son échauffement dans la partie supérieure où une partie se trouve entraînée dans un rouleau qui longe les parois du transformateur alors qu'une autre partie va directement à la sortie.

Dans la figure III.88 on peut observer que l'utilisation d'une source interne de chaleur n'influence pas beaucoup les débits à l'intérieur des canaux et les valeurs sont très proches de

ceux du cas 5. Malgré une variation faible à l'intérieur des canaux étroits 1, 5 et 6 on peut voir que les températures de mélange diminuent à la sortie (figure III.89) ce qui s'explique par des températures maximales plus petites sur les parois que lorsque on impose une densité de flux (figure III.87).

La variation de la température sur chaque paroi du canal est représentée par la figure III.87. On peut observer que celle-ci augmente régulièrement tout au long des canaux avec une légère diminution vers la sortie pour les deux premiers canaux qui refroidissent le noyau, phénomène observé aussi par **Xiulian et Renyuan** [5]. Les températures maximales sont toujours localisées sur les surfaces de l'enroulement secondaire mais cette fois-ci la valeur maximale de 96,4 °C à l'intérieur des canaux 2b et 3 ne dépasse pas la limite de 98 °C lorsque la vitesse de l'huile à l'entrée du transformateur est de 1,2 m.s<sup>-1</sup> (figure III.90). De plus, on constate que toutes les températures maximales dans ce cas sont inférieures à celles du cas 5 où une densité de flux est utilisée à la place d'une source interne.

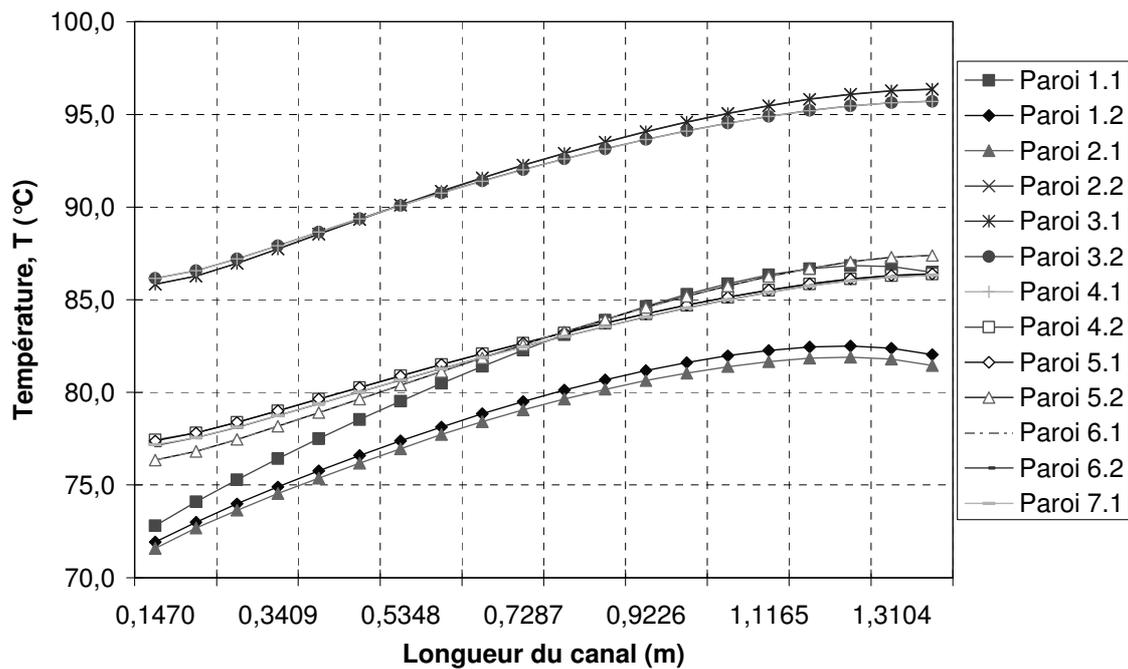


Figure III.87 : Variation de la température à la surface de chaque paroi du canal dans le cas 5' pour une vitesse de 1,2 m.s<sup>-1</sup>

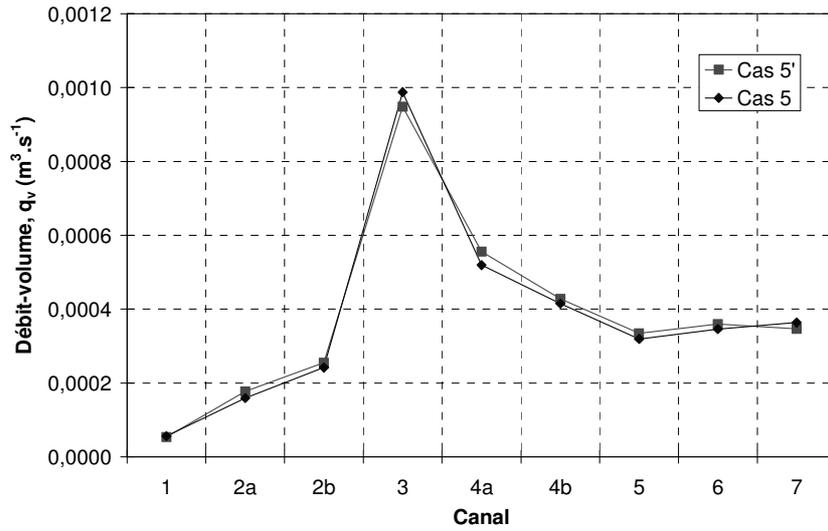


Figure III.88 : Débit - volume dans chaque canal dans les cas 5' et 5 pour une vitesse de  $1,2 \text{ m.s}^{-1}$

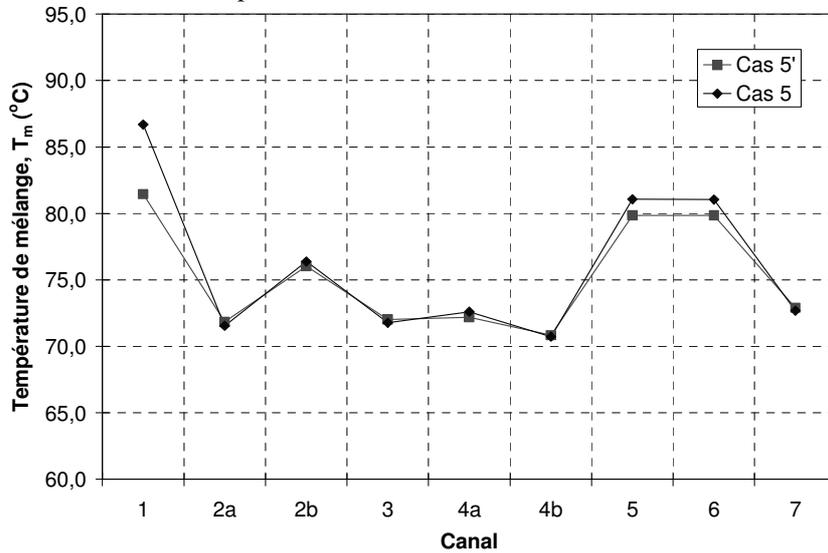


Figure III.89 : Température de mélange à la sortie de chaque canal dans les cas 5' et 5 pour une vitesse de  $1,2 \text{ m.s}^{-1}$

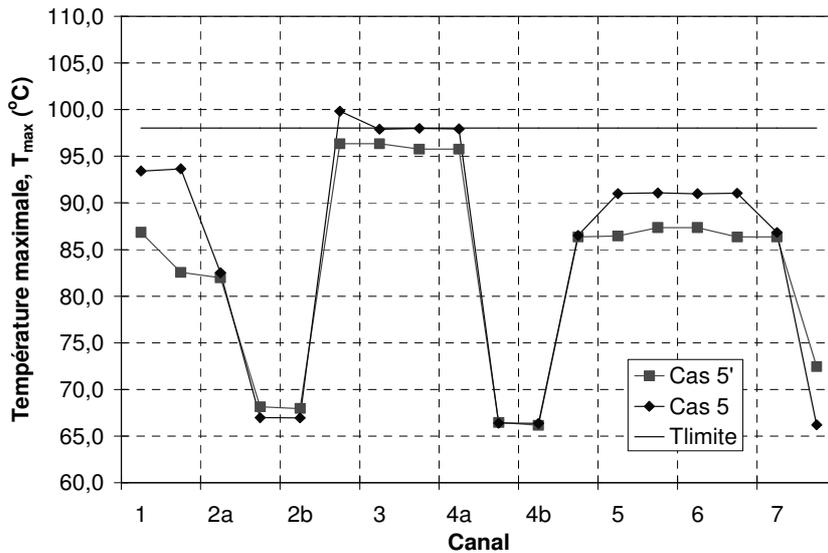


Figure III.90 : Température maximale sur les parois de chaque canal dans les cas 5' et 5 pour une vitesse de  $1,2 \text{ m.s}^{-1}$

### III.3.3. Cas 14'

La configuration géométrique du cas 14 trouvée comme optimale dans la première partie du chapitre est utilisée dans ce cas pour imposer une source interne de chaleur  $q_I$  à l'intérieur des parties actives (noyau et enroulements) afin d'affiner notre analyse en nous approchant de la réalité. L'analyse des isothermes dans ce cas (*figure III.91*) montre que les températures sont réparties presque uniformément à l'intérieur des éléments ce qui s'explique par une grande conductivité thermique du fer et du cuivre (*chapitre II.2.3*). De plus, dans la *figure III.91* on observe qu'à la partie inférieure du noyau et des enroulements les températures sont plus basses et elles augmentent vers la partie supérieure. Ceci s'observe également dans la *figure III.92* où la distribution des températures sur les parois de chaque canal est presque linéaire tout au long de ceux-ci avec une légère diminution vers la sortie. Ceci est dû à une huile plus froide qui vient d'entrer dans le transformateur et qui s'échauffe au fur et à mesure qu'elle avance dans les canaux de refroidissement en prenant moins de chaleur.

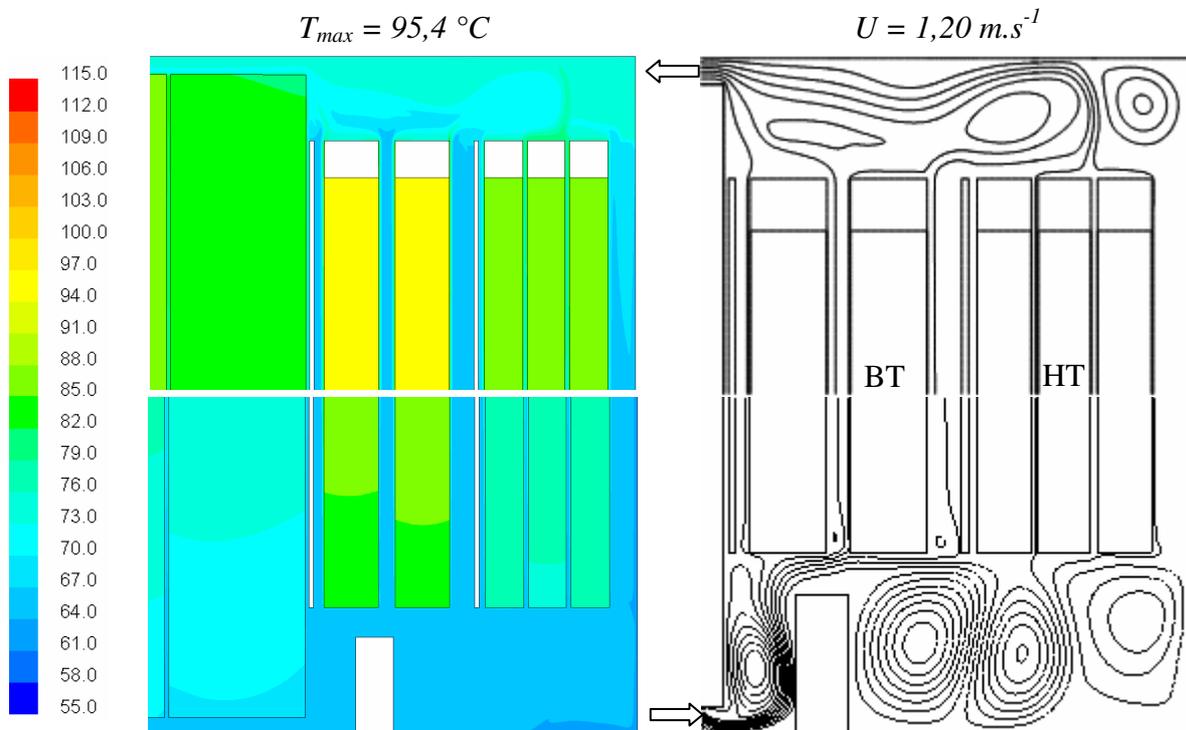


Figure III.91 : Champs de température et lignes de courant dans la partie supérieure et inférieure du transformateur pour  $U = 1,20 \text{ m.s}^{-1}$  dans le cas 14'

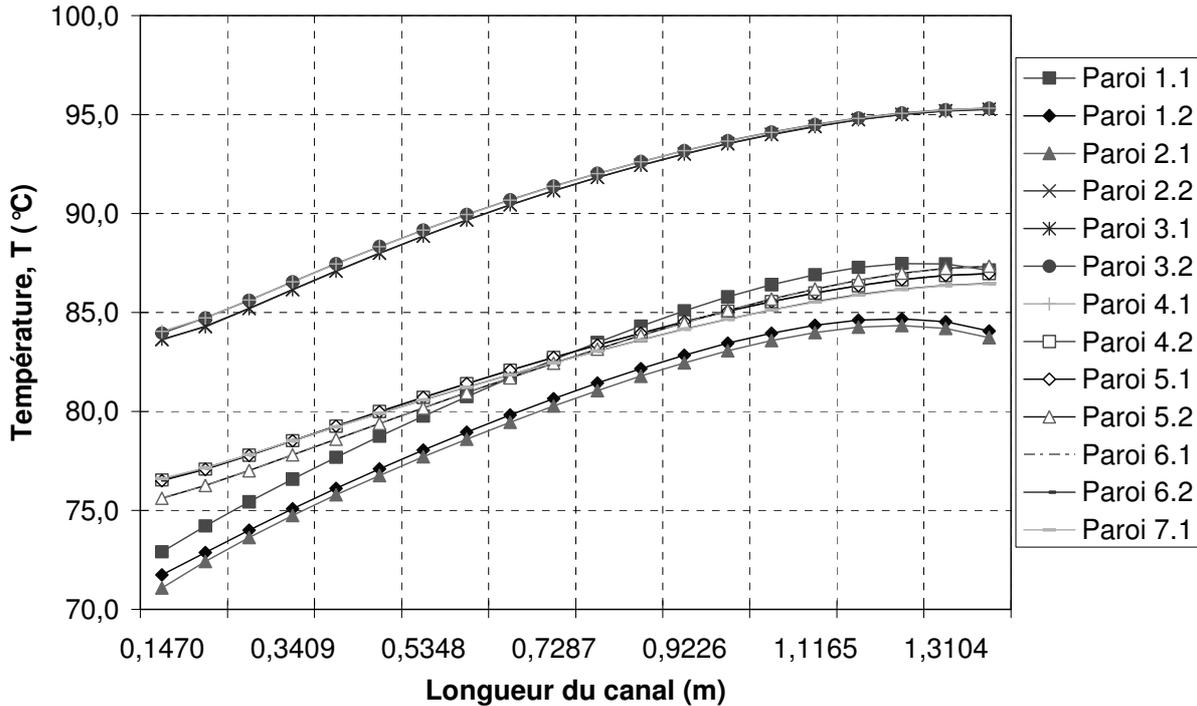
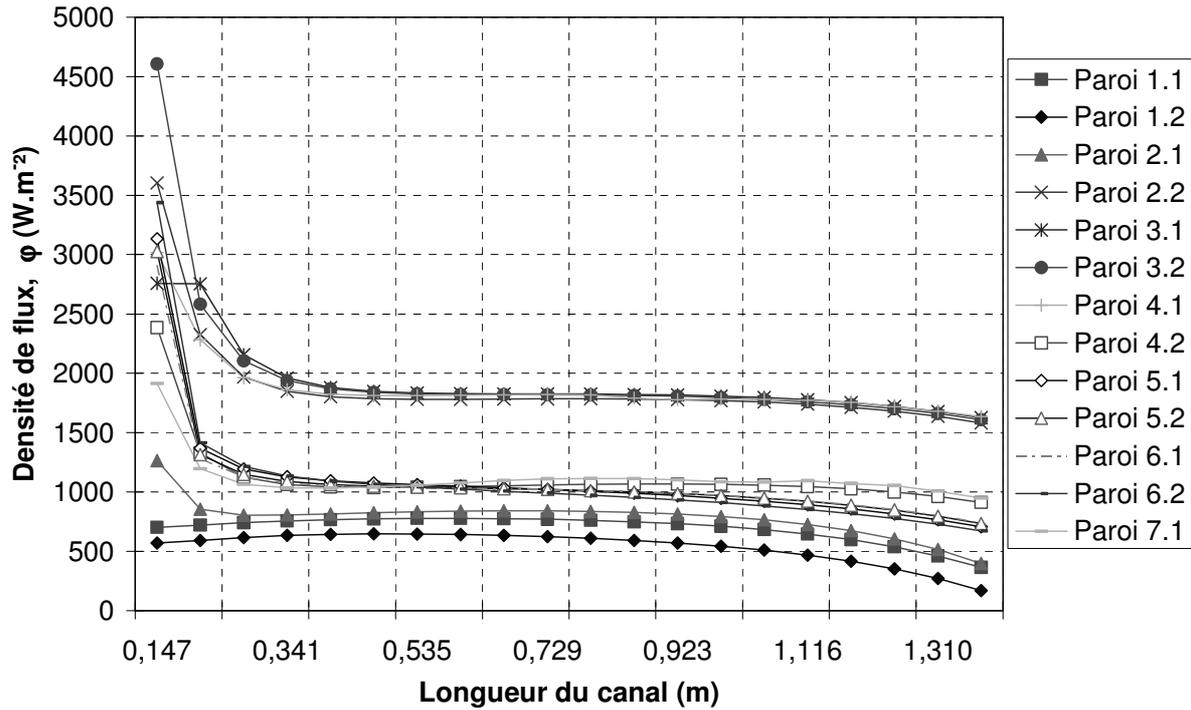


Figure III.92 : Variation de la température à la surface de chaque paroi du canal dans le cas 14' pour une vitesse de  $1,2 \text{ m.s}^{-1}$

Malgré une source volumique imposée uniformément à l'intérieur du noyau dans la figure III.91 on peut observer qu'en bas de celui-ci entre les canaux 1 et 2 la température du fer est un peu moins élevée que l'autre partie qui se trouve entre l'axe de révolution et le canal 1, ce qui s'explique par un transfert de chaleur plus intense favorisé par l'obstacle qui force l'huile à tourner dans un rouleau. De plus, les températures sur la surface 2.1 sont inférieures à celles du premier canal (figure III.92) malgré une densité de flux plus grande sur cette paroi (figure III.93).

Dans la figure III.91 on peut observer que l'utilisation d'une source interne de chaleur n'influence pas beaucoup l'écoulement de l'huile dans les parties inférieure et supérieure du transformateur et on constate la formation de trois rouleaux comme dans le cas 14 qui aident la montée de l'huile dans le canal 3. La répartition des débits - volume reste inchangée par rapport au cas 14 (figure III.94) et contrairement au cas 5' on observe une légère augmentation du débit dans le canal 3 et une diminution dans le canal 2b. De même, dans la figure III.95 on peut voir que la température de mélange ne change pas beaucoup dans le cas d'une source volumique que dans le cas d'une densité de flux imposée sur les surfaces.

Dans la *figure III.96* on voit sur toutes les surfaces des températures maximales plus petites que dans le cas 14. Ainsi, la température du point chaud passe de 97,4 °C à 95,4°C. Comme dans le cas précédent on peut remarquer que les températures maximales sur les parois ainsi que la température du point chaud sont plus basses lorsque la modélisation est faite en utilisant une source volumique interne à la place d'une densité de flux sur les parois.



*Figure III.93 : Variation de la densité de flux à la surface de chaque paroi du canal dans le cas 14' pour une vitesse de 1,2 m.s<sup>-1</sup>*

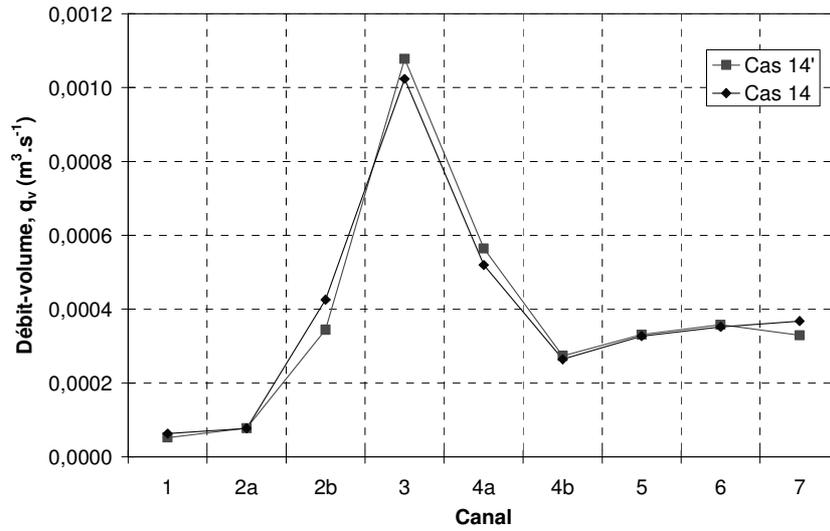


Figure III.94 : Débit - volume dans chaque canal dans les cas 14' et 14 pour une vitesse de  $1,2 \text{ m.s}^{-1}$

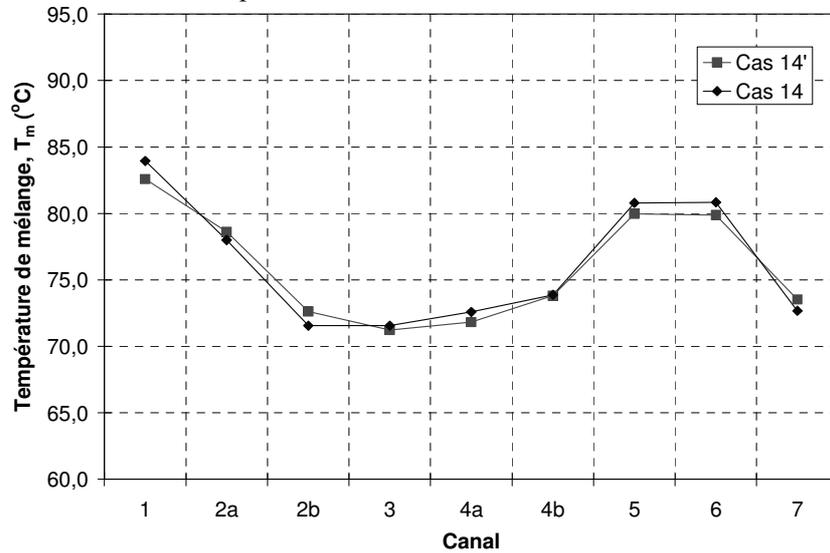


Figure III.95 : Température de mélange à la sortie de chaque canal dans les cas 14' et 14 pour une vitesse de  $1,2 \text{ m.s}^{-1}$

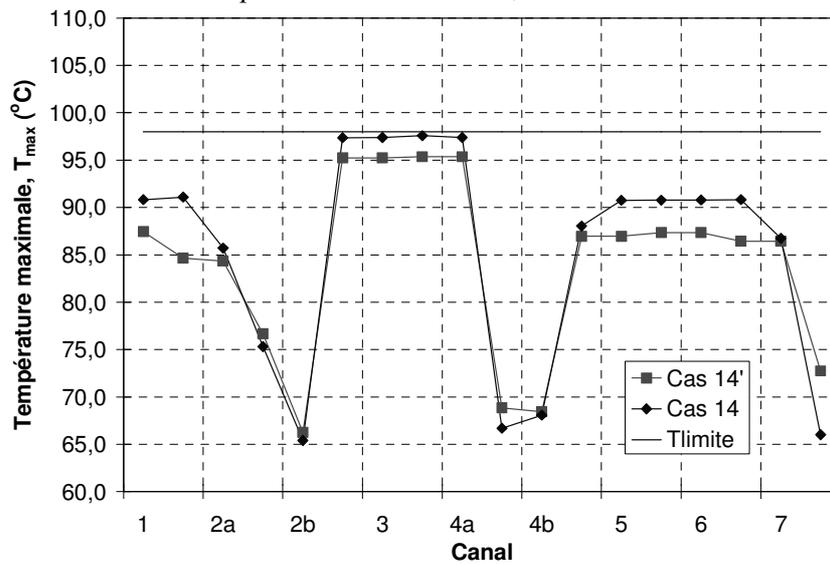


Figure III.96 : Température maximale sur les parois de chaque canal dans les cas 14' et 14 pour une vitesse de  $1,2 \text{ m.s}^{-1}$

### III.4. CONCLUSIONS

Dans ce chapitre la modélisation numérique a été appliquée sur différentes configurations géométriques conçues et étudiées afin de trouver la meilleure solution pour le refroidissement du transformateur lorsque celui-ci est soumis à un régime permanent (nominal) de fonctionnement. Deux conditions aux limites ont été utilisées afin de faire une étude comparative : dans la première partie du chapitre une densité de flux a été imposée sur les surfaces du noyau et des enroulements alors que, dans la deuxième partie on a utilisé une source volumique de chaleur à l'intérieur de ceux-ci en modélisant la conduction dans les solides. Une analyse paramétrique a été réalisée dans chaque cas afin de mieux comprendre la structure de l'écoulement et la distribution des températures à l'intérieur du transformateur.

L'écoulement de l'huile à l'intérieur d'un tel système est très complexe et des recirculations peuvent apparaître ce qui pousse le fluide à privilégier certains chemins avant de sortir du transformateur. Ceci va conduire à une répartition différente des températures internes qui sera influencée de plus par un échauffement non uniforme des parties actives et des différents canaux de refroidissement. D'un autre côté, la longueur et l'étroitesse des certains canaux ne facilitent pas l'écoulement d'un fluide assez visqueux dont les propriétés thermophysiques varient avec la température. L'analyse du nombre de *Reynolds* et du coefficient de poussée thermique *RiRe* dans les canaux a montré que le régime d'écoulement est toujours laminaire et que le transfert de chaleur se fait presque toujours par convection mixte.

Malgré une puissance dégagée par l'enroulement primaire plus grande, l'enroulement secondaire a une densité de flux et une source volumique plus importante (*tableau II.3*) à cause d'une surface et d'un volume plus petits. Ainsi, dans tous les cas les points chauds ont été localisés sur les surfaces de l'enroulement secondaire dans le cas d'une densité de flux imposée sur les surfaces et à l'intérieur de celui-ci dans le cas où on utilise une source volumique interne. Lorsqu'on utilise la condition d'une densité de flux, les températures maximales sont localisées à l'intérieur des canaux 2 (*2b* ou *2c* selon les cas), 3 et 4 ainsi que sur les surfaces supérieures de l'enroulement secondaire en l'absence des isolants. L'analyse de l'écoulement de l'huile et de la répartition des débits - volume à l'intérieur des canaux montre que hormis les trois premiers cas sans isolants longitudinaux le canal 3 est toujours favori. Celui-ci est aidé à la fois thermiquement par une densité de flux plus importante et un

dégagement de chaleur sur ses deux faces, et dynamiquement par sa largeur et sa proximité de l'entrée. Cette meilleure répartition permet de baisser la température de l'huile dans ce canal et par conséquent sa température de mélange et sa température maximale.

L'étude comparative entre différents cas montre qu'un écoulement dirigé de l'huile dès son entrée dans le transformateur permet de mieux refroidir ses parties actives d'une façon acceptable à moindre coût car elle ne nécessite pas de grandes dépenses et n'entrave pas les performances du transformateur. En examinant les résultats obtenus il apparaît que la meilleure solution pour optimiser le transfert de chaleur et éviter l'accumulation des points chauds reste la dernière configuration géométrique étudié (cas 14) avec un seul obstacle placé près de l'entrée. Dans ce cas, le choix d'une vitesse de l'huile de  $1,2 \text{ m.s}^{-1}$  imposée à l'entrée est optimal afin de baisser les températures maximales sous la limite de  $98^\circ\text{C}$  en dépensant moins d'énergie alors que, les autres cas nécessitent une vitesse d'entrée plus élevée.

L'étude comparative entre les deux conditions à la limite utilisées montre que les températures sont surestimées dans le cas d'une densité de flux imposée, ce qui permet de laisser une marge de sécurité en validant cette hypothèse, et qui de plus simplifie la modélisation tout en réduisant le temps de calcul. Pour une analyse globale l'hypothèse d'une densité de flux imposée uniformément sur les surfaces est suffisante alors que pour une étude locale une modélisation de la conduction dans les solides est nécessaire.



**CHAPITRE IV**

**ESSAIS EXPERIMENTAUX**



## IV.1. APPROCHE EXPERIMENTALE

Les principaux essais expérimentaux normalisés que le constructeur peut réaliser sur un transformateur électrique de puissance immergé dans un bain d'huile minérale sont :

- ✓ détermination de la température moyenne des enroulements ;
- ✓ mesure de la température de l'huile dans la partie supérieure ;
- ✓ mesure de la température de l'air de refroidissement.

Toutes les valeurs obtenues doivent être en dessous des limites fixées par les normes [38, 39] données dans le *tableau II.2*.

Les températures moyennes des enroulements sont déterminées par la méthode de variation de la résistance électrique en suivant une loi empirique établie expérimentalement [38]. Ainsi, pour les enroulements en cuivre cette loi est :

$$T_2 = \frac{R_2}{R_1} (235 + T_1) - 235 \quad (\text{IV.1})$$

où :

$T_1$  - température des enroulements à l'état froid mesurée avant la mise en marche du transformateur ( $^{\circ}\text{C}$ ) ;

$R_1$  - résistance électrique des enroulements à la température  $T_1$  ( $\Omega$ ) ;

$R_2$  - résistance électrique des enroulements à la température à calculer  $T_2$  ( $\Omega$ ).

La mesure de la température de l'huile dans la partie supérieure du transformateur est réalisée à l'aide d'un thermomètre à mercure d'une précision de  $1^{\circ}\text{C}$  qui est placé dans un doigt de gant rempli d'huile, dans le tuyau supérieur allant du transformateur à l'installation de refroidissement de l'huile. La détermination de la température de l'air de refroidissement s'effectue aussi à l'aide de thermomètres à mercure placés à une distance d'un à deux mètres aussi bien de la cuve du transformateur que de l'installation de refroidissement de l'huile, afin de réduire l'influence du rayonnement thermique.

