



UNIVERSITE DE REIMS CHAMPAGNE-ARDENNE

THESE

présentée pour l'obtention du grade de
Docteur de l'Université de Reims Champagne-Ardenne

**La réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec
le procédé de Stratoconception®**

Geoffroy LAUVAUX

Soutenue publiquement le 17 Juin 2005 à l'IFTS devant le jury suivant :

Rapporteurs :	M. Olivier DEVILLERS,	directeur de recherche INRIA
	M. Alain BERNARD,	professeur à l'Ecole Centrale de Nantes
Directeurs de thèse :	M. Yvon GARDAN,	professeur à l'IFTS
	M. Claude BARLIER,	professeur, directeur général du CIRTES
Examineurs :	M. Patrice BILLAUDEL,	professeur à l'IFTS
	M. Sylvain LAZARD,	chargé de recherche INRIA Lorraine

*A tous ceux qui, un jour, ont tenté de m'apprendre quelque chose et tout
particulièrement mes parents.*

- 4 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

Remerciements

Bien que l'on se sente parfois seul, une thèse est loin d'être un travail solitaire. Il convient de remercier ceux sans qui rien n'aurait été possible.

Je tiens à remercier :

Mes directeurs de thèse, **Yvon GARDAN** et **Claude BARLIER**, vers qui l'on se tourne au moindre problème.

Le **LORIA** et, plus particulièrement, l'équipe **ISA**, mais surtout : **Sylvain LAZARD**, **Hazel EVERETT** et **Sylvain PETITJEAN**, pour l'accompagnement scientifique qu'ils m'ont apporté, leurs compétences, leur gentillesse.

Evidemment, tous mes collègues du **CIRTES**, spécialement ceux qui sont directement impliqués dans ces travaux, c'est à dire : **Edith DURAND**, notre spécialiste en matière de réalisation d'œuvres d'art par Stratoconception®, à qui l'on doit toutes les œuvres présentées ici et l'équipe du développement du logiciel Stratoconcept® : **Benoît DELEBECQUE**, **Christophe ABEL**, **Yves HOUTMANN** et **Jean-Marc ZINT**, avec lesquels nous endurons les vicissitudes de l'implémentation d'algorithmes, aussi simples soient-ils. Sans oublier **Cyril PELAINGRE**, mon alter ego en outillage rapide et **Rezah DEBBOUB**, pour ses talents artistiques en matière de schémas d'outils (voir *Figure 2.26* et *Figure 3.27*).

Le personnel de l'**IFTS**, qui a simplifié toutes les démarches administratives d'un thésard fort éloigné de son école doctorale, et le personnel du **GIP-InSIC**, qui a su l'accueillir.

Ces travaux se sont inscrits dans le cadre d'un financement CIFRE porté par le CIRTES. Je tiens à remercier le soutien de l'**ANRT**.

Résumé

Les procédés de prototypage rapide, comme la Stratoconception[®], permettent de réaliser un objet physique à partir d'un modèle numérique en peu de temps, généralement quelques heures, à différents rapports d'échelle. Ces procédés sont issus de la chaîne numérique en conception mécanique, mais ont rapidement fait leurs preuves dans le domaine artistique, que ce soit pour la réalisation d'objets créés virtuellement ou pour la reproduction d'objets existants.

Plusieurs exemples ont montré que le procédé de Stratoconception[®], breveté et développé par le CIRTES, est adapté à de nombreux types d'œuvres d'art. Malgré tout, leur réalisation conserve des différences non négligeables avec les pièces mécaniques, et ces spécificités nécessitaient de consacrer des travaux de recherche et de développement pour améliorer ou faciliter leur réalisation. C'est ainsi que ces travaux de thèse ont été menés parallèlement au développement du logiciel Stratoconcept[®] (version III), au sein de l'équipe de développement du CIRTES.

Ces travaux présentent les difficultés et les différences rencontrées lors de la réalisation d'œuvres d'art par rapport aux pièces mécaniques, comme leur caractère subjectif, l'absence de formes géométriques élémentaires ou la faible influence des contraintes de conception.

Toutes les étapes d'une réalisation par le procédé de Stratoconception[®] et leur influence sont présentées, comme l'import et le retraitement des données, la visualisation, le choix des paramètres de réalisation, le tranchage, la stratification, la découpe et l'assemblage des strates.

8 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

Enfin, nous proposons plusieurs algorithmes adaptés à la réalisation d'œuvres d'art, comme ceux permettant de visualiser et de quantifier les différences entre le modèle initial et le résultat, ou la recherche d'une direction de tranchage. Ces solutions présentent également un intérêt pour la réalisation de pièces mécaniques, tout en demeurant plus pertinentes dans le cas des œuvres d'art, comme le montrent les différents résultats présentés dans le document.

Mots-clés : Prototypage rapide, Stratoconception®, Art, Géométrie algorithmique, Stratification.

Abstract

Rapid prototyping processes, such as Stratoconception[®], allow people to realize physical objects from virtual models in a short time, some hours in general. These processes have been designed in the context of numerical chain in Mechanical engineering. They have however been used with success in the domain of art, both for creation and reproduction.

Some examples showed that the Stratoconception[®] process, designed and patented by CIRTES, is adapted to many types of works of art. However, it appears that realization of art pieces presents some specificities compared to the realization of mechanical parts. This thesis addresses issues of rapid prototyping using the Stratoconception[®] process that are most critical to the making of art pieces. This work was undertaken during the development of the Stratoconcept[®] (version III) software with the CIRTES's software design team.

This work presents difficulties and differences that exist between the realization of a mechanical part and a work of art, like subjective criterions, lack of elementary geometrical shapes or low influence of design constraints.

The different steps of a realization with the Stratoconception[®] process and their influence are presented, like data importation and modification, visualization, choice of parameters, slicing, stratification, part cutting and assembly.

Finally, we propose some algorithms dedicated to the works of art: visualization and quantification of differences between initial part and final result, and the search for a slicing direction. These solutions, which are also interesting for mechanical

10 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

parts realization, remain more relevant in the case of the works of art, as the various results presented in the document show it.

Keywords : rapid prototyping, Stratoconception®, art, computational geometry, stratification.

Table des matières

REMERCIEMENTS.....	4
RESUME	7
ABSTRACT.....	9
TABLE DES MATIERES.....	11
CHAPITRE 1.....	17
PRESENTATION DU SUJET	17
1.1. Introduction.....	17
1.2. Le prototypage rapide	18
1.2.1. Définition.....	18
1.2.2. Exemples de procédés de prototypage rapide	20
1.2.2.1. La stéréolithographie.....	20
1.2.2.2. Le frittage de poudre	21
1.2.2.3. La dépose de matière.....	22
1.2.2.4. La découpe de matière.....	23
1.2.3. Avantages et limites des différents procédés	25
1.2.3.1. Les matériaux	25
1.2.3.2. L'état de surface.....	26
1.2.3.3. La fidélité de la réalisation au modèle d'origine	27
1.2.3.4. Les coûts	27
1.2.3.5. Les temps de réalisation	28
1.2.3.6. Les dimensions.....	28
1.3. L'art et le prototypage rapide.....	30
1.3.1. L'art numérique.....	30
1.3.2. La reproduction.....	31

12	Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®	
1.3.3.	La restauration	32
1.3.4.	Les ébauches et les rapports d'échelle	33
1.4.	<i>La réalisation d'œuvres d'art par le procédé de Stratoconception®</i>	35
1.4.1.	Exemple de réalisation par le procédé de Stratoconception®	35
1.4.2.	Différences entre pièces mécaniques et pièces artistiques	37
1.4.3.	Difficultés propres à Stratoconception®	40
1.4.3.1.	Un outil adapté aux œuvres d'art	40
1.4.3.2.	Les dimensions de l'outil	41
1.4.3.3.	Les zones en contre-dépouille	41
1.5.	<i>Contribution de la thèse</i>	42
1.5.1.	Visualisation	42
1.5.2.	Correction	43
1.5.3.	Recherche d'une direction de tranchage	43
1.5.4.	Tranchage	43
1.5.5.	Stratification	44
1.5.6.	Etat de l'art en Stratoconception®	44
CHAPITRE 2		45
LA REALISATION DE PIECES PAR LE PROCEDE DE STRATOCONCEPTION®		45
2.1.	<i>L'import de données</i>	45
2.2.	<i>Le tranchage</i>	48
2.2.1.	Le principe du tranchage	48
2.2.2.	La découpe classique	49
2.2.3.	La découpe recto-verso	50
2.2.4.	Epaisseurs variables	52
2.3.	<i>La stratification</i>	53
2.3.1.	Les différents types de stratification	54
2.3.2.	Erreur commise lors de la stratification	56
2.3.3.	La stratification adaptative	57
2.3.4.	Le calcul des passes	60
2.3.5.	Le masquage des volumes inaccessibles	61
2.4.	<i>Le calcul des parcours d'outil</i>	63
2.4.1.	Présentation des parcours d'outil	63
2.4.2.	Outils de coupe et paramètres de coupe en Stratoconception®	64
2.4.3.	Calculer les parcours d'outils à partir des contours	65
2.4.4.	Les zones inaccessibles des contours	67
2.4.5.	La découpe des œuvres d'art	70
2.5.	<i>L'usinage</i>	71
2.6.	<i>L'assemblage et la finition</i>	72
2.6.1.	Les inserts	73
2.6.2.	Les pontets	74
2.6.3.	L'emboîtement	76
2.6.4.	Fixation des strates	77
2.6.5.	Finition	78
2.7.	<i>Les paramètres</i>	78

2.7.1.	La direction de tranchage.....	79
2.7.2.	La contre-dépouille	79
2.7.3.	L'épaisseur des strates.....	80
2.7.4.	La précision de la stratification.....	82
2.7.5.	La dimension du modèle.....	82
CHAPITRE 3.....	85	
LES DONNEES	85	
3.1.	<i>Le format STL.....</i>	85
3.1.1.	Caractéristiques du format STL	85
3.1.2.	STL originaire d'un modèleur	90
3.1.3.	STL originaire d'une numérisation.....	91
3.1.3.1.	Les principaux procédés de numérisation	91
3.1.3.2.	Caractéristiques des fichiers STL provenant d'une numérisation....	93
3.2.	<i>Influences des données d'entrée</i>	95
3.2.1.	Discretisation	95
3.2.2.	Volume de données.....	96
3.2.3.	Défauts.....	98
3.2.4.	Précision des calculs, erreur de corde et tolérances	103
3.3.	<i>Propriétés des modèles artistiques</i>	104
3.3.1.	Particularités géométriques et topologiques.....	104
3.3.2.	Les critères subjectifs.....	107
3.3.3.	Difficultés de la réalisation d'œuvres d'art par Stratoconception®	109
3.4.	<i>Opérations sur le modèle.....</i>	111
3.4.1.	Enrichissement et simplification de maillage	111
3.4.2.	Décomposition.....	116
3.4.3.	Intervention humaine et visualisation	118
CHAPITRE 4.....	121	
LE TRANCHAGE	121	
4.1.	<i>Choix de la direction de tranchage</i>	121
4.1.1.	L'orientation des modèles en prototypage rapide	121
4.1.2.	Impacts de la direction de tranchage sur la réalisation.....	122
4.1.2.1.	Les volumes inaccessibles.....	122
4.1.2.2.	L'assemblage.....	124
4.1.2.3.	L'erreur liée à l'empilement des strates	125
4.1.3.	Analyse des dépouilles - ligne de reflet	126
4.1.3.1.	Dépouille, contre-dépouille et ligne de reflet.....	126
4.1.3.2.	Ligne de reflet concave et convexe	127
4.1.3.3.	Surfaces verticales et ligne de reflet.....	129
4.1.3.4.	Utilisation des dépouilles et de la ligne de reflet.....	131
4.2.	<i>Tranchage avancé</i>	134
4.2.1.	Strates à surfaces gauches - décomposition	134
4.2.2.	Morceler les strates	136
4.2.3.	Décomposer selon des éléments caractéristiques du modèle	137

14	Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®	
4.3.	<i>Problématiques et algorithmes apparentés aux volumes inaccessibles...</i>	137
4.3.1.	Le tampon de profondeur, ou « Z-buffer »	137
4.3.2.	Les volumes d'ombre	139
4.3.3.	La visibilité et la suppression des surfaces cachées	141
4.3.4.	Le démoulage	144
4.4.	<i>Recherche d'une direction de tranchage</i>	147
4.4.1.	Directions privilégiées	147
4.4.1.1.	Formes géométriques	147
4.4.1.2.	Axes principaux du repère	150
4.4.1.3.	Arêtes vives et surfaces planes	151
4.4.1.4.	Squelette et courbes caractéristiques du modèle	152
4.4.2.	Méthodes déterministes	154
4.4.2.1.	Rechercher des directions de tranchage	154
4.4.2.2.	Quantifier les volumes inaccessibles	155
4.4.2.3.	La dure réalité	156
4.4.3.	Méthodes approchées	157
4.4.3.1.	La simplification de maillage	157
4.4.3.2.	Quantifier les volumes inaccessibles par un tampon de profondeur	159
4.4.3.3.	La recherche d'une direction de tranchage pas à pas	163
CHAPITRE 5		165
	IMPLEMENTATION D'UNE METHODE DE RECHERCHE D'UNE DIRECTION DE TRANCHAGE	165
5.1.	<i>Calculer le volume d'ombre d'une strate</i>	165
5.1.1.	Afficher une strate	166
5.1.2.	Reboucher les strates	167
5.2.	<i>Calcul des volumes selon la méthode de découpe</i>	171
5.2.1.	Retournement de strate	171
5.2.2.	Découpage recto-verso	172
5.3.	<i>Paramètres de la recherche du minimum</i>	173
5.3.1.	Présentation des paramètres	173
5.3.1.1.	Contraintes des paramètres	174
5.3.1.2.	Valeurs initiales et conditions d'arrêt	178
5.4.	<i>Expérimentation et résultats</i>	178
5.5.	<i>Analyse des résultats</i>	182
5.5.1.	Les temps de calcul	182
5.5.2.	Le choix de la découpe recto-verso	183
5.5.3.	La pertinence des directions	183
5.6.	<i>Conclusions et perspectives</i>	184
CHAPITRE 6		187
	CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES	187
6.1.	<i>La particularité des œuvres d'art</i>	187
6.2.	<i>Le caractère subjectif de la réalisation d'œuvres d'art</i>	188

6.3. <i>La quantification des différences entre le modèle initial et le résultat.....</i>	188
6.4. <i>Les travaux à venir.....</i>	189
BIBLIOGRAPHIE.....	191
INDEX.....	201

Chapitre 1

Présentation du sujet

Nous proposons dans ce chapitre une présentation du contexte industriel et technique de ces travaux. Les différentes motivations qui ont justifié la problématique abordée et les intérêts de ces développements sont également détaillés.

1.1. Introduction

Les procédés de prototypage rapide et, particulièrement, la Stratoconception[®], sont issus de la chaîne numérique en conception mécanique. Ils permettent de passer d'une pièce définie numériquement à un modèle physique en peu de temps (de l'ordre de quelques heures) et à différents rapports d'échelle.

Ces procédés ont rapidement fait leurs preuves dans le domaine artistique, que ce soit pour la réalisation d'objets créés virtuellement ou pour la reproduction d'objets existants, éventuellement à une échelle différente. (voir, par exemple, [BERNARD, 1998])

Le procédé de Stratoconception[®], inventé, breveté et développé par le CIRTES [BARLIER, 1991], est tout particulièrement adapté à de nombreux types d'œuvres d'art, qui malgré tout, conservent des différences non négligeables avec les pièces mécaniques. Compte tenu du potentiel du marché artistique, il est nécessaire d'effectuer des travaux de recherche et de développement sur les différentes étapes du procédé afin de simplifier et d'améliorer la réalisation de ces œuvres d'art.

Ces travaux de recherche impliquent une approche pluridisciplinaire à base de mécanique et d'informatique ainsi qu'une bonne culture procédés et matériaux.

18 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

A l'heure actuelle, le procédé de Stratoconception® a déjà démontré ses capacités dans le domaine artistique au travers de plusieurs exemples de faisabilité réalisés grâce à des maquettes logicielles. Ces exemples ont su montrer que le procédé, initialement dédié à l'industrie mécanique, pouvait donner de superbes résultats dans le domaine artistique [HUGUENIN, 1998], mais nécessitait toutefois d'y consacrer des travaux de recherche et développement pour permettre aux utilisateurs d'exploiter ces capacités.



Figure 1.1. *Vénus en cours de tranchage...*

1.2. Le prototypage rapide

1.2.1. Définition

Le prototypage rapide est une technologie initialement dédiée à la CAO (Conception Assistée par Ordinateur). Elle permet la réalisation d'un modèle solide tridimensionnel physique à partir d'un modèle virtuel 3D.

Selon le procédé employé, les modèles créés peuvent être réalisés à partir de nombreuses matières, comme du papier, des matières plastique, du bois ou encore des métaux, mais ils sont toujours constitués de couches. On parle de procédé de fabrication par couches (PFC) (voir **Figure 1.2**).

Le concept du prototypage rapide peut se résumer par quatre caractéristiques fondamentales : l'obtention rapide de formes intérieures et extérieures en 3D, les données proviennent d'une modélisation CAO dès le stade initial de la conception, l'absence de rupture de la chaîne informatique¹, et la fabrication par couches (PFC) [BARLIER, 2002a].

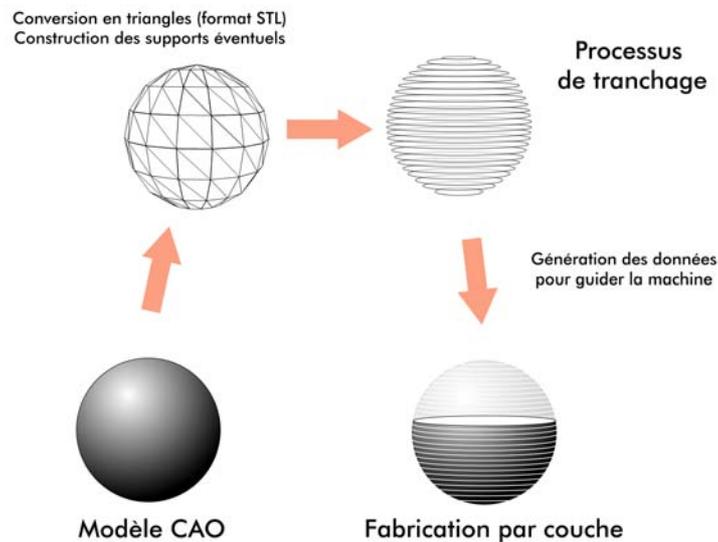


Figure 1.2. Étapes de réalisation d'une pièce en prototypage rapide [BARLIER, 2002a]

Les premiers utilisateurs du prototypage rapide furent l'industrie automobile, aéronautique, spatiale et l'armement. Ensuite, de nombreux autres secteurs ont employé cette technologie, parmi lesquels on peut citer le monde médical, par le biais de la fabrication de prothèses, par exemple, ou la joaillerie. Toute industrie qui conçoit et développe des produits a la possibilité d'utiliser cette technologie [BERNARD, 1998].