## IV.2. MESURES

Afin de valider les modèles numériques étudiés dans le chapitre précédent, des mesures ont été effectuées sur un transformateur réel en fonctionnement de 40 MVA en régime de charge nominal. Ce transformateur a été fabriqué en 1993 à *Electroputere Craiova* (Roumanie) pour les réseaux de transport de l'énergie électrique dans un climat tempéré avec une température extérieure maximale de 40°C. A l'intérieur de ce transformateur, un isolant longitudinal dont l'épaisseur est de 4 mm est placé dans l'espace qui sépare le noyau de l'enroulement basse tension, et dans l'espace qui sépare les deux enroulements. De plus, des cylindres isolants supérieurs et inférieurs sont placés respectivement au-dessus et en-dessous des enroulements. Cette configuration géométrique correspond à celle du cas 5 étudiée numériquement dans le chapitre précédent.

Les caractéristiques électriques du transformateur électrique sont données dans le *chapitre II.2.1* et rappelées ci-dessous :

- ✓ Puissance apparente :  $S_a = 40 \text{ MVA}$  ;
- ✓ Fréquence :  $f = 50 \text{ Hz}$  ;
- ✓ Nombre de phase :  $n = 3$  ;
- ✓ Tension nominale primaire et secondaire :  $U_1 = 110 \text{ kV}$  ;  $U_2 = 20,5 \text{ kV}$  ;
- ✓ Courant nominal primaire et secondaire :  $I_1 = 210 \text{ A}$ ,  $I_2 = 650 \text{ A}$  ;
- ✓ Schéma et groupe de connexion : *Yd-11* ;
- ✓ Système de refroidissement OFAF avec 2 ventilateurs.

La température des deux enroulements est calculée par l'équation IV.1 où la température des enroulements à l'état froid  $T_1$  est de 20 °C (température de l'air ambiant pendant les mesures) et les résistances thermiques des enroulements sont mesurées respectivement à l'état froid et après une heure de fonctionnement en régime de charge nominale lorsque le régime permanent est atteint (*tableau IV.1*). L'atteinte du régime permanent après une heure de fonctionnement du transformateur a été aussi observée lors de la modélisation numérique en régime transitoire réalisée dans le *chapitre V* dans le cas expérimentale 5' lorsqu'une source volumique est imposée à l'intérieur des parties actives.

Enroulement primaire (HT)	Enroulement secondaire (BT)
$R_{1\ HT} = 1,27901\ \Omega$	$R_{1\ BT} = 0,110431\ \Omega$
$R_{2\ HT} = 1,57795\ \Omega$	$R_{2\ BT} = 0,137844\ \Omega$

*Tableau IV.1 : Résistances thermiques des enroulements mesurées à l'état froid ( $R_1$ ) et après une heure de fonctionnement ( $R_2$ )*

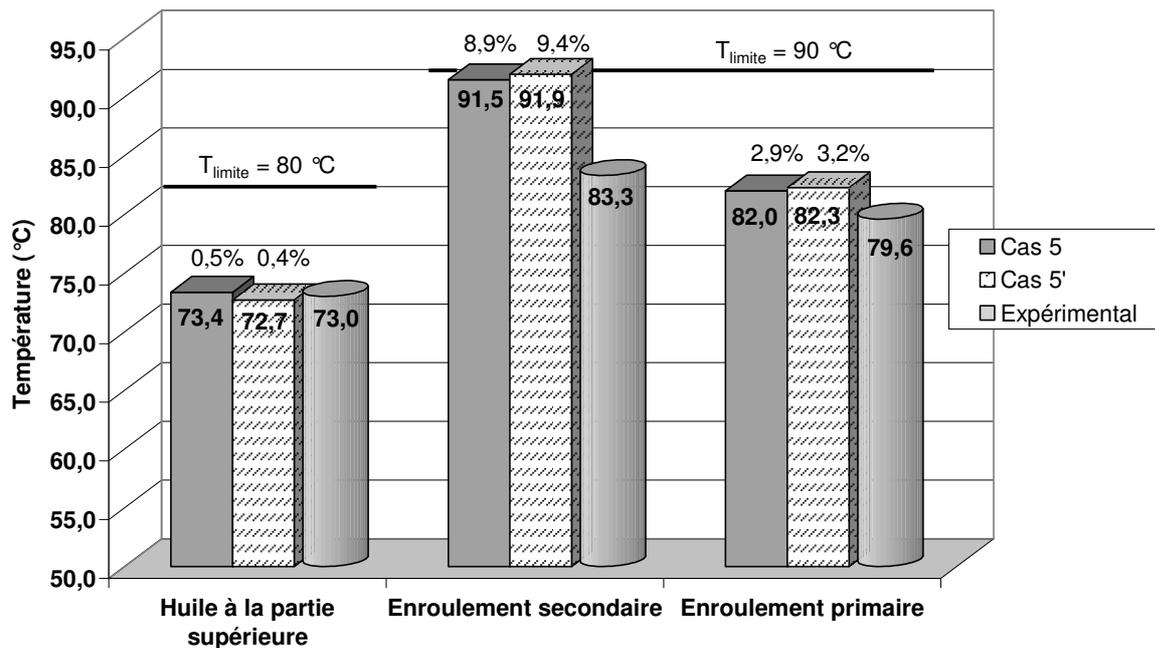
Les températures des enroulements et de l'huile dans la partie supérieure sont données dans le *tableau IV.2* pour une température de l'air ambiant de  $20^\circ\text{C}$ . La température de l'huile à la sortie de l'installation de refroidissement, donc à l'entrée du transformateur est de  $65^\circ\text{C}$ , le débit maximum est de  $43\ \text{m}^3.\text{h}^{-1}$  ( $0,011944\ \text{m}^3.\text{s}^{-1}$ ) et sa vitesse maximale est de  $1,5\ \text{m}.\text{s}^{-1}$  dans une section de  $0,00785\ \text{m}^2$ .

	Température mesurée, ( $^\circ\text{C}$ )	Température limite, $T_{\text{limite}}\ (^\circ\text{C})$
Huile dans la partie supérieure	73,0	80
Enroulement primaire	79,6	90
Enroulement secondaire	83,3	90

*Tableau IV.2 : Températures de l'huile et des enroulements*

### IV.3. COMPARAISONS DES RESULTATS NUMERIQUES ET EXPERIMENTAUX

Dans la *figure IV.1* les températures obtenues expérimentalement sont comparées à celles calculées numériquement dans les cas 5 et 5' (en utilisant respectivement l'hypothèse d'une densité de flux et d'une source volumique) pour une vitesse de l'huile de  $1,5 \text{ m.s}^{-1}$  imposée à l'entrée du transformateur. Dans ces deux cas, la température de l'huile à la partie supérieure du transformateur est donnée par la température moyenne de l'huile à sa sortie. En ce qui concerne les températures d'enroulement secondaire et primaire, celles-ci sont calculées en faisant la moyenne des températures sur leurs parois dans le cas 5 et à l'intérieur des enroulements dans le cas 5'. De plus, dans la *figure IV.1* les différences entre les résultats numériques et expérimentaux sont données en pourcentages dans les deux cas.



*Figure IV.1 : Comparaison des valeurs numériques et expérimentales*

Dans cette figure on peut constater que la comparaison des résultats théoriques et expérimentaux montre un bon accord pour la température de l'huile et de l'enroulement primaire avec un écart qui ne dépasse pas respectivement 0,5 % et 3,2 %. Par contre, pour la température de l'enroulement secondaire l'écart atteint 9,4 %.

Les différences restent dans des limites acceptables où la plus grande qui concerne la température de l'enroulement secondaire est due à la formation des rouleaux dans la partie inférieure du transformateur et particulièrement sous l'enroulement secondaire (*figure III.85*). De plus, on constate que la modélisation numérique qui est faite sur une seule colonne surestime les températures par rapport aux mesures expérimentales qui ont été réalisées sur le transformateur complet avec trois colonnes. D'un autre côté, la modélisation a été réalisée sur des configurations géométriques simplifiées qui ne prennent pas en compte les différentes pièces constructives du transformateur destinées à la connexion de l'enroulement primaire et secondaire sur des réseaux électriques, à leur isolation et à la fixation des parties actives dans l'espace. De plus, à l'intérieur du transformateur l'huile entre du côté inférieur de la cuve et sort du son côté supérieur (*figure II.2*) alors que dans la modélisation numérique l'entrée et la sortie de l'huile se font selon l'axe de révolution.

## IV.4. CONCLUSIONS

On peut remarquer que dans le régime de charge nominale toutes les valeurs d'échauffement mesurées respectent les températures limites données par les normes alors que, celles qui sont calculées numériquement les dépassent pour une vitesse de l'huile de  $1,5 \text{ m.s}^{-1}$  imposée à l'entrée du transformateur. La comparaison des résultats numériques et expérimentaux justifie les hypothèses choisies dans les modélisations numériques étudiées dans le chapitre précédent. Les différences des températures sont dues à la modélisation numérique qui est faite sur la colonne du milieu du transformateur alors que les mesures expérimentales sont réalisées sur le transformateur complet avec trois colonnes. De plus, on observe que les valeurs numériques surestiment les valeurs expérimentales ce qui représente un facteur de sécurité supplémentaire pour le dimensionnement.

D'un autre côté, on a constaté que les essais expérimentaux réalisés par le constructeur sur le transformateur électrique concernent seulement les températures moyennes de l'huile et des enroulements alors que la connaissance de la température du point chaud et sa localisation sont des facteurs très importants dans l'estimation de la durée de vie du transformateur. Ceci justifie de plus les études appuyées sur la voie numérique qui nous permettent d'avoir plus d'informations et de mieux comprendre les phénomènes mis en jeu à l'intérieur du transformateur.

Finalement, d'un point de vue à la fois thermique et électrique une étude en régime transitoire (lorsque le transformateur est soumis à une surcharge) s'impose car, durant ce régime les valeurs très élevées de la température peuvent entraîner l'endommagement des propriétés de l'huile et même la destruction du transformateur lors d'un refroidissement inadéquat.

**CHAPITRE V**

**REGIME TRANSITOIRE**



## V.1. INTRODUCTION

La température des différentes parties actives d'un transformateur varie continuellement, premièrement à cause des variations journalières et saisonnières de la température ambiante et deuxièmement à cause des pertes totales qui sont variables en fonction de la puissance appelée. La puissance appelée connaît des fluctuations instantanées, journalières et saisonnières, la valeur moyenne augmente au cours des années, en raison du développement de la consommation d'énergie électrique. Ainsi la charge d'un transformateur se trouve tantôt inférieure, tantôt supérieure à sa valeur nominale.

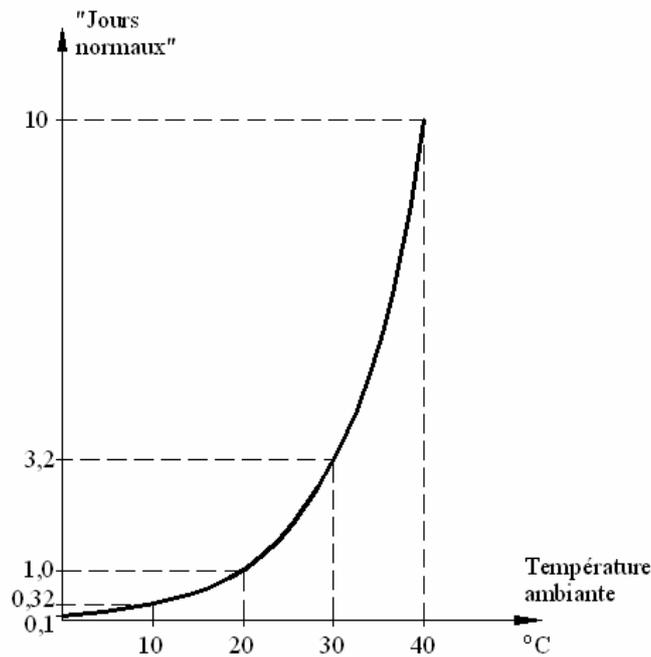
Le fonctionnement du transformateur à une charge réduite ou à une température ambiante très basse ( $0^{\circ}\text{C}$  par exemple) va conduire à une diminution des températures intérieures. Ainsi, dans des conditions à définir, il est possible d'appliquer au transformateur, lorsque cela est nécessaire, des charges dépassant nettement la puissance nominale, entraînant évidemment une réduction de sa durée de vie. Les surcharges sont habituellement classées en deux catégories [31] :

- les *surcharges récurrentes* (service cyclique normal) correspondant à des appels de puissance prévus et programmés, se répétant pendant une période de temps plus ou moins longue ;
- les *surcharges exceptionnelles* (régime de secours) dues à des conditions accidentelles : report de la charge d'un transformateur avarié, pointe de charge fortuite.

Les surcharges qui font partie de la première catégorie sont plus fréquentes et plus importantes ou plus longues par rapport à celles de la deuxième catégorie. Lorsqu'on passe d'un régime de charge à un autre, ce sont principalement les pertes électriques dans les enroulements qui varient, alors que les pertes magnétiques restent pratiquement inchangées si la tension primaire est constante.

La température ambiante a une influence très marquée, ainsi que la durée de la surcharge. La valeur de la température ambiante à prendre en considération est celle qui correspond au moment de la surcharge où son effet sur le vieillissement est beaucoup plus important que pendant le régime nominal. La réduction de la durée de vie en cas de surcharge

est exprimée en "jour normaux" correspondant à 24h de fonctionnement (pour une température ambiante normale de 20°C). La *figure V.1* montre que pendant une journée calendaire un transformateur fonctionnant à pleine charge consomme 3,2 "jour normaux" de vie dans une température ambiante de 30 °C et seulement 2h 30 dans une température ambiante de 0 °C. D'un autre côté, en régime nominal le temps de fonctionnement équivalent à un "jour normal" diminue de moitié lorsque la température du point chaud dépasse de 6°C la limite de 98°C (*figure II.6*).



*Figure V.1 : Réduction de la durée de vie d'un transformateur fonctionnant une journée calendaire à pleine charge, en fonction de la température ambiante*

Le Guide de charge de la CEI (Commission Electrotechnique Internationale) définit les surcharges admissibles qui peuvent être appliquées à un transformateur (*tableau V.1*), ainsi que leurs durées maximales autorisées pendant laquelle la température du point chaud ne doit pas franchir 140°C en toutes circonstances (*tableau II.2*).

Surcharge (%)	30	<b>60</b>	75	100	140
Temps (minutes)	120	<b>30</b>	15	7,5	3,5

*Tableau V.1 : Surcharge admissible appliquée à un transformateur*

Dans la suite, l'étude s'appuie sur la modélisation thermique et dynamique du transformateur en régime transitoire lorsqu'il est soumis à une surcharge récurrente de 160 % de la charge nominale pour une température du milieu ambiant de 20°C. Par conséquent, les courants de surcharge  $I_{s1}$  et  $I_{s2}$  qui traversent respectivement l'enroulement primaire et secondaire seront de 60 % plus grands qu'en régime permanent. Vu que la puissance thermique  $Q$  dissipée à l'intérieur des enroulements est proportionnelle au carré de l'intensité des courants, celle-ci sera de 2,56 fois plus grande par rapport au régime permanent alors que la puissance thermique dissipée à l'intérieur du noyau reste inchangée. La puissance thermique  $Q$  dissipée à l'intérieur de chaque partie active ainsi que la densité de flux  $\varphi$  et la source interne de chaleur  $q_I$  correspondant à ce régime de surcharge sont calculées dans l'annexe I et données également dans le tableau II.4.

L'étude concerne la configuration géométrique du cas 5' validée expérimentalement dans le chapitre précédent et celle du cas 14' trouvée optimale du point de vue refroidissement dans le chapitre III. Dans ces deux cas on a utilisé l'hypothèse d'une source interne de chaleur imposée à l'intérieur des parties actives. La vitesse de l'huile à l'entrée du transformateur est de  $1,2 \text{ m.s}^{-1}$ , trouvée optimale afin de baisser la température du point chaud sous la limite de 98°C tout en dépensant moins d'énergie.

Pour chaque cas, une première étude portera sur l'évolution temporelle de la température du point chaud en utilisant successivement les hypothèses de la densité de flux et de la source volumique. Cette première étude sera suivie par une étude comparative des résultats de la distribution des débits - volume à l'intérieur des canaux de refroidissement, de la température de mélange de l'huile à la sortie des canaux ainsi que de la température maximale sur les parois de chaque canal. Ces valeurs seront présentées à différents instants : 0', 5', 10', 20', 30' et finalement à 60' lorsque le régime permanent sera atteint. De même, afin de voir la distribution des températures dans l'huile et les parties actives ainsi que la répartition de l'écoulement, les isothermes et les lignes de courant seront présentés dans les parties inférieure et supérieure du transformateur.

## V.2. SOURCE VOLUMIQUE IMPOSEE À L'INTERIEUR DES PARTIES ACTIVES

### V.2.1. Cas 5'

#### V.2.1.1. Evolution temporelle de la température des points chauds

Lorsque le transformateur passe en régime de surcharge, la puissance dissipée à l'intérieur des enroulements augmente de 2,56 fois par rapport au régime nominal entraînant ainsi une densité de flux et une source volumique plus grande respectivement à la surface et à l'intérieur des enroulements (*tableau II.4*). Par conséquent, dans la *figure V.2* on peut observer que la température du point chaud commence à augmenter dans les deux cas dès les premiers instants du régime transitoire. Compte tenu de la rapide augmentation de la température maximale au début du régime transitoire dans le cas 5, celle-ci est représentée à des pas de temps très petits : d'une seconde pour les 30 premières secondes, puis de 10 secondes jusqu'à 1 minute. En ce qui concerne le cas 5', les températures sont calculées à des pas de temps de 30 secondes pour les cinq premières minutes, d'une minute jusqu'à 35 minutes et finalement de 5 minutes jusqu'à une heure.

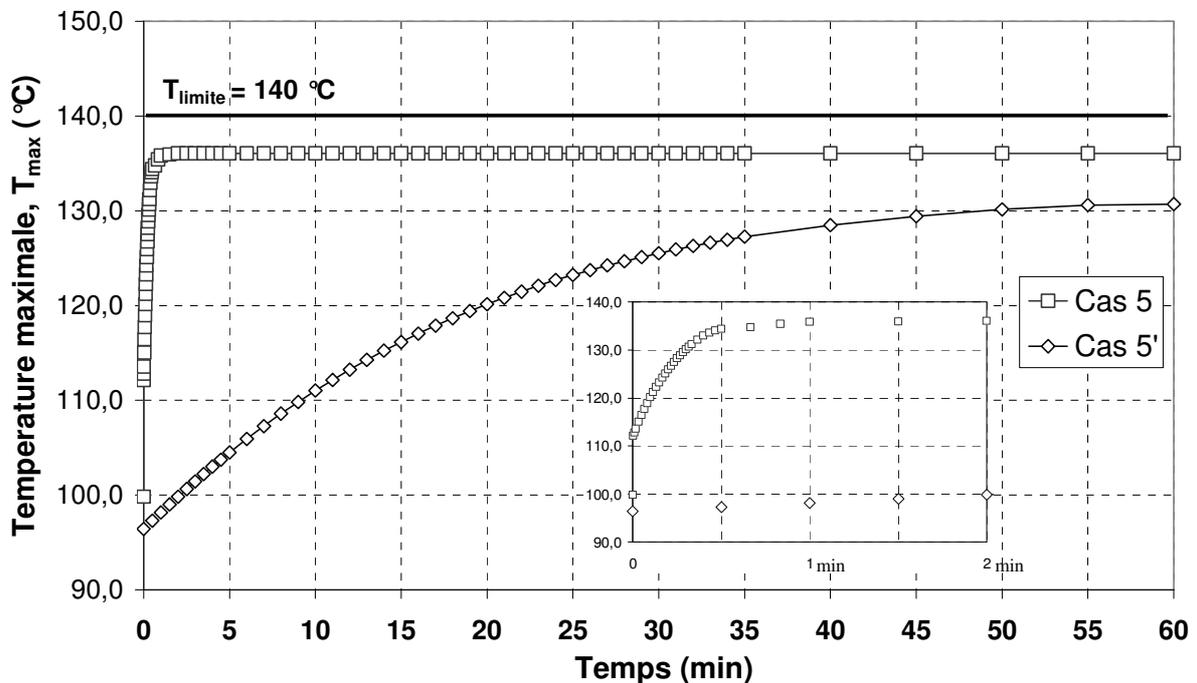


Figure V.2 : Variation de la température maximale à l'intérieur du transformateur électrique pendant une heure dans les cas 5 et 5'

L'évolution de la température maximale dans les cas 5 et 5' montre un comportement totalement différent pour les deux conditions aux limites utilisées (*figure V.2*). Ainsi, dans le

cas 5 on constate que dès l'application de la surcharge la température du point chaud passe directement de  $99,8\text{ °C}$  en régime permanent à  $112,1\text{ °C}$ . Ensuite elle augmente fortement pendant les trente premières secondes pour atteindre  $134,4\text{ °C}$ . Puis elle ralentit pour atteindre  $135,8\text{ °C}$  à 1 minute et  $136,1\text{ °C}$  à 2 minutes avant de se stabiliser pour ne plus varier avec le temps.

Par contre, lorsqu'on modélise la conduction thermique dans les solides (cas 5') la *figure V.2* montre que la température maximale évolue progressivement pour passer de  $96,4\text{ °C}$  en régime permanent à  $97,3\text{ °C}$  à 30 secondes pour atteindre la valeur de  $98,15\text{ °C}$  à 1 minute et  $99,83\text{ °C}$  à 2 minutes. Puis, elle continue à augmenter d'environ  $1\text{ °C}$  par minute pour les 15 premières minutes et de  $0,5\text{ °C}$  en moyenne jusqu'à une heure pour se stabiliser à  $130,7\text{ °C}$ . Malgré la forte augmentation de la température maximale dans le cas 5 et la montée progressive dans le cas 5' les valeurs maximales ne dépassent pas la limite de  $140\text{ °C}$ . Vu les différences entre les résultats des deux conditions aux limites, dans la suite la modélisation thermique et dynamique du modèle en régime transitoire est faite en tenant compte de la conduction dans les solides (cas 5') qui est plus proche de la réalité.

### V.2.1.2. Etude comparative des résultats

Dans la *figure V.3* qui montre la répartition des débits - volume à l'intérieur des canaux de refroidissement des parties actives à différents instants du régime transitoire, on peut observer qu'à l'intérieur du canal 3 les débits sont toujours plus importants qu'ailleurs. Ce canal est favorisé à la fois thermiquement par un échauffement important sur les deux faces et mécaniquement par sa largeur et sa position plus proche de l'entrée. Malgré un échauffement des enroulements plus grand par rapport au régime nominal on constate qu'à l'intérieur du canal 3 les débits diminuent dans les premières 20 minutes de surcharge et restent stables à une valeur de  $0,00067\text{ m}^3.\text{s}^{-1}$  jusqu'à une heure. Ainsi, les isothermes représentés dans la *figure V.6* montrent que la couche "froide" de l'huile qui sort du canal 3 s'amincit dans le temps jusqu'à sa disparition après 30 minutes. D'un autre côté, pour une vitesse de l'huile à l'entrée de  $1,2\text{ m.s}^{-1}$  on observe que les débits augmentent progressivement avec le temps à l'intérieur des canaux 5 et 6 de l'enroulement primaire. Par contre, en régime permanent la variation des débits reste faible à l'intérieur de ces canaux quelque soit la vitesse de l'huile à l'entrée. Ceci est dû à la fois à un échauffement de l'huile plus grand par convection naturelle dans ces canaux étroits qui diminue d'avantage la viscosité de l'huile et à la structure de l'écoulement à la partie inférieure du modèle qui change dans le temps (*figure V.7*).

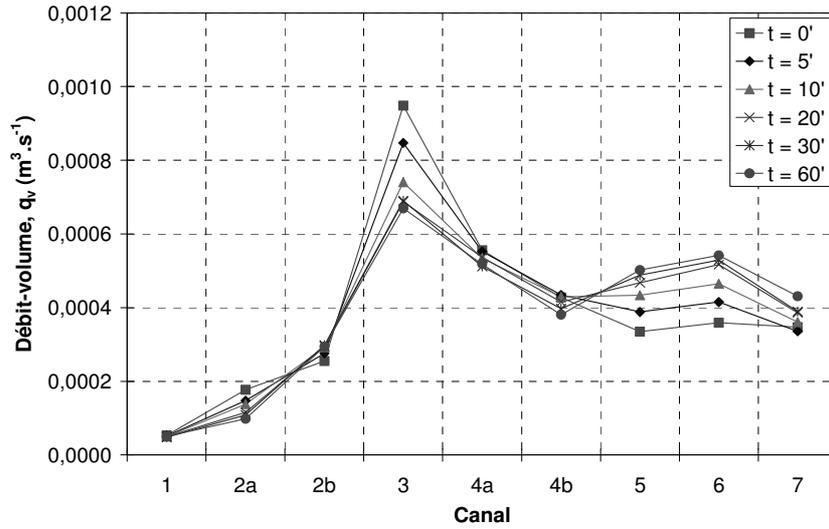


Figure V.3 : Débit - volume au milieu de chaque canal à différents pas de temps

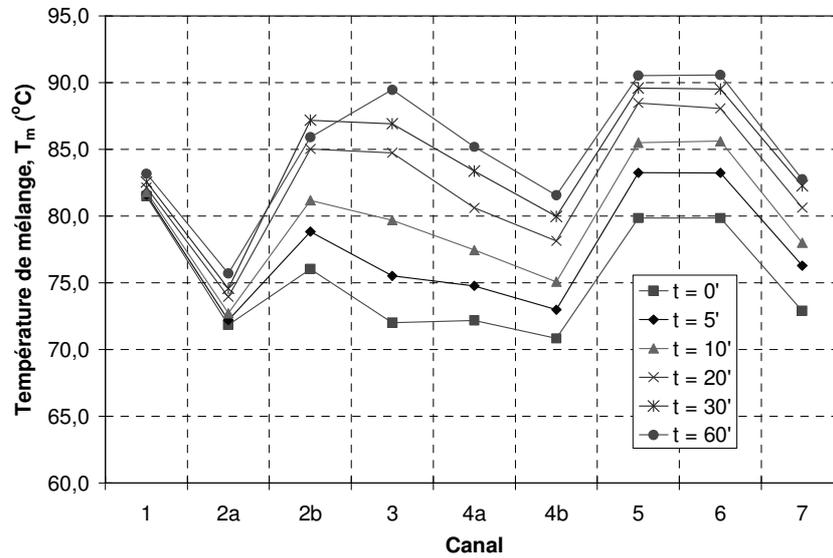


Figure V.4 : Température de mélange à la sortie de chaque canal à différents pas de temps

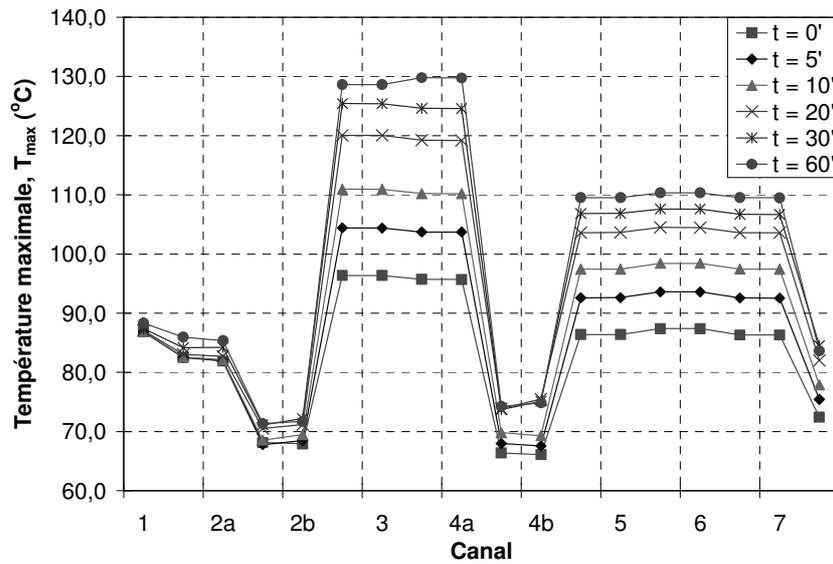


Figure V.5 : Température maximale sur les parois de chaque canal à différents pas de temps

D'un autre côté, on peut observer que le débit dans le canal 1 à l'intérieur du noyau dont la source volumique n'a pas changé reste constant et indépendant du temps, alors que celui du canal 2 (qui comporte un isolant longitudinal au milieu) diminue avec le temps du côté noyau (canal 2a) en faveur du canal 2b. De plus, on constate une diminution légère du débit à l'intérieur des canaux 4a et 4b. Dans la *figure V.7* on peut voir que dans les premiers instants de 0 à 5 minutes l'huile se dirige directement vers la sortie du transformateur, alors qu'à partir de 10 minutes elle se trouve entraînée dans plusieurs rouleaux avant de sortir, ce qui conduit à un meilleur brassage de l'huile et à une homogénéisation de la température (*figure V.6*). De même, dans la partie inférieure du transformateur on observe trois rouleaux, un en-dessous de l'enroulement secondaire et deux autres en-dessous de l'enroulement primaire. Dès les premiers instants un quatrième rouleau fait son apparition entre le premier et le deuxième pour former quatre rouleaux à 10 minutes ; ce rouleau continue à augmenter en intensité pour détruire le troisième à 30 minutes et finir par fusionner avec le quatrième à 60 minutes alors que le premier rouleau reste constant et intact.

En ce qui concerne les températures de mélange représentées dans la *figure V.4* on observe que celles-ci augmentent progressivement dans tous les canaux et surtout dans les canaux qui refroidissent les enroulements malgré les débits plus grands dans les canaux 5 et 6. Suite à un surplus de chaleur dégagée par les enroulements dans la *figure V.6* on peut voir que la température du cuivre augmente graduellement dans le temps. Les points chauds sont localisés tant à l'intérieur de l'enroulement secondaire que sur ses surfaces où la température dépasse la limite de  $98^{\circ}\text{C}$  du régime permanent après la première minute de fonctionnement en surcharge, mais pas celle de  $140^{\circ}\text{C}$  du régime transitoire. Dans la *figure V.5* on constate également que la température maximale augmente dans le temps sur les parois de chaque canal y compris celles du noyau malgré que la puissance dissipée dans celui-ci reste inchangée, ce qui s'explique par un échauffement global de l'huile à l'intérieur du transformateur.

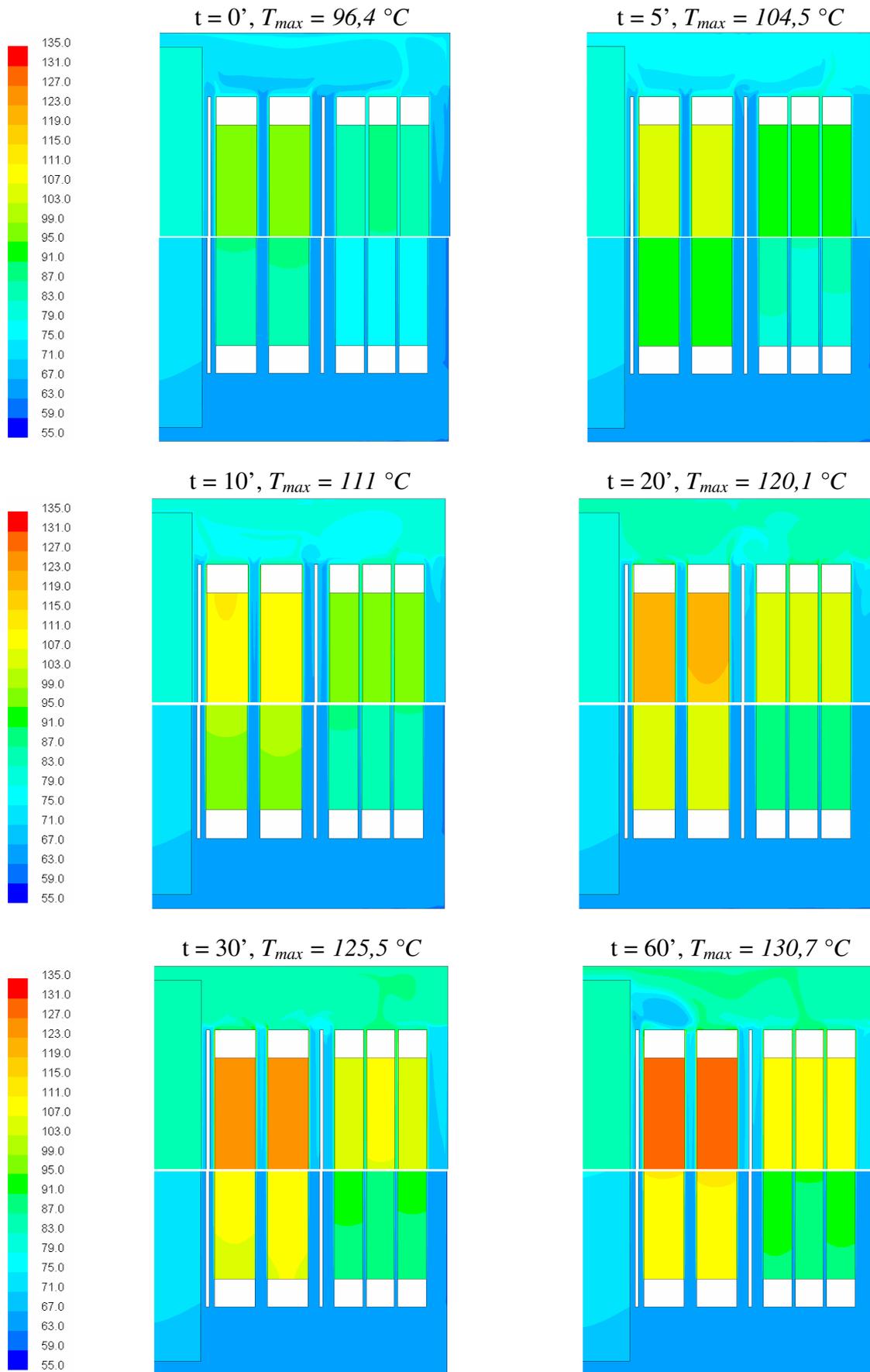


Figure V.6 : Champs de température dans la partie supérieure et inférieure du transformateur à différents pas de temps pour  $U = 1,20 \text{ m.s}^{-1}$  dans le cas 5'

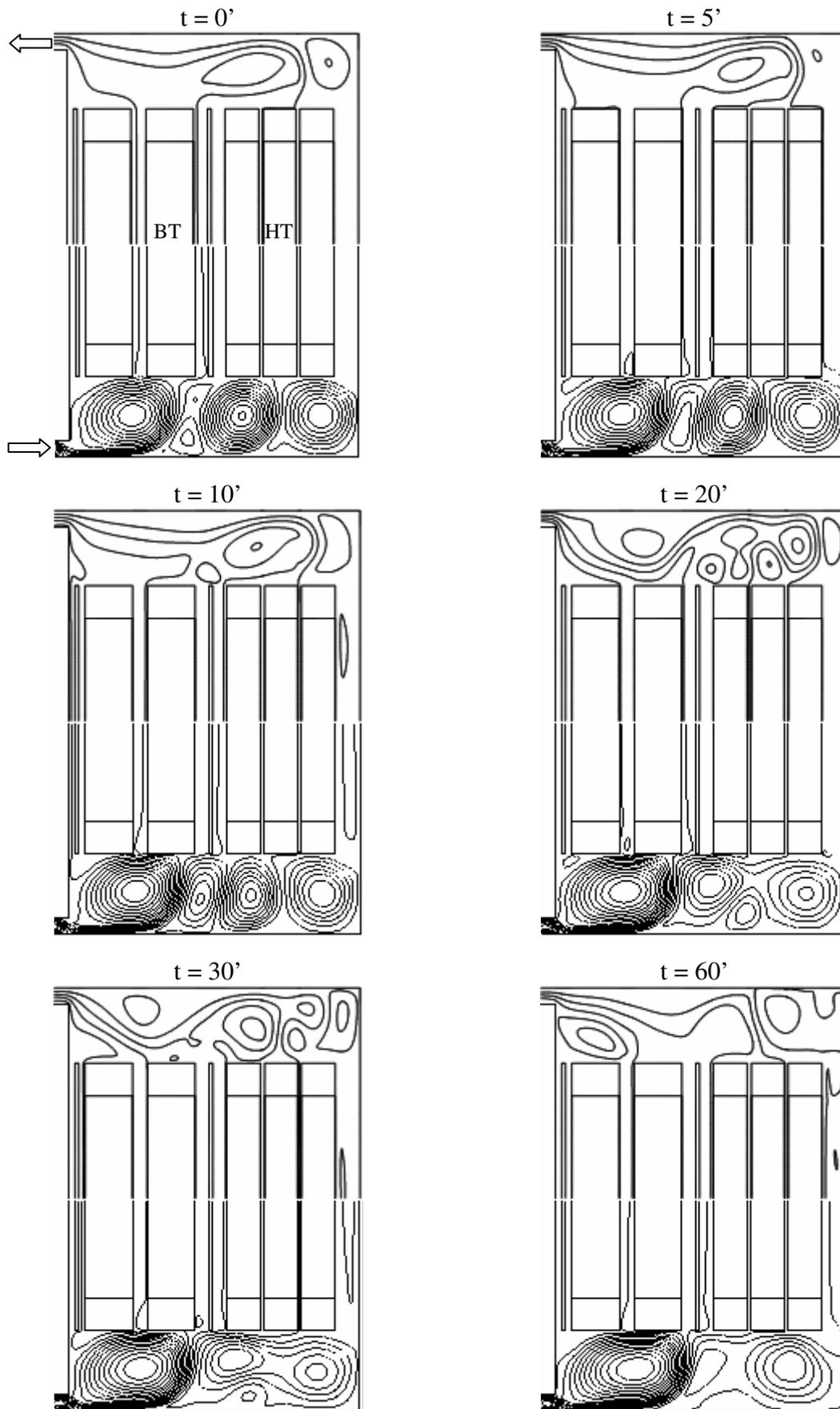


Figure V.7 : Lignes de courant dans la partie supérieure et inférieure du transformateur à différents pas de temps pour  $U = 1,20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  dans le cas 5'

## V.2.2. Cas 14'

### V.2.2.1. Evolution temporelle de la température des points chauds

La figure V.8 représente l'évolution de la température du point chaud dans les cas 14 et 14' dès que celui-ci est soumis à un régime de surcharge de 160% du régime nominal. Dans la figure on a détaillé les deux premières minutes et les températures sont calculées aux mêmes pas de temps qu'au cas précédent pour les deux hypothèses considérées. Ainsi, on peut observer que le surplus de chaleur dégagée par les enroulements entraîne une augmentation brusque des températures pour l'hypothèse d'une densité de flux (cas 14) et une progressive pour l'hypothèse d'une source interne de chaleur (cas 14'). Pour la première hypothèse, on constate que dès l'application de la surcharge, la température des points chauds passe brusquement de 97,4 °C en régime permanent à 109,5 °C en augmentant très vite pendant les trente premières secondes à 130,6 °C, pour atteindre 132,9 °C à une minute avant de rester constantes autour de 133,9 °C après 2 minutes.

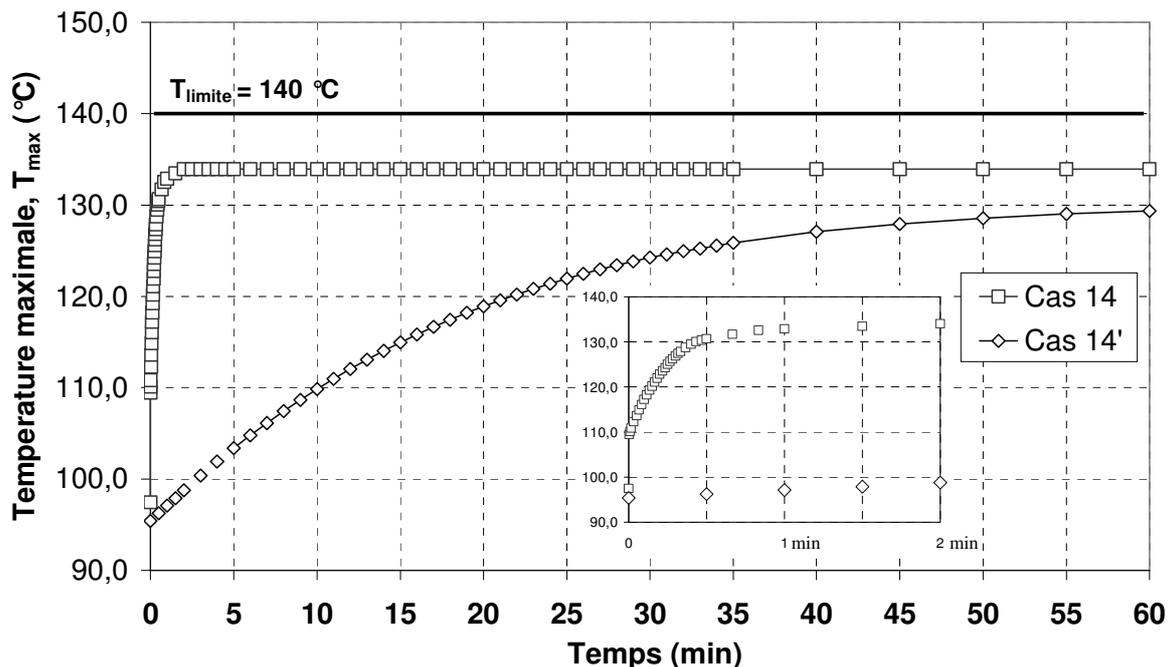


Figure V.8 : Variation de la température maximale à l'intérieur du transformateur électrique pendant une heure dans les cas 14 et 14'

Lorsque on modélise le couplage entre les solides et le fluide en imposant la source volumique dans le cas 14', on observe que la température des points chauds augmente progressivement dans le temps. Ainsi, la température du point chaud monte de 95,4 °C en

régime permanent à  $96,2\text{ }^{\circ}\text{C}$  après 30 secondes, à  $97,1\text{ }^{\circ}\text{C}$  après une minute, à  $97,9\text{ }^{\circ}\text{C}$  après 2 minutes et finalement à  $129,3\text{ }^{\circ}\text{C}$  après une heure de fonctionnement en régime de surcharge. Par rapport aux cas 5 et 5', on constate qu'à chaque instant les températures des points chauds sont plus faibles pour les deux conditions à la limite ce qui s'explique par l'optimisation thermique et dynamique faite dans le *chapitre III*. Par la suite, une étude comparative des résultats est faite dans le cas 14' pour une vitesse de l'huile de  $1,2\text{ m.s}^{-1}$  imposée à l'entrée du transformateur lorsqu'il est soumis pendant une heure au même régime de surcharge que les cas 5 et 5'.

### V.2.2.2. Etude comparative des résultats

La *figure V.9* montre que la variation des débits à l'intérieur des trois premiers canaux 1, 2a et 2b est presque nulle dans le temps. Comme dans le cas précédent, les débits dans le canal 3 commencent à diminuer mais, cette fois-ci plus lentement grâce à l'obstacle placé à la partie inférieure du transformateur. A l'intérieur des canaux 5 et 6 de l'enroulement primaire l'huile est chauffée des deux côtés dans une section annulaire petite et on observe qu'elle monte plus facilement dans ces canaux avec une température de mélange à la sortie plus élevée que dans les autres canaux (*figure V.10*) mais avec une température maximale sur les parois moins importante que dans le canal 3 (*figure V.11*).

Les isothermes dans la partie supérieure du transformateur (*figure V.12*) montrent qu'une partie de la couche "froide" de l'huile sortant du canal 3 se dirige directement vers la sortie alors qu'une autre tourne dans un rouleau (*figure V.13*) avant de longer la paroi supérieure pour échanger de la chaleur par convection naturelle avec le milieu ambiant avant sa sortie. Mais avec le temps, cette couche "froide" diminue en s'échauffant rendant par conséquent l'huile plus chaude dans la partie supérieure. D'un autre côté, on peut voir que la température du cuivre dans la partie centrale et inférieure de l'enroulement primaire entre les canaux 5 et 6 est moins élevée que celle des parties latérales alors que la tendance s'inverse dans la partie supérieure. Ceci s'explique par une vitesse plus grande de l'huile à l'entrée du canal où l'huile froide se chauffe très vite et au fur et à mesure qu'elle avance dans les canaux elle prend de moins en moins de chaleur. De plus, les isothermes montrent que la température du cuivre tant à la partie inférieure que supérieure monte pour atteindre une valeur de  $129,3\text{ }^{\circ}\text{C}$  après une heure mais sans dépasser la limite du point chaud de  $140\text{ }^{\circ}\text{C}$  en régime transitoire.

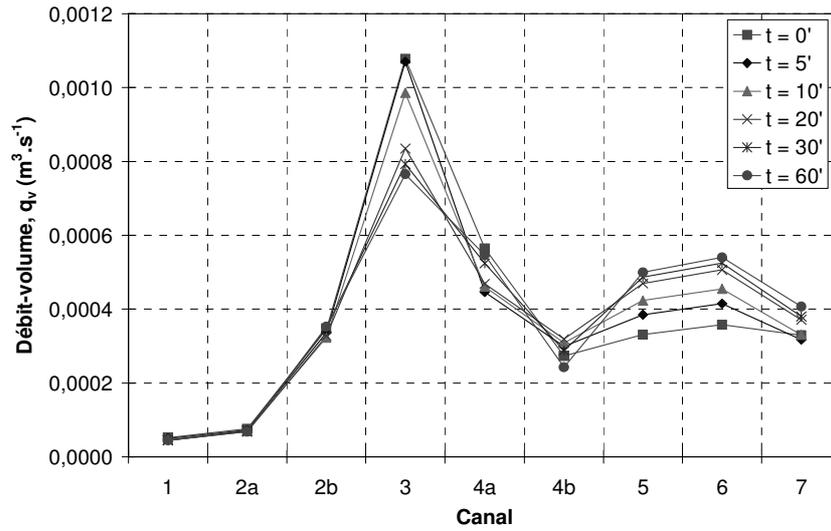


Figure V.9 : Débit - volume au milieu de chaque canal à différents pas de temps

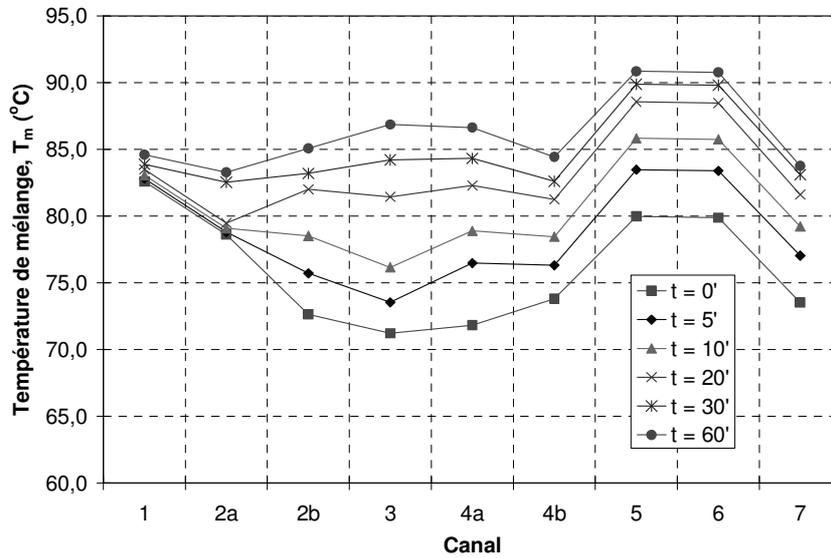


Figure V.10 : Température de mélange à la sortie de chaque canal à différents pas de temps

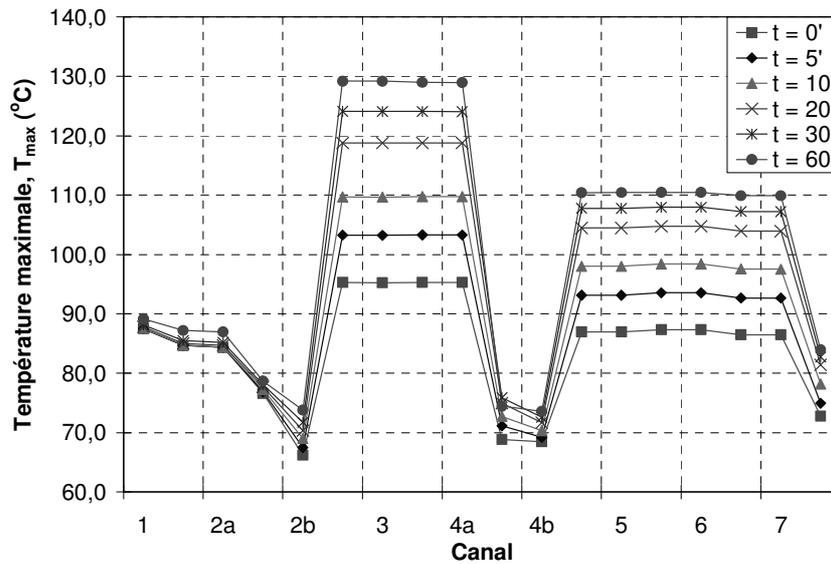


Figure V.11 : Température maximale sur les parois de chaque canal à différents pas de temps

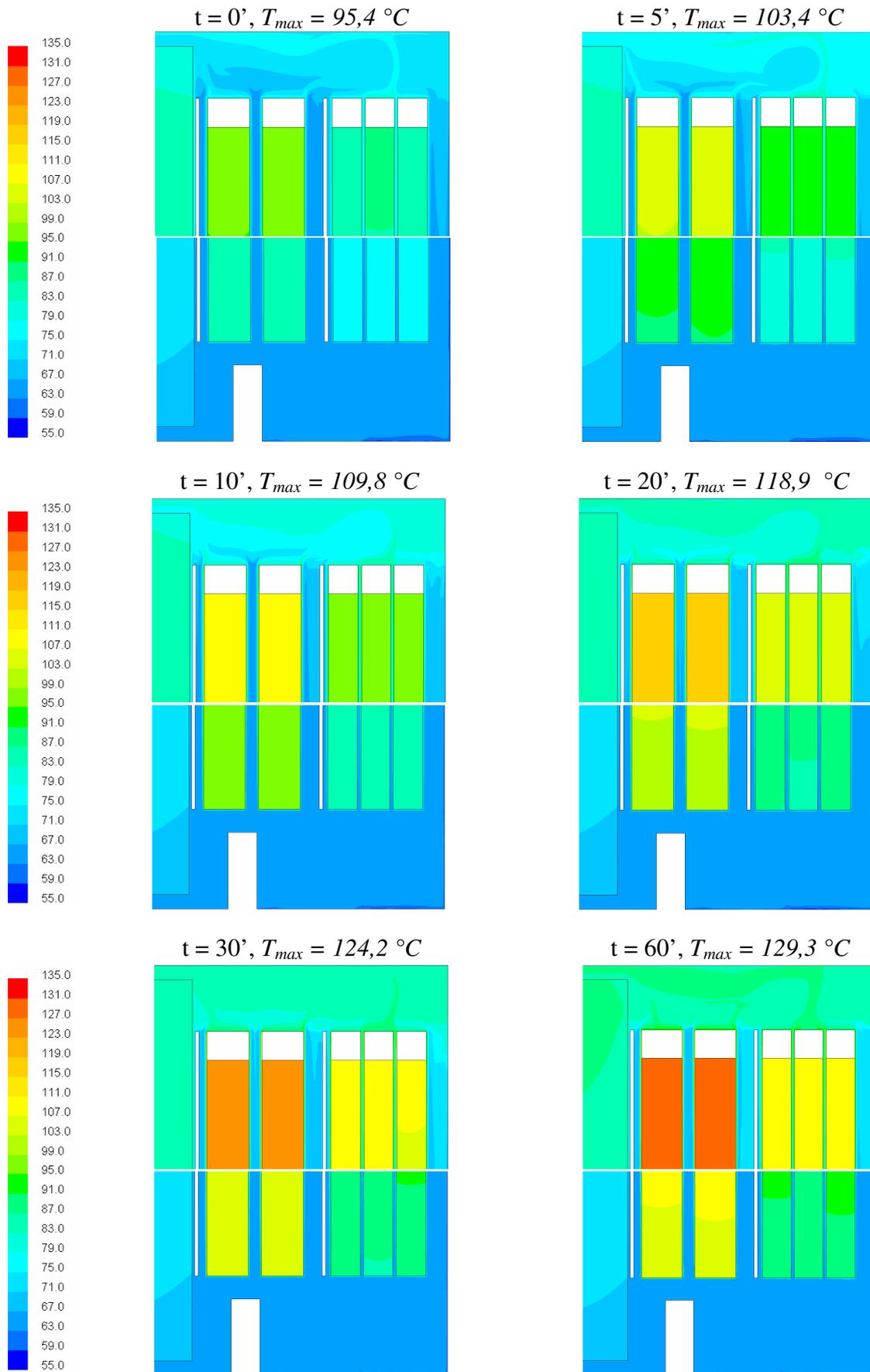


Figure V.12 : Champs de température dans la partie supérieure et inférieure du transformateur à différents pas de temps pour  $U = 1,20 \text{ m.s}^{-1}$  dans le cas 14'

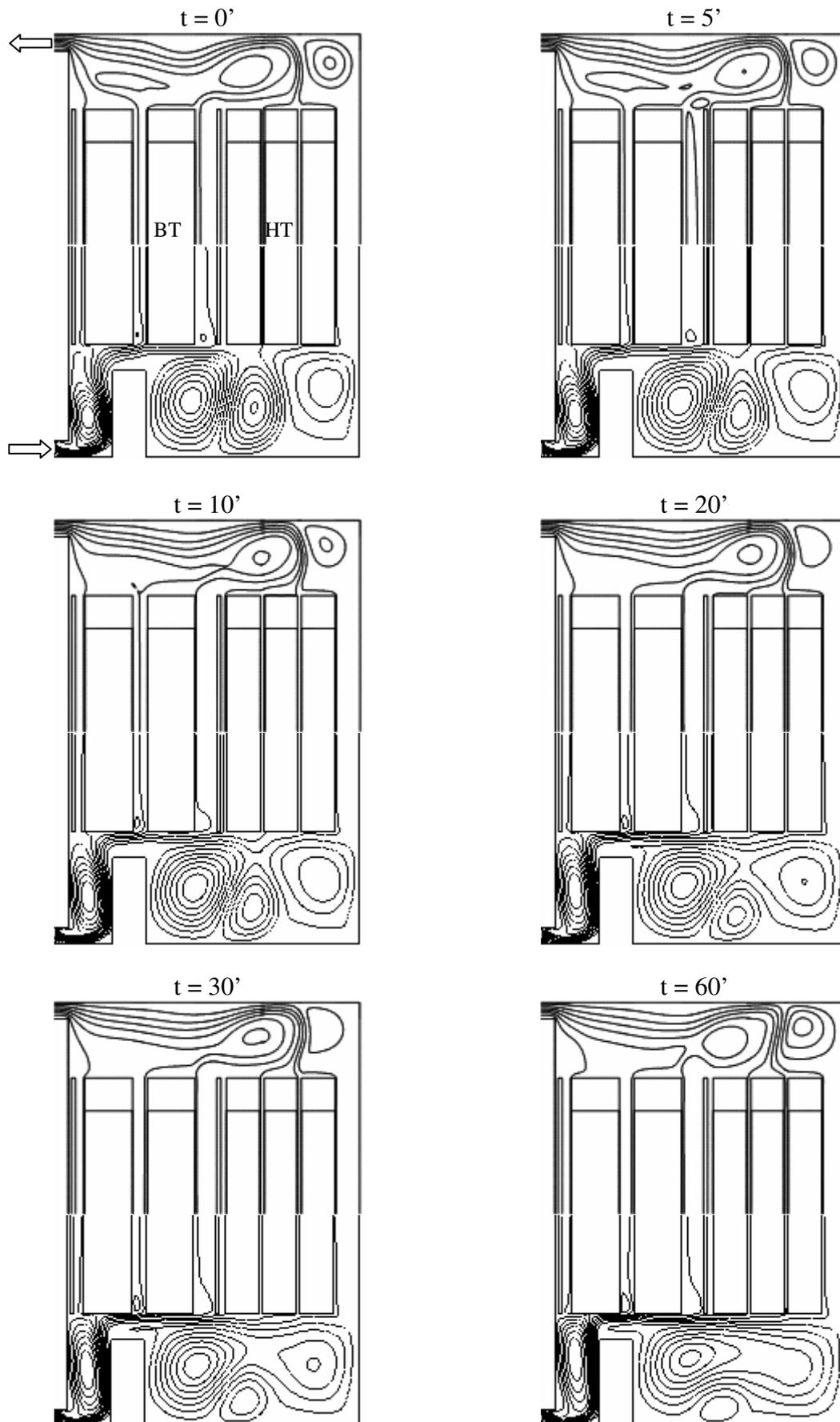


Figure V.13 : Lignes de courant dans la partie supérieure et inférieure du transformateur à différents pas de temps pour  $U = 1,20 \text{ m.s}^{-1}$  dans le cas 14'

### V.3. CONCLUSIONS

Dans ce chapitre l'étude a concerné la modélisation thermique et dynamique d'un transformateur soumis pendant une heure à une surcharge de 160 % de régime nominal en provoquant une surchauffe dans les enroulements. L'analyse des résultats montre que dans le régime transitoire les points chauds sont toujours localisés tant à l'intérieur de l'enroulement secondaire que sur ses surfaces dans les canaux 2b, 3 et 4a. Les débits - volume diminuent avec le temps à l'intérieur du canal 3 et augmentent à l'intérieur des canaux 5 et 6 de l'enroulement primaire. Malgré ça, on a observé que la température de mélange de l'huile à la sortie de ces deux derniers canaux est plus grande que dans le canal 3, ce qui s'explique par leur étroitesse chauffant davantage l'huile ce qui diminue sa viscosité.

En prenant l'hypothèse d'une densité de flux imposée, on a pu constater que dès l'application de la surcharge, la température des points chauds montre un écart brusque d'un minimum de 12 °C, pour se stabiliser après seulement 2 minutes à une valeur de 136,1°C dans le cas 5' et de 133,9 °C dans le cas 14'. Par contre, pour l'hypothèse d'une source volumique la température maximale augmente dans les premiers instants avec un écart qui ne dépasse pas 1 °C. Puis, elle augmente lentement pendant une heure pour arriver à une température stable de 130,7 °C dans le cas 5' et de 129,3 °C dans le cas 14'. Dans les deux cas considérés on observe que ces températures ne dépassent pas la limite de 140 °C et leur évolution temporelle a lieu progressivement sans passer par un maximum malgré la thermodépendance de l'huile. Ceci permet de réaliser une analyse préliminaire du régime transitoire en imposant directement à l'intérieur des enroulements la densité de flux ou la source volumique correspondante à ce régime (tableau II.4). L'hypothèse d'une densité de flux sur les surfaces qui était justifiée dans le régime permanent n'est plus valable dans le régime transitoire. De plus, on constate que les températures dans le cas 5' sont toujours plus élevées que celles du cas 14', ce qui s'explique par la configuration géométrique optimale de ce dernier et l'écoulement dirigé de l'huile à l'intérieur.



**CHAPITRE VI**

**OPTIMISATION DE LA DISTANCE  
ENTRE DEUX PLAQUES PLANES  
PARALLELES CHAUFFEES**



## VI.1. INTRODUCTION

Dans ce chapitre, l'étude est basée sur un développement analytique pour l'optimisation des espacements entre deux plaques planes verticales soumises à des densités de flux uniformes lorsque le transfert de chaleur a lieu par convection mixte. Dans le premier chapitre, nous avons évoqué la méthode de **Bejan** [19] pour l'optimisation des distances entre des plaques planes verticales ou horizontales lorsque le transfert de chaleur se fait par convection naturelle ou forcée dans un écoulement laminaire. Vu que les hypothèses faites correspondent au problème du refroidissement du transformateur électrique, sa méthode va nous servir de repère dans notre étude d'optimisation en convection mixte.

Ainsi, les espacements optimaux seront calculés pour les trois régimes de convection (naturelle, forcée et mixte) en considérant la configuration géométrique du cas optimal 14 (*figure III.1*) dans laquelle on a utilisé l'hypothèse d'une densité de flux surfacique. La vitesse de l'huile imposée à l'entrée du transformateur est de  $1,2 \text{ m.s}^{-1}$ . L'analyse faite dans le *chapitre III* a montré qu'à l'intérieur du transformateur, l'huile circule dans des canaux qui ont différentes largeurs et dont les parois sont soumises à des conditions aux limites symétriques ou différentes. Malgré les vitesses élevées de l'huile imposées à l'entrée du transformateur, à l'intérieur des canaux celles-ci sont assez faibles comprises entre  $0,001 \text{ m.s}^{-1}$  et  $0,035 \text{ m.s}^{-1}$  et le nombre de *Reynolds* ne dépasse pas 200. Par conséquent, à l'intérieur de notre modèle le transfert de chaleur a lieu essentiellement par convection mixte aidée dans un écoulement laminaire. De plus, vu les dimensions du transformateur on peut supposer que le transfert de chaleur et l'écoulement de l'huile ont lieu entre deux plaques planes verticales à la place d'une section annulaire.

## VI.2. DISTANCE OPTIMALE ENTRE DEUX PLAQUES PLANES PARALLELES EN CONVECTION MIXTE

### VI.2.1. Approche du problème

Dans les chapitres précédents, on a pu constater que le système de refroidissement du transformateur électrique concerne plusieurs parties génératrices de chaleur (enroulements et noyau) placés dans un volume donné (cuve). A l'intérieur de ce volume, un fluide caloporteur entre par la partie inférieure et traverse les canaux de refroidissement où il gagne de la chaleur avant de sortir par la partie supérieure. Un refroidissement efficace d'un tel système consiste à trouver l'espacement optimal entre les parois de ces canaux afin de maximiser le transfert de chaleur entre les parties actives et le fluide tout en respectant les contraintes locales définies par les normes comme la température limite du point chaud sur ces parois.