¹ Si les outils informatiques, et plus particulièrement la CAO, sont communément employés en conception de produit depuis de nombreuses années, il était rare que tous les acteurs de la conception de produit travaillent directement à partir des données informatiques. Bien souvent, la CAO n'était qu'une substitution à la planche à dessin, les modèles ainsi créés poursuivaient leur évolution au sein de la chaîne de conception de produit sous forme de plans imprimés sur papier, et dans le meilleur des cas le modèle numérique était ressaisi plusieurs fois sans continuité, et donc, en l'absence de véritable chaîne informatique. Actuellement, cette pratique tend à devenir marginale, car l'informatisation de l'ensemble de la chaîne représente un gain de temps et une efficacité accrue.

20 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

Les avantages de ces procédés sont nombreux, en particulier une réduction en temps et en coût pour le développement d'un produit, une meilleure flexibilité (il est possible de créer une pièce en un laps de temps de quelques heures ou jours, ainsi on peut produire un autre concept totalement différent en peu de temps), une meilleure précision par l'entremise du modèle CAO numérique, la possibilité de créer des pièces de formes difficiles (voire impossibles) à réaliser par des moyens traditionnels, l'archivage des données et des modifications, et la possibilité d'utiliser directement ou indirectement les modèles.

Les inconvénients sont le coût d'acquisition élevé des machines, la dimension limitée des pièces pour de nombreux procédés, la nécessité d'opérations de finition pour certains procédés, et les caractéristiques mécaniques limitées de beaucoup de matériaux employés.

1.2.2. Exemples de procédés de prototypage rapide

1.2.2.1. La stéréolithographie

La stéréolithographie est à l'origine du prototypage rapide, c'est le plus ancien des procédés. Son principe repose sur un laser venant polymériser une résine.

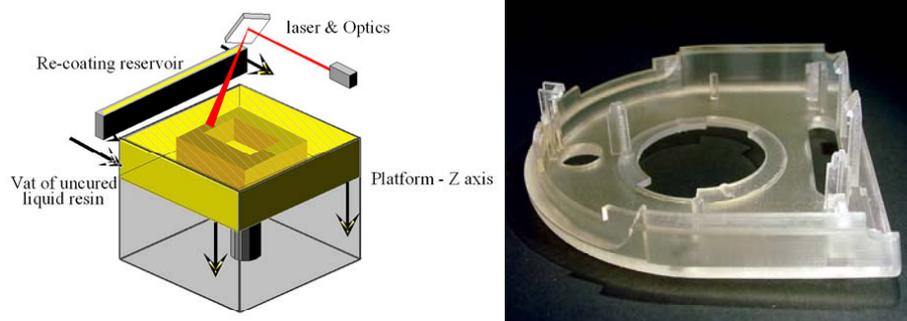


Figure 1.3. A gauche, le principe du procédé de stéréolithographie (source : <http://www.warwick.ac.uk/atc/rpt/>), à droite, une pièce produite par procédé de stéréolithographie (source : <http://www.stereolithography.com>)

Chaque point de la surface d'un bain de résine sur lequel se focalise le faisceau laser passe de l'état liquide à solide. Ainsi, point par point, se construit une couche de la future pièce. Ensuite, on descend la couche et la recouvre d'une mince épaisseur de résine que l'on va venir polymériser point par point à son tour. C'est

ainsi que, couche par couche, la pièce se construit dans la cuve de résine. Les pièces ainsi obtenues s'apparentent à des pièces plastiques (voir **Figure 1.3**) [BERNARD, 1998]

1.2.2.2. Le frittage de poudre

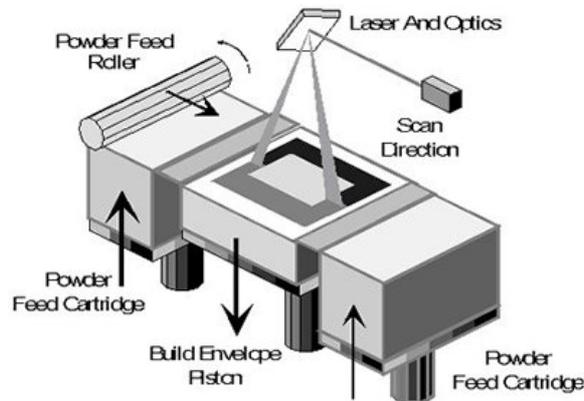


Figure 1.4. Principe du procédé de prototypage par frittage de poudre (source : <http://www.warwick.ac.uk/atc/rpt/>)

A l'instar de la stéréolithographie, le principe de ces procédés repose sur le balayage d'un faisceau laser qui va constituer point par point les couches du modèle à réaliser. Par contre, les matériaux employés sont des poudres, et le laser ne vient pas polymériser le matériau, mais fusionner les grains qui constituent la poudre. C'est ainsi que, point par point, le laser vient agglomérer la poudre pour constituer, couche par couche, le modèle final au milieu du bac de poudre (voir **Figure 1.4**).

Le frittage de poudre suit le processus suivant : un rouleau vient étaler une fine pellicule de poudre sur la dernière couche réalisée, puis un faisceau laser vient se focaliser sur un point de cette surface et la balayer pour que, point par point, il dessine une couche du modèle final, ensuite, le support sur lequel repose la poudre s'abaisse d'une hauteur correspondant à l'épaisseur de la pellicule de poudre, et le cycle se poursuit. C'est ainsi que, couche par couche, la pièce va être construite pour reposer au milieu de la poudre.

22 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®



Figure 1.5. Pièces réalisées en frittage de poudre

Par ce procédé, il est possible d'utiliser plusieurs types de poudres (voir **Figure 1.5**), les plus couramment employées sont constituées de grains de polymères, de sable ou de métal. Dans le cas du sable ou du métal, le laser ne vient pas fondre les grains, mais un liant contenu dans la poudre. Les pièces constituées de sable permettent de servir de moule ou de noyau pour la fonderie. Les pièces métalliques, après un retraitement en étuve pour substituer le fragile liant initial par un autre métal¹, vont offrir d'excellentes caractéristiques, proches de celles d'un métal.

1.2.2.3. La dépose de matière

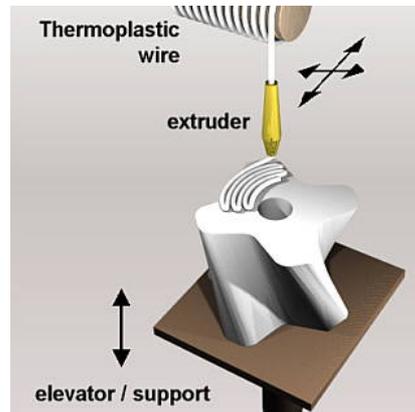


Figure 1.6. Procédé FDM™, de la société Stratasys Inc. (source : <http://www.stratasys.com/>)

¹ L'étuve est portée à la température de fusion de cet autre métal, qui va s'immiscer entre les grains métalliques par capillarité. La durée de cette opération est de l'ordre d'une journée.

Le principe de fonctionnement de ces procédés consiste à déposer de la matière pour créer une pièce couche par couche. Le procédé FDM™ (voir *Figure 1.6*) en est un exemple, il dépose de la matière provenant d'un fil fondu.

1.2.2.4. La découpe de matière

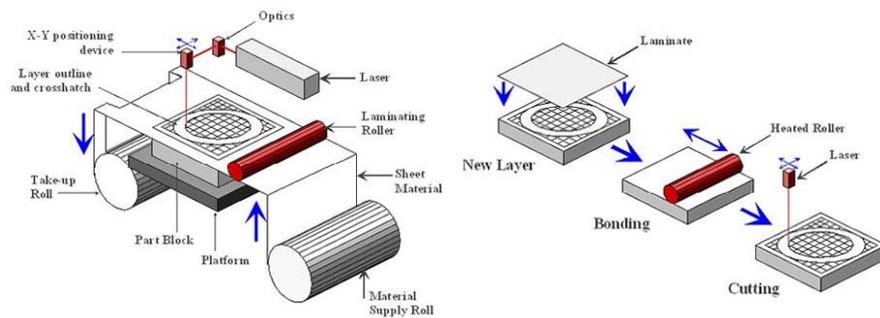


Figure 1.7. Schéma de principe du procédé LOM™ (Laminated Object Manufacturing) (source : <http://www.warwick.ac.uk/atc/rpt/>)

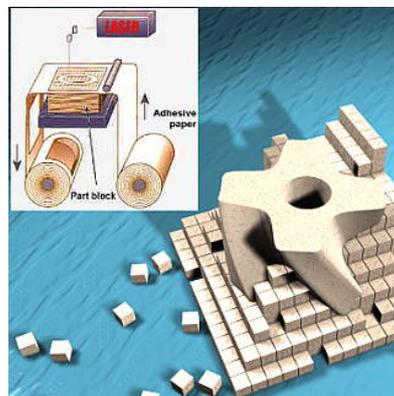


Figure 1.8. Exemple de pièce créée par le procédé LOM™ (source : <http://www.cubictechnologies.com/>)

Le procédé LOM™ est un exemple de procédé dont le principe repose sur une découpe de matière : il consiste en un collage de feuilles découpées au laser (voir

24 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

Figure 1.7). L'assemblage des feuilles découpées forme un bloc de bois compact que l'on va pouvoir débarrasser de la matière indésirable. Cette matière indésirable a été prédécoupée durant le processus et se présente sous forme de cubes (voir **Figure 1.8**).

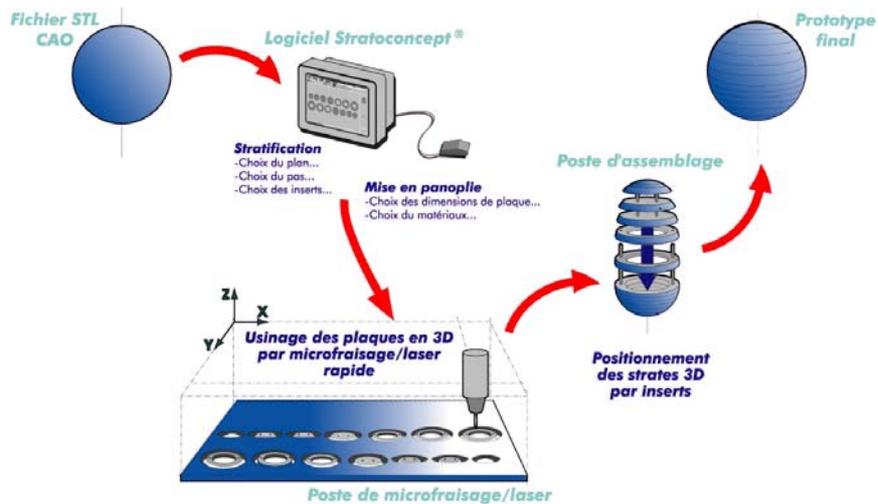


Figure 1.9. Procédé de Stratoconception® [BARLIER, 1991, BARLIER, 1992a, BARLIER, 1992b, BARLIER, 1998]

Le procédé de Stratoconception® (voir <http://www.stratoconception.com/>) en est un autre exemple, c'est un procédé de prototypage rapide procédant par découpe de plaques (voir **Figure 1.9**). Il consiste à décomposer la pièce en un ensemble de couches élémentaires simples, appelées « strates », dans lesquelles sont introduits des renforts et inserts. Ces strates sont ensuite assemblées pour reconstituer l'objet final. Les strates sont identifiées et fabriquées directement en 3D par des procédés de découpe rapides et classiques (comme le micro-fraisage ou la découpe laser, voir **Figure 1.10**) à partir de matériaux en plaques. [BARLIER, 1991, BARLIER, 1992a, BARLIER, 1992b, BARLIER, 1998] [BOUVIER, 1995]. Ce procédé est particulièrement adapté pour des prototypes de grandes dimensions [LAUVAUX, 2001]. Les plaques peuvent être d'une grande variété de matériaux, comme du bois, du plastique ou du métal et il est possible de réaliser des pièces prototypes mécaniques alliant plusieurs matériaux, la seule restriction étant les limites du procédé de découpe employé. Dans le cas d'une réalisation d'œuvres d'art, nous ne retiendrons que la découpe par micro-fraisage, les autres s'avérant peu adaptées, si ce n'est pour réaliser des ébauches ou pour des matériaux particuliers (comme la découpe au jet d'eau pour la pierre).

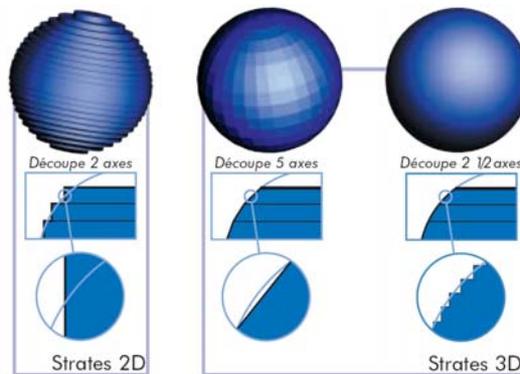


Figure 1.10. Les différentes méthodes de découpe des strates par Stratoconception®

Ce procédé se distingue en de nombreux points des procédés traditionnels d'usinage de forme sur lesquels il s'appuie pour découper les strates. Les outils employés sont de faible longueur, car ils sont destinés à découper dans de faibles épaisseurs. Pour un même matériau, les plaques sont de moindre coût et en meilleure disponibilité que les volumes massifs nécessaires à l'usinage conventionnel. Il est capable de fabriquer des pièces aux formes irréalisables par usinage, comme des parties creuses, par exemple. Par contre, une étape d'assemblage est nécessaire, et la machine requière de plus grandes courses pour réaliser la panoplie complète de strates, ou oblige l'utilisateur à employer plusieurs plaques pour réaliser une pièce.

1.2.3. Avantages et limites des différents procédés

1.2.3.1. Les matériaux

L'emploi d'un procédé de prototypage rapide restreint nécessairement le choix des matériaux dans lesquels la pièce pourra être réalisée. Ce choix est inexistant pour certains procédés, comme la stéréolithographie, car ils imposent un type unique de matériau, alors que d'autres seront plus variés, comme le frittage de poudre, par exemple, qui permet l'emploi de poudres composées de métal, de polymères ou de sable.

La variété des matériaux est le principal atout du procédé de Stratoconception® : tout matériau pouvant être usiné et disponible sous forme de plaque peut être utilisé. Ainsi, il est possible de réaliser des prototypes en bois, métal, résine, polystyrène, mousse, pierre,... et même, éventuellement, d'employer différents matériaux. Cette

26 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

variété est unique dans le domaine du prototypage rapide, c'est également un avantage considérable pour la réalisation d'œuvres d'art.

1.2.3.2. L'état de surface

L'aspect des surfaces, de par le principe de réalisation couche par couche, confronte tous les procédés de prototypage rapide à la même difficulté : la discrétisation des surfaces (voir **Figure 1.11**). En effet, selon la direction d'empilement des couches, toute courbure est représentée par une succession de surfaces horizontales et verticales, formant ainsi des « escaliers » dont la forme correspond à des courbes de niveau. De ce fait, la qualité de l'état de surface d'une pièce réalisée par prototypage rapide se limite, dans le meilleur des cas, à l'épaisseur de ses couches. Une fois encore, l'épaisseur des couches est un paramètre variant considérablement selon le procédé, et dont dépend directement le temps de réalisation.

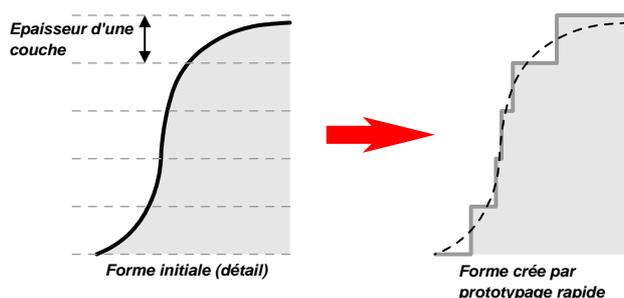


Figure 1.11. Réalisation d'une forme courbe en prototypage rapide

Compte tenu de la dimension des couches¹, il est difficile de s'affranchir d'une opération de finition lors de la réalisation d'œuvres d'art, quel que soit le procédé employé. D'autres paramètres peuvent intervenir sur l'état de surface, comme la granulométrie des poudres ou les paramètres de découpe, mais, généralement, leur influence sur l'état de surface n'excède pas celle des couches. C'est ainsi que l'on peut considérer qu'une opération de finition est pratiquement inhérente à toute réalisation d'œuvre d'art par prototypage rapide, et donc, par Stratoconception®.

¹ A titre indicatif, les procédés aptes à réaliser des pièces dont la dimension est de l'ordre de quelques dizaines de centimètres (dimension commune pour les pièces artistiques), sont généralement capables de réaliser des couches de l'ordre de 0,1mm d'épaisseur.

1.2.3.3. *La fidélité de la réalisation au modèle d'origine*

Selon les procédés, le respect et l'exactitude de la géométrie de la pièce par rapport au modèle originel varient considérablement, car certains procédés disposent de contraintes de réalisation importantes.

Le procédé de Stratoconception[®] ne peut découper certains détails en raison de la taille de l'outil de découpe ou se voit en difficulté lors de la réalisation de contre-dépouilles sur les pièces de petites dimensions (voir section 1.4.3 : « Difficultés propres à Stratoconception[®] », p.40). D'autres procédés, au contraire, ne rencontrent pas ce genre de difficultés, car leur faisceau laser est d'un encombrement négligeable face à un outil de découpe comme celui de Stratoconception[®]. Il est à noter que ces difficultés disparaissent lors de la réalisation de pièces de grandes dimensions ou avec l'emploi d'outils très petits, mais les temps de fabrication deviennent, dans ce cas, très conséquents.

Les procédés de stéréolithographie nécessitent souvent l'ajout de supports, afin d'éviter que les pièces ne s'effondrent dans la cuve lors de leur réalisation ; ces supports vont devoir être enlevés manuellement, et, selon leurs emplacements et la compétence de l'opérateur, ils peuvent être préjudiciables à la pièce.

Les procédés dont le principe de repose pas sur une découpe de matière préfèrent ou sont obligés de réaliser des pièces évidées plutôt que des pièces massives.

1.2.3.4. *Les coûts*

Lorsque l'on s'intéresse au coût de réalisation d'une pièce, les principaux intervenants sont le prix des matières premières, les temps de réalisation, le prix de la machine¹ et les interventions humaines². Pour tenir compte de l'ensemble de ces paramètres, il serait nécessaire de faire une analyse précise de chaque procédé selon les différents types de pièce. Pour simplifier, dans le cas d'une réalisation d'œuvre d'art, l'intervention humaine est toujours importante quel que soit le procédé retenu à cause de l'opération de finition. Le prix des machines et les temps de réalisation sont très variables selon le procédé, mais le facteur le plus important, lorsque l'on doit choisir un procédé par rapport au prix de revient, est le prix de la matière première. En effet, les différences de prix des matériaux entre les procédés sont considérables, ce qui fait que, selon les dimensions de la pièce (et donc le volume de matière requis), les matières les plus onéreuses ne sont plus envisageables. C'est

¹ En incluant les coûts de maintenance et de fonctionnement.