La *figure VI.1* représente un écoulement laminaire établi en convection mixte aidée entre deux plaques planes parallèles et verticales distantes de  $e$ . La coordonnée longitudinale  $x$  est choisie au long de la paroi et la coordonnée transversale  $y$  est perpendiculaire à la direction de l'écoulement. Le régime considéré est permanent et le fluide est newtonien, incompressible et ses propriétés thermo-physiques  $\mu$ ,  $\beta$ ,  $\lambda$  et  $C_p$  sont indépendantes de la température. Sur les deux parois  $y = 0$  et  $y = e$  on a imposé deux flux de chaleur uniformes et égaux  $\varphi$ .

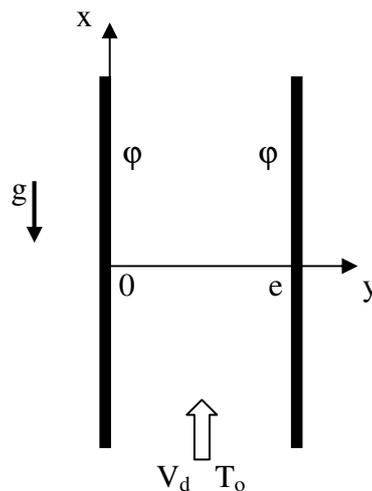


Figure VI.1 : Ecoulement laminaire et ascendant entre deux plaques planes verticales

A l'entrée du canal, le fluide dont la température est  $T_o$  a une vitesse débitante  $V_d$ . Dans le canal, la température du fluide dépend aussi bien de  $x$  que de  $y$  et le profil de la vitesse est indépendant de  $x$  :  $\frac{\partial U}{\partial x} = 0$  et  $U$  varie dans la direction  $y$ . De plus, la pression varie linéairement au long de l'écoulement ( $\frac{dp^*}{dx} = cte$ ) ainsi que la température sur les parois ( $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$ ). En ce qui concerne la température de référence du fluide, elle sera représentée par la température moyenne  $T_m$  en chaque section du canal :

$$T_m(x) = \frac{1}{e} \int_0^e T(x, y) dy \quad (\text{VI.1})$$

la masse volumique correspondante étant :  $\rho_m = \rho(T_m)$ .

L'approximation de *Boussinesq* est utilisée afin de négliger la variation de la masse volumique dans tous les termes sauf dans la poussée d'Archimède où la masse volumique varie linéairement avec la température :

$$\rho = \rho_m [1 - \beta(T - T_m)]$$

L'équation de quantité de mouvement en  $y$  nous donne  $\frac{\partial p^*}{\partial y} = 0$  et  $p^* = p^*(x)$  ; en  $x$  elle devient :

$$\rho_m g \beta (T - T_m) - \frac{dp^*}{dx} + \mu \frac{d^2 U}{dy^2} = 0 \quad (\text{VI.2})$$

Puisque  $T_m$  est fonction de  $x$ ,  $\rho_m$  l'est aussi. Si on néglige  $\frac{d\rho_m}{dx}$ , en dérivant l'équation VI.2 en fonction de  $x$  on obtient :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_m}{dx} + \frac{1}{\rho_m g \beta} \frac{d^2 p^*}{dx^2} \quad (\text{VI.3})$$

En sachant que :

$$\frac{d^2 p^*}{dx^2} = 0 \Rightarrow \frac{dp^*}{dx} = cte. \quad (VI.4)$$

l'équation VI.3 devient :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_m}{dx} \quad (VI.5)$$

L'équation d'énergie nous donne :

$$U \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\lambda}{\rho_m C_p} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (VI.6)$$

En remplaçant l'équation VI.5 dans l'équation VI.6 on obtient :

$$\rho_m C_p \frac{dT_m}{dx} U = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (VI.7)$$

Sachant que la vitesse débitante a pour expression :

$$V_d(y) = \frac{1}{e} \int_0^e U dy \quad (VI.8)$$

l'intégration de VI.7 dans la section 0 – e donne :

$$\rho_m C_p \frac{dT_m}{dx} \int_0^e U dy = \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=e} - \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}$$

soit :

$$e \rho_m C_p V_d \frac{dT_m}{dx} = \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=e} - \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (VI.9)$$

Prenons en compte les conditions aux limites :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = \varphi, \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=e} = \varphi \quad (\text{VI.10})$$

dans l'équation VI.9 ; il vient :

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{2\varphi}{e \rho_m C_p V_d} \quad (\text{VI.11})$$

En remplaçant VI.11 dans l'équation VI.7 on obtient :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{2\varphi U}{e \lambda V_d} \quad (\text{VI.12})$$

Afin de simplifier les équations, définissons les paramètres adimensionnels [7] :

$$y^+ = \frac{y}{e}, \quad u^+ = \frac{U}{V_d}, \quad T^+ = \frac{(T - T_m)\lambda}{e\varphi}, \quad k^+ = \frac{e^2}{\mu V_d} \frac{dp^*}{dx} \quad (\text{VI.13})$$

De plus, les paramètres physiques sont réunis dans des critères de similitude et des nombres sans dimension [24, 45] donnés ci-dessous, en sachant que le diamètre hydraulique entre deux plaques planes parallèles  $D_h = 2e$  :

- Le nombre de *Reynolds* :  $Re_e = \frac{2eV_d\rho_m}{\mu} \quad (\text{VI.14})$

- Le nombre de *Richardson* modifié :  $Ri_e^* = \frac{4g\beta\varphi e^2}{\lambda V_d^2} \quad (\text{VI.15})$

- Le nombre de *Grashof* modifié :  $Gr_e^* = \frac{16\rho_m^2 g\beta\varphi e^4}{\mu^2 \lambda} \quad (\text{VI.16})$

- Le coefficient de poussée thermique modifié :  $(RiRe)_e^* = \frac{8\rho_m g\beta\varphi e^3}{\mu\lambda V_d} \quad (\text{VI.17})$

Ainsi, l'équation VI.2 peut être réécrite ci-dessous sous forme adimensionnée :

$$\frac{d^2 u^+}{dy^{+2}} = -\frac{(RiRe)_e^*}{8} T^+ + k^+ \quad (VI.18)$$

Les conditions aux limites pour  $u^+$  sont :

$$u^+(0) = u^+(1) = 0 \quad (VI.19)$$

En remplaçant les paramètres adimensionnels dans l'équation VI.12 on obtient :

$$\frac{\partial^2 T^+}{\partial y^{+2}} = 2u^+ \quad (VI.20)$$

A partir des équations VI.10 on peut écrire :

$$\left. \frac{\partial T^+}{\partial y^+} \right|_{y^+=0} = -1, \quad \left. \frac{\partial T^+}{\partial y^+} \right|_{y^+=1} = 1 \quad (VI.21)$$

Les équations VI.8 et VI.13 donnent la condition suivante pour  $u^+$  :

$$\int_0^1 u^+(y^+) dy^+ = 1 \quad (VI.22)$$

De même, à partir des équations VI.1 et VI.13 on peut écrire la condition pour  $T^+$  :

$$\int_0^1 T^+(y^+) dy^+ = 0 \quad (VI.23)$$

Les équations VI.18 et VI.20 nous donnent :

$$\frac{d^4 u^+}{dy^{+4}} = -\frac{(RiRe)_e^*}{4} u^+ \quad (VI.24)$$

De plus, à partir des équations VI.18 et VI.21 on obtient :

$$\left. \frac{d^3 u^+}{dy^{+3}} \right|_{y^+=0} = \frac{1}{8} (RiRe)_e^*, \quad \left. \frac{d^3 u^+}{dy^{+3}} \right|_{y^+=1} = -\frac{1}{8} (RiRe)_e^* \quad (VI.25)$$

Si on réécrit l'équation VI.18 sous la forme suivante :

$$T^+ = -\frac{8}{(RiRe)_e^*} \left( \frac{d^2 u^+}{dy^{+2}} - k^+ \right) \quad (VI.26)$$

à partir de l'équation VI.23 on obtient :

$$k^+ = \left. \frac{du^+}{dy^+} \right|_{y^+=1} - \left. \frac{du^+}{dy^+} \right|_{y^+=0} \quad (VI.27)$$

L'équation VI.24 peut être résolue avec les conditions aux limites données par les équations VI.19 et VI.25 en tenant compte de la condition VI.22. En supposant que  $(RiRe)_e^* \neq 0$ , la solution générale de l'équation VI.24 est trouvée en résolvant l'équation caractéristique suivante [7] :

$$\eta^4 = \omega^4 \quad (VI.28)$$

où :

$$\omega = \left( -\frac{1}{4} (RiRe)_e^* \right)^{1/4} \quad (VI.29)$$

En sachant que les solutions de l'équation VI.28 sont  $\omega$ ,  $-\omega$ ,  $i\omega$  et  $-i\omega$ , la solution générale de l'équation VI.24 qui donne le profil de la vitesse adimensionnée est :

$$u^+(y^+) = a_1 \sinh(\omega y^+) + a_2 \cosh(\omega y^+) + a_3 \sin(\omega y^+) + a_4 \cos(\omega y^+) \quad (VI.30)$$

où les coefficients  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  et  $a_4$  sont calculés en imposant les conditions aux limites données par les équations VI.19 et VI.25 :

$$\begin{aligned}
 a_1 &= -\frac{\omega[-1 + \cosh(\omega) + \cos(\omega)(-1 + \cosh(\omega)) + \sin(\omega)\sinh(\omega)]}{4[-1 + \cos(\omega)\cosh(\omega)]} \\
 a_2 &= \frac{\omega[\sin(\omega)(1 + \cosh(\omega)) + \sinh(\omega)(1 + \cos(\omega))]}{4[-1 + \cos(\omega)\cosh(\omega)]} \\
 a_3 &= -\frac{\omega[1 + \cosh(\omega) - \cos(\omega)(1 + \cosh(\omega)) + \sin(\omega)\sinh(\omega)]}{4[-1 + \cos(\omega)\cosh(\omega)]} \\
 a_4 &= -\frac{\omega[\sin(\omega)(1 + \cosh(\omega)) + \sinh(\omega)(1 + \cos(\omega))]}{4[-1 + \cos(\omega)\cosh(\omega)]} \tag{VI.31}
 \end{aligned}$$

Ainsi, à partir des équations VI.27 et VI.30 on obtient :

$$k^+ = \frac{\omega^2[-\cos(\omega) + \cosh(\omega) + \sin(\omega)\sinh(\omega)]}{-1 + \cos(\omega)\cosh(\omega)} \tag{VI.32}$$

De même, le profil de la température adimensionnée se calcule à partir des équations VI.26, VI.29, VI.30 et VI.32 :

$$\begin{aligned}
 T^+(y^+) &= \frac{2[a_1 \sinh(\omega y^+) + a_2 \cosh(\omega y^+) - a_3 \sin(\omega y^+) - a_4 \cos(\omega y^+)]}{\omega^2} + \\
 &+ \frac{2[\sin(\omega)\sinh(\omega) - \cos(\omega) + \cosh(\omega)]}{\omega^2[1 - \cos(\omega)\cosh(\omega)]} \tag{VI.33}
 \end{aligned}$$

Finalement, la vitesse débitante  $V_d$  s'obtient à partir des équations VI.13 et VI.32 :

$$V_d = \frac{-1 + \cos(\omega)\cosh(\omega)}{\omega^2[-\cos(\omega) + \cosh(\omega) + \sin(\omega)\sinh(\omega)]} \frac{e^2 \Delta p^*}{\mu H} \tag{VI.34}$$

où  $e$  et  $H$  sont respectivement la distance entre les parois et la hauteur du canal (figure VI.2).

Afin de simplifier les calculs, en sachant que le paramètre adimensionnel  $\omega$  est fonction du critère de similitude  $(\text{RiRe})_e^*$  (équation VI.29), à partir de l'équation VI.34 on peut établir une régression linéaire d'une précision de 99 % valable pour des valeurs de  $(\text{RiRe})_e^*$  comprises entre 20 et 2000 (qui correspondent aux valeurs relevées dans les canaux de refroidissement du transformateur électrique) :

$$V_d = (1,2 \cdot 10^{-5} (RiRe)_e^* + 0,082) \frac{e^2 \Delta p^*}{\mu H} \quad (\text{VI.35})$$

Sachant que  $(RiRe)_e^* = \frac{8 g \beta \varphi e^3}{\nu \lambda V_d}$  (équation VI.17), l'expression VI.35 peut être réécrite

afin d'obtenir une équation du deuxième degré pour  $V_d$ :

$$-V_d^2 + 0,082 \frac{e^2 \Delta p^*}{\mu H} V_d + 9,6 \cdot 10^{-5} \frac{e^5 g \beta \varphi \Delta p^*}{\nu \mu \lambda H} = 0 \quad (\text{VI.36})$$

dont les solutions sont :

$$V_d = \frac{0,04 e^2 \Delta p^*}{H \mu} \pm \frac{0,04 e^2 (\Delta p^*{}^2 \nu^2 \lambda^2 + 0,057 g H \beta \varphi e \Delta p^* \nu \lambda \mu)^{1/2}}{H \mu \nu \lambda} \quad (\text{VI.37})$$

Dans cette dernière équation, la solution retenue pour exprimer  $V_d$  est celle avec le signe « plus », alors que leur différence donne des valeurs négatives :

$$V_d = \frac{0,04 e^2 \Delta p^*}{H \mu} + \frac{0,04 e^2 (\Delta p^*{}^2 \nu^2 \lambda^2 + 0,057 g H \beta \varphi e \Delta p^* \nu \lambda \mu)^{1/2}}{H \mu \nu \lambda} \quad (\text{VI.38})$$

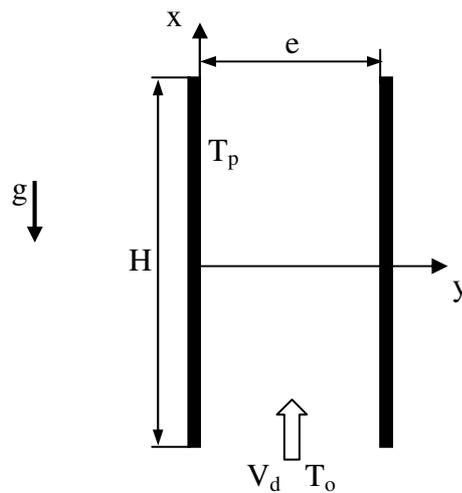


Figure VI.2 : Deux plaques planes verticales refroidies par convection mixte

Par la suite, d'une façon analogue à la méthode d'optimisation pour les convection naturelle et forcée proposée par Bejan et décrite dans le *chapitre I*, le calcul sera appuyé analytiquement afin de trouver l'espacement optimal entre parois qui permet un dégagement maximal de chaleur. Ainsi, dans la *figure VI.2* on considère deux plaques planes verticales de hauteur  $H$  et distantes de  $e$  soumises à deux flux de chaleur uniformes et égaux  $\varphi$ . Le transfert de chaleur a lieu par convection mixte dans un écoulement ascendant et laminaire. Deux situations extrêmes vont être considérées : espacements étroits et espacement larges afin de trouver l'espacement optimal entre les parois à l'intersection de ces deux extrêmes.

## VI.2.2. Espacements étroits

Lorsqu'on suppose que la distance entre les parois  $e$  tend vers 0, l'écoulement du fluide peut être considéré établi et le flux de chaleur transporté par le fluide à la sortie du canal se calcule avec la relation ci-dessous :

$$Q_{ml} = V_d e \rho C_p \Delta T \quad (\text{VI.39})$$

Lorsque les distances entre les parois sont suffisamment petites, on peut approcher l'hypothèse que la température de mélange de fluide à la sortie du canal est égale à la température des parois. Ainsi, dans l'équation VI.39,  $\Delta T = T_p - T_m$  est définie par la différence entre la température moyenne des parois  $T_p$  et la moyenne des températures de mélange du fluide à la sortie et à l'entrée du canal  $T_m$ .

En remplaçant l'expression de la vitesse débitante  $V_d$  (équation VI.38) dans l'équation VI.39, on obtient :

$$Q_{ml} = \frac{e^3 \rho C_p \Delta T [0,04 \Delta p^* v \lambda + 0,04 (\Delta p^* v^2 \lambda^2 + 0,057 g H \beta \varphi e \Delta p^* v \lambda \mu)^{1/2}]}{H v \lambda \mu} \quad (\text{VI.40})$$

Sachant que le nombre de *Bejan* est [20] :

$$Be_H = \frac{\Delta p^* H^2}{a \mu} \quad (\text{VI.41})$$

l'équation VI.40 peut être réécrite ainsi :

$$Q_{m1} = Be_H \Delta T \lambda e^3 H^{-3} \left[ 0,04 + 0,04 \left( 1 + 0,057 \frac{g H \beta \mu \phi e}{\Delta \rho^* \nu \lambda} \right)^{1/2} \right] \quad (\text{VI.42})$$

### VI.2.3. Espacements larges

De même, si on suppose que la distance  $e$  entre les parois est suffisamment grande pour dépasser l'épaisseur de la couche limite thermique sur chaque plaque, le flux de chaleur transféré au fluide de refroidissement par les deux parois du canal est :

$$Q_{m2} = 2 H h (T_p - T_m) \quad (\text{VI.43})$$

Le coefficient de convection thermique  $h$  en convection mixte aidée peut se calculer en utilisant l'expression suivante du nombre de *Nusselt* donnée pour un écoulement laminaire sur une plaque plane verticale en convection mixte externe soumise à une densité de flux uniformes et constante [42] :

$$Nu_H = \frac{h H}{\lambda} = 2 F_1(Pr) \left[ 1 + \left( \frac{5 F_2(Pr)(Ri_H^*/Re_H^{1/2})^{1/5}}{8 F_1(Pr)} \right)^3 \right]^{1/3} Re_H^{1/2} \quad (\text{VI.44})$$

où  $F_1(Pr)$  et  $F_2(Pr)$  sont deux fonctions caractérisant le fluide de refroidissement et données par les équations ci-dessous :

$$F_1(Pr) = 0,464 Pr^{1/3} \left[ 1 + \left( \frac{0,0207}{Pr} \right)^{2/3} \right]^{-1/4} \quad (\text{VI.45})$$

$$F_2(Pr) = Pr^{2/5} (4 + 9 Pr^{1/2} + 10 Pr)^{-1/5} \quad (\text{VI.46})$$

Dans l'équation VI.44 les nombres de *Reynolds* et de *Richardson* sont :

$$Re_H = \frac{V_d H}{\nu}, \quad Ri_H^* = \frac{g \beta \phi H^2}{\lambda V_d^2} \quad (\text{VI.47})$$

Afin de simplifier les calculs, dans les *équations VI.45* et *VI.46* on va considérer  $Pr = 503,5$  qui correspond à une huile minérale de température de  $80^\circ\text{C}$  [51] (température moyenne de l'huile dans le transformateur). Ainsi, les deux fonctions caractérisant l'huile sont :  $F_1(503,5) = 3,69$  et  $F_2(503,5) = 2,17$ . En remplaçant ces valeurs dans l'*équation VI.44*, on peut exprimer le coefficient thermoconvectif  $h$  correspondant à notre cas :

$$h = 7,38 \left[ 1 + 0,05 \left( Ri_H^* / Re_H^{1/2} \right)^{3/5} \right]^{1/3} \frac{\lambda}{H} Re_H^{1/2} \quad (\text{VI.48})$$

Finalement, en remplaçant l'*équation VI.48* dans l'*équation VI.43* on obtient :

$$Q_{m2} = 14,76 Re_H^{1/2} \left[ 1 + 0,05 \left( Ri_H^* / Re_H^{1/2} \right)^{3/5} \right]^{1/3} \lambda (T_p - T_m) \quad (\text{VI.49})$$

## VI.2.4. Espacements optimaux

Dans cette dernière étape, connaissant le flux de chaleur transféré au fluide de refroidissement par les parois du canal  $Q_{m2}$  et le flux de chaleur transporté par le fluide à l'extérieur du canal  $Q_{m1}$ , la distance optimale  $e_{m \text{ opt}}$  entre les parois peut être calculée en faisant le bilan thermique dans le canal, autrement dit en égalant les deux flux de chaleur donnés respectivement par les *équations VI.48* et *VI.42* :

$$e_{m \text{ opt}} = 2,45 H \left[ \frac{Re_H^{1/2} \left[ 1 + 0,05 \left( Ri_H^* / Re_H^{1/2} \right)^{3/5} \right]^{1/3}}{0,04 + 0,04 \left( 1 + 0,057 \frac{\rho g \beta \phi e_{m \text{ opt}} H}{\Delta p^* \lambda} \right)^{1/2}} \right]^{1/3} Be_H^{-1/3} \quad (\text{VI.50})$$

Ainsi, on peut voir que l'*équation VI.50* est implicite et la valeur de la distance optimale  $e_{m \text{ opt}}$  est obtenue par voie itérative. Egalement, on peut constater que les nombres sans dimension  $Re_H$ ,  $Ri_H$  et  $Be_H$  contiennent des termes communs et par conséquent, une appréciation de la distance optimale  $e_{m \text{ opt}}$  en fonction de chacun de ces nombres n'est pas possible. Ainsi, l'*équation VI.50* sera réécrite en remplaçant les nombres adimensionnels par leurs expressions *VI.41* et *VI.47* :

$$e_{mopt} = 2,45 H \left[ \frac{\left( \frac{V_d H}{\nu} \right)^{1/2} \left[ 1 + 0,05 \left( \frac{g \beta \varphi H^2}{\lambda V_d^2} \left( \frac{V_d H}{\nu} \right)^{-1/2} \right)^{3/5} \right]^{1/3}}{0,04 + 0,04 \left( 1 + 0,057 \frac{\rho g \beta \varphi e_{mopt} H}{\Delta p^* \lambda} \right)^{1/2}} \right]^{1/3} \left( \frac{\Delta p^* H^2}{a \mu} \right)^{-1/3} \quad (VI.51)$$

Par la suite, afin de calculer la distance optimale en convection mixte, les paramètres thermophysiques dans cette dernière équation seront remplacés par des données numériques calculées dans la modélisation du cas optimal 14 (figure III.1). Afin d'analyser l'influence des différents régimes du transfert de chaleur sur la distance optimale, celle-ci sera calculée en plus pour la convection naturelle et forcée en considérant respectivement les expressions I.9 et I.19 données par Bejan dans le chapitre I et rappelées ci-dessous :

- Distance optimale entre deux plaques planes parallèles en *convection naturelle* :

$$e_{nopt} = 2,3 H Ra_H^{-1/4} \quad \text{ou} \quad e_{nopt} = 2,3 H \left( \frac{g \beta \Delta T H^3}{\nu a} \right)^{-1/4} \quad (VI.52)$$

- Distance optimale entre deux plaques planes parallèles en *convection forcée* :

$$e_{fopt} = 2,7 H Be_H^{-1/4} \quad \text{ou} \quad e_{fopt} = 2,7 H \left( \frac{\Delta p^* H^2}{\mu a} \right)^{-1/4} \quad (VI.53)$$

### VI.3. APPLICATION AU MODELE THERMOCONVECTIF DU TRANSFORMATEUR

Dans le *tableau VI.1*, les distances optimales correspondant aux trois régimes convectifs (naturelle  $e_{n\ opt}$ , forcée  $e_{f\ opt}$  et mixte  $e_{m\ opt}$ ) sont calculées respectivement par les expressions VI.52, VI.53 et VI.51 pour chaque canal dans la configuration optimale 14 (*figure III.1*) lorsqu'on utilise l'hypothèse d'une densité de flux et la vitesse de l'huile imposée à l'entrée du transformateur est de  $1,2\ m.s^{-1}$ . De plus, afin de faire une comparaison, les distances des canaux de refroidissement utilisées dans la modélisation numérique du cas 14 ( $e_{cas14}$ ) sont données dans la première colonne du tableau. D'une autre part, on doit préciser qu'à l'intérieur du transformateur, l'hypothèse des densités de flux égaux sur les parois est valable pour les canaux 1, 3, 5 et 6, alors que dans les canaux 2a, 2b, 4a, 4b et 7 les parois sont soumises à des conditions des flux asymétriques.

	$e_{cas14}\ (mm)$	$e_{n\ opt}\ (mm)$	$e_{f\ opt}\ (mm)$	$e_{m\ opt}\ (mm)$
Canal 1	5	4,4	8,8	10,0
Canal 2a	5	4,3	5,8	6,4
Canal 2b	11	3,2	6,1	7,2
Canal 3	18	3,2	6,6	7,7
Canal 4a	27	3,2	6,5	7,5
Canal 4b	7	3,7	6,4	7,3
Canal 5	5	3,9	6,1	7,1
Canal 6	5	3,9	6,1	7,1
Canal 7	30	3,7	6,4	7,3

*Tableau VI.1 : Distances optimales correspondant à chaque régime du transfert de chaleur*

Dans la *figure VI.3* on peut observer que par rapport aux canaux plus larges 2b, 3, 4a et 7, l'espacement  $e_{cas14}$  des canaux étroits 1, 2a, 4b, 5 et 6 est plus proche de l'espacement optimal calculé pour les trois régimes convectifs. Ceci signifie que la largeur de ces derniers canaux est suffisante afin d'évacuer la chaleur dégagé par leurs surfaces. Par contre, les autres canaux 2b, 3, 4a et 7 ont une largeur  $e_{cas14}$  plus grande que les valeurs optimales  $e_{n\ opt}$ ,  $e_{m\ opt}$  et  $e_{f\ opt}$  et la différence ne contribue pas beaucoup à l'évacuation de la chaleur à leurs sorties. Ainsi, les profils de température au milieu de ces canaux (*figure VI.4*) montrent que la

température est maximale sur les parois et qu'elle commence à diminuer vers le centre avec une couche limite thermique qui ne dépasse pas 4 mm. D'un autre côté, on peut observer que dans tous les canaux la distance optimale en convection forcée  $e_{f\ opt}$  est plus grande que celle calculée en convection naturelle  $e_{n\ opt}$  alors qu'en convection mixte  $e_{m\ opt}$  est plus grande que les deux. Ceci signifie que lorsque le transfert de chaleur se fait par convection mixte, le fluide qui participe à l'évacuation de la chaleur a besoin d'un espacement plus grand que lorsque l'échange thermique se fait seulement par convection naturelle ou forcée.

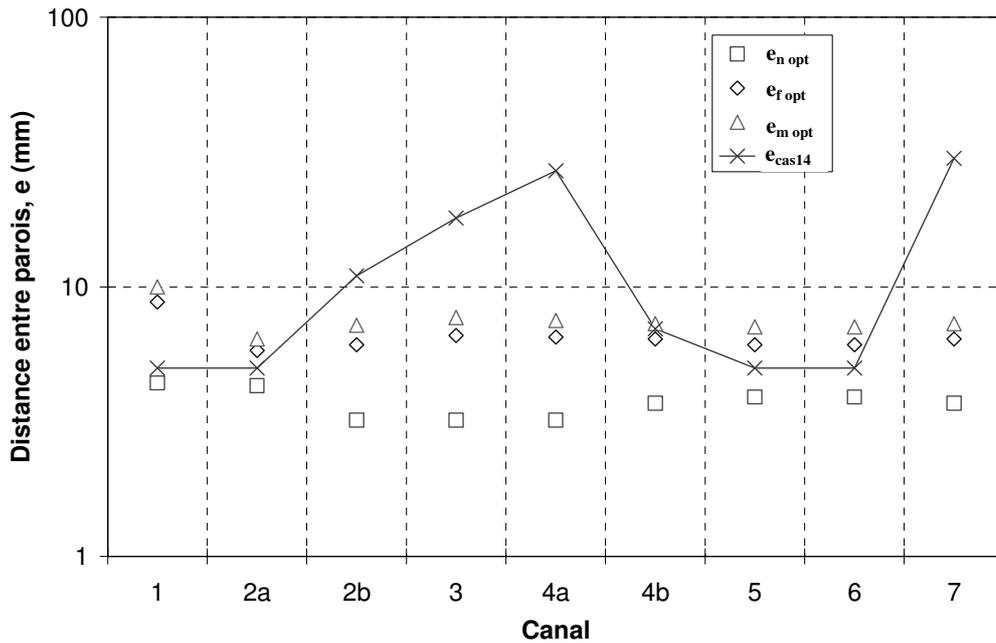


Figure VI.3 : Espacements optimaux et espacements utilisés dans le cas 14 pour chaque canal et différents régimes convectifs

Dans les équations VI.51, VI.52 et VI.53 on peut observer que la distance optimale  $e_{opt}$  calculée respectivement en convection mixte, naturelle et forcée dépend essentiellement de la hauteur des canaux  $H$  qui intervient dans tous les nombres sans dimension  $Ra_H$ ,  $Re_H$ ,  $Ri_H^*$  et  $Be_H$ . Ainsi, la figure VI.5 représente la variation de la distance optimale  $e_{opt}$  de chaque canal en fonction de la hauteur  $H$  du canal. On peut voir que pour tous les canaux et dans les trois régimes de convection la distance optimale augmente avec la hauteur du canal. De plus, on peut constater qu'en convection mixte la distance optimale  $e_{m\ opt}$  est toujours plus grande que celle en convection forcée  $e_{f\ opt}$  alors qu'en convection naturelle  $e_{n\ opt}$  est plus grande par rapport à ces deux régimes seulement pour des petites hauteurs des canaux ne dépassant pas 0,4 m. De plus, on peut voir que jusqu'à cette hauteur les distances optimales  $e_{f\ opt}$  et  $e_{m\ opt}$  sont égales pour tous les canaux.

CAS 14

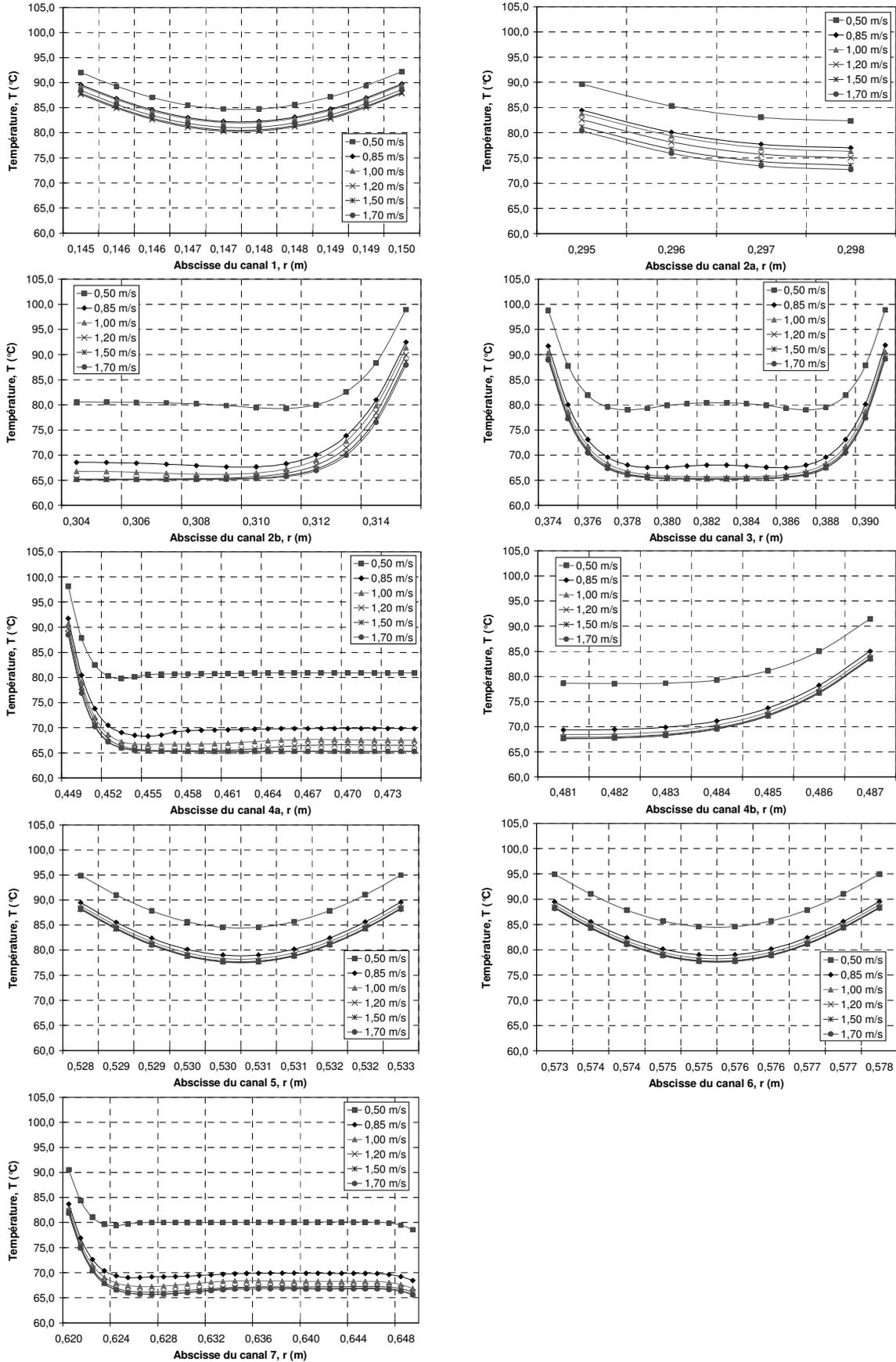


Figure VI.4 : Profils de température au milieu de chaque canal pour différentes vitesses d'entrée dans le cas 14

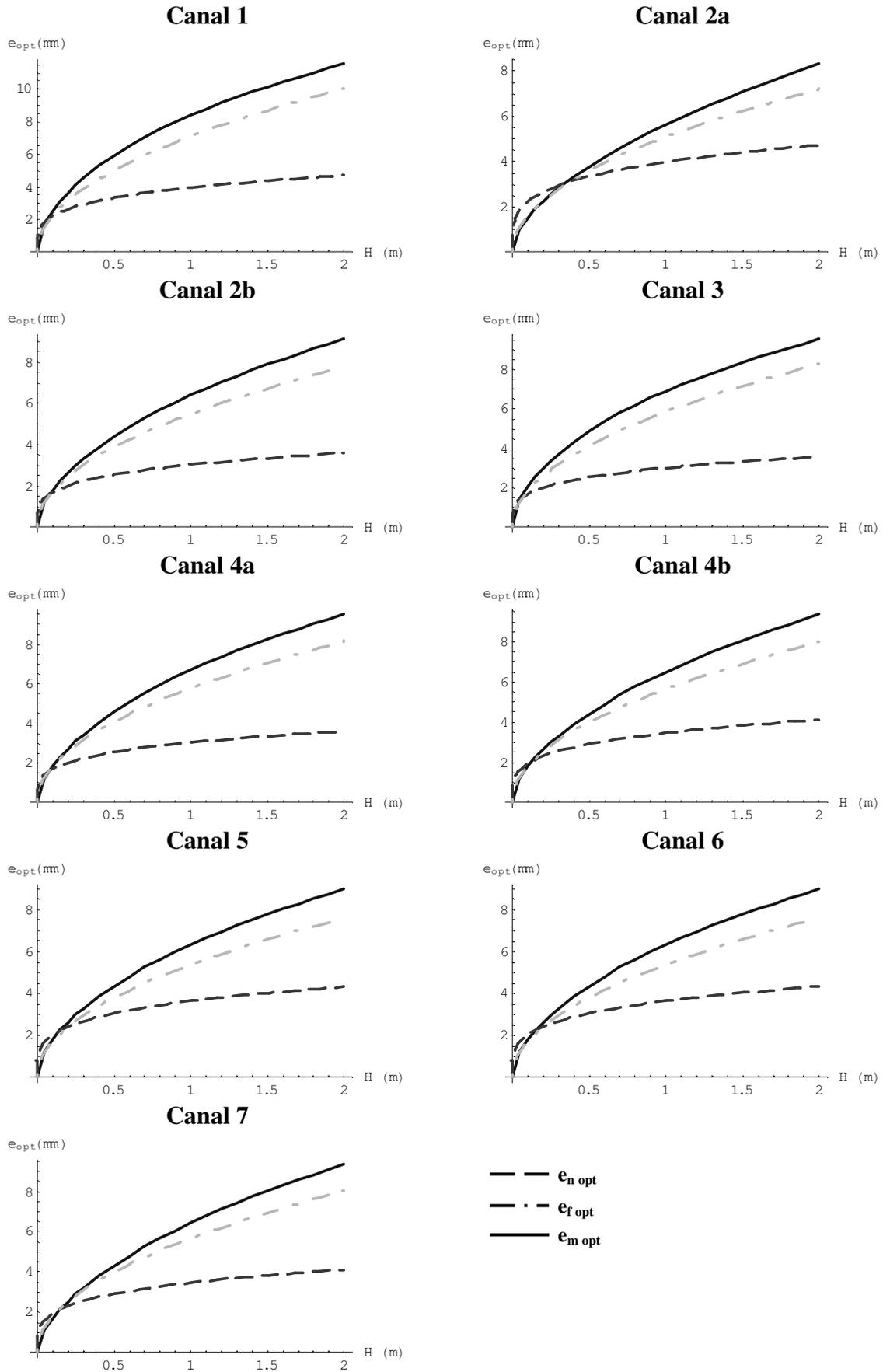


Figure VI.5 : Variation de l'espace optimal en fonction de la hauteur de chaque canal pour différents régimes thermiques

## VI.4. CONCLUSIONS

Dans ce chapitre, la distance optimale entre deux plaques planes verticales a été calculée analytiquement en convection mixte aidée dans un écoulement laminaire et ascendant. Sachant qu'à l'intérieur du transformateur on retrouve des conditions proches de celles qui ont été retenues, les espacements optimaux des différents canaux de refroidissement ont été calculés dans la configuration géométrique du cas optimal *14* lorsqu'une densité de flux est imposée à la surface de chaque partie active. De plus, afin de voir l'influence des différents régimes de convection sur la distance optimale, celle-ci a été calculée en convection naturelle et forcée.

Les résultats obtenus ont montré que le transfert de chaleur est plus efficace à l'intérieur des canaux étroits *1*, *2a*, *4b*, *5* et *6* où l'espacement optimal calculé par la méthode d'optimisation en convection naturelle, forcée et mixte est plus proche de l'espacement  $e_{cas14}$  utilisé dans la modélisation du cas optimal *14*. Par contre, la largeur plus grande des autres canaux ne contribue pas à l'évacuation de la chaleur et on peut voir qu'au centre des ceux-ci le fluide ne prend pas de chaleur et que sa température reste constante.

Finalement, afin de distinguer les différents régimes de transfert de chaleur (naturel, forcé ou mixte) différents critères de sélection vont être proposés en considérant un écoulement laminaire et ascendant entre deux plaques planes parallèles lorsque celles-ci sont soumises à des températures ou densités de flux uniformes et constantes.

## **CHAPITRE VII**

# **CRITERES DE SELECTION POUR DISTINGUER LES REGIMES DE CONVECTION (NATURELLE, FORCEE OU MIXTE)**



## VII.1. INTRODUCTION

Dans ce chapitre, une analyse plus approfondie du régime de convection thermique à l'intérieur du transformateur électrique sera appuyée sur des critères de sélection afin de distinguer les différentes situations spécifiques à ce régime (convection naturelle, forcée ou mixte). L'objet de l'étude est d'apporter quelques éléments de réponse à la question: quand peut-on dire que l'on est en convection naturelle, forcée ou mixte ? L'analyse est conduite sur un écoulement interne laminaire, dans une configuration simple (deux plaques planes verticales soumises à des températures ou densités de flux uniformes) qui permet des calculs analytiques tout en étant physiquement représentative.

Pour sélectionner la nature du régime convectif, quatre critères basés sur la comparaison de différentes grandeurs dynamiques sont analysés lorsqu'on utilise l'hypothèse des températures imposées. Le premier critère est basé sur la comparaison des contraintes de frottement sur les deux parois, le deuxième et le troisième critères s'appuient sur les rapports des moyennes quadratiques des termes de poussée thermique et respectivement de viscosité et de pression, et finalement le quatrième est établi sur le rapport de l'énergie cinétique de poussée thermique et de l'énergie cinétique totale. Lorsqu'on utilise l'hypothèse d'une densité de flux imposée uniformément sur les parois, l'analyse sera appuyée sur le deuxième et le troisième critères de sélection considérés précédemment. Ainsi, l'étude des différents critères proposés montre que les transitions convection mixte / naturelle et convection mixte / forcée sont gouvernées par un seul paramètre, le coefficient de poussée thermique  $RiRe$ , mais que les valeurs numériques de ce groupement sans dimension dépendent du critère considéré.

Finalement, afin d'identifier les différents régimes de convection thermique dans le circuit thermoconvectif du transformateur électrique, les valeurs du coefficient  $RiRe$  correspondant aux critères analysés seront comparées aux valeurs de  $RiRe$  calculées dans chaque canal dans le cas 14 (lorsqu'on utilise l'hypothèse d'une densité de flux sur les parois) pour une vitesse de l'huile de  $1,2 m.s^{-1}$ .

## VII.2. TEMPERATURE UNIFORME IMPOSEE SUR LES PAROIS

### VII.2.1. Formulation du problème

Dans ce paragraphe nous résumons les travaux de **Barletta et Zanchini** [7], **Cheng et al.** [8], **Hamadah et Wirtz** [9] et **Aung et Worku** [10] dans la formulation adoptée par **Padet** [24]. Sur la *figure VII.1* on considère un écoulement laminaire anisotherme entre deux plaques verticales parallèles, respectivement placées à  $y = 0$  et  $y = e$ , dont les températures  $T_1$  et  $T_2$  sont imposées et uniformes. Le fluide est isochore et l'écoulement globalement ascendant, avec une vitesse débitante  $V_d$ . Cette vitesse est nulle dans le cas de la convection naturelle pure, où le débit ascendant du côté de la paroi chaude est égal au débit descendant du côté froid. Les conditions d'entrée et de sortie du fluide sont reportées à l'infini. Les champs de vitesse et de température sont donc indépendants de la coordonnée verticale  $x$  ( $\frac{\partial U}{\partial x} = 0$  et  $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$ ). En particulier, le gradient de pression motrice  $\frac{dp^*}{dx} = cte$ . Le régime considéré est permanent et le fluide est newtonien, incompressible de propriétés thermo-physiques  $\mu$ ,  $\beta$ ,  $\lambda$  et  $C_p$  indépendantes de la température.

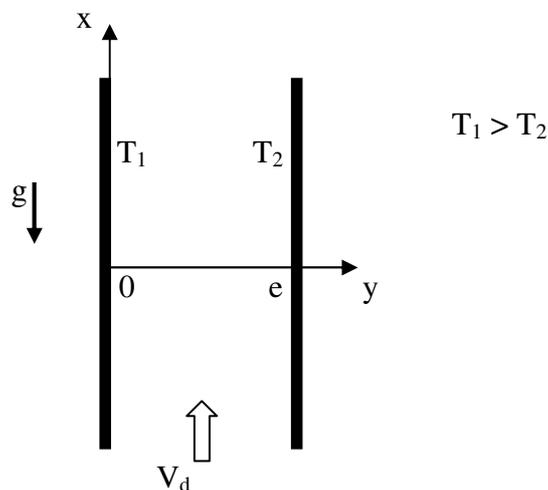


Figure VII.1 : Plaques verticales parallèles soumises à des températures uniformes

Les équations qui décrivent le modèle physique sont écrites ci-dessus en coordonnées cartésiennes :

➤ Equation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (\text{VII.1})$$

➤ Equations de quantité de mouvement :

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = g\beta \left( T - \frac{T_1 + T_2}{2} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \quad (\text{VII.2})$$

$$U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \quad (\text{VII.3})$$

➤ Equation d'énergie :

$$U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{VII.4})$$

Dans ces conditions, une conséquence immédiate de l'équation de continuité est que la composante  $V$  de la vitesse (selon  $y$ ) est nulle partout :

$$V = cte = 0 \quad (\text{VII.5})$$

Les équations de quantité de mouvement et d'énergie se réduisent alors à :

$$0 = g\beta \left( T - \frac{T_1 + T_2}{2} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{dp^*}{dx} + \nu \frac{d^2 U}{dy^2} \quad (\text{VII.6})$$

$$\frac{dp^*}{dy} = 0 \quad (\text{VII.7})$$

$$\frac{d^2 T}{dy^2} = 0 \quad (\text{VII.8})$$

avec les conditions aux limites :

$$\begin{aligned} y = 0 : T = T_1 ; U = 0 \\ y = e : T = T_2 ; U = 0 \end{aligned} \quad (\text{VII.9})$$

A partir des équation VII.8 et VII.9 on constate que la solution est purement conductive pour le champ de température :

$$T = \frac{T_2 - T_1}{e} y + T_1 \quad (\text{VII.10})$$

En remplaçant cette dernière équation dans l'équation VII.6 on obtient :

$$\frac{d^2 U}{dy^2} = -\frac{g\beta}{\nu} \left( \frac{T_2 - T_1}{e} y + \frac{T_1 - T_2}{2} \right) + \frac{1}{\mu} \frac{dp^*}{dx} \quad (\text{VII.11})$$

Après une première intégration on a :

$$\frac{dU}{dy} = -\frac{g\beta}{\nu e} (T_2 - T_1) \frac{y^2}{2} - \frac{g\beta}{\nu} \frac{T_1 - T_2}{2} y + \frac{1}{\mu} \frac{dp^*}{dx} y + C_1 \quad (\text{VII.12})$$

En intégrant la deuxième fois on obtient :

$$U = -\frac{g\beta}{6\nu e} (T_2 - T_1) y^3 - \frac{g\beta}{4\nu} (T_1 - T_2) y^2 + \frac{1}{2\mu} \frac{dp^*}{dx} y^2 + C_1 y + C_2 \quad (\text{VII.13})$$

En utilisant les conditions aux limites données par les expressions VII.9 on peut calculer les deux constantes  $C_1$  et  $C_2$  :

$$C_1 = \frac{g\beta}{12\nu} (T_1 - T_2) e - \frac{1}{2\mu} \frac{dp^*}{dx} e$$

$$C_2 = 0 \quad (\text{VII.14})$$

Finalement, en remplaçant ces constantes dans l'équation VII.13 on obtient le champ de vitesse qui est décrit par un polynôme de troisième degré :

$$U = \frac{g\beta}{6\nu e} (T_1 - T_2) y^3 + \left( -\frac{g\beta}{4\nu} (T_1 - T_2) + \frac{1}{2\mu} \frac{dp^*}{dx} \right) y^2 + \left( \frac{g\beta}{12\nu} (T_1 - T_2) - \frac{1}{2\mu} \frac{dp^*}{dx} \right) e y \quad (\text{VII.15})$$

Dans cette dernière expression, on va dissocier les contributions de la convection naturelle et de la convection forcée, qui seront utilisées plus loin :

$$U_n = \frac{g\beta(T_1 - T_2)(e - 2y)(e - y)y}{12\nu e} \quad (\text{VII.16})$$

$$U_f = -\frac{(e - y)y}{2\mu} \frac{dp^*}{dx} \quad (\text{VII.17})$$

A partir de l'équation VII.15 on peut calculer le débit - volume en intégrant le profil de vitesse dans la section du canal :

$$q_v = \int_0^e U dy; \quad q_v = -\frac{e^3}{12\mu} \frac{dp^*}{dx} \quad (\text{VII.18})$$

La vitesse débitante est :

$$V_d = \frac{q_v}{e}; \quad V_d = -\frac{e^2}{12\mu} \frac{dp^*}{dx} \quad (\text{VII.19})$$

ce qui permet aussi d'exprimer  $U$  en fonction de  $V_d$  :

$$U = \frac{g\beta}{6\nu e}(T_1 - T_2)y^3 - \left(\frac{g\beta}{4\nu}(T_1 - T_2) + \frac{6V_d}{e^2}\right)y^2 + \left(\frac{g\beta}{12\nu}(T_1 - T_2) + \frac{6V_d}{e^2}\right)ey \quad (\text{VII.20})$$

Les gradients de la vitesse aux deux parois du canal peuvent être déterminés ainsi :

➤ à la paroi chaude :

$$\left(\frac{dU}{dy}\right)_{y=0} = \frac{g\beta}{12\nu}(T_1 - T_2)e + 6\frac{V_d}{e} \quad (\text{VII.21})$$

➤ à la paroi froide :

$$\left(\frac{dU}{dy}\right)_{y=e} = \frac{g\beta}{12\nu}(T_1 - T_2)e - 6\frac{V_d}{e} \quad (\text{VII.22})$$

Ainsi, on peut obtenir la valeur minimale de  $V_d$  pour laquelle le gradient à la paroi  $y = e$  donné par l'expression VII.22 est égal à 0 (amorce d'un écoulement en sens inverse) en supposant que  $T_1 > T_2$  :

$$\frac{g\beta}{12\nu}(T_1 - T_2)e - 6\frac{V_d}{e} = 0; \quad V_d = \frac{g\beta(T_1 - T_2)e^2}{72\nu} \quad (\text{VII.23})$$

En connaissant le coefficient de poussée thermique  $RiRe_e$  spécifique à la convection mixte :

$$(RiRe)_e = \frac{g\beta(T_1 - T_2)4e^2}{V_d\nu} \quad (\text{VII.24})$$

et en remplaçant la vitesse débitante  $V_d$  donnée par l'équation VII.23 dans l'équation VII.24 on obtient :

$$(RiRe)_e = 288 \quad (\text{VII.25})$$

Cette valeur représente la limite entre un écoulement ascendant ( $(RiRe)_e < 288$ ) et un écoulement descendant ( $(RiRe)_e > 288$ ) à la paroi froide.

Par la suite, quatre critères seront examinés afin de distinguer les convections forcée, mixte ou naturelle. Le premier critère est basé sur la comparaison des contraintes de frottement sur les deux parois alors que les trois derniers sont basés sur la comparaison des termes présents dans l'équation de quantité de mouvement (équation VII.6) ou dans la vitesse  $U$  (équation VII.15). Pour la comparaison des termes de l'équation VII.6 dans le deuxième et le troisième critères, une remarque préalable s'impose : la comparaison locale, point par point, n'aurait aucun sens. La comparaison des moyennes arithmétiques sur la section droite de l'écoulement ne serait pas non plus opérationnelle, puisque certains termes peuvent être positifs ou négatifs. Nous nous orienterons donc vers une comparaison des moyennes quadratiques sur l'intervalle  $[0, e]$ . Par commodité, on désignera par  $a$ ,  $b$ ,  $c$  les trois termes de l'équation VII.6 :

$$0 = \underbrace{g\beta\left(T - \frac{T_1 + T_2}{2}\right)}_a - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{dp^*}{dx}}_b + \underbrace{\nu \frac{d^2U}{dy^2}}_c \quad (\text{VII.26})$$

## VII.2.2. Premier critère : comparaison des contraintes de frottement sur les parois

La première possibilité de sélection des différents régimes du transfert de chaleur (convection naturelle ou forcée prédominante) est basée sur la comparaison des contraintes de frottement à la paroi. Ainsi, pour caractériser la convection naturelle prédominante ( $V_d \approx 0$ ) **Padet** [24] a envisagé le critère suivant :

$$\frac{\tau_{p1} - \tau_{p2}}{\tau_{p1}} < 10\% \quad (\text{VII.27})$$

Sachant que les contraintes aux parois 1 et 2 sont :  $\tau_{p1,2} = \mu \left( \frac{dU}{dy} \right)_{y=0,e}$  l'équation

VII.27 devient :

$$\left( \frac{dU}{dy} \right)_{y=0} - \left( \frac{dU}{dy} \right)_{y=e} < \frac{1}{10} \left( \frac{dU}{dy} \right)_{y=0} \quad (\text{VII.28})$$

En remplaçant les équations VII.21 et VII.22 dans cette dernière expression, on peut calculer le coefficient de poussée thermique pour la transition convection mixte / naturelle :

$$(\mathbf{RiRe})_e \geq 5472 \quad (\text{VII.29})$$

De même, le critère qui établit la transition convection mixte / forcée est choisi de façon analogue :

$$\frac{\tau_{p1} + \tau_{p2}}{\tau_{p1}} < 10\% \quad (\text{VII.30})$$

soit ici, d'après l'équation VII.27 :

$$\left( \frac{dU}{dy} \right)_{y=0} + \left( \frac{dU}{dy} \right)_{y=e} < \frac{1}{10} \left( \frac{dU}{dy} \right)_{y=0} \quad (\text{VII.31})$$

Finalement, le coefficient  $(RiRe)_e$  correspondant, pour lequel le régime du transfert de chaleur passe de convection mixte en convection forcée est :

$$(RiRe)_e \leq 15,16 \quad (\text{VII.32})$$

### VII.2.3. Deuxième critère : comparaison des forces gravitationnelles et visqueuses

Compte tenu des équations VII.10 et VII.20, les termes  $a$  et  $c$  dans l'équation VII.26 peuvent être réécrits en fonction de  $y$  [27, 28] :

$$a = g \beta (T_1 - T_2) \left( \frac{1}{2} - \frac{y}{e} \right) \quad (\text{VII.33})$$

$$c = g \beta (T_1 - T_2) \frac{y}{e} - \frac{g \beta}{2} (T_1 - T_2) - \frac{12 \nu V_d}{e^2} \quad (\text{VII.34})$$

Leurs moyennes quadratiques sont respectivement :

$$\overline{a^2} = \frac{1}{e} \int_0^e a^2 dy, \quad \overline{a^2} = \frac{1}{12} g^2 \beta^2 (T_1 - T_2)^2 \quad (\text{VII.35})$$

$$\overline{c^2} = \frac{1}{e} \int_0^e c^2 dy, \quad \overline{c^2} = \frac{1}{12} g^2 \beta^2 (T_1 - T_2)^2 + 144 \frac{\nu^2 V_d^2}{e^4} \quad (\text{VII.36})$$

et l'on constate que leur rapport  $P^2$  s'exprime exclusivement en fonction du coefficient de poussée thermique  $(RiRe)_e$  dont l'expression est ici :

$$(RiRe)_e = \frac{g \beta (T_1 - T_2) A e^2}{V_d \nu} \quad (\text{VII.37})$$

soit :

$$P^2 = \frac{\overline{a^2}}{\overline{c^2}} = \frac{(RiRe)_e^2}{(RiRe)_e^2 + 27648} \quad (\text{VII.38})$$

ou encore :

$$(RiRe)_e = \frac{166,28 P}{\sqrt{1 - P^2}} \quad (\text{VII.39})$$

La relation VII.38 montre que  $P$  est compris entre 0 et 1 ( $P = 0$  si  $(\text{RiRe})_e = 0$ ,  $P \rightarrow 1$  si  $(\text{RiRe})_e \rightarrow \infty$ ). Admettons que nous sommes en convection forcée si les forces de flottabilité représentent moins de 5% des forces visqueuses (soit  $P < 0,05$ ) et en convection naturelle si elles en représentent au moins 95% ( $P > 0,95$ ). Ce critère de sélection correspond à :

$$(\text{RiRe})_e > 505,9 \text{ pour la convection naturelle}$$

$$(\text{RiRe})_e < 8,3 \text{ pour la convection forcée}$$

#### VII.2.4. Troisième critère : comparaison des forces gravitationnelles et des forces de pression

Le terme de pression  $b$  de l'équation VII.26 s'écrit en fonction de la vitesse débitante :

$$b = \frac{12\nu}{e^2} V_d \quad (\text{VII.40})$$

Désignons par  $\Gamma$  le rapport :

$$\Gamma = \frac{\sqrt{a^2}}{b} = \sqrt{\frac{(\text{RiRe})_e^2}{27648}} \quad (\text{VII.41})$$

car ici  $\overline{b^2} \equiv b^2$  et  $\sqrt{\overline{b^2}} \equiv b$ .

Là encore, ce quotient ne dépend que de  $(\text{RiRe})_e$ , mais contrairement à  $P$  il varie de 0 à l'infini. Sa fonction réciproque est :

$$(\text{RiRe})_e = 166,28 \Gamma \quad (\text{VII.42})$$

Considérons maintenant que, en convection forcée, les forces de flottabilité représentent au maximum 5% des forces de pression (soit  $\Gamma < 0,05$ ) ou à l'inverse que, en convection naturelle, les forces de pression ne dépassent pas 5% des forces de flottabilité ( $b < 0,05 \sqrt{a^2}$ , soit  $\Gamma > 20$ ). On obtient alors [27, 28] :

**$(\text{RiRe})_e > 3325,6$  pour la convection naturelle**

**$(\text{RiRe})_e < 8,31$  pour la convection forcée**

La relation VII.42 montre aussi que l'équilibre entre les forces gravitationnelles et les forces de pression ( $\Gamma = 1$ ) est réalisé si  $(\text{RiRe})_e = 166,28$ .

### VII.2.5. Quatrième critère : comparaison des énergies cinétiques gravitationnelle et totale

Soient  $K_{en}$  et  $K_{ef}$  les énergies cinétiques associées aux vitesses  $U_n$  et  $U_f$  (relations VII.16 et VII.17) :

$$K_{en} = \frac{\rho^e}{2e_0} \int U_n^2 dy, \quad K_{ef} = \frac{\rho^e}{2e_0} \int U_f^2 dy \quad (\text{VII.43})$$

Comparer ces deux termes revient en fait à comparer les moyennes quadratiques de  $U_n$  et de  $U_f$ . En posant :

$$K_e = \frac{K_{en}}{K_{ef} + K_{en}} \quad (\text{VII.44})$$

on obtient :

$$K_e = \frac{(\text{RiRe})_e}{\sqrt{580608 + \text{RiRe}_e^2}} \quad \text{ou} \quad (\text{RiRe})_e = \frac{762 K_e}{\sqrt{1 - K_e^2}} \quad (\text{VII.45})$$

et on retrouve avec  $K_e$ , comme avec  $P$  dans le deuxième critère, un paramètre défini sur l'intervalle  $[0, 1]$ .

En adoptant ce point de vue, les limites de la convection naturelle et de la convection forcée peuvent être caractérisées par le fait que l'énergie cinétique gravitationnelle représente plus de 95% de l'énergie totale ( $K_e > 0,95$ ) ou moins de 5% ( $K_e < 0,05$ ), ce qui donne :

**$(\text{RiRe})_e > 2318$  pour la convection naturelle**

**$(\text{RiRe})_e < 38,15$  pour la convection forcée**

## VII.2.6. Comparaisons

Les valeurs de  $(RiRe)_e$  correspondant à chaque critère de sélection sont rassemblés dans le *tableau VII.1* pour la transition convection mixte / naturelle et convection mixte / forcée.

Transition	Premier critère	Deuxième critère	Troisième critère	Quatrième critère
Convection mixte / naturelle	5 472	505, 9	3 325,6	2 318
Convection mixte / forcée	15,16	8,3	8,31	38,15

*Tableau VII.1 : Nombres de  $(RiRe)_e$  correspondants à chaque critère de sélection*

Dans le *tableau VII.1* on peut observer que les quatre critères correspondent à des ordres de grandeur assez comparables ( $(RiRe)_e = 8$  à  $40$  pour la transition mixte / forcée,  $2300$  à  $5500$  pour la transition mixte / naturelle), à l'exception du deuxième qui élargit le domaine de la convection naturelle (à partir de  $(RiRe)_e \approx 500$ ). De plus, on peut observer que tous les critères envisagés encadrent la valeur  $(RiRe)_e = 288$  traduisant l'apparition d'un écoulement de retour sur la paroi froide, ainsi que la valeur  $(RiRe)_e = 166,28$  qui caractérise l'équilibre entre pression et flottabilité. Finalement, on peut constater en outre que  $(RiRe)_e = 288$  est réalisé avec  $P = 0,866$  (*critère 2*),  $\Gamma = 1,73$  (*critère 3*) ou  $K_e = 0,35$  (*critère 4*), tandis que  $(RiRe)_e = 166,28$  correspond à  $P = 0,707$  (*critère 2*), à  $\Gamma = 1$  (*critère 3*) ou à  $K_e = 0,213$  (*critère 4*).

## VII.3. DENSITE DE FLUX IMPOSEE SUR LES PAROIS

### VII.3.1. Formulation du problème

D'une façon analogue à l'étude précédente, on considère un écoulement laminaire entre deux plaques verticales parallèles situées à  $y = 0$  et  $y = e$  qui cette fois-ci sont soumises à des densités de flux uniformes et égales  $\varphi$ ; par conséquent  $\frac{\partial T}{\partial x} = cte$ . En ce qui concerne les autres hypothèses, elles sont les mêmes que pour des températures imposées.

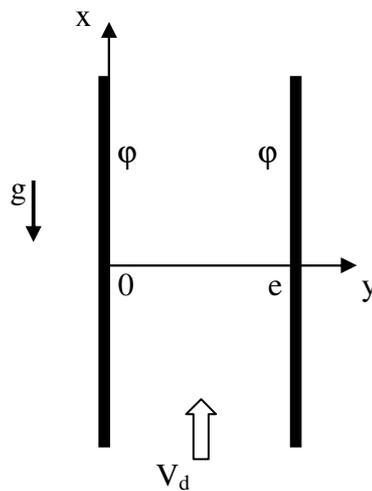


Figure VII.2 : Plaques verticales parallèles soumises à des densité de flux uniformes

Les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie qui décrivent le modèle physique sont toujours données respectivement par les équations VII.1, VII.2,3 et VII.4. En considérant les hypothèses adoptées, elles peuvent être simplifiées ainsi :

➤ Equation de continuité :

$$V = cte = 0 \quad (\text{VII.46})$$

➤ Equations de quantité de mouvement :

$$0 = g \beta (T - T_m) - \frac{1}{\rho} \frac{dp^*}{dx} + \nu \frac{d^2 U}{dy^2} \quad (\text{VII.47})$$

$$\frac{dp^*}{dy} = 0 \quad (\text{VII.48})$$

➤ Equation d'énergie :

$$U \frac{\partial T}{\partial x} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (\text{VII.49})$$

En reprenant le calcul réalisé dans le *chapitre VI* pour le même modèle physique, on peut écrire le profil de vitesse adimensionnée donné par l'équation VI.30 :

$$u^+(y^+) = a_1 \sinh(\omega y^+) + a_2 \cosh(\omega y^+) + a_3 \sin(\omega y^+) + a_4 \cos(\omega y^+) \quad (\text{VII.50})$$

où :

$$\omega = \left( -\frac{1}{4} (RiRe)_e^* \right)^{1/4} \quad (\text{VII.51})$$

et les coefficients  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  et  $a_4$  sont donnés par les équations VI.31 :

$$\begin{aligned} a_1 &= -\frac{\omega[-1 + \cosh(\omega) + \cos(\omega)(-1 + \cosh(\omega)) + \sin(\omega)\sinh(\omega)]}{4[-1 + \cos(\omega)\cosh(\omega)]} \\ a_2 &= \frac{\omega[\sin(\omega)(1 + \cosh(\omega)) + \sinh(\omega)(1 + \cos(\omega))]}{4[-1 + \cos(\omega)\cosh(\omega)]} \\ a_3 &= -\frac{\omega[1 + \cosh(\omega) - \cos(\omega)(1 + \cosh(\omega)) + \sin(\omega)\sinh(\omega)]}{4[-1 + \cos(\omega)\cosh(\omega)]} \\ a_4 &= -\frac{\omega[\sin(\omega)(1 + \cosh(\omega)) + \sinh(\omega)(1 + \cos(\omega))]}{4[-1 + \cos(\omega)\cosh(\omega)]} \end{aligned} \quad (\text{VII.52})$$

Dans la *figure VII.3* le profil de vitesse adimensionnée est représenté pour différents coefficients de poussée thermique  $(RiRe)_e^*$ . Ainsi, on peut observer que l'écoulement à l'intérieur du canal est toujours ascendant avec des vitesses maximales au centre, profil observé aussi par **Barletta et Zanchini** [7]. Lorsque le coefficient  $(RiRe)_e^*$  augmente on peut constater que les vitesses augmentent davantage au centre du canal et diminuent légèrement vers les parois.