² Il faut tenir compte de la qualification requise et du temps.

28 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

ainsi que les procédés fonctionnant à partir de matières premières les plus onéreuses sont rarement employés pour des pièces de grandes dimensions.

Grâce à la variété des matériaux utilisables, le prix des matières premières est un des points forts de Stratoconception®, qui, de ce fait, s'avère adapté aux modèles de grandes dimensions.

1.2.3.5. Les temps de réalisation

Les temps de réalisation sont liés à la précision de la réalisation, aux dimensions de la pièce, mais aussi au procédé employé. Ils déterminent également en partie le coût d'une pièce. Généralement, ils sont de l'ordre de quelques dizaines de minutes pour de petites pièces (moins de 10cm pour la plus grande dimension), quelques heures pour des pièces moyennes (quelques dizaines de cm), voire une journée et plus pour les pièces les plus massives (entre 1m et 2m).

Stratoconception® n'échappe pas à cette règle, mais la possibilité de réduire la précision de la réalisation du prototype, qui permet de réduire dans les mêmes proportions le temps de réalisation, et la possibilité d'utiliser des matériaux très tendres, qui permet d'employer une découpe plus rapide, sont deux options offrant un réel avantage lorsque le temps devient un paramètre critique.

1.2.3.6. Les dimensions

Les procédés sont bien évidemment limités aux dimensions imposées par les capacités de leurs stations de travail, mais bien qu'il soit possible de morceler le modèle d'origine afin de le réaliser en plusieurs parties et de s'affranchir des tailles maximales réalisables sur les machines, les coûts et les temps de réalisation restreignent eux aussi les dimensions des modèles.

Les procédés ne sont pas adaptés à toutes les dimensions : lorsque l'on réalise un modèle de plus grande taille, les procédés reposant sur une découpe sont moins pénalisés par l'augmentation des temps de réalisation que ceux basés sur une dépose ou transformation de matière (voir **Figure 1.12**). En effet, si l'on effectue un facteur d'échelle de e sur une pièce, tous les procédés auront e fois plus de couches à réaliser, mais lors de la réalisation de chaque couche, les procédés faisant appel à une découpe devront suivre le contour, soit un parcours e fois plus long, alors que ceux procédant par ajout ou transformation de matière effectueront un parcours e^2 fois plus long, car ils balayent la surface du contour. Ainsi, lors d'un facteur d'échelle e , le travail des procédés par découpe est e^2 fois plus important (e fois plus

de couches nécessitant e fois plus de travail), contre e^3 pour les autres¹ (e fois plus de couches nécessitant e^2 fois plus de travail).

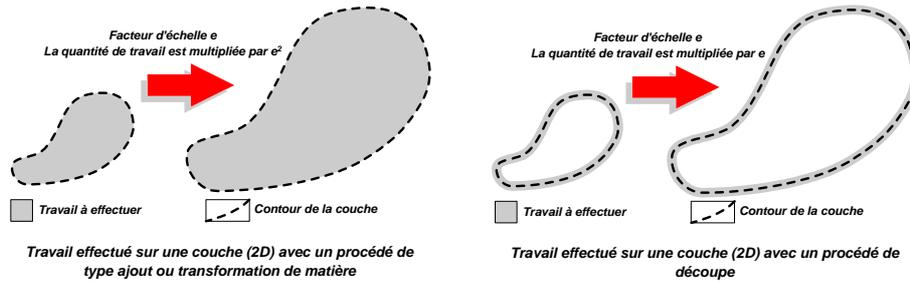


Figure 1.12. Travail supplémentaire sur une couche apporté par un facteur d'échelle [LAUVAUX, 2001]

Pour les pièces de très grandes dimensions, quel que soit le procédé, il devient nécessaire de les décomposer et de les réaliser par assemblage. De plus, les temps de réalisation prennent des proportions (proportionnelles à e^2) remettant en cause le terme « rapide » du prototypage. Quant aux coûts en matière ils augmentent considérablement (proportionnellement à e^3), rendant hors de prix les procédés employant des matières premières onéreuses, et peuvent devenir un obstacle, même pour les procédés travaillant avec des matériaux bon marché.

Le procédé de Stratoconception[®] est particulièrement adapté pour des pièces de grandes dimensions en comparaison aux autres procédés de prototypage rapide, car c'est un procédé utilisant une découpe, dont les stations sont disponibles à des formats de grandes capacités², et travaillant des matières qui peuvent être de faible coût. Il faut noter que le terme « grande dimension » est subjectif, il n'existe aucune statistique permettant de le quantifier de manière rigoureuse, toutefois, compte tenu des capacités des machines de prototypage et en se fondant sur l'expérience et la pratique des utilisateurs, il convient de qualifier de « grande dimension » une pièce dont l'une des dimensions atteint 500 à 700mm. De plus, il est possible de dégrader la précision de la découpe des pièces et ainsi réaliser des pièces de grandes dimensions en un temps très raisonnable, ce qui ne sera pas envisageable si l'on conserve les mêmes exigences que pour des pièces de dimensions plus raisonnables.

¹ Cet effet peut être limité en évitant les pièces.

² Il est possible de réaliser des couches de 1200mm x 1500mm sur les plus grands modèles de stations, voire 2000mm x 3000mm sur des modèles spéciaux. Les stations ne limitent pas la hauteur des pièces : leurs capacités ne restreignent pas le nombre de couches lors de l'empilement.

1.3. L'art et le prototypage rapide

Beaucoup estimeront à tort, qu'il est sacrilège de vouloir associer l'informatique et la mécanique à l'art. Mais il ne faut pas percevoir le prototypage rapide comme une malédiction venue s'abattre sur l'artiste et gâcher son art, ce n'est qu'un outil de plus à la disposition de l'artiste. Le prototypage rapide n'est rien sans un créateur, comme peut l'être le burin du sculpteur ou le pinceau du peintre.

Au-delà de la profanation commise par l'introduction du pixel et de la commande numérique au sein de l'atelier du sculpteur, il est judicieux de s'interroger sur les réels intérêts d'un tel outil.

1.3.1. L'art numérique

La création et l'accès à de nouvelles formes sont sûrement les contributions les plus prestigieuses auxquelles puisse prétendre le prototypage rapide. Grâce cette technologie, il est possible de matérialiser des œuvres inconcevables avec d'autres outils, comme des formes décrites par des équations mathématiques particulières (voir, par exemple, [FERLEY, 1999]), ou de créer des formes dotées de propriétés difficilement réalisables, comme des symétries parfaites. C. Lavigne décrit dans [LAVIGNE, 1998] l'évolution de l'emploi de ces nouvelles technologies au bénéfice de l'art.

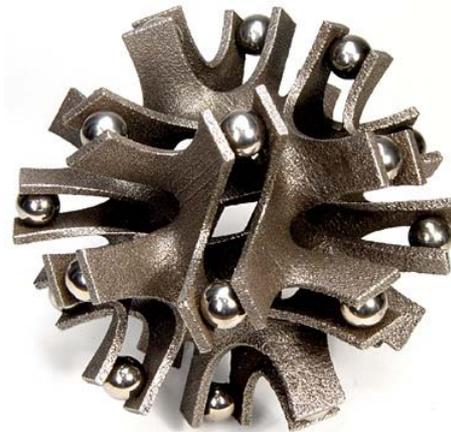


Figure 1.13. *Double Squares* par Bathsheba GROSSMAN, réalisé par le procédé ProMetal® [GROSSMAN, 2003]

B. Grossman est une artiste illustrant parfaitement l'utilisation du prototypage rapide en tant qu'outil et support de son expression artistique. Ces modèles sont initialement créés par ordinateur, puis réalisés par différents procédés de prototypage, tels que la stéréolithographie ou ProMetal[®], pour être ensuite parachevés par l'artiste (voir *Figure 1.13* et *Figure 3.22*).

1.3.2. La reproduction

Lorsque l'on combine les moyens de numérisation d'objet à ceux de réalisation de pièce par prototypage rapide, il devient possible de reproduire des œuvres d'art. Cette opération de numérisation n'est pas une opération banale, il s'agit d'une opération qui, selon l'objet à numériser, peut s'avérer extrêmement compliquée, que ce soit lors de la prise de mesure de l'objet, ou lors de la construction du modèle numérique à partir des mesures (voir section 3.1.3 : « STL originale d'une numérisation », p.91).

Au-delà de la connotation malhonnête de cette opération, la reproduction permet d'exposer une œuvre tout en préservant l'original ou d'en obtenir une copie à une échelle différente. Cette méthode présente l'intérêt de pouvoir se faire sans contact, contrairement à la méthode traditionnelle qui consiste en un contre-moulage au silicone. La reproduction du buste de Jules Ferry (voir *Figure 1.14*) [HUGUENIN, 1998] illustre parfaitement ce besoin de reproduire une œuvre sans contact.



Figure 1.14. Le buste de Jules Ferry (virtuel, à gauche ; reproduction avec finition, à droite)
[HUGUENIN, 1998]

1.3.3. La restauration

La restauration d'œuvres d'art par prototypage rapide consiste à numériser des objets ou fragments d'objets endommagés pour en obtenir une définition numérique, réparer ou reconstituer virtuellement l'objet à partir de cette définition numérique, et, finalement, de réaliser l'objet complet ou les fragments manquants par prototypage rapide.

L'intérêt de cette technique est de permettre l'accès à des outils informatiques en plus des outils traditionnels pour la restauration, mais aussi de réaliser une reproduction de l'objet complet sans avoir à rassembler les fragments.



Figure 1.15. Fragments virtuels de la statue de l'empereur Auguste (à gauche) et reproduction par prototypage rapide (à droite) [CTTM, 1997]

Le CTTM du Mans a démontré l'intérêt de l'utilisation du prototypage rapide lors de la reconstitution de la statue de l'empereur Auguste dans la ville d'Arles (voir **Figure 1.15**). Extrait de [CTTM, 1997] : (...)Une statue colossale de l'empereur romain Auguste présidait autrefois sur le mur du théâtre antique de la ville d'Arles. Les fouilles permirent d'exhumer: le torse et la tête en marbre, différents fragments de draperie en pierre calcaire. Aucune cassure commune ne pouvant étayer l'appartenance de la draperie à cette statue, seule une tentative de remontage aurait permis de vérifier (...) la concordance des fragments. Préalablement à la restauration, il a été appliqué une simulation numérique pour solutionner le problème. Après numérisation des différents blocs et réalisation d'une maquette en prototypage rapide, le clone de l'empereur Auguste tenait ses promesses et confirmait l'hypothèse des historiens. Restait à déterminer, en l'absence des jambes et de la base, son attitude naturelle et à concevoir à l'aide des données numériques un socle esthétique.(...)

1.3.4. Les ébauches et les rapports d'échelle

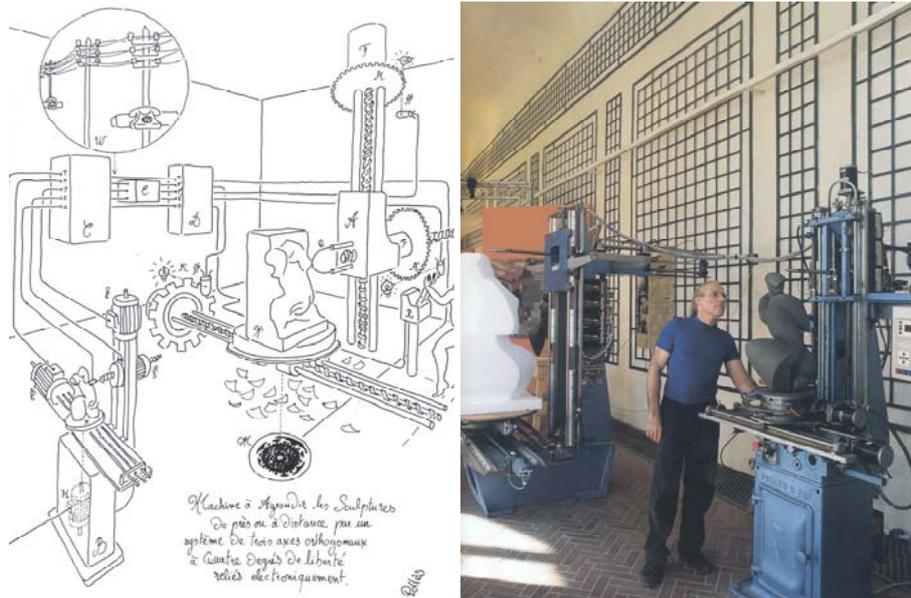


Figure 1.16. Appareil mis au point par le sculpteur D. Pollès destiné à reproduire fidèlement des modèles à une échelle différente [BLIN, 2003]

Certaines opérations, et plus particulièrement les rapports d'échelle, sont triviales et d'une grande exactitude lorsqu'elles sont effectuées sur un modèle virtuel, alors qu'elles sont fastidieuses et parfois hasardeuses sur un modèle réel. Reproduire un modèle ou une ébauche à une échelle différente est une épreuve que rencontre fréquemment le sculpteur, la tâche est ardue, longue et ingrate. De nombreux sculpteurs s'aident d'un pantographe pour effectuer ce type d'opération, mais le sculpteur D. Pollès a choisi de créer lui-même un appareil lui permettant de reproduire à une échelle différente ses modèles pour effectuer ce type d'opération (voir **Figure 1.16**) [BLIN, 2003]. C'est ainsi que l'on peut percevoir tout l'intérêt que présente la solution consistant à effectuer une numérisation puis une réalisation par prototypage rapide : créer une ébauche ou une reproduction fidèle¹ avec un rapport d'échelle quelconque. Cette solution est d'autant plus aisée lorsque le sculpteur recherche une ébauche : la numérisation et la réalisation peuvent ainsi être réalisées de façon grossière, elles respecteront toujours les proportions du modèle,

¹ Dans les limites de la précision de la numérisation et du procédé, qui, généralement, s'avère insuffisante pour s'affranchir d'une finition.

34 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

qui sont le principal soucis du sculpteur. La démarche d'un artiste reconnu présentée dans la **Figure 1.16** dissipe les éventuels réticences à l'introduction de la technologie dans l'atelier d'un artiste.

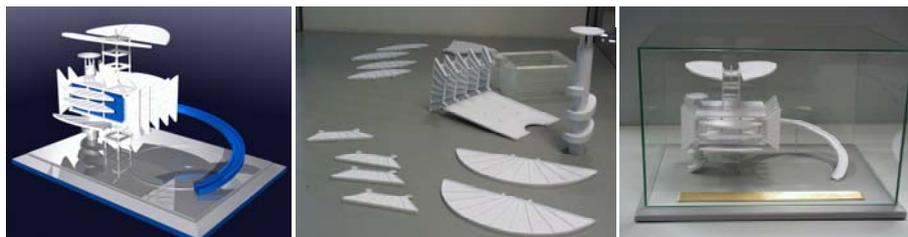


Figure 1.17. Maquette de la *Tour de la Liberté* de Saint-Dié-des-Vosges [HUGUENIN, 1998] (virtuelle, à gauche ; pièces détachées réalisées par Stratoconception®, au centre ; assemblage, à droite)

La réalisation de maquettes est une autre application des rapports d'échelle sur des modèles virtuels. Le procédé de Stratoconception® en a fait la démonstration avec des maquettes d'urbanisme (voir **Figure 1.17** [HUGUENIN, 1998] et **Figure 1.18** [POIRIER, 2000]).

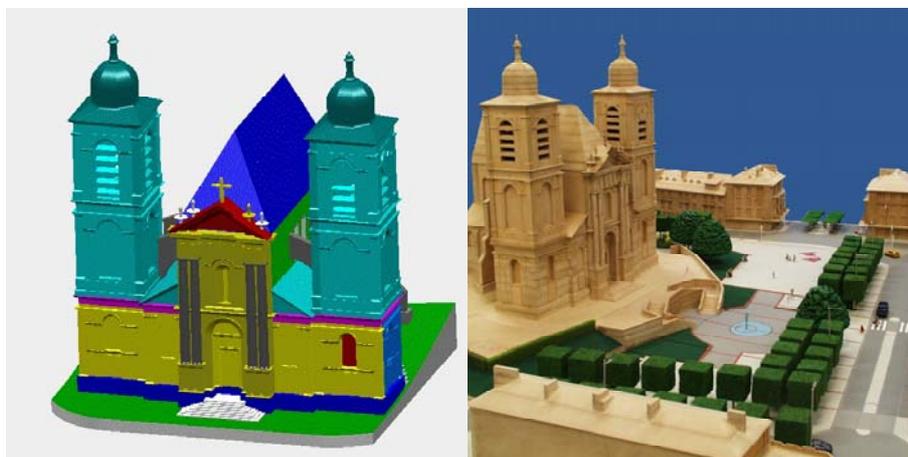


Figure 1.18. Maquette de la cathédrale de Saint-Dié-des-Vosges [POIRIER, 2000] (virtuelle, à gauche ; maquette réalisée par Stratoconception®, à droite)

1.4. La réalisation d'œuvres d'art par le procédé de Stratoconception®

1.4.1. Exemple de réalisation par le procédé de Stratoconception®

La reproduction de Océane, une sculpture en bronze de D. POLLES, est un exemple de réalisation de pièce par Stratoconception®. [LAUVAUX, 2001]

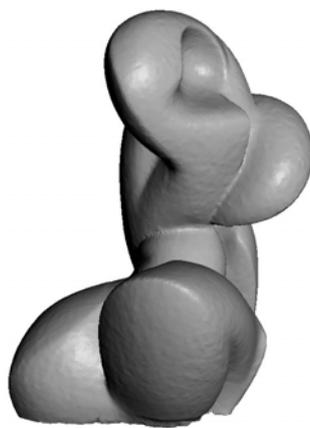


Figure 1.19. Fichier numérique de Océane (format STL, 100000 facettes)

Le modèle virtuel est obtenu suite à une numérisation par laser de l'original. Après un retraitement, le nuage de points issu de la numérisation permet de générer un fichier STL constitué de 100000 triangles (voir **Figure 1.19**).



Figure 1.20. Découpe des strates de Océane

36 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

Le matériau employé est un hêtre multiplis, la découpe (voir *Figure 1.20*) fait appel aux techniques de découpe recto-verso et de stratification adaptative. La station sur laquelle est effectuée la découpe est une STR1500 fabriquée par Charlyrobot. Le temps de découpe pour l'ensemble des strates est de 80h.



Figure 1.21. Assemblage des strates de *Océane*

Les strates sont assemblées (voir *Figure 1.21* et *Figure 1.22*) au moyen d'inserts et par collage.



Figure 1.22. Derniers assemblages de *Océane*



Figure 1.23. *Reproduction par Stratoconception® de Océane*

Les dimensions de la pièce finale (voir **Figure 1.23**) sont de 392mm x 334mm x 558mm (facteur d'échelle x2 par rapport à l'original).