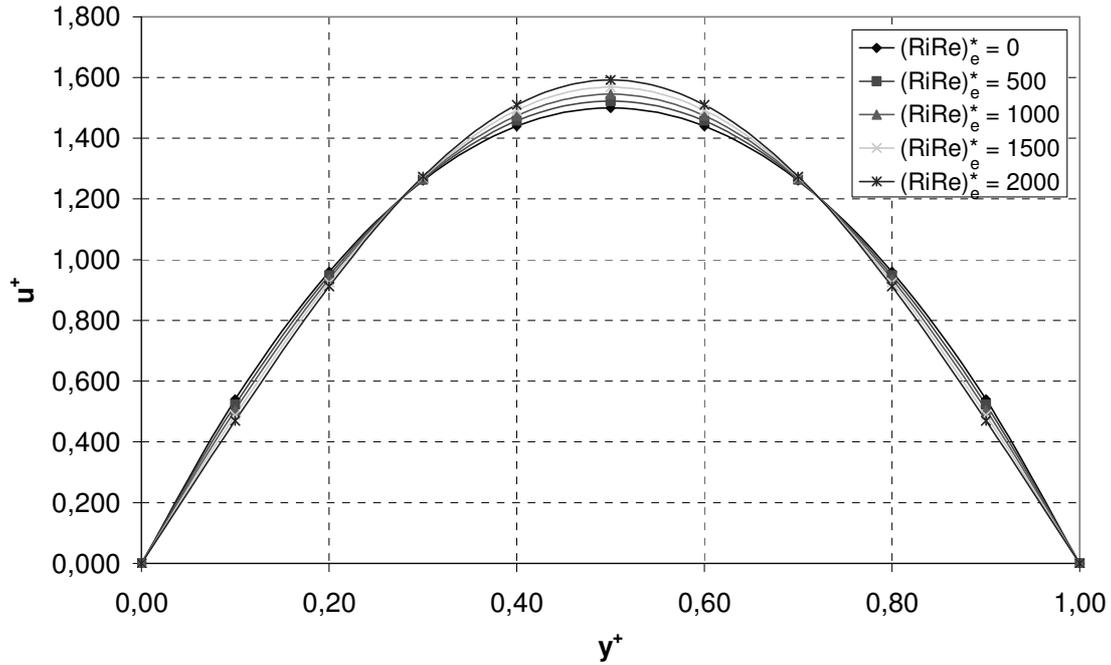


Figure VII.3 : Profil de vitesse adimensionnée en fonction des différents nombres de  $(RiRe)_e^*$

En connaissant la variation de  $u^+$  en fonction du coefficient  $(RiRe)_e^*$  pour des valeurs variant entre 0 et 2000, le profil de vitesse  $u^+(y^+)$  peut s'exprimer sous forme corrélée parabolique :

$$u^+(y^+) = (0,0002(RiRe)_e^* + 6) \left( -y^{+2} + y^+ - \frac{1}{6} \right) + 1 \quad (\text{VII.53})$$

En remplaçant les paramètres adimensionnels ci-dessous dans l'équation VII.53 :

$$u^+ = \frac{U}{V_d}, \quad y^+ = \frac{y}{e} \quad (\text{VII.54})$$

on obtient le profil de vitesse dimensionnée en fonction du coefficient  $(RiRe)_e^*$  caractéristique de la convection mixte :

$$U(y) = (0,0002(RiRe)_e^* + 6) \left( -\frac{y^2}{e^2} + \frac{y}{e} - \frac{1}{6} \right) V_d + V_d \quad (\text{VII.55})$$

De même, le profil de température adimensionnée est donné par l'équation VI.33 :

$$T^+(y^+) = \frac{2[a_1 \sinh(\omega y^+) + a_2 \cosh(\omega y^+) - a_3 \sin(\omega y^+) - a_4 \cos(\omega y^+)]}{\omega^2} + \frac{2[\sin(\omega) \sinh(\omega) - \cos(\omega) + \cosh(\omega)]}{\omega^2 [1 - \cos(\omega) \cosh(\omega)]} \quad (\text{VII.56})$$

La figure VII.4 montre que le profil de température ne varie presque pas avec le coefficient de poussée thermique  $(\text{RiRe})_e^*$ . Les températures sont maximales sur les parois, alors qu'elles diminuent vers le centre du canal où on observe une diminution très faible lorsque le coefficient  $(\text{RiRe})_e^*$  augmente, phénomène observé aussi par **Barletta et Zanchini** [7].

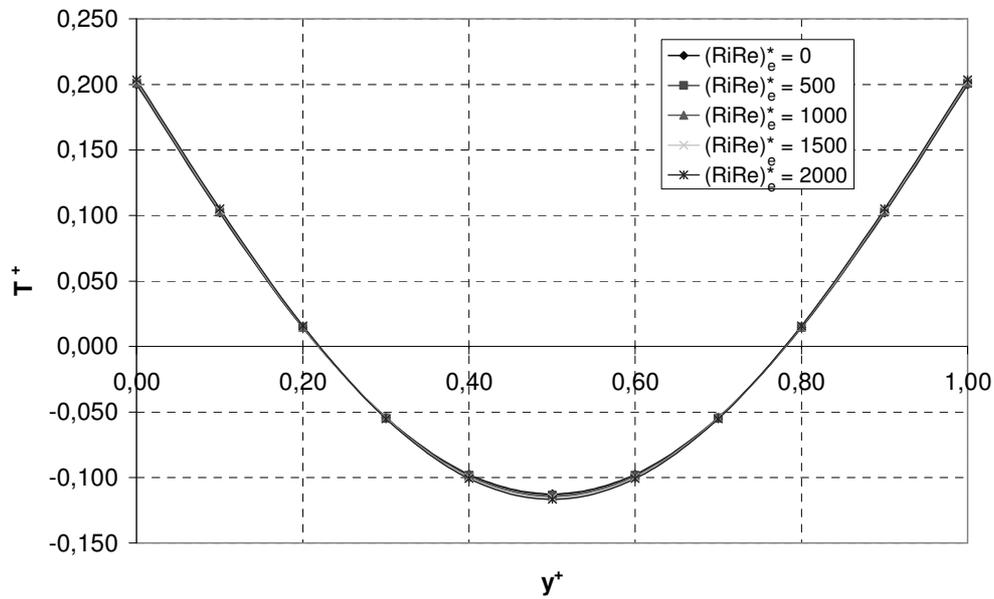


Figure VII.4 : Profil de température adimensionnée en fonction des différents nombres de  $(\text{RiRe})_e^*$

Ainsi, le profil de température  $T^+(y^+)$  peut être exprimé en fonction du coefficient  $(\text{RiRe})_e^*$  :

$$T^+(y^+) = (1,4 \cdot 10^{-5} (\text{RiRe})_e^* + 1,25) \left( y^{+2} - y^+ + \frac{1}{6} \right) \quad (\text{VII.57})$$

En remplaçant le paramètre adimensionnel  $T^+$  défini par l'équation VI.13 :

$$T^+ = \frac{(T - T_m) \lambda}{e \varphi} \quad (\text{VII.58})$$

dans l'équation VII.57 on obtient la variation de la température dans la section du canal :

$$T(y) = T_m + \frac{e\varphi}{\lambda} \left[ (1,4 \cdot 10^{-5} (RiRe)_e^* + 1,25) \left( \frac{y^2}{e^2} - \frac{y}{e} + \frac{1}{6} \right) \right] \quad (\text{VII.59})$$

Par la suite, deux critères de sélection peuvent être examinés afin de distinguer les différents types de convection (forcée, mixte et naturelle). Ces critères correspondent respectivement aux deuxième et troisième critères analysés précédemment dans le cas des températures imposées qui sont basé sur la comparaison des forces gravitationnelles et respectivement avec les forces visqueuses et les forces de pression. Ceci revient à comparer les termes  $a$ ,  $b$  et  $c$  dans l'équation VII.47 :

$$0 = \underbrace{g \beta (T - T_m)}_a - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{dp^*}{dx}}_b + \underbrace{\nu \frac{d^2 U}{dy^2}}_c \quad (\text{VII.47})$$

### VII.3.2. Deuxième critère : comparaison des forces gravitationnelles et visqueuses

En remplaçant les expressions de la température et de la vitesse données par les équations VII.59 et VII.55 respectivement dans les termes  $a$  et  $c$  de l'équation VII.47 on obtient :

$$a = \left[ (1,4 \cdot 10^{-5} (RiRe)_e^* + 1,25) \left( y^2 - e y + \frac{1}{6} e^2 \right) \right] \frac{g \beta \varphi}{e \lambda} \quad (\text{VII.60})$$

$$c = (-12 - 0,0004 (RiRe)_e^*) \frac{\nu V_d}{e^2} \quad (\text{VII.61})$$

Leurs moyennes quadratiques sont respectivement :

$$\overline{a^2} = 1,1 \cdot 10^{-12} (89278,6 + (RiRe)_e^*)^2 \frac{e^2 g^2 \beta^2 \varphi^2}{\lambda^2} \quad (\text{VII.62})$$

$$\overline{c^2} = 1,6 \cdot 10^{-7} (29993,5 + (RiRe)_e^*)^2 \frac{V_d^2 \nu^2}{e^4} \quad (\text{VII.63})$$

Si on note  $P^2$  le rapport entre les moyennes quadratiques  $\overline{a^2}$  et  $\overline{c^2}$  on obtient :

$$P^2 = \frac{\overline{a^2}}{\overline{c^2}} = \frac{6,8 \cdot 10^{-6} (89278,6 + (RiRe_e^*)^2) e^6 g^2 \beta^2 \varphi^2}{(29993,5 + RiRe_e^*)^2 V_d^2 \lambda^2 \nu^2} \quad (\text{VII.64})$$

En sachant que le coefficient de poussée thermique  $(RiRe_e^*)$  est :

$$(RiRe_e^*) = \frac{8 e^3 g \beta \varphi}{V_d \lambda \nu} \quad (\text{VII.65})$$

le rapport  $P^2$  devient :

$$P^2 = 1,06 \cdot 10^{-7} \frac{(89278,6 + (RiRe_e^*)^2)}{(29993,5 + RiRe_e^*)^2} (RiRe_e^*)^2 \quad (\text{VII.66})$$

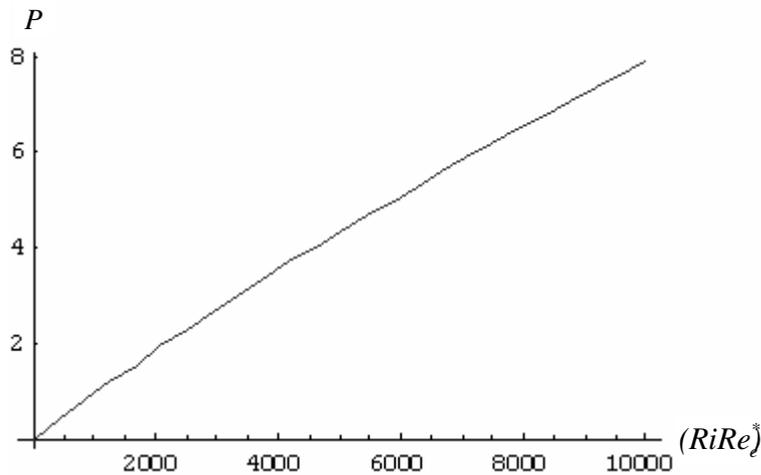


Figure VII.5 : Variation de  $P$  en fonction du coefficient de poussée thermique  $(RiRe_e^*)$

Dans la figure VII.5 on peut voir que  $P$  varie presque parabolique avec le coefficient de  $(RiRe_e^*)$ , variation qui peut être exprimée par une équation du deuxième degré pour des valeurs de  $(RiRe_e^*)$  comprises entre 0 et 10 000:

$$P = -1,58 \cdot 10^{-8} (RiRe_e^*)^2 + 0,00094 (RiRe_e^*) \quad (\text{VII.67})$$

A partir de l'équation VII.67 on peut exprimer  $(\text{RiRe})_e^*$  en fonction de  $P$  :

$$(\text{RiRe})_e^* = 34058 \pm 8512,57\sqrt{16 - P} \quad (\text{VII.68})$$

Si on suppose qu'en convection forcée les forces de flottabilité représentent moins de 5% des forces visqueuses (soit  $P < 0,05$ ) et qu'en convection naturelle elles représentent au moins 95% ( $P > 0,95$ ), les valeurs de  $(\text{RiRe})_e^*$  pour la transition convection mixte / naturelle et convection mixte / forcée sont respectivement :

$$(\text{RiRe})_e^* > 1026,1 \text{ pour la convection naturelle}$$

$$(\text{RiRe})_e^* < 53,23 \text{ pour la convection forcée}$$

Ces valeurs ont été calculées en prenant le signe « moins » dans l'équation VII.68, car avec la deuxième solution les valeurs de  $(\text{RiRe})_e^*$  dépassent le domaine de validité :

$$(\text{RiRe})_e^* = 34058 - 8512,57\sqrt{16 - P} \quad (\text{VII.69})$$

### VII.3.3. Troisième critère : comparaison des forces gravitationnelles et des forces de pression

Compte tenu de l'équation VI.35 qui donne le gradient de la pression motrice :

$$\frac{dp^*}{dx} = \frac{V_d \mu}{(1,2 \cdot 10^{-5} (\text{RiRe})_e^* + 0,082)e^2} \quad (\text{VII.70})$$

le terme  $b$  de l'équation VII.47 peut être réécrit ainsi :

$$b = -\frac{V_d \mu}{(1,2 \cdot 10^{-5} (\text{RiRe})_e^* + 0,082)e^2 \rho} \quad (\text{VII.71})$$

ou encore :

$$b^2 = \frac{V_d^2 \mu^2}{(1,2 \cdot 10^{-5} (\text{RiRe})_e^* + 0,082)^2 e^4 \rho^2} \quad (\text{VII.72})$$

Si on définit  $\Gamma^2$  le rapport des moyennes quadratiques  $\overline{a^2}$  et  $b^2$ , à partir des équations VII.62 et VII.72 on obtient :

$$\Gamma^2 = \frac{\overline{a^2}}{b^2} = 1,7 \cdot 10^{-14} (RiRe)_e^{*2} (1,2 \cdot 10^{-5} RiRe_e^* + 0,082)^2 (89278,6 + (RiRe)_e^*)^2 \quad (\text{VII.73})$$

Si on suppose qu'en convection forcée les forces de flottabilité représentent au maximum 5% des forces de pression (soit  $\Gamma < 0,05$ ) et qu'en convection naturelle elles représentent au moins 95% ( $\Gamma > 0,95$ ), les valeurs de  $(RiRe)_e^*$  pour la transition convection mixte / naturelle et convection mixte / forcée peuvent être déduites directement de l'équation VII.73 :

$$\begin{aligned} (RiRe)_e^* &> 873,55 \text{ pour la convection naturelle} \\ (RiRe)_e^* &< 51,94 \text{ pour la convection forcée} \end{aligned}$$

### VII.3.4. Comparaisons

Les valeurs de  $(RiRe)_e^*$  correspondant à ces deux critères de sélection sont donnés dans le tableau VII.2 pour la transition convection mixte / naturelle et convection mixte / forcée.

Transition	Deuxième critère	Troisième critère
Convection mixte / naturelle	1026,1	873,55
Convection mixte / forcée	53,23	51,94

Tableau VII.2 : Nombres de  $(RiRe)_e^*$  correspondants à chaque critère de sélection

Dans le tableau VII.2 on peut voir que les deux critères considérés correspondent à des ordres de grandeur très proches. Ainsi,  $(RiRe)_e^* = 873,55$  à  $1026,1$  pour la transition mixte / naturelle et  $(RiRe)_e^* = 53,23$  à  $51,94$  pour la transition mixte / forcée. Ces valeurs correspondent à un coefficient de poussée thermique modifié  $(RiRe)_e^*$  donné par l'expression

*VII.65.* En ce qui concerne le quatrième critère étudié précédemment pour des températures imposées (basé sur la comparaison des forces gravitationnelles et des forces de pression), celui-ci ne peut pas être utilisé pour des densités de flux imposées. Ainsi, dans l'équation *VII.55* on peut observer que le profil de vitesse dépend essentiellement du coefficient  $(RiRe)_\ell^*$  caractéristique de la convection mixte et la contribution de la convection naturelle et forcée dans ce profil ne peut pas être dissociée afin d'exprimer les énergies cinétiques associées.

## VII.4. APPLICATION AU MODELE THERMOCONVECTIF DU TRANSFORMATEUR

Dans la *figure VII.7* les coefficients de poussée thermique  $(RiRe)_e^*$  sont représentés pour les deuxième et troisième critères de sélection (lorsqu'on utilise l'hypothèse d'une densité de flux) respectivement pour *II m/n* (transition convection mixte / naturelle), *II m/f* (transition convection mixte / forcée) et *III m/n*, *III m/f*. Afin de distinguer les différents régimes de convection dans le circuit thermoconvectif du transformateur électrique, les valeurs de  $(RiRe)_e$  et  $(RiRe)_e^*$  sont calculés au milieu de chaque canal de refroidissement dans le cas 14 (lorsqu'une densité de flux est imposée sur les surfaces des parties actives) pour une vitesse de l'huile imposée à l'entrée du transformateur de  $1,2 \text{ m.s}^{-1}$ . De plus, la largeur de chaque canal de refroidissement dans le transformateur est indiquée dans la *figure VII.7*. En ce qui concerne les premiers quatre critères de sélection analysés précédemment pour des températures imposées sur les parois, le coefficient de poussée thermique  $(RiRe)_e$  ne peut pas être comparé à celui calculé dans le cas 14 où on utilise l'hypothèse d'une densité de flux.

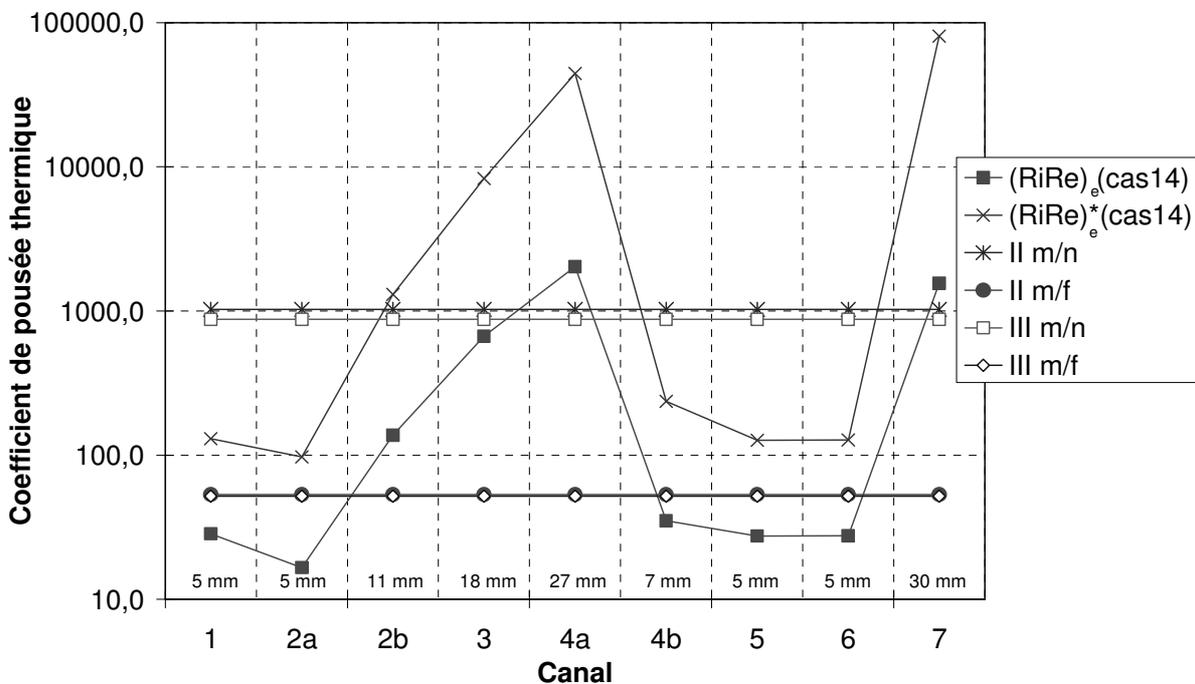


Figure VII.7 : Coefficient de poussée thermique correspondant à différents critères de sélection et dans le cas 14 pour une vitesse de l'huile imposée à l'entrée de  $1,2 \text{ m.s}^{-1}$

Ainsi, la *figure VII.7* montre que le coefficient de poussée thermique modifié  $(RiRe)_e^*$  qui est calculé en fonction de la densité de flux sur les parois  $\varphi$  (*équation VII.65*) est plus grand que  $(RiRe)_e$  qui est calculée en fonction de  $\Delta T$  représentant la différence entre la température moyenne des parois  $T_p$  et la moyenne des températures de mélange de l'huile à l'entrée et à la sortie des canaux  $T_m$  (*équation III.6*). D'un autre côté, on doit préciser que les deux critères de sélection sont basés sur l'hypothèse des densités de flux égales sur les parois, alors qu'à l'intérieur du transformateur on a des canaux où les parois sont soumises à des conditions de flux symétriques (canal 1, 3, 5 et 6) ou asymétriques (canal 2a, 2b, 4a, 4b et 7).

A l'intérieur des canaux étroits 1, 2a, 4b, 5 et 6 on constate que les valeurs de  $(RiRe)_e^*$  se trouvent dans le domaine de la convection mixte et d'après les deux critères de sélection elles ne dépassent pas les limites qui assurent les transitions de la convection mixte / naturelle (*II m/n* et *III m/n*) et de la convection mixte / forcée (*II m/f* et *III m/f*). Par contre, à l'intérieur du canal 2b qui est en peu plus large la convection naturelle commence à être prédominante par rapport à la convection forcée, alors que dans les autres canaux 3, 4a et 7 le transfert de chaleur a lieu essentiellement par convection naturelle, malgré un échauffement de l'huile d'un seul côté dans ces deux derniers canaux.

## VII.5. CONCLUSIONS

Dans ce chapitre, différents critères de sélection ont été étudiés afin de distinguer les différents régimes de transfert de chaleur (convection naturelle, forcée ou mixte). L'analyse est conduite sur un écoulement laminaire interne entre deux plaques planes verticales soumises à deux conditions aux limites : températures ou densités de flux uniformes. Pour la première condition à la limite (température uniforme) ont été analysés quatre critères de sélection basés sur le coefficient de poussée thermique  $(RiRe)_e$ , alors que pour la deuxième condition à la limite (densité de flux) ont été retenus seulement deux critères basés sur le coefficient de poussée thermique modifié  $(RiRe)_e^*$ .

Ainsi, à la suite de cette étude on constate que le coefficient de poussée thermique est le seul paramètre représentatif des différents critères proposés pour les deux conditions aux limites (température et densité de flux), ce qui écarte donc un repérage basé sur  $Ri$  seul ou sur le nombre de *Grashof* ( $Gr = Ri.Re^2$ ). De plus, on peut observer que les valeurs numériques de  $(RiRe)_e$  et de  $(RiRe)_e^*$  dépendent de chaque critère considéré et que les ordres de grandeurs sont assez comparables. Finalement, l'analyse de  $(RiRe)_e^*$  effectuée dans le cas 14 du transformateur électrique montre que dans les canaux étroits le transfert de chaleur a lieu par convection forcée alors que dans les canaux plus larges l'huile gagne de la chaleur essentiellement par convection naturelle. Les critères de sélection proposés et analysés pour les deux conditions aux limites (température et densité de flux) peuvent donc nous servir comme outils d'analyse des différents régimes de convection et constituer un repérage pour d'autres situations physiques.



**CONCLUSIONS GENERALES ET  
PERSPECTIVES**



L'étude que nous avons réalisée concerne l'écoulement de fluide ainsi que le transfert de chaleur par convection mixte dans un circuit thermoconvectif à plusieurs canaux de refroidissement d'un transformateur électrique lorsque celui-ci est soumis à un régime de fonctionnement permanent ou transitoire. Les objectifs de ce travail étaient d'optimiser le transfert de chaleur, de diminuer la température du point chaud tout en assurant une bonne compréhension des phénomènes thermiques et dynamiques mis en jeu à l'intérieur du transformateur électrique.

Eviter les points chauds dans un transformateur électrique est un facteur déterminant pour sa préservation et son bon fonctionnement. L'écoulement de l'huile à l'intérieur d'un tel système est très complexe et des recirculations peuvent apparaître ce qui modifie la distribution des températures à l'intérieur du transformateur, distribution influencée d'un autre côté par un échauffement non uniforme des parties actives. La modélisation sous FLUENT est une approche nouvelle, puisque à notre connaissance, il n'existe aucune donnée dans la littérature concernant la modélisation thermique et dynamique d'une colonne entière d'un transformateur électrique.

Dans un premier temps, l'étude a été appuyée sur différentes configurations géométriques conçues et étudiées afin d'améliorer l'échange de chaleur et d'optimiser le refroidissement du transformateur tout en s'assurant de l'intérêt de ces solutions dans des conditions réalistes de fonctionnement d'un transformateur électrique. Une analyse paramétrique a été réalisée dans chaque cas afin de mieux comprendre la structure de l'écoulement et la distribution des températures à l'intérieur du transformateur lorsque celui-ci est soumis à un régime permanent de fonctionnement.

L'étude comparative des résultats a montré qu'à l'intérieur du transformateur, la température du point chaud peut varier de  $96,7\text{ }^{\circ}\text{C}$  à  $111,7\text{ }^{\circ}\text{C}$  en fonction du cas et de la vitesses de l'huile imposée à l'entrée, mais chaque dépassement de la limite de  $98\text{ }^{\circ}\text{C}$  entraîne une dégradation des propriétés thermophysiques de l'huile et des différentes composantes du transformateur ainsi qu'une réduction de sa durée de vie. Ainsi, dans tous les cas les points chauds ont été localisés sur les surfaces de l'enroulement secondaire lorsqu'on utilise l'hypothèse d'une densité de flux et à l'intérieur de celui-ci lorsqu'on utilise l'hypothèse d'une source volumique interne. De plus, l'étude comparative entre les deux conditions aux limites a montré que les températures sont surestimées dans le cas d'une densité de flux

imposée, ce qui permet de laisser une marge de sécurité en adoptant cette hypothèse, et qui de plus simplifie la modélisation tout en réduisant le temps de calcul.

En examinant les différents cas, il apparaît qu'un écoulement dirigé de l'huile dès son entrée dans le transformateur permet de mieux refroidir les parties actives de ce dernier, de plus la perte de charge introduite est faible et l'obstacle n'entrave pas les performances électrique. Ainsi, la configuration optimale est représentée par le cas 14 avec une vitesse optimale de  $1,2 \text{ m.s}^{-1}$  où la température du point chaud est de  $97,4 \text{ }^\circ\text{C}$ , alors que les autres cas nécessitent une vitesse d'entrée plus élevée entraînant une dépense supplémentaire d'énergie.

Ensuite, des essais expérimentaux ont été effectués sur un transformateur réel après une heure de fonctionnement en régime de charge nominal, le régime permanent étant alors atteint. La comparaison des résultats numériques et expérimentaux montre un bon accord avec un écart qui ne dépasse pas  $9,4 \%$ , ce qui justifie les hypothèses choisies dans les modélisations numériques. De plus, on a observé que les valeurs numériques surestiment les valeurs expérimentales ce qui représente un facteur de sécurité supplémentaire pour le dimensionnement.

Nous avons ensuite étendu l'étude numérique au régime transitoire, lorsque le transformateur a été soumis pendant une heure à une surcharge de  $160 \%$  du régime nominal en provoquant une surchauffe dans les enroulements. L'analyse des résultats a montré que dans le régime transitoire les points chauds sont toujours localisés tant à l'intérieur de l'enroulement secondaire que sur ses surfaces, mais les températures ne dépassent pas la limite admissible de  $140 \text{ }^\circ\text{C}$ . L'évolution temporelle de la température du point chaud pour l'hypothèse d'une source volumique a lieu progressivement, alors que dans l'hypothèse d'une densité de flux elle a montré un saut brusque d'un minimum de  $12 \text{ }^\circ\text{C}$  dès l'application de la surcharge, ce qui invalide une telle hypothèse dans le régime transitoire et nécessite une modélisation plus proche de la réalité en utilisant une source volumique.

Puis, nous nous sommes intéressés à l'optimisation de la distance entre deux plaques planes verticales soumises à des densités de flux uniformes dans un écoulement laminaire ascendant en convection mixte. Le but était de faire une comparaison avec l'espacement utilisé dans la modélisation numérique du transformateur. Les résultats obtenus ont montré que le transfert de chaleur est plus efficace à l'intérieur des canaux étroits alors que dans les

autres canaux plus larges une bonne partie du fluide qui y circule ne participe pas à l'évacuation de la chaleur et garde à la sortie sa température d'entrée.