1.4.2. Différences entre pièces mécaniques et pièces artistiques

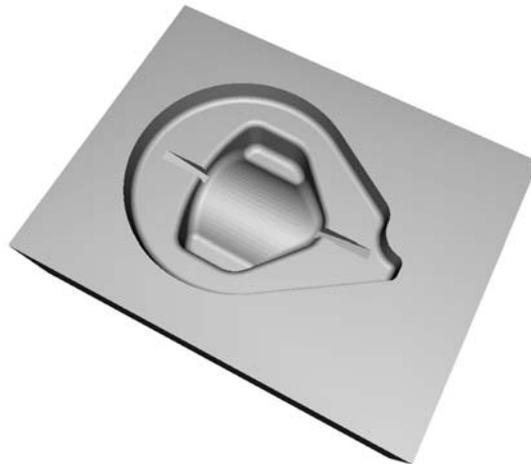


Figure 1.24. *Exemple de pièce technique : Empreinte d'une pièce avec plan de joint (outillage)*

38 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

Il convient de définir plus précisément le terme « œuvre d'art ». Dans le cas d'une réalisation par prototypage rapide, une œuvre d'art peut se résumer à une *géométrie aux formes libres*, c'est à dire sans réelles contraintes de conception, par opposition aux pièces issues de la chaîne numérique en conception de produits industriels.

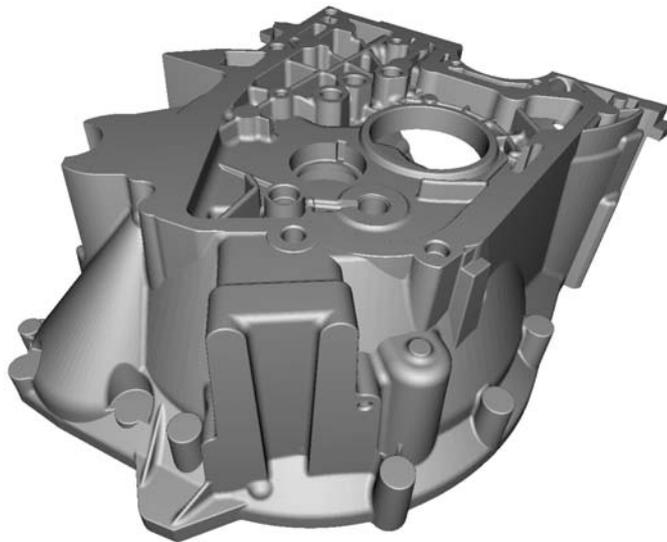


Figure 1.25. Exemple de pièce technique : modèle de carter composé de nombreuses formes géométriques élémentaires.

En effet, les pièces issues de la conception ont pour finalité d'être réalisées en série par un procédé de fabrication comme la fonderie, l'emboutissage, l'injection plastique ou autres, et donc présentent de nombreuses caractéristiques géométriques et mécaniques propres aux contraintes du procédé employé, comme par exemple le plan de joint des procédés de fonderie ou d'injection (voir **Figure 1.24**), ou encore la forme de révolution des pièces provenant des procédés de tournage. De plus, ces pièces vont généralement devoir s'assembler et disposer d'une fonction au sein d'un mécanisme, ce qui implique qu'elles présentent des parties ou des surfaces fonctionnelles, de liaison ou d'assemblage, ce qui se traduit généralement par de nombreuses symétries et des formes géométriques simples, telles que des plans, des portions de sphère, des cylindres ou des extrusions (voir **Figure 1.25** et **Figure 1.26**). Ces formes simplifient grandement la réalisation du modèle final, car bien souvent, elles se décomposent de façon évidente et permettent la décomposition des tranches simples.

A l'inverse, les pièces artistiques ne sont pas, ou très peu, liées à un moyen de fabrication et n'ont aucune contrainte fonctionnelle. La fonderie d'art en est un exemple, les œuvres sont obtenues à partir d'un modèle en cire perdu ne possédant aucun plan de joint, contrairement à la fonderie de série. Il est ainsi rarissime que ces pièces se composent de formes simples ou qu'il existe une décomposition évidente pour faciliter leur réalisation (voir **Figure 1.27**). C'est ainsi que dans notre problématique, *œuvre d'art* équivaut à *formes libres*.

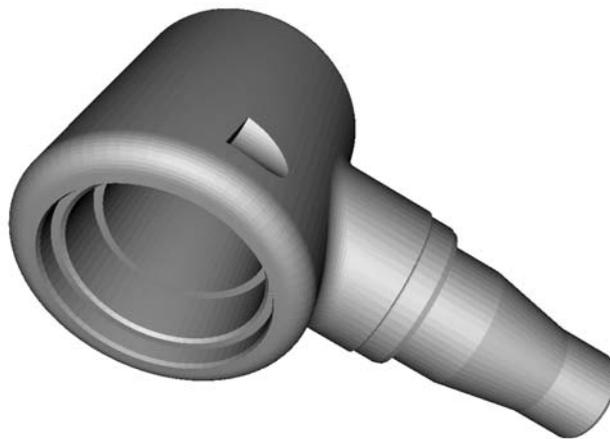


Figure 1.26. Exemple de pièce technique : des formes géométriques simples

P. Naslin propose, dans [NASLIN, 1997], de distinguer les termes *complexe* et *compliqué* : un problème est *complexe* lorsqu'il est constitué d'éléments plus simples dont l'assemblage entraîne la complexité, alors qu'un problème est *compliqué* lorsque, bien que de comportement complexe, il ne peut pas être décomposé en éléments simples. Cette distinction s'applique fort bien à l'opposition entre les formes des modèles mécaniques et artistiques¹ : la **Figure 1.25** montre une pièce technique complexe, car elle est constituée de nombreuses formes géométriques élémentaires, et les pièces artistiques de la **Figure 1.27** sont de formes compliquées, car, bien qu'elles aussi soient de formes difficiles à réaliser, il n'est pas possible de les décomposer en formes élémentaires.

En résumé, les travaux présentés ici ont pour but de faciliter la réalisation des *formes libres* par Stratoconception®. Pour ce faire, trois approches distinctes sont envisagées : l'optimisation des paramètres pour faciliter ou améliorer la réalisation

¹ En considérant qu'une forme complexe ou compliquée se résume à une forme entraînant une réalisation difficile.

40 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

(voir section 4.4 : « Recherche d'une direction de tranchage », p.147), l'emploi d'une décomposition plus audacieuse que l'actuel tranchage (ex : morceler le modèle à la manière d'un puzzle, voir section 4.2 : « Tranchage avancé », p.134), et le développement d'outils et de nouveaux moyens destinés aux œuvres d'art (ex : lissage des formes, voir section 3.4.1 : « Enrichissement et simplification de maillage », p.111).

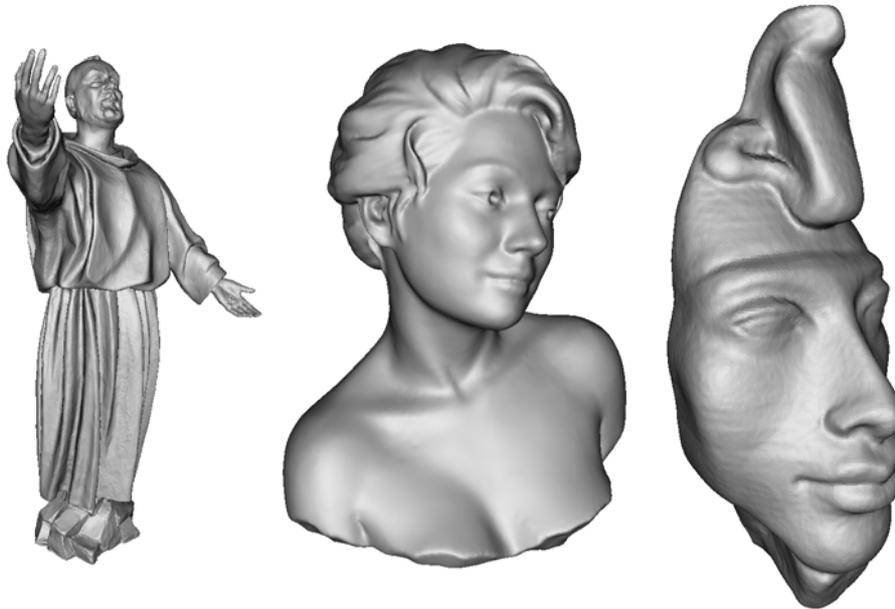


Figure 1.27. Exemples d'œuvres d'art (rendus réalistes de fichiers STL)

1.4.3. Difficultés propres à Stratoconception®

1.4.3.1. Un outil adapté aux œuvres d'art

Bien que la Stratoconception® présente des atouts pour la réalisation d'œuvres d'art, à savoir la capacité à réaliser des pièces de grandes dimensions et surtout un choix de matériaux hors du commun, il rencontre des difficultés sur certains types de pièces et de formes. Les travaux présentés dans cet ouvrage sont destinés à les restreindre, ainsi qu'à améliorer la qualité et les temps de réalisation.

1.4.3.2. Les dimensions de l'outil

Alors que la plupart des autres procédés disposent d'un très faible volume d'outil, comme la stéréolithographie ou le frittage de poudre dont la dimension de l'outil se limite au faisceau laser, les outils de découpe dans le procédé de Stratoconception® ont un encombrement qui est loin d'être négligeable. On peut les assimiler à des cylindres d'un diamètre variant généralement de 1mm à 10mm¹. De ce fait, certains détails concaves de dimension inférieure à celle de l'outil ne pourront pas être rendus (voir **Figure 1.28**). Le choix de la taille d'un outil en Stratoconception® se fait en fonction de nombreux paramètres, parmi lesquels la finesse des détails, mais aussi du matériau employé, du temps de découpe souhaité par l'utilisateur, et de la précision requise pour le résultat final.

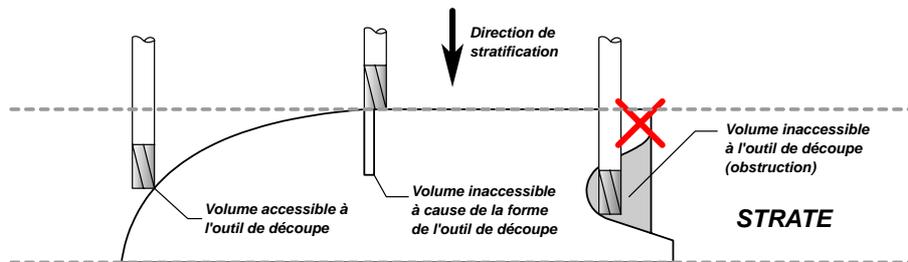


Figure 1.28. Zones inaccessibles à l'outil en raison de la taille de l'outil (au centre) et en raison de la contre-dépouille (à droite)

1.4.3.3. Les zones en contre-dépouille

Selon la direction de découpe lors de la réalisation d'une strate, certaines zones peuvent être inaccessibles à l'outil, simplement parce qu'elles sont cachées par des parties de la strate en contre-dépouille (voir **Figure 1.28**). Un choix de direction de découpe judicieux peut palier à ce problème, surtout dans le cas des pièces mécaniques, ainsi que bien d'autres techniques qui seront longuement traitées dans les chapitres suivants.

¹ Il est possible d'employer des diamètres inférieurs à 1mm, mais l'emploi de tels outils suppose des temps de réalisation astronomiques et des limites fastidieuses, à moins que la pièce ne soit de dimension très réduite. En micromécanique, il existe des outils de l'ordre de 0,1mm de diamètre.

42 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

1.5. Contribution de la thèse

Ces travaux de thèse ont été menés parallèlement au développement du logiciel Stratoconcept® (version III) au sein de l'équipe de développement du CIRTES, ils ont été mis au point en collaboration avec cette équipe et ont contribué à l'amélioration du procédé et du logiciel. Nous proposons ici d'établir un bilan des avancées liées à ces travaux.

1.5.1. Visualisation

Comme il le sera montré par la suite, le caractère subjectif des œuvres d'art impose des interventions et des choix de l'utilisateur. Pour intervenir ou effectuer des choix, l'utilisateur doit pouvoir s'appuyer sur une visualisation claire et précise.

La première contribution de ces travaux fut le développement d'un nouveau module de visualisation du logiciel à partir des bibliothèques OpenGL®, qui, compte-tenu des algorithmes envisagés et du confort apporté à l'utilisateur, était inévitable.

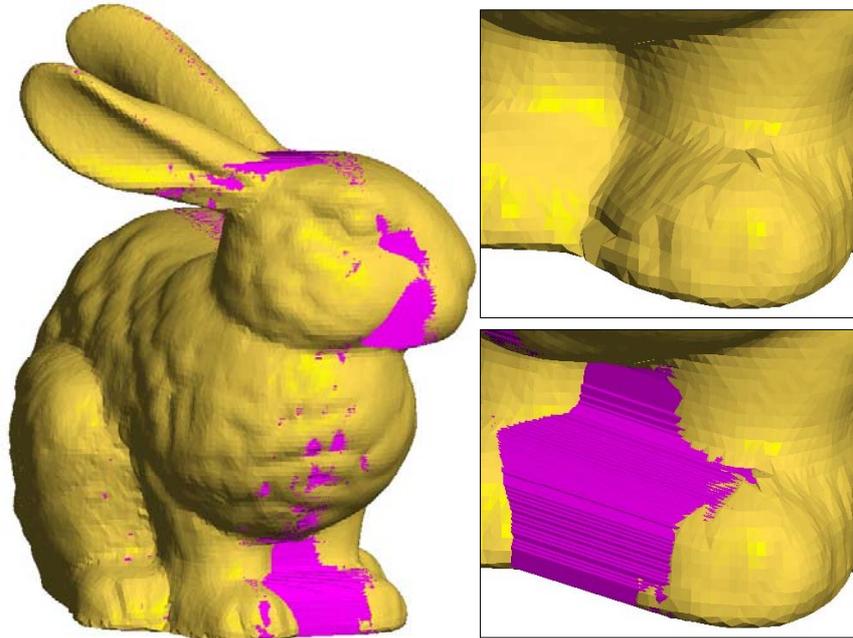


Figure 1.29. Visualisation des zones inaccessibles lors d'une réalisation par Stratoconception®

L'aperçu des zones inaccessibles (voir *Figure 1.29*) est l'un des exemples de contribution liée à la visualisation particulièrement adaptée à la réalisation d'œuvres d'art.

1.5.2. Correction

L'expérience a montré¹ que la proportion de fichiers comportant des erreurs est très importante (comme, par exemple, ceux créés par une numérisation et comportant des trous), et, malheureusement, beaucoup d'algorithmes ne peuvent être utilisés sur des modèles incorrects. C'est ainsi que le développement d'une correction automatique et manuelle des modèles importés fut une autre contribution importante de ces travaux. (voir section 3.2.3 : « Défauts », p.98)

1.5.3. Recherche d'une direction de tranchage

La recherche d'une direction de tranchage pour une pièce industrielle diffère pour une œuvre d'art. Des solutions spécifiques aux œuvres d'art ont été proposées, et une méthode a été implémentée dans le logiciel. (voir section 4.4 : « Recherche d'une direction de tranchage », p.147). Cette méthode présente l'avantage de proposer une direction qu'un utilisateur n'aurait pas envisagée, par contre, cette méthode ne permet pas de tenir compte de paramètres subjectifs².

Ces travaux ont permis de mettre en évidence l'importance et les limites de la ligne reflet (voir section 4.1.3 : « Analyse des dépouilles - ligne de reflet », p.126), sans pour autant offrir de solution fondée sur cet artefact, mais de futurs développements devraient l'employer (voir section 6.4 : « Les travaux », p.189).

1.5.4. Tranchage

De nouvelles méthodes et outils de tranchage, parfois inapplicables pour des œuvres d'art, ont été développés ou envisagés pendant ces travaux. Les travaux de thèse sur la réalisation d'œuvres d'art étaient au cœur de ces développements, et les différents acteurs qui ont participé à ces développements ont fortement contribué à ces travaux. Parmi ces méthodes, on peut citer le tranchage à épaisseur variable, la découpe recto-verso, la décomposition des modèles, et l'exploitation de la ligne de reflet.

¹ Il est fait ici allusion à l'expérience du CIRTES en matière de réalisation de pièces. Cette expérience représente plusieurs années et de nombreux projets ou contrats.

² Comme, par exemple, le fait qu'une erreur commise sur le dos d'une statue sera, pour l'observateur, moins importante que celle commise sur son visage.

44 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

Le tranchage à épaisseur variable (voir section 2.2.4 : « Epaisseurs variables », p.52) et la découpe recto-verso (voir section 2.2.3 : « La découpe recto-verso », p.50) sont maintenant des outils incontournables du procédé, que l'origine du modèle à réaliser soit industrielle ou artistique. Par contre, la décomposition des modèles (voir section 3.4.2 : « Décomposition », p.116) ou l'exploitation de la ligne de reflet (voir section 4.1.3 : « Analyse des dépouilles - ligne de reflet », p.126) n'ont pas encore donné naissance à des méthodes ou à des outils liés au tranchage, mais ont permis d'en établir les limites et donneront probablement suite à de futurs développements.

1.5.5. Stratification

Quelques améliorations de la stratification adaptative (voir section 2.3.3 : « La stratification adaptative », p.57) portant sur l'exploitation du D-graph proviennent de ces travaux consacrés à la réalisation d'œuvres d'art. La stratification adaptative a été initialement mise au point pour des pièces industrielles, puis elle est devenue, de part son efficacité et l'absence d'inconvénient face aux autres méthodes, l'unique méthode de stratification en Stratoconception®.

1.5.6. Etat de l'art en Stratoconception®

Ces travaux sont également une synthèse du procédé de Stratoconception® et permettent d'apprécier l'ensemble des paramètres et des acteurs de la réalisation de pièces par ce procédé. Cette synthèse complète celle de C. Pelaingre dans [PELAINGRE, 2005], consacrée à l'outillage rapide par ce procédé et qui présente les caractéristiques d'une réalisation de pièces fonctionnelles dans des matériaux durs.

Cette synthèse permet également de quantifier les erreurs commises au cours de la réalisation d'une pièce et à chaque étape du procédé. C'est un aspect très important car, quel que soit le procédé employé, la réalisation d'une pièce s'effectue en commettant une erreur. En mécanique, cette erreur se doit d'être connue et de répondre à la tolérance spécifiée par le concepteur, d'où l'importance de maîtriser l'erreur durant les différentes étapes du procédé.

Chapitre 2

La réalisation de pièces par le procédé de Stratoconception®

Lors de la réalisation d'une pièce par le procédé de Stratoconception®, de nombreux paramètres interviennent. Du choix de ces paramètres dépend le temps de réalisation, la fidélité du résultat par rapport au modèle initial, et la complexité de l'assemblage.

Les interactions entre ces différents paramètres peuvent être subtiles et leur choix s'avérer difficile. Nous montrerons à travers ce chapitre quelles sont les étapes d'une réalisation par Stratoconception® et ses principaux paramètres, depuis la réception des données initiales à la finition de la pièce.

2.1. L'import de données

Les données en prototypage rapide, et plus particulièrement Stratoconception®, proviennent de fichiers STL. Le format STL définit le modèle en décrivant son enveloppe externe, elle-même est définie par un maillage triangulaire surfacique.

Ce format est particulièrement pauvre en informations, il se contente de décrire chaque triangle constituant le modèle, sans apporter la moindre information topologique. Afin d'exploiter plus efficacement les données, il est nécessaire de reconstituer ces informations et de les conserver grâce à une représentation du modèle plus évoluée.

Par contre, la simplicité de ce format présente l'avantage de le rendre universel, il est toujours possible de générer un fichier STL à partir de données 3D surfaciques

46 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

ou volumiques. De plus, l'affichage 3D requiert généralement des maillages de triangles, ce qui impose à tous les logiciels d'être capable de représenter leurs éléments sous forme de triangles. Par contre, un maillage satisfaisant pour un affichage est parfois loin d'être satisfaisant comme définition numérique. La conversion des nuages de points, qui représentent la forme la plus élémentaire de données 3D, est plus délicate.

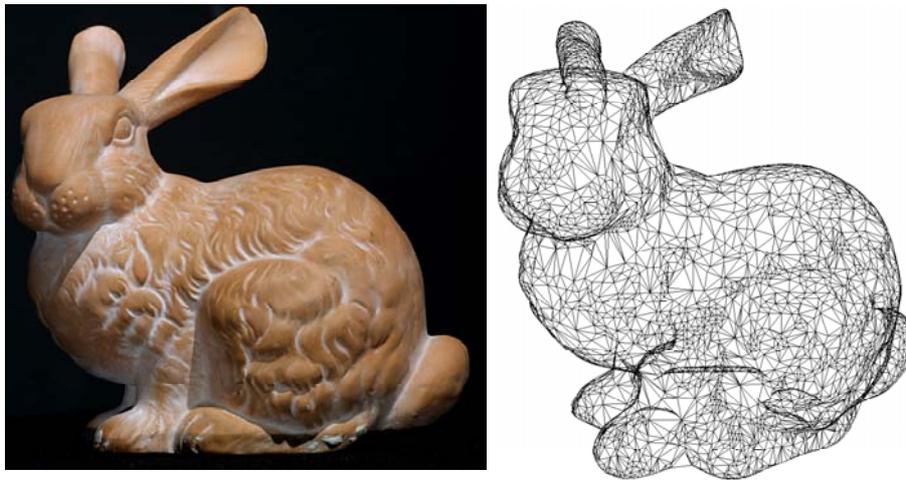


Figure 2.1. *Stanford Bunny* original, à gauche, et virtuel (après numérisation et simplification), à droite. [TURK, 2000]

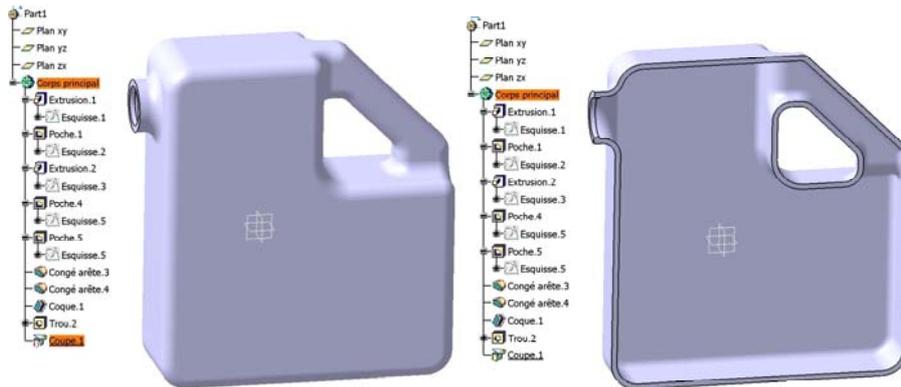


Figure 2.2. Exemple de modèles 3D définis par une CAO, avec leurs arbres de construction (à gauche des modèles). (image : CATIA V5, Dassault Systèmes)

On peut classer l'origine des données en deux catégories : les données provenant de la numérisation d'un modèle physique (voir *Figure 2.1*), et les données provenant d'une conception virtuelle (voir *Figure 2.2*).

Pour bousculer ce classement rudimentaire, viennent s'ajouter les objets 3D conçus virtuellement à partir d'une ébauche provenant d'une numérisation d'un objet physique. C'est souvent le cas en conception de jeu vidéo où les graphistes réalisent leurs modèles à partir de numérisations ou de photographies de modèles physiques (voir *Figure 2.3*). Toutefois, les données de la numérisation n'ont servi que de support de construction du modèle, et ne constituent plus le modèle final, ce qui les classe dans la catégorie des données provenant d'une conception virtuelle car elles présenteront les mêmes caractéristiques (voir section 3.1.3.2 : « Caractéristiques des fichiers STL provenant d'une numérisation », p.93).



Figure 2.3. La célèbre Lara Croft, une créature numérique ébauchée à partir de modèles physiques (sources : EIDOS)

Un maillage présente souvent des caractéristiques et des défauts qui trahissent ses origines. C'est l'une des rares influences que peut avoir la provenance d'un modèle avant sa conversion au format STL.

La principale difficulté durant l'import des données est la gestion de ces défauts. Les erreurs sont de deux types : topologiques et géométriques. La majorité des

erreurs topologiques peut être facilement corrigée automatiquement, elles correspondent à des problèmes de relation entre les différents éléments du maillage. Par contre, les erreurs géométriques nécessitent souvent une intervention de l'utilisateur, car leur correction peut impliquer un choix entre plusieurs possibilités en raison des incohérences générées. Si la correction requiert trop d'efforts, il est préférable de travailler sur le modèle original, car le maillage STL n'est pas une définition numérique aisément modifiable.

Le chapitre suivant (voir Chapitre 3 p.85) détaille de façon beaucoup plus complète ces difficultés, il est entièrement consacré à l'import, l'exploitation et la correction des modèles STL.

2.2. Le tranchage

2.2.1. Le principe du tranchage

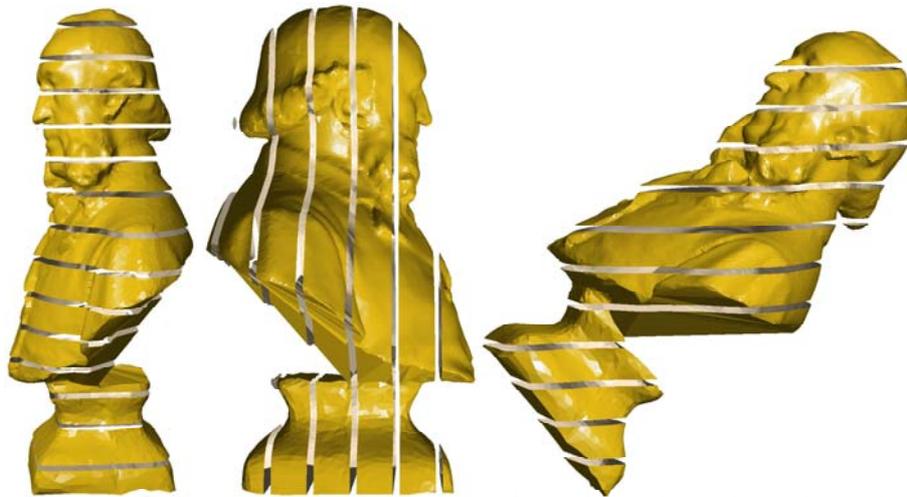


Figure 2.4. Différents choix de direction de tranchage

Cette étape peut se résumer à deux opérations primordiales : le choix d'une direction de tranchage (voir **Figure 2.4**) et le choix de la hauteur des strates, qui correspond généralement à l'épaisseur des plaques (voir **Figure 2.5**).

La hauteur des strates est conditionnée par le choix de l'épaisseur des plaques retenues pour la réalisation du modèle. La direction de tranchage, par contre, est totalement laissée à la discrétion de l'utilisateur.

Le choix de la direction de tranchage est l'un des paramètres les plus déterminants pour la suite de la réalisation, mais demeure très difficile à appréhender. Nous proposons des solutions pour rechercher et choisir une direction de stratification dans des chapitres suivants (voir Chapitre 4 p.121 et Chapitre 5 p.165).



Figure 2.5. Différents choix d'épaisseur de tranche

2.2.2. La découpe classique

La découpe « classique » est un tranchage régulier du modèle par des plans parallèles, et dont la distance séparant deux plans voisins correspond à l'épaisseur de la plaque. Une strate est une partie du modèle contenue entre deux plans voisins. Il est également possible de décaler la position du premier plan de tranchage afin de trancher le modèle d'une façon plus intéressante, comme pour simplifier l'assemblage ou pour faire passer l'un des plans de tranchage par le plan de symétrie de la pièce.

Pour réaliser une strate, il est possible de la découper « à l'envers », comme si elle avait été retournée lorsque cela permet de minimiser les volumes de matière inaccessibles. Cette technique s'appelle le retournement de strates. Il n'y a aucune difficulté supplémentaire à découper une strate selon un sens ou l'autre dans la direction de tranchage. Par contre, selon le sens choisi, le résultat de la découpe peut être très différent, en raison des contre-dépouilles. Le fait de retourner une strate permet d'inverser les faces en dépouille et celles en contre-dépouille. Dans le cas de

la sphère (voir **Figure 2.6**), les strates situées au sud de l'équateur sont intégralement en contre-dépouille, mais une fois inversées, aucune strate ne présente de contre-dépouille.

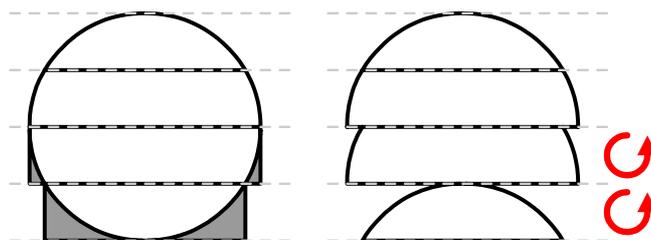


Figure 2.6. *Retournement des strates*

Le logiciel Stratoconcept® propose systématiquement l'orientation de la strate générant le plus faible volume de contre-dépouilles¹, mais l'utilisateur demeure libre d'imposer l'autre sens de stratification pour chaque strate, car il se peut que le plus gros volume de contre-dépouille ne corresponde pas aux zones qu'il souhaite réaliser le plus fidèlement.

Lors d'une découpe « classique », l'utilisateur ne peut faire varier que peu de paramètres, qui sont la direction de tranchage, le choix de l'épaisseur de la plaque parmi les plaques disponibles, le décalage éventuel des plans de tranchage, et le fait de retourner ou non certaines strates.

2.2.3. *La découpe recto-verso*

La découpe recto-verso est une méthode de découpe plus fastidieuse que l'habituelle méthode de découpe des strates, mais qui permet de limiter le volume de contre-dépouilles généré par une stratification.

La découpe recto-verso a été mise au point pour permettre de réaliser des modèles artistiques et mécaniques dont les formes générant de nombreux volumes de contre-dépouille, comme les formes creuses ou à parois fines. Car, même s'il existe souvent une direction de tranchage qui permet d'éviter toute matière inaccessible lors d'un usinage pour les pièces mécaniques, les cas contraires

¹ Habituellement, l'évaluation employée est grossière, mais satisfaisante : elle se limite à la comparaison des aires des surfaces orientées en dépouille et celles en contre-dépouille. Nous proposons par la suite une évaluation beaucoup plus précise (voir section 4.4.3.2 : « Quantifier les volumes inaccessibles par un tampon de profondeur », p.159).

demeurent très fréquents, et une découpe recto-verso permet de faire disparaître ou de limiter ces volumes de matière.

Cette méthode de découpe s'effectue en deux temps : un premier usinage est effectué pour découper la strate, tout en laissant une épaisseur de matière non découpée afin de ne pas détacher les tranches de la plaque, puis la plaque est retournée, et l'on exécute un second usinage après avoir usiné la surépaisseur laissée par le premier usinage. Le deuxième usinage a pour but d'enlever la matière qui fut inaccessible (les contre-dépouilles) lors du premier usinage. (voir **Figure 2.7**)

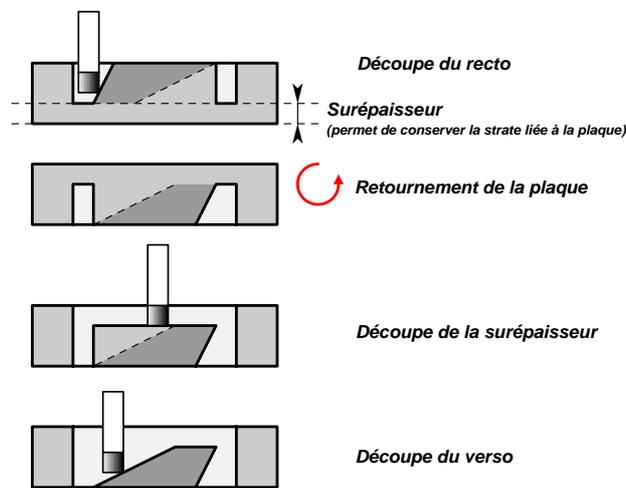


Figure 2.7. Principe de la découpe recto-verso

Cette méthode de découpe nécessite deux fois plus de temps d'usinage, elle comprend une opération de surfacage supplémentaire (élimination de la surépaisseur) et oblige à repositionner la plaque (la précision finale dépendra de la précision de cette opération supplémentaire). Malgré ces difficultés additionnelles, le retournement des strates est l'outil le plus efficace pour réaliser des pièces de formes libres et limiter le volume de contre-dépouilles.

De plus, cette méthode n'utilise qu'une partie de l'épaisseur de la plaque, en raison de la surépaisseur nécessaire au retournement des strates, et entraîne une plus grande consommation de matière¹. Ensuite, si le volume de contre-dépouille est

¹ La proportion de matière appartenant à la surépaisseur varie selon le matériau et les conditions de coupe, mais demeure très faible : elle représente généralement entre 5% et 10% de l'épaisseur de la plaque.

réduit, la précision de la découpe ne peut être que dégradée par l'intervention manuelle de retournement de la plaque : c'est une source d'erreur inhérente à tout recalage en mécanique. Mais elle met également en évidence d'autres erreurs, comme des défauts d'orthogonalité ou de décalages lors de grands déplacements, car ce genre de défauts génère des erreurs proportionnelles aux dimensions de la réalisation, ce qui se traduit par une erreur importante dans la position des strates sur la plaque, et une erreur plus faible sur la strate, mais lors d'un retournement, la précision de la réalisation de la strate est directement liée à celle de son positionnement.

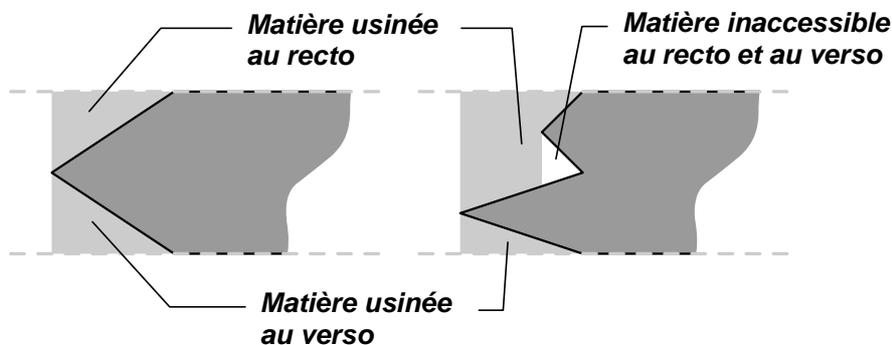


Figure 2.8. Exemple de découpe recto-verso

Par contre, avec cette méthode, les volumes de matière inaccessibles sont beaucoup moins fréquents et bien moins volumineux. Il devient possible de réaliser des strates dotées de facettes orientées en dépouille et en contre-dépouille sans nécessairement engendrer des surplus de matière, même si ce n'est pas certain (voir *Figure 2.8*).

On peut constater que le choix de tranches de faible épaisseur présente encore un avantage supplémentaire, car un grand nombre de hauteurs de tranchage favorise l'opportunité de séparer dépouilles et contre-dépouilles.

2.2.4. Epaisseurs variables

Le principe de la méthode des épaisseurs variables consiste à s'affranchir de l'épaisseur de la plaque employée et de trancher à des hauteurs quelconques. Il est bien évidemment impossible de réaliser des tranches plus épaisses, mais il est possible de créer des strates moins épaisses en effectuant un surfaçage des strates.

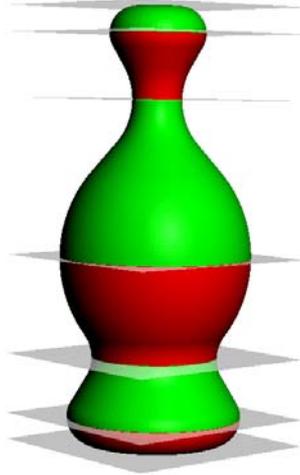


Figure 2.9. Les plans de tranchage sont imposés manuellement afin d'optimiser la réalisation.

Ainsi, on peut imposer des hauteurs de tranchage précises, et optimiser la séparation des dépouilles et contre-dépouilles (voir **Figure 2.9**). Cette technique peut permettre d'économiser une découpe recto-verso, mais elle amène des surfaçages supplémentaires (il est à noter que la découpe recto-verso impose un surfaçage sur chaque strate).

2.3. La stratification

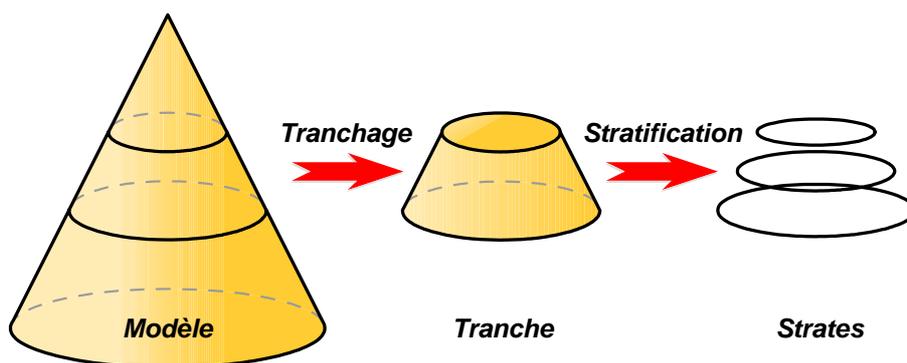


Figure 2.10. La stratification succède au tranchage

54 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

Après avoir déterminé quelles seront les tranches du modèle, l'étape suivante consiste à déterminer leur réalisation. De nombreux paramètres, desquels dépend la fidélité du résultat au modèle initial, interviennent au cours de cette opération. Les plus influents sont la précision de la stratification et le choix de l'outil de découpe.

A travers cette section, nous décrivons la découpe des strates dans le procédé de Stratoconception®, ses limites et son impact sur des modèles artistiques. Nous verrons également que des difficultés rencontrées au cours de ces opérations dépendent des paramètres de tranchage, et que certains choix, même très pertinents, peuvent reposer sur des critères subjectifs.

2.3.1. Les différents types de stratification

Dans le procédé de Stratoconception®, la stratification désigne la réalisation des strates (voir **Figure 2.10**). Cette étape comprend une nouvelle discrétisation de la forme : le modèle quitte une définition en trois dimensions pour une représentation en deux dimensions.