Finalement, différents critères de sélection ont été proposés et étudiés afin de distinguer les différents régimes de convection (naturelle, mixte ou forcée) entre deux plaques planes soumises à deux conditions aux limites : température ou densité de flux uniformes. Quatre critères de sélection ont été analysés pour la première condition à la limite (température uniforme) alors que seulement deux ont été retenus pour la deuxième condition à la limite (densité de flux). La première constatation qui s'est imposée à la suite de cette étude est que le coefficient de poussée thermique  $RiRe$  est le seul paramètre représentatif des différents critères proposés. En second lieu, les quatre critères analysés pour des températures imposées correspondent à des valeurs de  $RiRe = 8$  à  $40$  pour la transition mixte / forcée et  $500$  à  $5500$  pour la transition mixte / naturelle. Quant aux deux critères étudiés pour des densités de flux imposées, les valeurs de  $RiRe^*$  sont très proches, de  $50$  à  $55$  pour la transition mixte / forcée et de  $800$  à  $1100$  pour la transition mixte / naturelle. Finalement, l'analyse de  $RiRe^*$  dans le cas *14* du transformateur électrique a montré que dans les canaux étroits le transfert de chaleur a lieu par convection mixte alors que dans les canaux plus larges l'huile gagne de la chaleur essentiellement par convection naturelle.

Une étude complémentaire sur le plan numérique serait d'élargir la modélisation thermique et dynamique du transformateur sur les trois colonnes lorsque l'entrée et la sortie de l'huile se font sur le côté de la cuve. Dans ce cas, l'utilisation d'un modèle 2D axisymétrique n'est plus possible et l'emploi d'un modèle en 3D est nécessaire. De plus, afin de s'approcher de la réalité, l'imposition d'une conduction orthotrope pour le cuivre et le fer (respectivement à l'intérieur des enroulements et du noyau) peut être envisagée en utilisant l'hypothèse d'une source interne de chaleur à l'intérieur de ces matériaux. Sur le plan théorique, l'étude des différents critères de sélection ne constitue qu'une première approche du problème. En plus des parois planes parallèles, l'analyse peut être prolongée sur des espacements annulaires dans des conditions de densités de flux symétriques ou asymétriques.



**ANNEXE I**

**DIMENSIONNEMENT D'UN  
TRANSFORMATEUR ELECTRIQUE  
DE 40 MVA**



**A.I.1. CARACTERISTIQUES DU TRANSFORMATEUR**

$S_a = 40.10^6 \text{ VA}$	puissance apparente du transformateur
$U_1 = 110.10^3 \text{ V}$	tension dans l'enroulement primaire
$U_2 = 20,5.10^3 \text{ V}$	tension dans l'enroulement secondaire
$f = 50 \text{ Hz}$	fréquence
$n = 3$	nombre des colonnes
$I_1 = 209,95 \text{ A}$	courant dans l'enroulement primaire
$J_1 = 1,902 \text{ A.mm}^{-2}$	densité de courant dans l'enroulement primaire
$I_2 = 650,41 \text{ A}$	courant dans l'enroulement secondaire
$J_2 = 1,869 \text{ A.mm}^{-2}$	densité de courant dans l'enroulement secondaire
$B_c = 1,7358 \text{ tesla}$	induction magnétique dans le noyau
$S_1 = \frac{S_a}{n} = 1,333.10^7 \text{ VA}$	puissance apparente par colonne
$U_{1f} = \frac{U_1}{\sqrt{3}} = 6,35.10^4 \text{ V}$	tension par phase primaire
$U_{2f} = U_2 = 2,05.10^4 \text{ V}$	tension par phase secondaire
$k_{fe} = 0,896$	coefficient de remplissage pour le fer dans la colonne
$k_{cu1} = 0,450$	coefficients de remplissage pour le cuivre
$k_{cu2} = 0,450$	dans l'enroulement primaire et secondaire
$D_c = 0,590 \text{ m}$	diamètre de la colonne
$H_3 = 1,480 \text{ m}$	hauteur de la colonne
$S_c = \frac{\pi D_c^2}{4} k_{fe} = 0,24496 \text{ m}^2$	section de la colonne
$s_6 = 0,118 \text{ m}$	distances d'isolation
$s_7 = 0,112 \text{ m}$	
$H_2 = H_3 - s_6 - s_7 = 1,250 \text{ m}$	hauteur d'enroulements
$N_2 = \frac{U_{2f}}{4,44 f S_c B_c} = 217$	nombre de tours secondaires

$N_1 = N_2 \frac{U_{1f}}{U_{2f}} = 673$	nombre de tours primaires
$L_1 = \frac{I_1 N_1}{J_1 k_{cu1} H_2} = 0,132 m$	largeur d'enroulement primaire
$L_2 = \frac{I_2 N_2}{J_2 k_{cu2} H_2} = 0,134 m$	largeur d'enroulement secondaire

## A.I.2. BILAN THERMIQUE

### A.I.2.1. Régime permanent (charge nominale)

#### A.I.2.1.1. Pertes thermiques, densité de flux et source interne de chaleur dissipées par le noyau

$\gamma = 7,55.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$	masse spécifique de la tôle
$G_c = S_c H_3 \gamma = 2,737.10^3 \text{ kg}$	masse du fer dans une colonne
$k_c = 1,433 \text{ W.kg}^{-1}$	pertes spécifiques en tôle

$Q_{fe} = 1,15.G_c.k_c = 4,51.10^3 \text{ W}$	pertes thermiques dans une colonne
---	------------------------------------

$$r_{fe1} = 145.10^{-3} \text{ m}$$

$r_{fe2} = 150.10^{-3} \text{ m}$	rayons du noyau
-----------------------------------	-----------------

$$r_{fe3} = 295.10^{-3} \text{ m}$$

$S_{h,fe} = 2\pi [r_{fe1}^2 + (r_{fe3}^2 - r_{fe2}^2)] = 0,53753 \text{ m}^2$	surface horizontale du noyau
---	------------------------------

$S_{v,fe} = 2\pi (r_{fe1} + r_{fe2} + r_{fe3}) H_3 = 5,48648 \text{ m}^2$	surface verticale du noyau
---	----------------------------

$S_{fe} = S_{h,fe} + S_{v,fe} = 6,024 \text{ m}^2$	surface totale du noyau
--	-------------------------

$S_{b,fe} = \pi [r_{fe1}^2 + (r_{fe3}^2 - r_{fe2}^2)] = 0,2687 \text{ m}^2$	surface de base du noyau
---	--------------------------

$V_{fe} = S_{b,fe} H_3 = 0,3977 \text{ m}^3$	volume du noyau
--	-----------------

$\varphi_{fe} = \frac{Q_{fe}}{S_{fe}} = 748 \text{ W.m}^{-2}$	densité de flux imposée sur les parois du noyau
---	---

$q_{1,fe} = \frac{Q_{fe}}{V_{fe}} = 1,1340.10^4 \text{ W.m}^{-3}$	source interne de chaleur dissipée à l'intérieur du noyau
---	---

### A.I.2.1.2. Pertes thermiques, densité de flux et source interne de chaleur dissipées par l'enroulement primaire

$R_l = 1,27901 \Omega$  résistance de l'enroulement primaire

$Q_{HT} = \frac{R_l}{2} I_1^2 = 2,8188.10^4 W$  pertes thermiques dans l'enroulement primaire

$r_{HT1} = 487.10^{-3} m$

$r_{HT2} = 528.10^{-3} m$

$r_{HT3} = 533.10^{-3} m$

$r_{HT4} = 573.10^{-3} m$

$r_{HT5} = 578.10^{-3} m$

$r_{HT6} = 619.10^{-3} m$

rayons de l'enroulement primaire

$S_{bHT} = \pi [(r_{HT2}^2 - r_{HT1}^2) + (r_{HT4}^2 - r_{HT3}^2) + (r_{HT6}^2 - r_{HT5}^2)] = 0,4239 m^2$  surface de base de l'enroulement primaire

$V_{HT} = S_{bHT} H_2 = 0,53 m^3$  volume de l'enroulement primaire

$q_{lHT} = \frac{Q_{HT}}{V_{HT}} = 5,3185.10^4 W.m^{-3}$  source interne de chaleur dissipée à l'intérieur de l'enroulement primaire

- Sans isolants supérieurs et inférieurs (cas 1, 4, 7) :

$S_{hHT} = 2\pi [(r_{HT2}^2 - r_{HT1}^2) + (r_{HT4}^2 - r_{HT3}^2) + (r_{HT6}^2 - r_{HT5}^2)] = 0,8478 m^2$  surface horizontale de l'enroulement primaire

$S_{vHT} = 2\pi (r_{HT1} + r_{HT2} + r_{HT3} + r_{HT4} + r_{HT5} + r_{HT6}) H_2 = 26,05951 m^2$  surface verticale de l'enroulement primaire

$S_{HT} = S_{hHT} + S_{vHT} = 26,90731 m^2$  surface totale de l'enroulement primaire

$\varphi_{HT} = \frac{Q_{HT}}{S_{HT}} = 1,047.10^3 W.m^{-2}$  densité de flux imposée sur les parois de l'enroulement primaire

- Avec isolants supérieurs et inférieurs (cas 2, 5, 8) :

$S_{HT} = 2\pi (r_{HT1} + r_{HT2} + r_{HT3} + r_{HT4} + r_{HT5} + r_{HT6}) H_2 = 26,05951 m^2$  surface totale de l'enroulement primaire

$\varphi_{HT} = \frac{Q_{HT}}{S_{HT}} = 1,082.10^3 \text{ W.m}^{-2}$	densité de flux imposée sur les parois de l'enroulement primaire
--	--

- Avec isolants supérieurs et sans isolants inférieurs (cas 3, 6, 9 - 14) :

$S_{hHT} = \pi [(r_{HT2}^2 - r_{HT1}^2) + (r_{HT4}^2 - r_{HT3}^2) + (r_{HT6}^2 - r_{HT5}^2)] = 0,4239 \text{ m}^2$	surface horizontale de l'enroulement primaire
--	---

$S_{vHT} = 2\pi (r_{HT1} + r_{HT2} + r_{HT3} + r_{HT4} + r_{HT5} + r_{HT6}) H_2 = 26,05951 \text{ m}^2$	surface verticale de l'enroulement primaire
---	---

$S_{HT} = S_{hHT} + S_{vHT} = 26,4834 \text{ m}^2$	surface totale de l'enroulement primaire
--	--

$\varphi_{HT} = \frac{Q_{HT}}{S_{HT}} = 1,064.10^3 \text{ W.m}^{-2}$	densité de flux imposée sur les parois de l'enroulement primaire
--	--

### A.I.2.1.3. Pertes thermiques, densité de flux et source interne de chaleur dissipées par l'enroulement secondaire

$R_2 = 0,110431 \Omega$	résistance de l'enroulement secondaire
-------------------------	--

$Q_{BT} = \frac{R_2}{2} I_2^2 = 2,3358.10^4 \text{ W}$	pertes thermiques dans l'enroulement secondaire
--	---

$$r_{BT1} = 315.10^{-3} \text{ m}$$

$$r_{BT2} = 373.10^{-3} \text{ m}$$

$$r_{BT3} = 391.10^{-3} \text{ m}$$

$$r_{BT4} = 449.10^{-3} \text{ m}$$

rayons de l'enroulement secondaire

$S_{bBT} = \pi [(r_{BT2}^2 - r_{BT1}^2) + (r_{BT4}^2 - r_{BT3}^2)] = 0,27842 \text{ m}^2$	surface de base de l'enroulement secondaire
---	---

$V_{BT} = S_{bBT} H_2 = 0,3481 \text{ m}^3$	volume de l'enroulement secondaire
---	------------------------------------

$q_{1BT} = \frac{Q_{BT}}{V_{BT}} = 6,7101.10^4 \text{ W.m}^{-3}$	source interne de chaleur dissipée à l'intérieur de l'enroulement secondaire
--	--

- Sans isolants supérieurs et inférieurs (cas 1, 4, 7) :

$S_{hBT} = 2\pi [(r_{BT2}^2 - r_{BT1}^2) + (r_{BT4}^2 - r_{BT3}^2)] = 0,55684 \text{ m}^2$	surface horizontale de l'enroulement secondaire
--	---

$$S_{v BT} = 2\pi (r_{BT1} + r_{BT2} + r_{BT3} + r_{BT4}) H_2$$

$$= 12,00088 \text{ m}^2$$

surface verticale de l'enroulement secondaire

$$S_{BT} = S_{h BT} + S_{v BT} = 12,55772 \text{ m}^2$$

surface totale de l'enroulement secondaire

$$\varphi_{BT} = \frac{Q_{BT}}{S_{BT}} = 1,860.10^3 \text{ W.m}^{-2}$$

densité de flux imposée sur les parois de l'enroulement secondaire

- Avec isolants supérieurs et inférieurs (cas 2, 5, 8) :

$$S_{BT} = 2\pi (r_{BT1} + r_{BT2} + r_{BT3} + r_{BT4}) H_2$$

$$= 12,00088 \text{ m}^2$$

surface totale de l'enroulement secondaire

$$\varphi_{BT} = \frac{Q_{BT}}{S_{BT}} = 1,946.10^3 \text{ W.m}^{-2}$$

densité de flux imposée sur les parois de l'enroulement secondaire

- Avec isolants supérieurs et sans isolants inférieurs (cas 3, 6, 9 - 14) :

$$S_{h BT} = \pi [(r_{BT2}^2 - r_{BT1}^2) + (r_{BT4}^2 - r_{BT3}^2)]$$

$$= 0,27842 \text{ m}^2$$

surface horizontale de l'enroulement secondaire

$$S_{v BT} = 2\pi (r_{BT1} + r_{BT2} + r_{BT3} + r_{BT4}) H_2$$

$$= 12,00088 \text{ m}^2$$

surface verticale de l'enroulement secondaire

$$S_{BT} = S_{h BT} + S_{v BT} = 12,2793 \text{ m}^2$$

surface totale de l'enroulement secondaire

$$\varphi_{BT} = \frac{Q_{BT}}{S_{BT}} = 1,902.10^3 \text{ W.m}^{-2}$$

densité de flux imposée sur les parois de l'enroulement secondaire

## A.I.2.2. Régime transitoire (surcharge de 160% de la charge nominale)

### A.I.2.2.1. Pertes thermiques, densité de flux et source interne de chaleur dissipées par l'enroulement primaire

$$I_{s1} = 1,6 I_1 = 335,92 \text{ A}$$

courant de surcharge dans l'enroulement primaire

$$Q_{HT} = \frac{R_l}{2} I_{s1}^2 = 7,2163.10^4 \text{ W}$$

pertes thermiques dans l'enroulement primaire

$q_{1HT} = \frac{Q_{HT}}{V_{HT}} = 1,36157.10^5 \text{ W.m}^{-3}$	source interne de chaleur dissipée à l'intérieur de l'enroulement primaire
---	--

- *Sans isolants supérieurs et inférieurs (cas 1, 4, 7) :*

$S_{HT} = 26,90731 \text{ m}^2$	surface totale de l'enroulement primaire
---------------------------------	--

$\varphi_{HT} = \frac{Q_{HT}}{S_{HT}} = 2,681.10^3 \text{ W.m}^{-2}$	densité de flux imposée sur les parois de l'enroulement primaire
--	--

- *Avec isolants supérieurs et inférieurs (cas 2, 5, 8) :*

$S_{HT} = 26,05951 \text{ m}^2$	surface totale de l'enroulement primaire
---------------------------------	--

$\varphi_{HT} = \frac{Q_{HT}}{S_{HT}} = 2,769.10^3 \text{ W.m}^{-2}$	densité de flux imposée sur les parois de l'enroulement primaire
--	--

- *Avec isolants supérieurs et sans isolants inférieurs (cas 3, 6, 9 - 14) :*

$S_{HT} = 26,4834 \text{ m}^2$	surface totale de l'enroulement primaire
--------------------------------	--

$\varphi_{HT} = \frac{Q_{HT}}{S_{HT}} = 2,725.10^3 \text{ W.m}^{-2}$	densité de flux imposée sur les parois de l'enroulement primaire
--	--

#### A.I.2.2.2. Pertes thermiques, densité de flux et source interne de chaleur dissipées par l'enroulement secondaire

$I_{s2} = 1,6 I_2 = 1040,66 \text{ A}$	courant de surcharge dans l'enroulement secondaire
--	--

$Q_{BT} = \frac{R_2}{2} I_{s2}^2 = 5,9796.10^4 \text{ W}$	pertes thermiques dans l'enroulement secondaire
---	---

$q_{1BT} = \frac{Q_{BT}}{V_{BT}} = 1,71778.10^5 \text{ W.m}^{-3}$	source interne de chaleur dissipée à l'intérieur de l'enroulement secondaire
---	--

- *Sans isolants supérieurs et inférieurs (cas 1, 4, 7) :*

$$S_{BT} = 12,55772 \text{ m}^2$$

surface totale de l'enroulement secondaire

$$\varphi_{BT} = \frac{Q_{BT}}{S_{BT}} = 4,762.10^3 \text{ W.m}^{-2}$$

densité de flux imposée sur les parois de l'enroulement secondaire

- *Avec isolants supérieurs et inférieurs (cas 2, 5, 8) :*

$$S_{BT} = 12,00088 \text{ m}^2$$

surface totale de l'enroulement secondaire

$$\varphi_{BT} = \frac{Q_{BT}}{S_{BT}} = 4,983.10^3 \text{ W.m}^{-2}$$

densité de flux imposée sur les parois de l'enroulement secondaire

- *Avec isolants supérieurs et sans isolants inférieurs (cas 3, 6, 9 - 14) :*

$$S_{BT} = 12,2793 \text{ m}^2$$

surface totale de l'enroulement secondaire

$$\varphi_{BT} = \frac{Q_{BT}}{S_{BT}} = 4,870.10^3 \text{ W.m}^{-2}$$

densité de flux imposée sur les parois de l'enroulement secondaire

### A.I.2.3. Calcul des coefficients d'échange thermique convectif

$$H_4 = 600.10^{-3} \text{ m}$$

hauteur de la culasse

$$\delta_{ac} = 10.10^{-3} \text{ m}$$

épaisseur de la cuve

$$\delta_{fe} = 145.10^{-3} \text{ m}$$

largeur du noyau entre deux canaux de refroidissement

$$\delta_{cu1} = 40,67.10^{-3} \text{ m}$$

largeur de l'enroulement primaire entre deux canaux de refroidissement

$$\delta_{cu2} = 58.10^{-3} \text{ m}$$

largeur de l'enroulement secondaire entre deux canaux de refroidissement

$$\delta_{cu3} = 33.10^{-3} \text{ m}$$

largeur de l'enroulement de réglage grossier

$$\delta_{cu4} = 41.10^{-3} \text{ m}$$

largeur de l'enroulement de réglage progressif

$$\lambda_{cu} = 413 \text{ W.m}^{-1} . \text{K}^{-1}$$

conductivité thermique du cuivre

$$\lambda_{fe} = 72 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

conductivité thermique du fer

$$\lambda_{ac} = 16 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

conductivité thermique du acier

$$h_a = 6 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$$

coefficient d'échange convectif pour air

$$h_h = 110 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$$

coefficient d'échange convectif pour huile

$$R_{ech1c} = \frac{9}{h_h} + \frac{3\delta_{cu1}}{\lambda_{cu}} + \frac{2\delta_{cu2}}{\lambda_{cu}} + \frac{2\delta_{fe}}{\lambda_{fe}} + \frac{\delta_{cu3}}{\lambda_{cu}} + \frac{\delta_{cu4}}{\lambda_{cu}}$$

résistance thermique équivalente des

$$R_{ech1} = \frac{1}{h_a} + \frac{\delta_{ac}}{\lambda_{ac}} + 2R_{ech1c} + 2\left(\frac{\delta_{cu3}}{\lambda_{cu}} + \frac{\delta_{cu4}}{\lambda_{cu}} + \frac{1}{h_h}\right)$$

éléments verticaux

$$= 0,369 \text{ m}^2.\text{K.W}^{-1}$$

$$h_1 = \frac{1}{R_{ech1}} = 2,7 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$$

coefficient d'échange convectif à la  
paroi verticale

$$R_{ech2} = \frac{1}{h_a} + \frac{\delta_{ac}}{\lambda_{ac}} + \frac{1}{h_h} + \frac{H_4}{\lambda_{fe}} = 0,195 \text{ m}^2.\text{K.W}^{-1}$$

résistance thermique équivalente des  
éléments horizontaux

$$h_2 = \frac{1}{R_{ech2}} = 5,1 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$$

coefficient d'échange convectif à la  
paroi horizontale

**ANNEXE II**

**PROPRIETES THERMOPHYSIQUES**

**DE L'HUILE**



Comme agent de refroidissement et en même temps isolant diélectrique, on utilise l'huile minérale parce qu'elle offre un meilleur compromis entre prix et performances, mais également un haut niveau de compatibilité avec les autres matériaux utilisés dans un transformateur. Les principaux paramètres physiques qui caractérisent l'huile sont : la masse volumique, la conductivité thermique, la chaleur massique à pression constante et la viscosité dynamique.

Le refroidissement du transformateur se fait dans de meilleures conditions si la viscosité de l'huile minérale est faible. Celle-ci est thermodépendante et varie en sens inverse avec la température. Pour apprécier la viscosité dynamique on utilise la loi de Vogel, Fulcher, Tamman et Hesse (relation VFTH) [53], qui est une loi empirique souvent utilisée dans l'étude des phénomènes de transport et de relaxation :

$$\log \mu = A + \frac{B}{T - T_o} \quad (\text{A.II.1})$$

où :

- $A, B$  : deux constantes caractéristiques de l'huile ;
- $T$  : température (K) ;
- $T_o = 273,15$  K.

En général, les normes donnent pour l'huile minérale la viscosité cinématique et la masse volumique à la température de 20 °C et de 40 °C ce qui nous permet de calculer les deux constantes  $A$  et  $B$  :

$$\nu_{20} = 23 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1} = 0,000023 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\rho_{20} = 890 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$\mu_{20} = \nu_{20} \rho_{20} = 0,02047 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\log(\mu_{20}) = -1,688$$

$$\nu_{40} = 10 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1} = 0,00001 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\rho_{40} = 875,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$\mu_{40} = \nu_{40} \rho_{40} = 0,008755 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\log(\mu_{40}) = -2,06$$

Si on remplace ces valeurs dans l'équation A.II.1 on obtient :  $A = -2,426$  et  $B = 14,754$ .

L'évolution de la viscosité dynamique en fonction de la température entre 60 °C et 105 °C est donnée dans le *tableau A.II.1* et représentée dans la *figure A.II.1*.

Température		Viscosité dynamique
T (K)	log ( $\mu$ )	$\mu$ ( $\text{kg.m}^{-1}\text{s}^{-1}$ )
333,15	-2,180	0,0066
338,15	-2,199	0,0063
343,15	-2,215	0,0061
348,15	-2,229	0,0059
353,15	-2,241	0,0057
358,15	-2,252	0,0056
363,15	-2,262	0,0055
368,15	-2,270	0,0054
373,15	-2,278	0,0053
378,15	-2,285	0,0052

Tableau A.II.1 : Dépendance de la viscosité dynamique avec la température

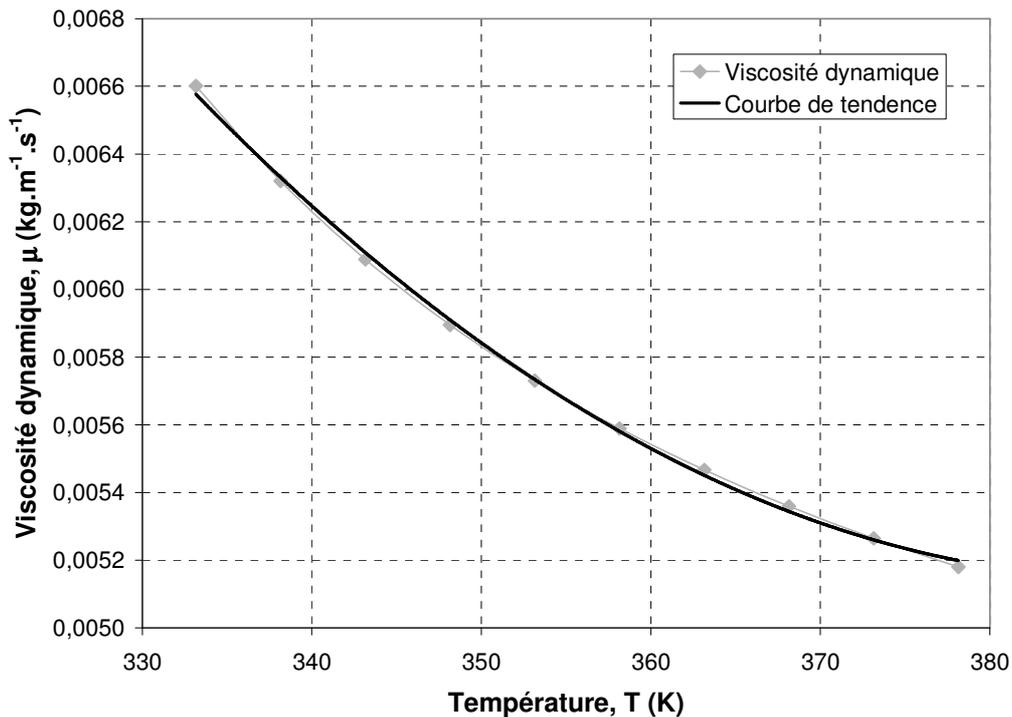


Figure A.II.1 : Variation de la viscosité dynamique en fonction de la température

L'équation polynomiale qui caractérise la courbe de tendance dans la *figure A.II.1* et qui s'approche le mieux de la variation de la viscosité dynamique en fonction de la température est donnée dans le *tableau A.II.2*. Les autres propriétés thermophysiques de l'huile et leurs dépendances de la température sont données dans le même tableau.

Température T (K)	Masse volumique $\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> )	Conductivité thermique $\lambda$ (W.m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	Chaleur massique $C_p$ (J.kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	Viscosité dynamique $\mu$ (kg.m <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> )
<i>Corrélations</i>	$1098,72-0,712T$	$0,1509-7,101.10^{-5}T$	$807,163+3,58T$	$0,08467-4.10^{-4}T+5.10^{-7}T^2$
333,15	862	0,127	2 000	0,0066
338,15	858	0,127	2 018	0,0063
343,15	854	0,127	2 036	0,0061
348,15	851	0,126	2 054	0,0059
353,15	847	0,126	2 072	0,0057
358,15	844	0,126	2 089	0,0056
363,15	840	0,125	2 107	0,0055
368,15	837	0,125	2 125	0,0054
373,15	833	0,124	2 143	0,0053
378,15	830	0,124	2 161	0,0052

Tableau A.II.2 : Propriétés thermophysiques de l'huile en fonction de la température

Dans les figures A.II.2, A.II.3 et A.II.4 on peut observer que la masse volumique et la conductivité thermique baissent avec l'augmentation de la température alors que la chaleur massique à pression constante croît avec celle-ci.

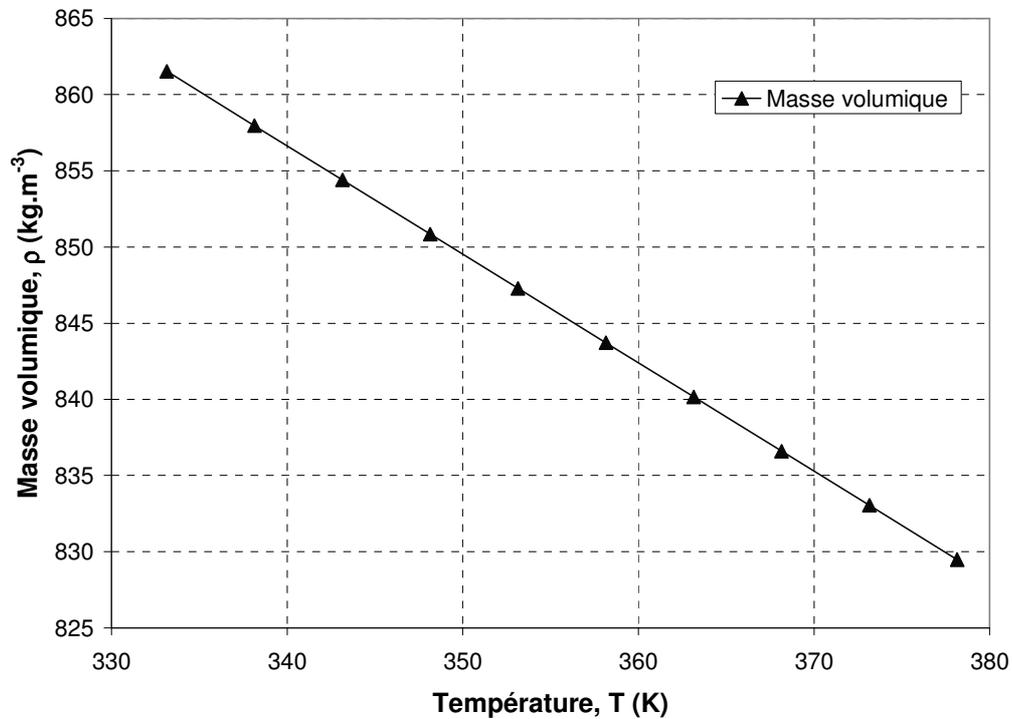


Figure A.II.2 : Variation de la masse volumique en fonction de la température

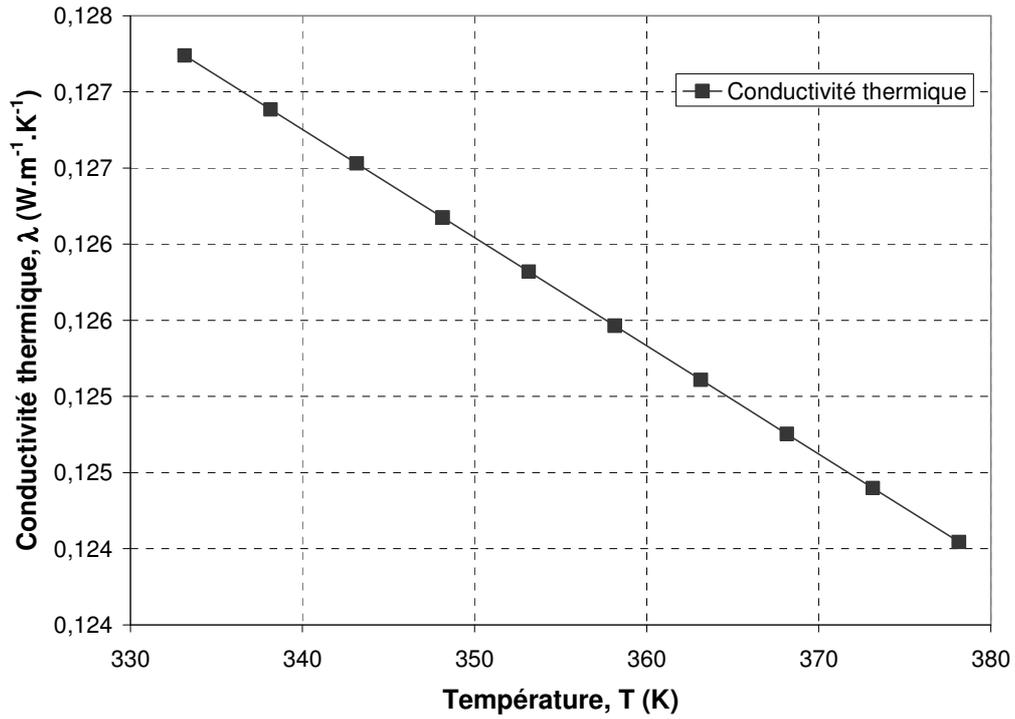


Figure A.II.3 : Variation de la conductivité thermique en fonction de la température

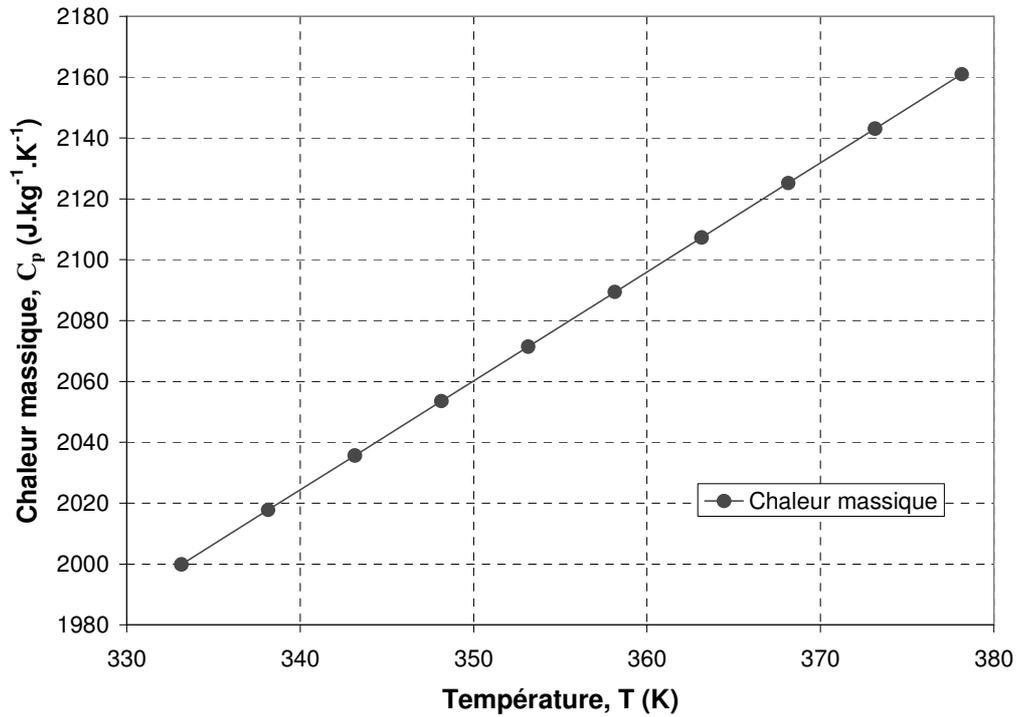


Figure A.II.4 : Variation de la chaleur massique en fonction de la température

**ANNEXE III**

**BILAN THERMIQUE DU MODELE**



Le schéma du bilan des puissances thermiques à l'intérieur du transformateur électrique est représenté dans la *figure A.III.1*. Ainsi, on peut voir que l'huile minérale entre dans le transformateur avec une puissance thermique  $Q_{entrée}$ , ensuite elle traverse les parties actives du transformateur (noyau, enroulements secondaire et primaire) où elle gagne de la chaleur dont les puissances sont notées respectivement  $Q_{fe}$ ,  $Q_{BT}$  et  $Q_{HT}$  avant de sortir avec une puissance thermique totale  $Q_{sortie}$ . De plus, une partie de chaleur est transférée au milieu ambiant par convection à travers les parois horizontales et verticales de la cuve  $Q_{p.ext}$ . Le bilan des puissances thermiques est donné par l'équation A.III.1.