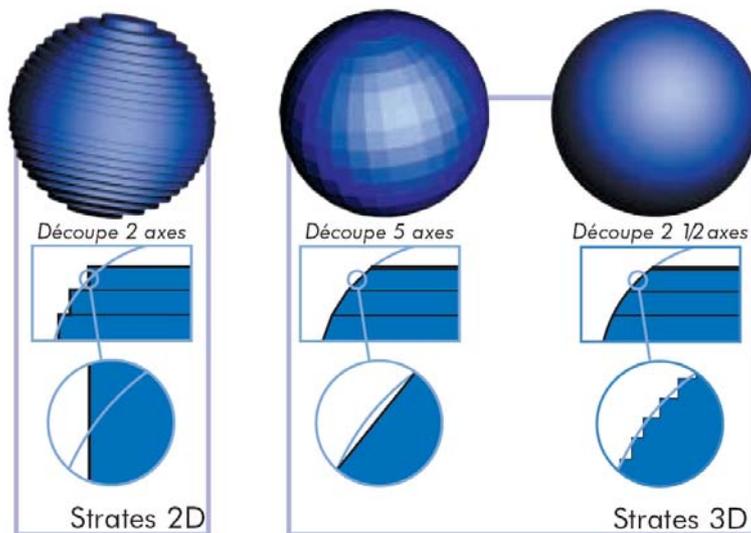


Figure 2.11. Les différents types de stratification : découpe 2 axes (à gauche), découpe 5 axes laser (au milieu) et découpe 2 axes 1/2 (à droite)

Il existe trois types de stratification : la stratification 2 axes, 5 axes et 2 axes $\frac{1}{2}$ ¹ (voir **Figure 2.11**). Les stratifications 2 axes et 5 axes sont destinées à l'ébauche, c'est à dire une découpe approchée de la forme mais très rapide, où les modèles artistiques présentent les mêmes difficultés techniques que tous les autres types de modèles, ce qui ne relève pas de la problématique abordée par ces travaux. Le choix de la stratification en 2 axes $\frac{1}{2}$ pour les modèles artistiques s'impose de lui-même en raison de la précision requise, sauf dans le cas d'ébauches. Il est important de noter que la découpe 5 axes, avec le procédé de Stratoconception®, se limite à une découpe droite, comme une découpe laser ou jet d'eau, et donc, contrairement à ce que son nom pourrait faire croire, ce type de découpe ne concerne pas le micro-fraisage.

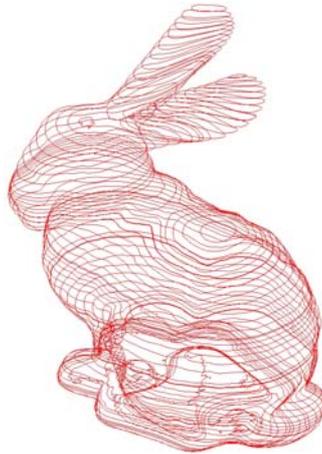


Figure 2.12. Exemple de stratification (2 axes $\frac{1}{2}$) du Stanford Bunny

La découpe selon 2 axes $\frac{1}{2}$ signifie que l'outil va se déplacer selon trois axes de liberté (formant un repère orthogonal), mais sans que jamais plus de deux axes ne se déplacent simultanément, d'où l'appellation « 2 axes $\frac{1}{2}$ » et non « 3 axes ». Dans ce cas précis, c'est l'axe Z qui ne sera jamais déplacé en même temps qu'un autre axe,

¹ Les désignations des découpes "5 axes", "2 axes" ou "2 axes $\frac{1}{2}$ " correspondent au nombre d'axes nécessaires à une machine-outil pour suivre les parcours de découpe, ce qui correspond également aux degrés de liberté de la tête de découpe. En "5 axes", la machine-outil utilise 3 axes de translation pour se positionner dans l'espace (axes "X", "Y" et "Z", à l'instar d'un repère orthonormé direct), et 2 axes de rotation pour déterminer l'orientation de la découpe (axes "B" et "C"). "2 axes $\frac{1}{2}$ " désigne en fait une machine disposant de 3 axes de translation, mais dont jamais plus de 2 axes ne fonctionnent simultanément (en Stratoconception®, les axes X et Y travaillent simultanément, et l'axe Z seul).

si bien que l'outil va décrire des contours dont tous les points sont à même hauteur autour de la strate à la manière de courbes de niveau en topographie. L'ensemble de ces contours s'appelle la stratification d'une tranche. (voir **Figure 2.12** et **Figure 2.13**)

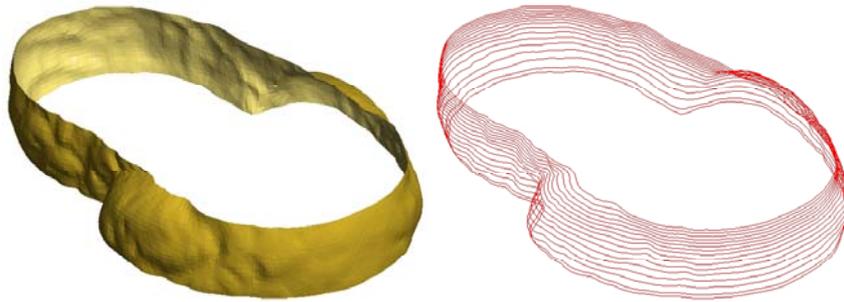


Figure 2.13. Exemple de stratification (2 axes $\frac{1}{2}$) d'une tranche du Stanford Bunny

2.3.2. Erreur commise lors de la stratification

L'outil va réaliser la strate en décrivant successivement les contours du modèle. La discrétisation des strates apporte une erreur supplémentaire dans la réalisation du modèle (voir **Figure 2.14**), elle dépend de la forme du modèle (sa pente) et de la hauteur de stratification (distance entre les plans associés à deux contours successifs). Cette erreur se cumule avec celle commise lors de la création du modèle STL, liée à la discrétisation du modèle sous une forme polyédrique (voir section 3.2.1 : « Discrétisation », p.95 et 3.2.4 : « Précision des calculs, erreur de corde et tolérances », p.103).

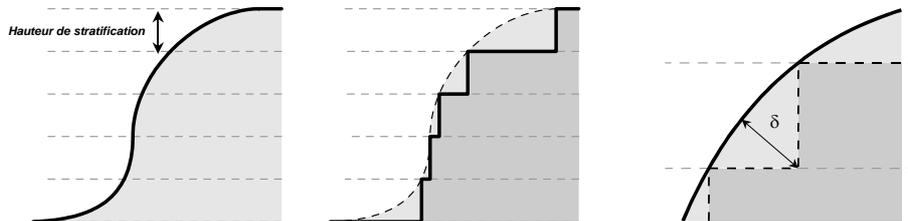


Figure 2.14. Discrétisation de la strate par les contours (à gauche et au milieu) et représentation de l'erreur de corde δ commise lors de la stratification (à droite)

Cette discrétisation est à l'appréciation de l'utilisateur, mais dans un intervalle restreint par deux paramètres : la précision de la découpe (qui dépend de la machine, du matériau et de l'outil de coupe employés) et le temps de découpe. En effet, la hauteur moyenne entre chaque contour détermine la précision de la stratification, mais aussi le nombre de contours à découper, ce qui a une conséquence directe sur les temps de découpe.

En Stratoconception®, l'ensemble des contours de même hauteur sur un modèle s'appelle une *passse*. L'ensemble des *passses* constitue une *strate*.

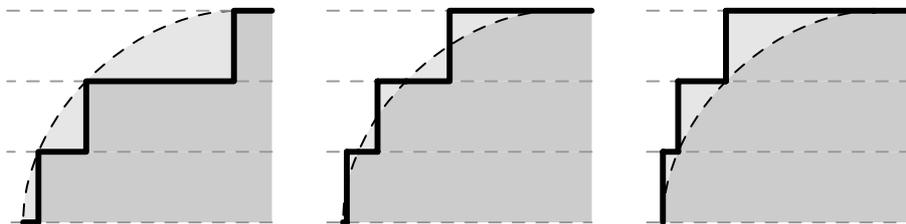


Figure 2.15. Stratification minimisant le volume (à gauche), moyennant le volume (au milieu) et maximisant le volume (à droite)

Il existe principalement trois façons de répartir l'erreur liée à la discrétisation lors de la stratification : un surplus de matière, un manque de matière, ou une répartition équitable des deux (voir **Figure 2.15**). Chacune de ces trois méthodes présente un intérêt. La stratification laissant un surplus de matière est intéressante lorsque la pièce va être finie par un ponçage ou toute opération de finition abrasive. Une stratification minimisant le volume de matière par contre se justifiera lorsque la finition sera faite au moyen d'un ajout de matière, comme un vernis ou une peinture. Et dans le cas où l'opérateur n'envisagerait pas (ou très peu) d'intervenir lors de la finition, il est plus intéressant de faire appel à une stratification qui répartit l'erreur par rapport à la forme théorique.

2.3.3. La stratification adaptative

La stratification n'est pas nécessairement uniforme, car les machines employées sont capables d'exécuter leur découpe à des hauteurs quelconques. Ainsi, il peut être intéressant de répartir les hauteurs de stratification de façon irrégulière, selon les formes du modèle, de manière à apporter une grande précision lorsqu'elle peut s'avérer utile, et inversement. Cette façon de procéder s'appelle la *stratification adaptative* [DELEBECQUE, 2000] en raison de l'adaptation du pas de stratification aux formes du modèle (voir **Figure 2.16**).

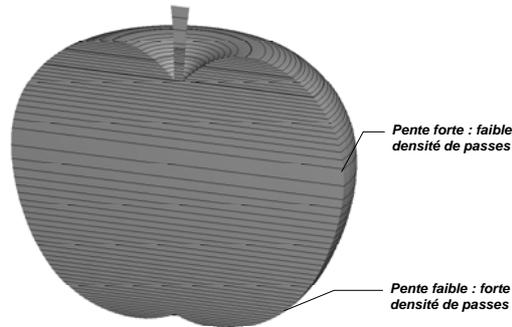


Figure 2.16. Stratification adaptative : répartition des passes selon la pente du modèle

Pour conserver une erreur constante, il suffit de stratifier le modèle à des hauteurs plus rapprochées les unes des autres lorsque la pente du modèle est plus faible (voir Figure 2.17). Comme le modèle peut disposer d'une grande variété de pentes différentes à une hauteur donnée, il est nécessaire de générer une courbe représentative du modèle qui indique, pour une hauteur donnée, la valeur de la pente. Ainsi, à partir de cette courbe, il est possible de calculer la répartition des différentes hauteurs de stratification.



Figure 2.17. Variation des hauteurs lors d'une stratification avec une surface d'erreur constante

La courbe employée pour déterminer la pente du modèle selon la hauteur dans le procédé de Stratoconception® s'appelle le *D-graph* ([DELEBECQUE, 2000]). Le *D-graph* d'un modèle est une fonction dont la dérivée associée à chaque hauteur du

modèle la pente la plus faible que l'on puisse trouver à cette hauteur sur le modèle (voir **Figure 2.18**). Dans le cas présent, la pente désigne l'inclinaison des facettes par rapport à la direction de tranchage. Le D-graph ne tient compte ni des surfaces horizontales, ni des pentes dont le signe ne correspond pas au sens choisi pour la stratification (ainsi, lors d'une découpe recto-verso, il est nécessaire de construire un D-graph pour les deux sens de découpe). Dans le cas d'une stratification selon l'axe d'une forme de révolution, le D-graph représente le profil de révolution, à l'exception des surfaces horizontales (voir **Figure 2.19**).

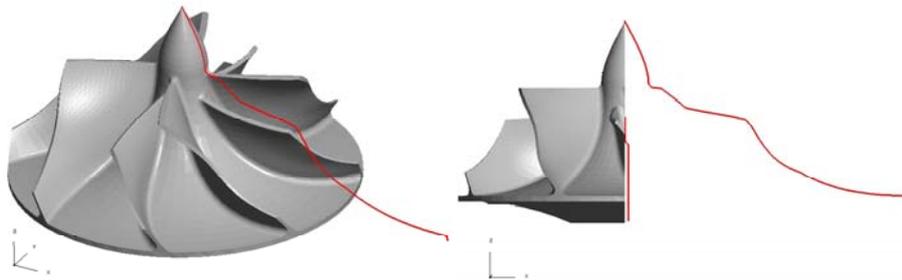


Figure 2.18. Exemple de D-graph sur une pièce

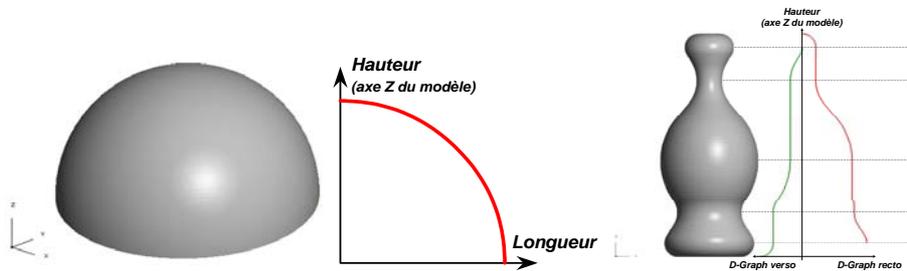


Figure 2.19. D-Graph de deux formes de révolution, l'une en employant une découpe « classique » (à gauche), et l'autre en employant une découpe recto-verso (à droite). Dans ce dernier cas, il est nécessaire d'employer deux D-graph : l'un pour la découpe du recto, l'autre pour la découpe du verso.

Le calcul des hauteurs de stratification à partir du D-graph s'effectue de telle façon que la surface qui différencie le profil de sa discrétisation demeure constante (voir **Figure 2.17**). C'est ainsi que la densité des passes selon la hauteur s'adapte à la forme du modèle (voir **Figure 2.16**). La stratification adaptative permet d'harmoniser l'erreur liée à la discrétisation du modèle. Ainsi, pour une même

précision, la réalisation sera effectuée bien plus rapidement, ou pour un temps de réalisation identique, le résultat sera plus fidèle au modèle originel. En pratique, elle permet aux utilisateurs d'employer une meilleure précision sans que le temps de découpe en pâte, et donc, indirectement, de créer des modèles plus précis.

2.3.4. Le calcul des passes

Les passes créées lors de la stratification des tranches du modèle sont des ensembles de contours. Ces contours sont générés par l'intersection entre le polyèdre et les plans perpendiculaires à la direction de tranchage passant par les hauteurs de stratification.

La création de ces contours est une opération de complexité linéaire en fonction du nombre de facettes dans le modèle. Ces contours sont fermés si le modèle était lui aussi fermé et cohérent. Soit n le nombre de facettes dans le modèle, la taille des contours issus de sa stratification est de $O(n)$ dans le pire des cas, mais en pratique, elle est de $O(\sqrt{n})$.

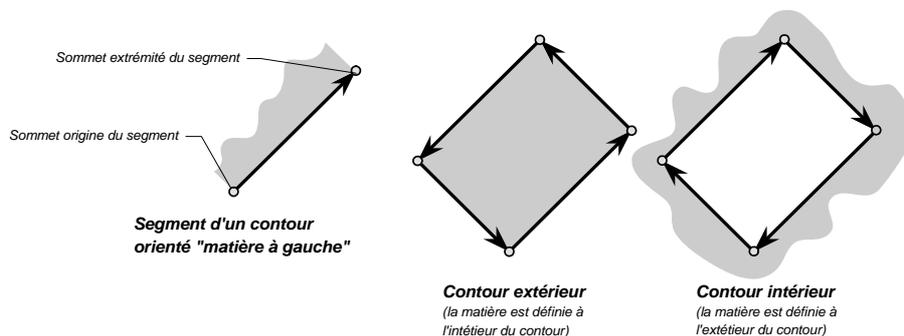


Figure 2.20. Orientation des contours et des segments des contours

Les contours sont définis par une succession de segments orientés. L'orientation de chaque segment indique où se trouve la matière par rapport au segment : en Stratoconception®, les contours sont orientés « matière à gauche »¹ (voir Figure 2.20). L'orientation des facettes du modèle permet d'orienter les segments des

¹ « matière à gauche » : lorsqu'un vecteur avec comme origine celle du segment et comme extrémité un point quelconque forment un angle compris dans l'intervalle $[0, \pi]$ avec le segment, ce point est « à gauche du segment », ou, autrement dit, appartient à la matière définie par le segment.

contours. Les passes sont définies par un ensemble de contours et une hauteur correspondant à la position de la passe sur le modèle par rapport à la direction de tranchage. Si le modèle originel était cohérent, tous les contours intérieurs d'une passe sont nécessairement inclus dans des contours extérieurs.

2.3.5. Le masquage des volumes inaccessibles

Les volumes inaccessibles se traduisent lors de la stratification par des contours « chevauchant » des contours situés à une hauteur supérieure¹ (voir **Figure 2.21**).

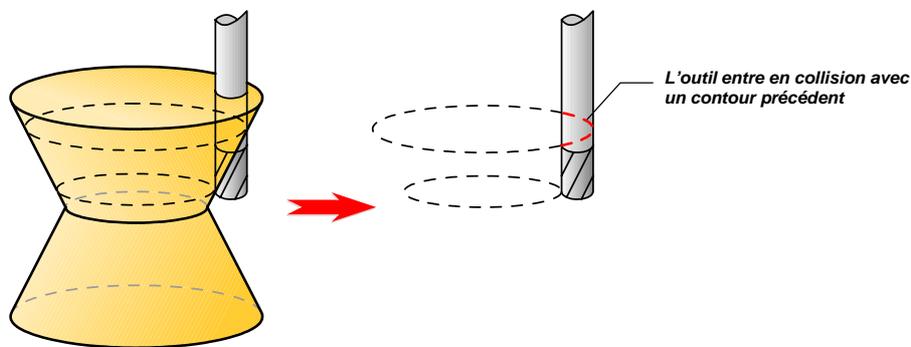


Figure 2.21. Collision entre un contour inférieur et un contour supérieur

Il est ainsi possible de gérer les zones inaccessibles sur le modèle discrétisé sans faire appel au modèle, donc en deux dimensions et d'éviter de devoir les gérer en trois dimensions. En Stratoconception®, de nombreux algorithmes sont de complexité moindre ou de mise en œuvre plus aisée sur la stratification, en deux dimensions, que sur le modèle, en trois dimensions, comme par exemple, la correction d'outil (voir section 2.4 : « Le calcul des parcours d'outil », p.63).

Cette opération s'appelle le *masquage*, elle consiste à tenir compte de tous les contours précédents selon l'ordre de découpe lorsque l'on découpe un contour. Comme le contour précédent tient lui-même compte de tous ses prédécesseurs, il suffit de tenir compte uniquement du contour précédent pour obtenir le même résultat. Ainsi, chaque contour est masqué par le contour précédent, c'est à dire que

¹ Les techniques de découpe en 5 axes employées avec le procédé de Stratoconception® sont limitées aux découpes en une seule passe, comme la découpe laser. De ce fait, elle ne peuvent apporter aucun secours pour la réalisation des volumes inaccessibles en 2 axes 1/2, contrairement à ce que l'appellation « 5 axes » pourrait laisser entendre.

l'on effectue une addition avec son prédécesseur (voir **Figure 2.22**). Dans le cas de contours créés à partir d'éléments en dépouille, l'addition est inutile, car le résultat sera identique au dernier contour. A l'inverse, lors d'une addition de contours issus d'une partie du modèle en contre-dépouille, le résultat correspond au masque, c'est à dire le contour précédent. Et dans le cas de contours obtenus par la stratification de zones étant à la fois en dépouille et en contre-dépouille, l'opération d'addition des deux contours donnera un ou plusieurs contours composés d'éléments appartenant aux deux contours (voir **Figure 2.22**).

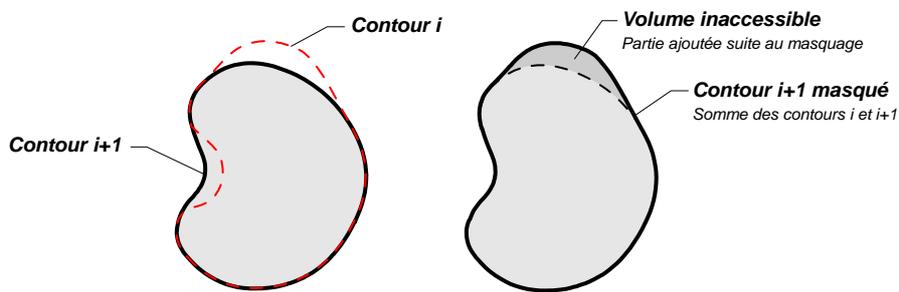


Figure 2.22. Opération de masquage

La taille d'une addition de deux contours dans le pire des cas est $O(nm)$, où n et m sont les nombres de sommets dans les deux contours. Toutefois, il s'avère qu'en pratique, il est peu fréquent de rencontrer ce genre de cas, il est plus courant d'obtenir un résultat de taille $O(m+n)$ (voir **Figure 2.23**).

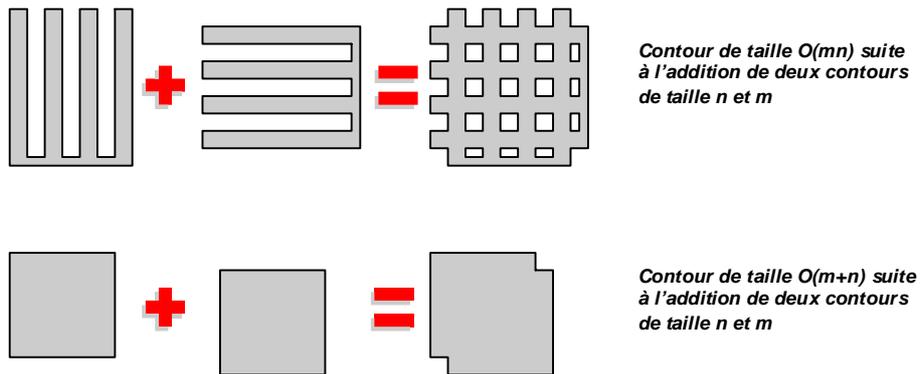


Figure 2.23. Exemples d'addition de contour

2.4. Le calcul des parcours d'outil

2.4.1. Présentation des parcours d'outil

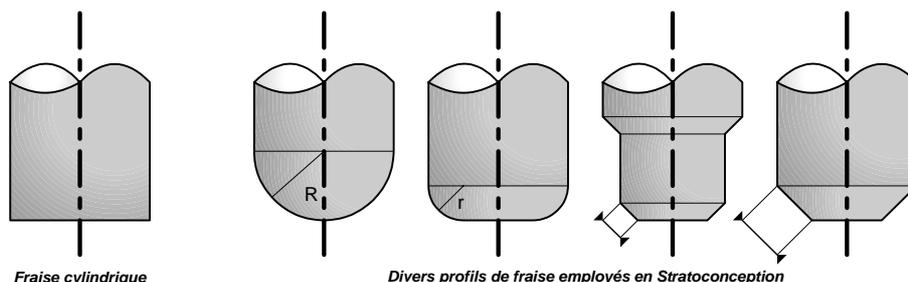


Figure 2.24. Différentes géométries d'outil de coupe en Stratoconception®

En raison de la dimension de l'outil (voir **Figure 2.24**), son parcours est différent du contour à réaliser, cette opération s'appelle la correction d'outil. C'est à dire que l'on pilote le centre de l'outil. L'outil est, dans le cas de Stratoconception®, un élément en rotation autour d'un axe perpendiculaire au contour, ainsi, il occupe une surface circulaire dans les différents plans des contours, et ce, quelle que soit sa forme en trois dimensions. De ce fait, les parcours d'outil correspondent aux contours auxquels sont appliqués un offset correspondant au rayon de l'outil (voir **Figure 2.25**). L'offset d'un contour se définit comme une somme de Minkowski du contour et d'un cercle de rayon identique au rayon de l'outil (voir, par exemple, [O'ROURKE, 1994] et section 2.4.3 : « Calculer les parcours d'outils », p.65).

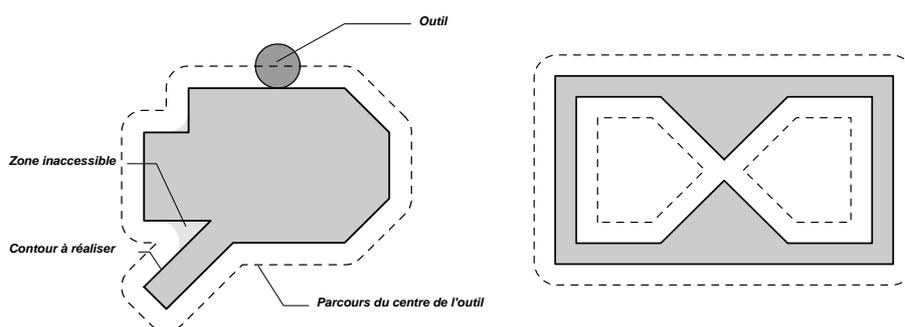


Figure 2.25. Différences entre le contour à réaliser et le parcours du centre de l'outil

64 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

Généralement, la forme des outils de découpe est un cylindre, mais certains matériaux ne peuvent être convenablement découpés avec un outil cylindrique. La **Figure 2.24** présente quelques exemples de formes d'outil employés par le procédé de Stratoconception®. Les outils de forme non-cylindrique ont eux aussi une forme circulaire en 2D (dans les plans des contours), mais leur rayon varie selon la hauteur à laquelle se place l'outil, ainsi la correction de ces outils doit être gérée en tenant compte d'une composante supplémentaire.

2.4.2. Outils de coupe et paramètres de coupe en Stratoconception®

La génération des parcours d'outil est la dernière opération informatique du procédé. Les parcours représentent l'ensemble des mouvements qui vont être effectués par l'outil lors de la découpe des tranches, ainsi que des opérations spécifiques, comme des changements d'outil ou l'emploi d'une lubrification lors de la coupe. Les parcours d'outil se présentent sous la forme d'une succession d'instructions qui seront interprétées par une commande numérique pour piloter la machine.

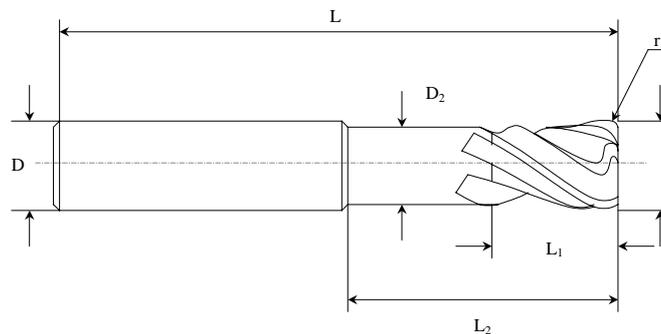


Figure 2.26. Exemple d'outil de découpe employé avec Stratoconception®

Si la découpe comprend de nombreux paramètres différents, ils émanent essentiellement du choix de l'outil, et bien que de ces paramètres dépende la qualité du résultat, l'influence de ces paramètres sur la réalisation d'œuvres d'art peut se résumer à trois critères : le temps de découpe, les détails inaccessibles en raison de la forme de l'outil (voir **Figure 2.26**), et l'état de surface du résultat.

Le choix d'un outil est restreint par de nombreuses contraintes, dont les principales sont : la matière retenue pour réaliser le modèle (dont dépendra le type

de l'outil¹), la finesse des détails à réaliser, le temps de découpe, les caractéristiques de la machine et l'épaisseur la plaque employée (qui limite à un minimum les dimensions de l'outil). Une machine ne permet pas d'utiliser tous les outils ou tous les paramètres, elle est limitée par ses caractéristiques (les plus influentes sont ses dimensions², sa puissance, la fréquence de rotation maximale de l'outil et sa vitesse de déplacement maximale), ce qui se traduit par l'incapacité de découper certaines matières ou épaisseurs.

Les outils coupants sont, lors de la découpe, en rotation autour de l'axe Z de la machine : c'est ainsi que les outils sont assimilés à des profils de révolution lors de la création des parcours d'outil. Habituellement, ils sont de forme cylindrique, mais, selon les matériaux, des outils de profil légèrement différent (voir **Figure 2.24**) sont parfois utilisés, malgré cela, le rayon de l'outil demeure le paramètre le plus important, car il représente l'encombrement de l'outil : plus le rayon est important, plus il y aura de probabilité de rencontrer des formes inaccessibles dans les contours et plus les formes concaves seront rayonnées.

2.4.3. Calculer les parcours d'outils à partir des contours

Suite à l'opération de stratification, les contours à découper sont tous connus, mais il faut encore, pour chaque contour, calculer le parcours d'outil propre à leur réalisation. Le parcours d'outil représente la trajectoire du centre de l'outil, si bien que, pour réaliser un contour, il faut suivre un parcours dont les points sont situés à un rayon d'outil du contour.

Lorsque l'outil de découpe n'est pas de forme cylindrique, la correction d'outil devient une opération en trois dimensions : des contours situés au-dessus du contour concerné peuvent influencer sur son parcours d'outil. Tenir compte des formes non-cylindriques de l'outil lors de la création des parcours n'apporte que de faibles modifications, et ne présente que peu d'intérêt pour la réalisation d'œuvres d'art³.

Cette opération de création d'un nouveau contour dont les points sont éloignés d'une certaine distance d'un autre s'appelle un *offset*, elle correspond également à la *somme de Minkowski* [O'ROURKE, 1994] entre les points intérieurs au contour et un cercle centré à l'origine de rayon identique à celui de l'outil.

¹ Le type de l'outil comprend principalement : son profil, son matériau, le nombre et la forme des dents.

² Appelés également *courses* de la machine

³ En Stratoconception®, les outils de forme non-cylindrique sont essentiellement destinés à des réalisations dans des matériaux durs, comme les métaux. Ex. : les modèles destinés à l'outillage rapide.

Pour construire l'offset d'un contour, plusieurs méthodes sont envisageables. Parmi ses méthodes, celles employant un *diagramme de Voronoï* sont très intéressantes, car elles permettent d'exploiter le diagramme pour obtenir des informations supplémentaires et de générer de nouveaux offsets à moindre coût (l'opération la plus complexe étant la création du diagramme). D'autres méthodes consistent à construire un offset en créant un contour constitué de l'offset de tous les éléments du contour d'origine, puis en corrigeant les incohérences, qui sont en fait les offsets des parties d'éléments inaccessibles à la fraise.

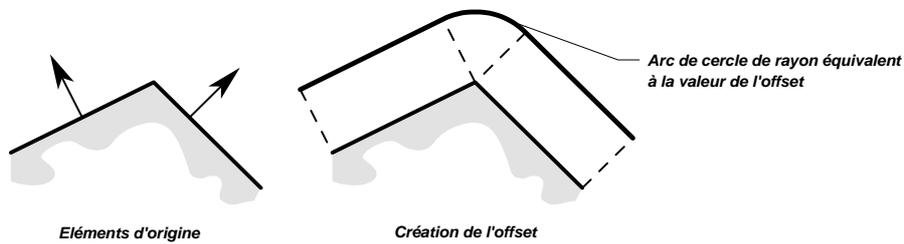


Figure 2.27. L'offset d'un contour dépourvu d'arcs de cercle peut engendrer des arcs de cercles

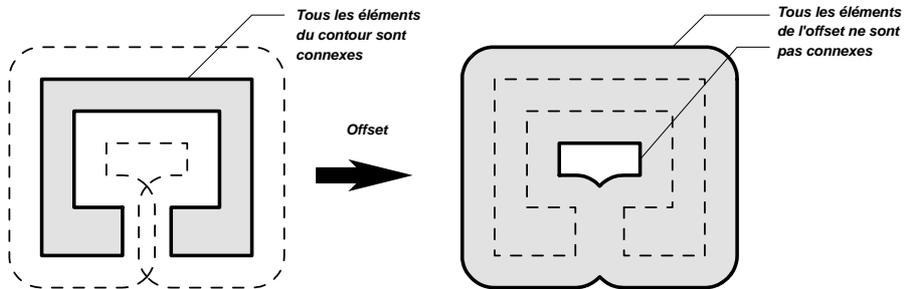


Figure 2.28. L'offset d'un contour constitué d'éléments connexes peut donner un contour d'éléments non-connexes

Le parcours d'outil, ou offset, se différencie de son contour d'origine par deux caractéristiques : la présence d'arcs de cercles alors que le contour d'origine est exclusivement constitué de segments, et, l'absence de correspondance dans la connectivité des éléments du contour et de son offset. Deux segments consécutifs formant un angle convexe sont à l'origine, lors d'un offset, d'un arc de cercle dont le rayon équivaut à la distance de l'offset (voir *Figure 2.27*). L'offset peut être

constitué d'éléments non-connexes alors que le contour d'origine est constitué d'éléments connexes (voir *Figure 2.28*), et inversement (voir *Figure 2.29*).

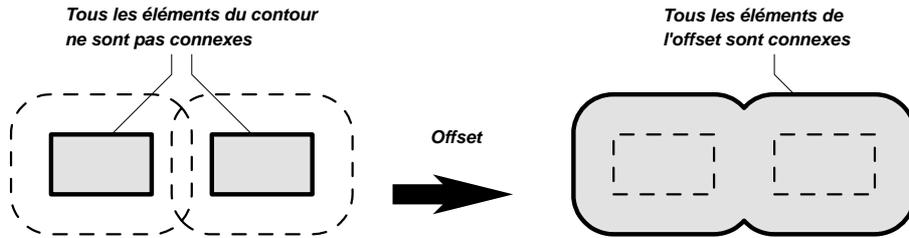


Figure 2.29. L'offset d'un contour constitué d'éléments non-connexes peuvent donner un contour d'éléments connexes

2.4.4. Les zones inaccessibles des contours

Lors de la création des offsets des contours, de nombreux éléments ou parties d'éléments sont manquants par rapport à un offset du contour qui ne tiendrait pas compte de l'influence des différents éléments entre eux : chacune de ces différences reflète la présence d'un élément inaccessible pour la fraise.

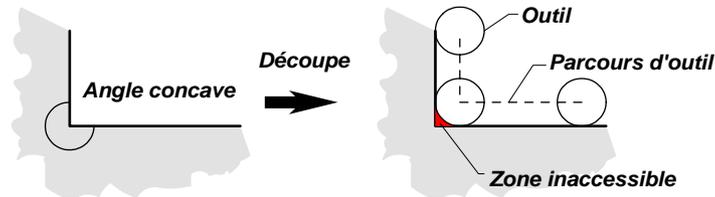


Figure 2.30. Les formes concaves sont à l'origine de zones localement inaccessibles

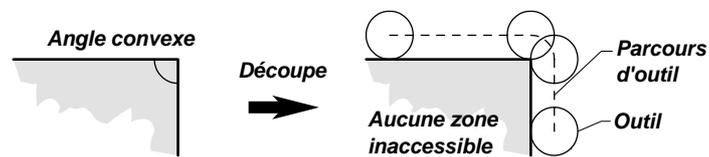


Figure 2.31. Les formes convexes ne sont pas à l'origine de zones localement inaccessibles

On distingue deux cas où un élément est inaccessible pour la fraise : les cas locaux et les cas globaux. Un élément est inaccessible localement pour l'outil lorsque deux éléments consécutifs limitent l'accès de l'outil l'un à l'autre : c'est à dire lorsqu'ils forment un angle concave (voir **Figure 2.30**), et ce qui n'est jamais le cas pour un angle convexe (voir **Figure 2.31**). Le cas global concerne des éléments qui ne sont pas consécutifs (voir **Figure 2.32**), ce sont des parties de contour suffisamment proches les unes des autres pour que l'outil ne puisse s'immiscer entre elles, comme ce peut être le cas lorsqu'une rainure ou un trou est présent dans le modèle d'origine.

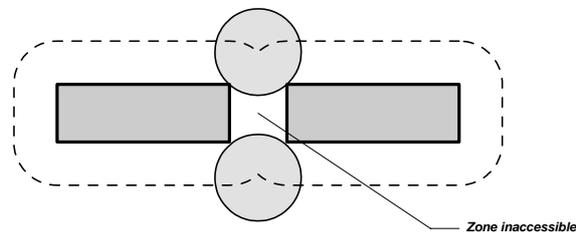


Figure 2.32. Zones globalement inaccessibles à l'outil : interactions entre des éléments non-consécutifs du contour

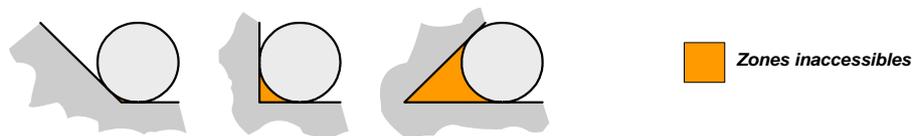


Figure 2.33. Plus l'angle est fermé, plus l'erreur commise est importante.

Les angles concaves sur les contours génèrent automatiquement des zones inaccessibles à l'outil, et ce, quel que soit son rayon. Plus l'angle entre deux segments consécutifs est fermé, plus l'erreur commise¹ est importante (voir **Figure 2.33**). Cette erreur a pour effet d'adoucir les formes des angles concaves. Lorsque les angles présents dans le modèle STL proviennent de surfaces courbes, la courbure de la réalisation s'approche plus de la forme d'origine que ne l'est le STL, mais en augmentant le volume d'erreur. L'erreur supplémentaire commise est de l'ordre de l'erreur de corde employée pour le maillage STL (voir **Figure 2.34**).

¹ Ici, le critère représentant l'erreur commise repose sur l'aire de la zone inaccessible.