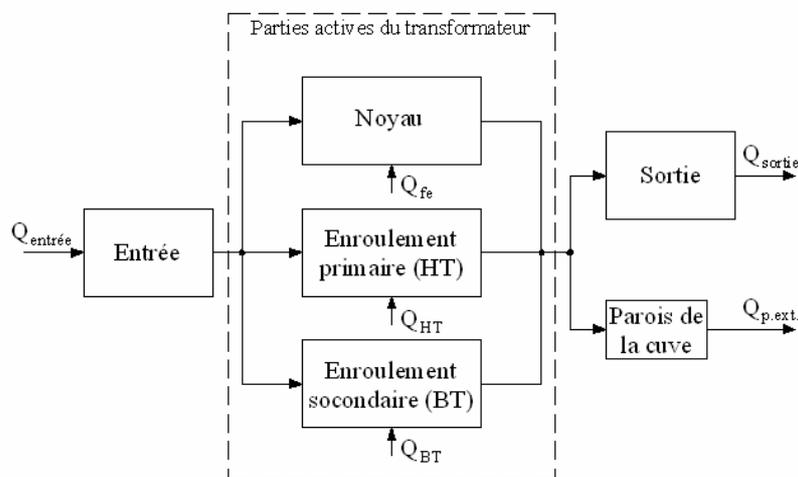


Figure A.III.1 : Bilan des puissances thermiques

$$Q_{entrée} + Q_{fe} + Q_{BT} + Q_{HT} = Q_{sortie} + Q_{p.ext} \quad (\text{A.III.1})$$

Les tableaux suivants présentent les valeurs numériques de chaque terme dans l'équation A.III.1 pour différents cas étudiés et différentes vitesses de l'huile imposées à l'entrée du transformateur ainsi que la respect du bilan en pourcentage entre la puissance thermique accumulée à l'intérieur du transformateur et celle évacuée à l'extérieur. Ainsi, on peut observer que la chaleur dégagée par les parties actives du transformateur ( $Q_{fe}$ ,  $Q_{BT}$  et  $Q_{HT}$ ) est évacuée à l'extérieur essentiellement par l'huile minérale ( $Q_{sortie} - Q_{entrée}$ ) et une faible partie par les parois de la cuve  $Q_{p.ext}$  (maximum 1% par rapport à  $Q_{sortie}$ ). D'autre part, le bilan thermique est respecté dans tous les cas avec un écart qui ne dépasse pas les 2%.

CAS 1	Vitesse de l'huile à l'entrée du transformateur, U (m.s <sup>-1</sup> )					
	0,50	0,85	1,00	1,20	1,50	1,70
$Q_{entrée}$ (W)	94 420	160 513	188 839	226 607	283 259	321 027
$Q_{fe}$ (W)	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506
$Q_{BT}$ (W)	23 357	23 357	23 357	23 357	23 357	23 357
$Q_{HT}$ (W)	28 172	28 172	28 172	28 172	28 172	28 172
$Q_{p.ext}$ (W)	-1 517	-1 407	-1 395	-1 365	-1 358	-1 364
$Q_{sortie}$ (W)	-147 895	-215 318	-243 000	-283 807	-338 200	-379 673
<b>Bilan (%)</b>	<b>99,31%</b>	<b>100,08%</b>	<b>99,80%</b>	<b>100,90%</b>	<b>100,08%</b>	<b>101,05%</b>

Tableau A.III.1 : Puissances thermiques à l'intérieur du transformateur dans le cas 1 pour différentes vitesses imposée à l'entrée

CAS 2	Vitesse de l'huile à l'entrée du transformateur, U (m.s <sup>-1</sup> )					
	0,50	0,85	1,00	1,20	1,50	1,70
$Q_{entrée}$ (W)	94 420	160 513	188 839	226 607	283 259	321 027
$Q_{fe}$ (W)	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506
$Q_{BT}$ (W)	23 354	23 354	23 354	23 354	23 354	23 354
$Q_{HT}$ (W)	28 170	28 170	28 170	28 170	28 170	28 170
$Q_{p.ext}$ (W)	-1 510	-1 417	-1 386	-1 375	-1 357	-1 380
$Q_{sortie}$ (W)	-148 822	-217 312	-244 233	-283 248	-339 717	-379 864
<b>Bilan (%)</b>	<b>99,92%</b>	<b>101,01%</b>	<b>100,31%</b>	<b>100,70%</b>	<b>100,53%</b>	<b>101,11%</b>

Tableau A.III.2 : Puissances thermiques à l'intérieur du transformateur dans le cas 2 pour différentes vitesses imposée à l'entrée

CAS 3	Vitesse de l'huile à l'entrée du transformateur, U (m.s <sup>-1</sup> )					
	0,50	0,85	1,00	1,20	1,50	1,70
$Q_{entrée}$ (W)	94 420	160 513	188 839	226 607	283 259	321 027
$Q_{fe}$ (W)	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506
$Q_{BT}$ (W)	23 355	23 355	23 355	23 355	23 355	23 355
$Q_{HT}$ (W)	28 178	28 178	28 178	28 178	28 178	28 178
$Q_{p.ext}$ (W)	-1 520	-1 414	-1 401	-1 384	-1 369	-1 352
$Q_{sortie}$ (W)	-148 797	-215 099	-246 036	-284 617	-339 272	-381 176
<b>Bilan (%)</b>	<b>99,91%</b>	<b>99,98%</b>	<b>101,05%</b>	<b>101,19%</b>	<b>100,40%</b>	<b>101,45%</b>

Tableau A.III.3 : Puissances thermiques à l'intérieur du transformateur dans le cas 3 pour différentes vitesses imposée à l'entrée

CAS 4	Vitesse de l'huile à l'entrée du transformateur, U (m.s <sup>-1</sup> )					
	0,50	0,85	1,00	1,20	1,50	1,70
$Q_{entrée}$ (W)	94 420	160 513	188 839	226 607	283 259	321 027
$Q_{fe}$ (W)	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506
$Q_{BT}$ (W)	23 357	23 357	23 357	23 357	23 357	23 357
$Q_{HT}$ (W)	28 172	28 172	28 172	28 172	28 172	28 172
$Q_{p.ext}$ (W)	-1 512	-1 411	-1 396	-1 362	-1 343	-1 351
$Q_{sortie}$ (W)	-148 600	-214 835	-243 383	-277 163	-342 437	-375 429
<b>Bilan (%)</b>	<b>99,77%</b>	<b>99,86%</b>	<b>99,96%</b>	<b>98,54%</b>	<b>101,32%</b>	<b>99,93%</b>

Tableau A.III.4 : Puissances thermiques à l'intérieur du transformateur dans le cas 4 pour différentes vitesses imposée à l'entrée

CAS 5	Vitesse de l'huile à l'entrée du transformateur, U (m.s <sup>-1</sup> )					
	0,50	0,85	1,00	1,20	1,50	1,70
$Q_{entrée}$ (W)	94 420	160 513	188 839	226 607	283 259	321 027
$Q_{fe}$ (W)	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506
$Q_{BT}$ (W)	23 354	23 354	23 354	23 354	23 354	23 354
$Q_{HT}$ (W)	28 170	28 170	28 170	28 170	28 170	28 170
$Q_{p.ext}$ (W)	-1 505	-1 403	-1 386	-1 373	-1 348	-1 359
$Q_{sortie}$ (W)	-148 326	-215 643	-243 677	-282 280	-340 249	-378 248
<b>Bilan (%)</b>	<b>99,59%</b>	<b>100,23%</b>	<b>100,08%</b>	<b>100,36%</b>	<b>100,68%</b>	<b>100,68%</b>

Tableau A.III.5 : Puissances thermiques à l'intérieur du transformateur dans le cas 5 pour différentes vitesses imposée à l'entrée

CAS 6	Vitesse de l'huile à l'entrée du transformateur, U (m.s <sup>-1</sup> )					
	0,50	0,85	1,00	1,20	1,50	1,70
$Q_{entrée}$ (W)	94 420	160 513	188 839	226 607	283 259	321 027
$Q_{fe}$ (W)	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506
$Q_{BT}$ (W)	23 355	23 355	23 355	23 355	23 355	23 355
$Q_{HT}$ (W)	28 178	28 178	28 178	28 178	28 178	28 178
$Q_{p.ext}$ (W)	-1 510	-1 399	-1 387	-1 370	-1 360	-1 330
$Q_{sortie}$ (W)	-149 055	-215 212	-243 378	-281 580	-339 672	-381 049
<b>Bilan (%)</b>	<b>100,07%</b>	<b>100,03%</b>	<b>99,95%</b>	<b>100,11%</b>	<b>100,51%</b>	<b>101,41%</b>

Tableau A.III.6 : Puissances thermiques à l'intérieur du transformateur dans le cas 6 pour différentes vitesses imposée à l'entrée

CAS 7	Vitesse de l'huile à l'entrée du transformateur, U (m.s <sup>-1</sup> )					
	0,50	0,85	1,00	1,20	1,50	1,70
$Q_{entrée}$ (W)	94 420	160 513	188 839	226 607	283 259	321 027
$Q_{fe}$ (W)	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506
$Q_{BT}$ (W)	23 357	23 357	23 357	23 357	23 357	23 357
$Q_{HT}$ (W)	28 172	28 172	28 172	28 172	28 172	28 172
$Q_{p.ext}$ (W)	-1 517	-1 401	-1 388	-1 371	-1 342	-1 322
$Q_{sortie}$ (W)	-148 906	-212 671	-241 236	-280 550	-339 031	-378 318
<b>Bilan (%)</b>	<b>99,98%</b>	<b>98,86%</b>	<b>99,08%</b>	<b>99,74%</b>	<b>100,32%</b>	<b>100,68%</b>

Tableau A.III.7 : Puissances thermiques à l'intérieur du transformateur dans le cas 7 pour différentes vitesses imposée à l'entrée

CAS 8	Vitesse de l'huile à l'entrée du transformateur, U (m.s <sup>-1</sup> )					
	0,50	0,85	1,00	1,20	1,50	1,70
$Q_{entrée}$ (W)	94 420	160 513	188 839	226 607	283 259	321 027
$Q_{fe}$ (W)	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506
$Q_{BT}$ (W)	23 354	23 354	23 354	23 354	23 354	23 354
$Q_{HT}$ (W)	28 170	28 170	28 170	28 170	28 170	28 170
$Q_{p.ext}$ (W)	-1 513	-1 394	-1 374	-1 362	-1 325	-1 311
$Q_{sortie}$ (W)	-148 140	-215 355	-243 457	-281 855	-339 096	-379 891
<b>Bilan (%)</b>	<b>99,47%</b>	<b>100,10%</b>	<b>99,98%</b>	<b>100,21%</b>	<b>100,33%</b>	<b>101,10%</b>

Tableau A.III.8 : Puissances thermiques à l'intérieur du transformateur dans le cas 8 pour différentes vitesses imposée à l'entrée

CAS 9	Vitesse de l'huile à l'entrée du transformateur, U (m.s <sup>-1</sup> )					
	0,50	0,85	1,00	1,20	1,50	1,70
$Q_{entrée}$ (W)	94 420	160 513	188 839	226 607	283 259	321 027
$Q_{fe}$ (W)	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506
$Q_{BT}$ (W)	23 355	23 355	23 355	23 355	23 355	23 355
$Q_{HT}$ (W)	28 178	28 178	28 178	28 178	28 178	28 178
$Q_{p.ext}$ (W)	-1 509	-1 397	-1 385	-1 367	-1 336	-1 313
$Q_{sortie}$ (W)	-149 001	-213 942	-243 508	-281 130	-342 478	-379 535
<b>Bilan (%)</b>	<b>100,03%</b>	<b>99,44%</b>	<b>100,01%</b>	<b>99,95%</b>	<b>101,33%</b>	<b>101,00%</b>

Tableau A.III.9 : Puissances thermiques à l'intérieur du transformateur dans le cas 9 pour différentes vitesses imposée à l'entrée

CAS 10	Vitesse de l'huile à l'entrée du transformateur, U (m.s <sup>-1</sup> )					
	0,50	0,85	1,00	1,20	1,50	1,70
$Q_{entrée}$ (W)	94 420	160 513	188 839	226 607	283 259	321 027
$Q_{fe}$ (W)	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506
$Q_{BT}$ (W)	23 355	23 355	23 355	23 355	23 355	23 355
$Q_{HT}$ (W)	28 178	28 178	28 178	28 178	28 178	28 178
$Q_{p.ext}$ (W)	-1 514	-1 401	-1 378	-1 378	-1 337	-1 354
$Q_{sortie}$ (W)	-149 101	-215 402	-244 078	-282 471	-344 974	-376 795
<b>Bilan (%)</b>	<b>100,10%</b>	<b>100,12%</b>	<b>100,24%</b>	<b>100,43%</b>	<b>102,07%</b>	<b>100,29%</b>

Tableau A.III.10 : Puissances thermiques à l'intérieur du transformateur dans le cas 10 pour différentes vitesses imposée à l'entrée

CAS 11	Vitesse de l'huile à l'entrée du transformateur, U (m.s <sup>-1</sup> )					
	0,50	0,85	1,00	1,20	1,50	1,70
$Q_{entrée}$ (W)	94 420	160 513	188 839	226 607	283 259	321 027
$Q_{fe}$ (W)	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506
$Q_{BT}$ (W)	23 355	23 355	23 355	23 355	23 355	23 355
$Q_{HT}$ (W)	28 178	28 178	28 178	28 178	28 178	28 178
$Q_{p.ext}$ (W)	-1 517	-1 375	-1 358	-1 360	-1 372	-1 374
$Q_{sortie}$ (W)	-149 010	-215 503	-243 708	-281 527	-338 049	-378 343
<b>Bilan (%)</b>	<b>100,05%</b>	<b>100,15%</b>	<b>100,08%</b>	<b>100,09%</b>	<b>100,04%</b>	<b>100,70%</b>

Tableau A.III.11 : Puissances thermiques à l'intérieur du transformateur dans le cas 11 pour différentes vitesses imposée à l'entrée

CAS 12	Vitesse de l'huile à l'entrée du transformateur, U (m.s <sup>-1</sup> )					
	0,50	0,85	1,00	1,20	1,50	1,70
$Q_{entrée}$ (W)	94 420	160 513	188 839	226 607	283 259	321 027
$Q_{fe}$ (W)	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506
$Q_{BT}$ (W)	23 355	23 355	23 355	23 355	23 355	23 355
$Q_{HT}$ (W)	28 178	28 178	28 178	28 178	28 178	28 178
$Q_{p.ext}$ (W)	-1 500	-1 382	-1 360	-1 365	-1 364	-1 370
$Q_{sortie}$ (W)	-149 255	-215 597	-243 823	-281 496	-340 030	-378 689
<b>Bilan (%)</b>	<b>100,20%</b>	<b>100,20%</b>	<b>100,12%</b>	<b>100,08%</b>	<b>100,62%</b>	<b>100,79%</b>

Tableau A.III.12 : Puissances thermiques à l'intérieur du transformateur dans le cas 12 pour différentes vitesses imposée à l'entrée

CAS 13	Vitesse de l'huile à l'entrée du transformateur, U (m.s <sup>-1</sup> )					
	0,50	0,85	1,00	1,20	1,50	1,70
$Q_{entrée}$ (W)	94 420	160 513	188 839	226 607	283 259	321 027
$Q_{fe}$ (W)	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506
$Q_{BT}$ (W)	23 355	23 355	23 355	23 355	23 355	23 355
$Q_{HT}$ (W)	28 178	28 178	28 178	28 178	28 178	28 178
$Q_{p.ext}$ (W)	-1 481	-1 387	-1 366	-1 361	-1 340	-1 343
$Q_{sortie}$ (W)	-148 472	-216 018	-244 691	-284 367	-339 490	-377608
<b>Bilan (%)</b>	<b>99,66%</b>	<b>100,39%</b>	<b>100,48%</b>	<b>101,09%</b>	<b>100,45%</b>	<b>100,50%</b>

Tableau A.III.13 : Puissances thermiques à l'intérieur du transformateur dans le cas 13 pour différentes vitesses imposée à l'entrée

CAS 14	Vitesse de l'huile à l'entrée du transformateur, U (m.s <sup>-1</sup> )					
	0,50	0,85	1,00	1,20	1,50	1,70
$Q_{entrée}$ (W)	94 420	160 513	188 839	226 607	283 259	321 027
$Q_{fe}$ (W)	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506	4 506
$Q_{BT}$ (W)	23 355	23 355	23 355	23 355	23 355	23 355
$Q_{HT}$ (W)	28 178	28 178	28 178	28 178	28 178	28 178
$Q_{p.ext}$ (W)	-1 427	-1 386	-1 367	-1 351	-1 343	-1 343
$Q_{sortie}$ (W)	-149 068	-215 723	-245 112	-282 806	-340 224	-376 104
<b>Bilan (%)</b>	<b>100,02%</b>	<b>100,26%</b>	<b>100,65%</b>	<b>100,53%</b>	<b>100,67%</b>	<b>100,10%</b>

Tableau A.III.14 : Puissances thermiques à l'intérieur du transformateur dans le cas 14 pour différentes vitesses imposée à l'entrée

	Vitesse de l'huile à l'entrée du transformateur, U = 1,2 (m.s <sup>-1</sup> )	
	CAS 5'	CAS 14'
$Q_{entrée}$ (W)	225 754	225 754
$Q_{fe}$ (W)	4 505	4 511
$Q_{BT}$ (W)	23 326	23 349
$Q_{HT}$ (W)	28 188	28 172
$Q_{p.ext}$ (W)	-1 377	-1 348
$Q_{sortie}$ (W)	-280 341	-280 135
<b>Bilan (%)</b>	<b>99,98%</b>	<b>99,89%</b>

Tableau A.III.15 : Puissances thermiques à l'intérieur du transformateur dans le cas 5' et 14' pour une vitesse de 1,2 m.s<sup>-1</sup> imposée à l'entrée



## **REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**



- 
- [1] J.-M. MUFUTA (1999), “*Comparison of experimental values and numerical simulation on a set-up simulating the cross-section of a disc-type transformer*”, International Journal of Thermal Sciences, vol. 38, p. 424 - 435
- [2] J.-M. MUFUTA, E. VAN DEN BULCK (2000), “*Modelling of the mixed convection in the windings of a disc-type power transformer*”, Applied Thermal Engineering, vol. 20, p. 417 - 437
- [3] J.-M. MUFUTA, E. VAN DEN BULCK (2001), “*Modelling of the mass flow distribution around an array of rectangular blocks in-line arranged and simulating the cross-section of a winding disc-type transformer*”, Applied Thermal Engineering, vol. 21, p. 731 - 749
- [4] R. DEL VECCHIO, P. FEGHALI (1999), “*Thermal model of a disk coil with directed oil flow*”, Conferences on Transmission and Distribution, New Orleans, vol. 2, p. 914 - 919
- [5] W. XIULIAN, T. RENYUAN (2001), “*Calculation of temperature rise of windings for transformer with forced - directed oil*”, Conferences on Electrical Machines and Systems, Shenyang, vol. 1, p. 265 - 268
- [6] C. ROSAS, N. MORAGA, V. BUBNOVICH, R. FISCHER (2005), “*Improvement of the cooling process of oil-immersed electrical transformers using heat pipes*”, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 20, No. 3, p. 1955 - 1961
- [7] A. BARLETTA, E. ZANCHINI (1999), “*On the choice of the reference temperature for fully-developed mixed convection in a vertical channel*”, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 42, p. 3169 - 3181
- [8] C.H. CHENG, H.S. KOU, W.H. HUANG (1990), “*Flow reversal and heat transfer of fully developed mixed convection in vertical channels*”, Journal of Thermophysics and Heat Transfer, vol. 4, no. 3, p. 375 - 383
- [9] T.T. HAMADAH, R.A. WIRTZ (1991), “*Analysis of laminar fully developed mixed convection in a vertical channel with opposing buoyancy*”, ASME, Journal of Heat Transfer, vol.113, p. 507 - 510.
- [10] W. AUNG, G. WORKU (1986), “*Theory of fully developed, combined convection including flow reversal*”, ASME, Journal of Heat Transfer, vol.108, p. 485 - 488.
- [11] Y.-C. CHEN, J.N. CHUNG (1998), “*Stability of mixed convection in a differentially heated vertical channel*”, ASME, Journal of Heat Transfer, vol. 120, p. 127 - 132
- [12] A. BARLETTA (1998), “*Laminar mixed convection with viscous dissipation in a vertical channel*”, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 41, p. 3501 - 3513
- [13] A. BARLETTA (1999), “*Laminar convection in a vertical channel with viscous dissipation and buoyancy effects*”, International Communications in Heat Mass Transfer, vol. 26, no. 2, p. 153 - 164

- 
- [14] W. AUNG, G. WORKU (1987), “*Mixed convection in ducts with asymmetric wall heat fluxes*”, ASME, Journal of Heat Transfer, vol. 109, p. 947 - 951
- [15] Y.-C. CHEN, J.N. CHUNG (1996), “*The linear stability of mixed convection in a vertical channel flow*”, Journal of Fluid Mechanics, vol. 325, p. 29 - 51
- [16] A. BARLETTA (1999), “*Heat transfer by fully developed flow and viscous heating in a vertical channel with prescribed wall heat fluxes*”, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 42, p. 3873 - 3885
- [17] A. BAR-COHEN, W.M. ROHSENOW (1984), “*Thermally optimum spacing of vertical, natural convection cooled, parallel plates*”, ASME, Journal of Heat Transfer, vol. 106, p. 116 – 123
- [18] A. BEJAN (1984), “*Convection heat transfer*”, John Wiley & Sons, New-York.
- [19] A. BEJAN (2000), “*Shape and structure, from engineering to nature*”, Cambridge University Press, Cambridge, USA
- [20] A. BEJAN (2004), “*Convection heat transfer*”, 3<sup>rd</sup> Ed., John Wiley & Sons, New-York
- [21] G.A. LEDEZMA, A. BEJAN (1997), “*Optimal geometric arrangement of staggered vertical plates in natural convection*”, ASME, Journal of Heat Transfer, vol. 119, p. 700 - 708
- [22] A. BEJAN, A. FOWLER, G. STANESCU (1995), “*The optimal spacing between horizontal cylinders in a fixed volume cooled by natural convection*”, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 38, No. 11, p. 2047 - 2055
- [23] A. BEJAN, E. SCIUBA (1992), “*The optimal spacing of parallel plates cooled by forced convection*”, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 35, p. 3259 - 3264
- [24] J. PADET (1997), “*Principes des transferts convectifs*”, Polytechnica, Paris, France.
- [25] A.J. FOWLER, G.A. LEDEZMA, A. BEJAN (1997), “*Optimal geometric arrangement of staggered plates in forced convection*”, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 40, p. 1795 - 1805
- [26] A. BEJAN (1995), “*The optimal spacing for cylinders in crossflow forced convection*”, ASME, Journal of Heat Transfer, vol. 117, p. 767 - 770
- [27] J. PADET, R. COTTA, N.-C. CHERECHES, N. EL WAKIL (2004), “*Internal mixed convection: - criteria for transition from natural to forced regime (prescribed wall temperature)*”, 10th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, ENCIT 2004, Rio de Janeiro, CD - Paper CIT04-0841

- 
- [28] J. PADET, R. COTTA, N.-C. CHERECHES, N. EL WAKIL (2005), "*Convection laminaire interne: critères de sélection pour distinguer les régimes de convection naturelle, mixte ou forcée*", Congrès Français de Thermique, SFT 2005, Reims, p. 209-214
- [29] C. LAZU (1966), "*Mașini electrice*", Editura Didactică și Pedagogică, București, Roumanie
- [30] I. CIOC, I. VLAD, G. CALOTA (1989), "*Transformatorul electric. Construcție. Teorie. Proiectare. Fabricare. Exploatare*", Scrisul romanesc, Craiova, Roumanie
- [31] B. HOCHART (1989), "*Le transformateur de puissance*", Technique et Documentation, Lavoisier, France
- [32] E. JEZIERSKI, Z. GOGOLEVSKI (1966), "*Transformatoare electrice. Construcție și proiectare*", Editura Tehnica, București, Roumanie
- [33] STAS 35 - 81 (1981), "*Titei, produse petroliere, lichide, semisolide si solide*", Institutul Roman de Standardizare, Bucuresti, Roumanie
- [34] P.J. VUARCHEX (1988), "*Caractéristiques des diélectriques liquides*" Techniques de l'Ingénieur, Réf. K714, France
- [35] A. LECA, E.C. MLADIN (1998), "*Heat and mass transfer*", Ed. Tehnica București, Roumanie
- [36] J.C. BAVAY, J. VERDUN (1991), "*Alliage fer-silicium*", Techniques de l'Ingénieur, Réf. D2110, France
- [37] M. LIWISCHITZ (1967), "*Calcul des machines électriques*", SPES Lausanne - Dunod Paris, France.
- [38] STAS 1703/2 - 80 (1980), "*Transformatoare de putere - Incalzirea*", Institutul Roman de Standardizare, Bucuresti, Roumanie
- [39] NF EN 60076-2 (2000), "*Transformateurs de puissance - Partie 2: échauffement*", Association Française de Normalisation, France
- [40] GAMBIT (2003), "*Gambit 2.1 - User's Guide*", Fluent Incorporated, USA
- [41] FLUENT (2003), "*Fluent 6.1.18 - User's Guide*", Fluent Incorporated, USA
- [42] J. HUETZ, J.-P. PETIT (1990), "*Notions de transfert thermique par convection*", Techniques de l'Ingénieur, Réf. A1540, France
- [43] S. LALOT, P. FLORENT, S.K. LANG, A.E. BERGLES (1998), "*A study of fluid distribution in an experimental electrical heater and its application to heat exchangers*", 11<sup>th</sup> International Heat Transfer Conference, vol. 6, p. 299-304

- 
- [44] S. LALOT, P. FLORENT, S.K. LANG, A.E. BERGLES (1999), “*Flow maldistribution in heat exchangers*”, Applied Thermal Engineering, vol. 19, p. 847-863
- [45] J. PADET (1990), “*Fluides en écoulement, méthodes et modèles*”, Masson, Paris, France.
- [46] N.C. CHERECHES, N. EL WAKIL, A. MARINESCU, J. PADET (2004), “*Numerical study of heat transfer inside a cooling fluid in a power transformer*”, Third International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer, CHT-04, Norvège, CD - Paper CHT-04-187
- [47] N.C. CHERECHES, N. EL WAKIL, J. PADET (2004), “*Analyse du transfert de chaleur et écoulement de l’huile minérale à l’intérieur d’un transformateur électrique de puissance*”, Colloque COFRET 2004, Nancy, p. 312-318
- [48] N.C. CHERECHES, N. EL WAKIL, J. PADET, V. PAVEL (2005), “*Etude numérique et expérimentale du transfert de chaleur en régime de convection mixte dans un réseau axisymétrique*”, Congrès Français de Thermique, SFT 2005, Reims, p. 167 - 172
- [49] N.C. CHERECHES, N. EL WAKIL, J. PADET, N. TARANU (2005), “*Etude numérique du refroidissement d’un transformateur électrique de puissance par un écoulement dirigé*”, XVII<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique, CFM 2005, Troyes, CD
- [50] N. EL WAKIL, N.C. CHERECHES, J. PADET (2005), “*Numerical study of heat transfer and fluid flow in a power transformer*”, International Journal of Thermal Sciences, sous presse
- [51] S. KAKAÇ, Y. YENER (1995), “*Convective heat transfer*”, 2nd ed., CRC Press, USA
- [52] S. WOLFRAM (1999), “*The Mathematica Book*”, 4th ed., Wolfram Media, Cambridge University Press, USA
- [53] N. BERGER (2002), “*Liquides isolants en électrotechnique*”, Techniques de l’Ingénieur, Réf. D2471, France