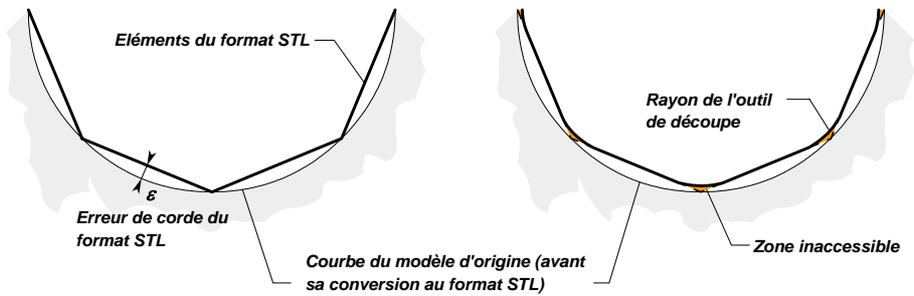


Figure 2.34. Comparaison entre l'erreur commise lors de la conversion des surfaces au format STL et celle liée au rayon de l'outil

Il est évident que, lorsque le maillage provient d'un modèle de courbure régulière (comme c'est le cas sur la **Figure 2.34**), la zone inaccessible locale représente obligatoirement une erreur de corde inférieure à celle qui a servi à générer le maillage, sinon, ce serait une erreur globale. Cela montre que, pour les angles concaves dans les parties courbes, les zones localement inaccessibles entraînent une erreur moindre que celle liée à la création du maillage. Par contre, lorsque les angles concaves représentent de réelles arêtes vives sur le modèle d'origine¹, l'erreur commise par le rayon de l'outil est préjudiciable à la courbure de la réalisation, car elle va lisser cette forme, au lieu de conserver l'angle vif.

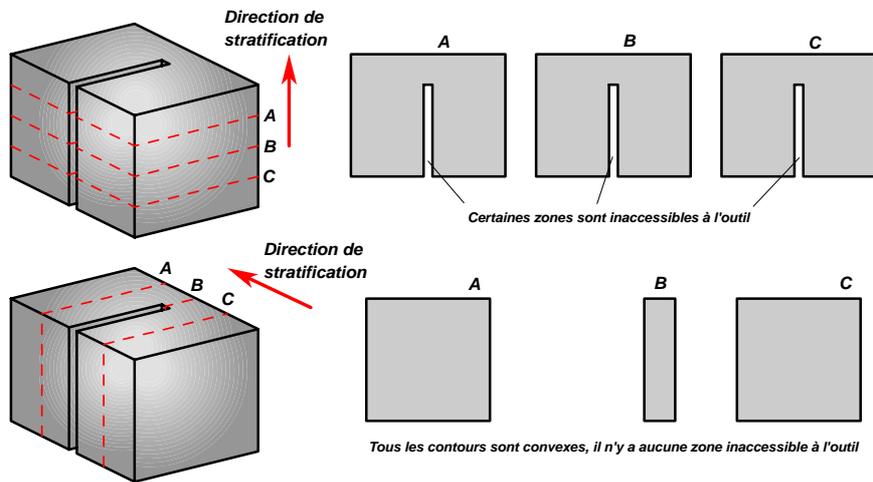


Figure 2.35. La présence des zones inaccessibles dépend de la direction de tranchage

¹ Il est fait allusion ici au modèle avant qu'il ne soit converti au format STL.

Les zones globalement inaccessibles représentent des erreurs généralement beaucoup plus importantes que les erreurs locales. Elles surviennent, lorsque le rayon de courbure du modèle originel est inférieure à celle de l'outil et, d'une façon plus générale, lorsqu'un détail concave est de plus petite dimension que l'outil. Toutefois, il est possible que selon certaines directions de tranchage, ces détails n'entraînent pas de zones inaccessibles (voir *Figure 2.35*).

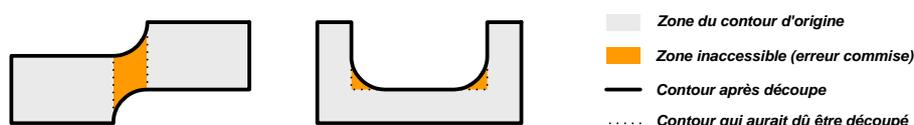


Figure 2.36. Erreurs commises lors de la découpe des contours

La *Figure 2.36* illustre les deux principales erreurs commises lors de la découpe des contours : une erreur globale (à gauche), où l'outil ne peut accéder à un détail entre les deux parties non-connexes du contour, et un angle vif qui est arrondi (à droite). Dans tous les cas, la dimension de l'outil est responsable de l'erreur commise, ce qui montre que la précision de la découpe résulte du choix de l'outil (et, plus particulièrement, de son rayon). Ce lien peut être étendu : la précision de la découpe doit être proche des autres précisions, comme celle de la stratification. Il semble peu intéressant de stratifier grossièrement pour ensuite découper les contours avec une grande précision¹.

Bien que la précision de la découpe et la taille de fraise soient intimement liées, ce lien dépend des contours eux-mêmes. Si tous les contours sont convexes, la taille de l'outil est sans importance, il n'y aura aucune imprécision dans la découpe, alors qu'au contraire, il existera un rayon d'outil critique pour pouvoir découper des contours dotés de petits détails concaves. C'est ainsi que les diagrammes de Voronoï des contours peuvent être un précieux indicateur en permettant de déterminer les rayons d'outil critiques.

2.4.5. La découpe des œuvres d'art

Selon le type du modèle, artistique ou mécanique, les erreurs et les défauts engendrés par la découpe n'ont pas le même impact sur le résultat final.

¹ Mais l'expérience montre qu'il est fréquent de stratifier et de découper à des précisions très différentes, généralement pour des raisons subjectives, car bien souvent, l'utilisateur ne recherche pas la même précision sur l'ensemble du modèle et accorde beaucoup plus d'importance à certaines surfaces.

Les retouches et finitions ont un impact désastreux sur le respect des cotations, si bien qu'elles se limitent au strict nécessaire pour les pièces mécaniques, alors que, les pièces artistiques sont généralement achevées par d'importantes retouches et finitions, car l'apparence prime sur le respect des cotations.

Les arêtes vives sont également moins fréquentes dans les modèles artistiques que dans les pièces mécaniques, ainsi, lorsque les rayons d'outil lissent certaines formes des contours d'un modèle artistique, l'erreur commise porte beaucoup moins à conséquence.

Par contre, sur les pièces mécaniques, il est bien plus fréquent de pouvoir choisir une direction de tranchage permettant de réduire les zones inaccessibles à l'outil que sur les œuvres d'art. En effet, les modèles artistiques sont souvent dotés de nombreux détails concaves disposés irrégulièrement sur le modèle et de formes quelconques. Un nombre important et une disposition irrégulière de ces détails font qu'il devient peu probable de pouvoir trouver une direction permettant de ne pas créer de zone inaccessible à la découpe ; et lorsqu'un détail concave est de forme quelconque, il ne présente aucune direction privilégiée pour sa stratification, si bien qu'il n'existe pas (ou rarement) de direction de tranchage permettant d'éviter la création d'une zone inaccessible.

C'est ainsi que, pour un modèle artistique, le choix de l'outil détermine de façon assez simple quel est le plus petit détail réalisable. Dans ce cas, et dès lors que le temps de découpe n'est pas le facteur le plus important, le choix d'un outil de découpe de petites dimensions s'impose, ce qui permet une découpe précise et limite les finitions.

2.5. L'usinage

L'usinage consiste à découper les strates selon les parcours définis précédemment. Le choix des paramètres d'usinage va influencer sur la qualité et les temps de la découpe. Chaque matériau, couplé au choix de l'outil, impose ses paramètres d'usinage, et compte tenu des capacités de la machine, ceux-ci pourront être respectés ou non. C'est ainsi qu'un outil inadapté (selon son type ou sa forme), des mauvais paramètres d'usinage (vitesse d'avance de l'outil, fréquence de rotation), ou une machine inadaptée (fréquence de rotation ou d'avance limitée, puissance insuffisante) donneront lieu à une découpe de mauvaise qualité (arrachement au lieu d'une coupe), voire à la rupture de l'outil.

Si l'outil employé est de faible diamètre, les temps d'usinage s'en ressentent grandement, car un petit outil ne peut pas découper des volumes de matière trop importants, ce qui oblige à découper les contours en plusieurs passes.

72 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

Il est encore une source d'imprécision à prendre en compte lors de la découpe : les erreurs commises par le procédé de découpe : c'est l'ensemble des erreurs propres au matériau, à l'outil, à la commande numérique, aux mécanismes de la machine et à l'environnement de la découpe. Les origines de ces erreurs sont très variées, l'ordre de grandeur de chacune varie considérablement selon les paramètres et le matériel employé. De la maîtrise de ces erreurs dépend la précision de la découpe, mais cette maîtrise implique nécessairement des coûts supplémentaires.

Comme il est possible de profiter de la grande variété de machines de découpe disponibles sur le marché, il est impossible de quantifier cette erreur de façon stricte. Mais une machine de Stratoconception® standard permet d'obtenir généralement une précision de l'ordre de 0,1mm, ce qui est en accord avec l'emploi de matériaux tendres et les précisions de stratification usuelles. C'est également une précision correcte pour la réalisation d'œuvres d'art, compte tenu de l'importance des opérations de finition pour de telles pièces et pour les matériaux employés. Les machines destinées à des matériaux plus durs et à l'outillage fonctionnent à de meilleures précisions, mais à un coût plus important.

2.6. L'assemblage et la finition

L'assemblage est une opération manuelle en Stratoconception®, les tranches obtenues suite à l'usinage sont assemblées sur des inserts et collées. Il existe de nombreuses autres façons de maintenir les strates les unes aux autres, comme le brasage, le vissage ou la soudure, mais dans le cas des œuvres d'art, les tranches sont généralement collées.

Pour positionner les strates les unes par rapport aux autres, il existe plusieurs méthodes décrites dans les sections suivantes, mais le choix de la technique employée n'a pas réellement d'incidence sur la réalisation d'œuvres d'art.

L'assemblage de deux strates peut être une source d'imprécision importante : la tolérance de la planéité des surfaces, l'ajout de colle ou de tout autre élément d'assemblage, et les modifications du matériau liées aux conditions extérieures (comme l'hygrométrie pour les bois ou la température pour les métaux) sont autant d'incertitudes géométriques supplémentaires apportées au modèle final. Ces imprécisions se cumulent selon l'axe de la direction de tranchage, mais pas selon les autres axes : c'est ainsi que l'erreur commise est bien plus importante selon l'axe Z.

La finition des pièces est également une étape commune à la majorité des procédés. Dans le cas de Stratoconception®, elle consiste surtout à ébavurer les pièces après l'usinage (ce qui dépend principalement des conditions de coupe choisies par l'utilisateur et de la matière usinée), à polir et vernir la pièce, ou enlever

les surplus de matière laissés par une stratification grossière ou un outil de grand diamètre.

2.6.1. Les inserts

Les inserts sont des guides qui vont traverser chaque strate pour permettre de positionner les strates les unes par rapport aux autres (voir *Figure 2.37*). Ils sont généralement de forme cylindrique, mais il est possible de choisir des formes variées, selon le besoin (voir *Figure 2.38*).

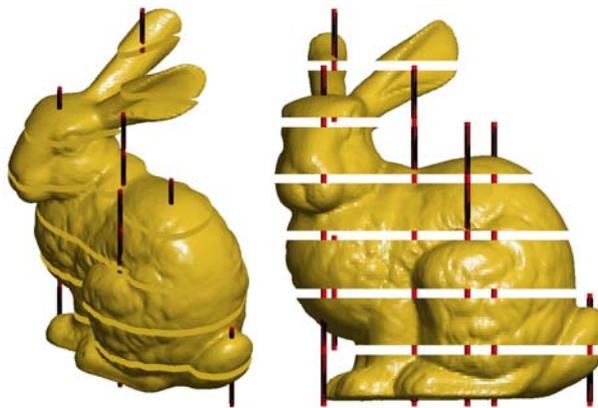


Figure 2.37. Placement des inserts pour assembler les strates

Le placement, la forme ou les dimensions des inserts et de leur logement ont un impact très important sur le comportement de la pièce face aux sollicitations mécaniques, particulièrement les contraintes de cisaillement selon les plans perpendiculaires aux axes des inserts, et une incidence certaine sur la précision du positionnement des strates [PELAINGRE, 2005]. Mais ces considérations ne concernent pas la réalisation d'œuvres d'art, car contraintes mécaniques et tolérances dimensionnelles sont des notions plutôt réservées aux pièces fonctionnelles, donc éloignées de ce sujet d'étude.

Les inserts sont le moyen le plus couramment utilisé permettant d'assembler les strates entre elles. Ce sont des guides sur lesquels les strates vont pouvoir coulisser afin d'être empilées. Ils nécessitent un perçage des strates lors de leur découpe afin de créer un logement dans lequel se logera l'insert. Généralement, les inserts et leurs logements sont de forme cylindrique, mais il est possible d'employer des inserts et des logements dont la section est de forme autre que circulaire (rectangulaire,

74 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

oblongue, voir **Figure 2.38**), voire utiliser un logement de forme différente de celle de l'insert. Les inserts et les logements de formes variées sont particulièrement utiles lorsque l'on veut maîtriser les degrés de liberté d'un assemblage des strates tout en étant libre du nombre d'inserts employés, et ainsi utiliser peu ou, au contraire, un grand nombre d'inserts.

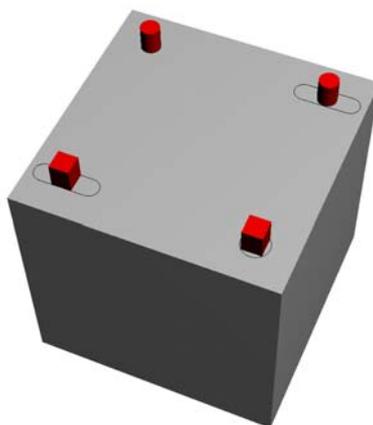


Figure 2.38. *Différentes formes d'inserts et de logements*

Lors de la réalisation d'un modèle artistique, il est souvent préférable, pour une raison esthétique, que les inserts n'apparaissent pas à l'extérieur de la pièce. Les solutions sont multiples : ne pas percer intégralement le logement de l'insert lors d'une découpe recto-verso, découper des éléments pour boucher le logement ou, simplement, de ne pas effectuer de perçage sur les dernières strates et de placer les dernières strates sans l'aide des inserts.

2.6.2. Les pontets

Les pontets sont une alternative aux inserts. Il s'agit d'attaches qui sont ajoutées aux strates et dans lesquelles seront ajoutés les inserts (voir **Figure 2.39**). Ainsi, les inserts ne sont pas placés dans la pièce, mais dans des éléments rattachés à la pièce. De ce fait, après avoir lié les strates les unes aux autres, il est nécessaire de détacher les pontets lors de la finition.

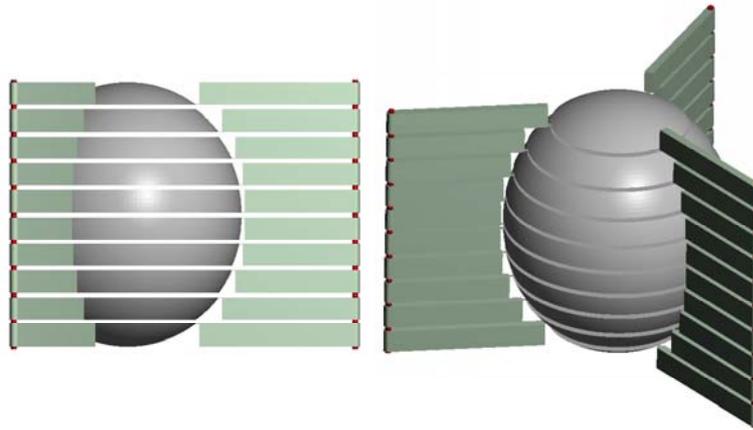


Figure 2.39. Exemples de pontets

Les pontets permettent d'éviter de placer un logement d'insert au sein des strates, ce qui peut s'avérer très utile avec les strates de petites dimensions où l'insert occuperait une place trop importante (voir *Figure 2.40*) ou avec les strates à parois minces où il est impossible de placer un insert (voir *Figure 4.3*). Il est intéressant de combiner l'utilisation des inserts et des pontets selon les parties du modèle à maintenir. Une fois encore, le choix d'un insert ou d'un pontet, leurs dimensions, leur nombre et leur localisation repose en partie sur des critères subjectifs et limite une éventuelle automatisation de leur placement.

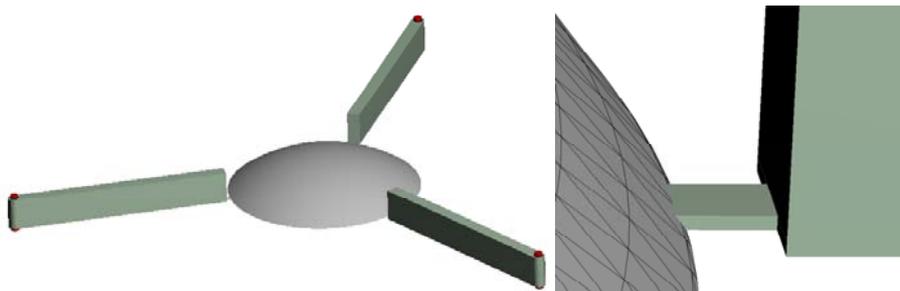


Figure 2.40. Emploi des pontets sur une strate fine (à gauche). Détail de l'attache de pontet (à droite).

2.6.3. L'emboîtement

L'emboîtement est une alternative aux inserts et aux pontets. Les strates sont découpées de façon à ce qu'elles puissent s'encastrer en partie dans les strates avec lesquelles elles sont en contact (voir **Figure 2.41**). [BARLIER, 2002b]

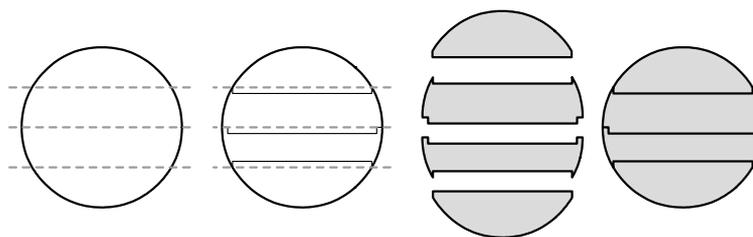


Figure 2.41. Principe de l'emboîtement de strates

L'emboîtement offre une bien meilleure facilité de mise en œuvre et une plus grande rapidité d'assemblage qu'avec les autres solutions. Compte tenu de l'imbrication des pièces les unes dans les autres, la tenue mécanique aux cisaillements¹ est bien meilleure. Les surfaces en contact étant plus grandes lors d'un emboîtement que lors d'un simple contact plan, les colles peuvent être employées avec une plus grande efficacité pour fixer les strates les unes aux autres.

Par contre, la création des surfaces d'emboîtement est une opération délicate, car la forme la plus adaptée à l'emboîtement varie selon la pente du modèle à hauteur de la jonction des strates. La **Figure 2.42** illustre ces difficultés : les parois horizontales sont propices à ce que la forme d'emboîtement soit le prolongement de la strate, alors qu'il est préférable d'employer une forme d'emboîtement plus réduite que le contour de la strate avec les parois verticales.

La difficulté se résume à éviter la création de parties fragiles sur la strate. Il est à noter que des strates réalisées sans emboîtement génèrent, elles aussi, des parties fragiles sur les parois horizontales du modèle (partie gauche de la **Figure 2.42**) ; employer un emboîtement peut permettre d'éviter la création de parties fragiles et en justifier l'emploi. Il est possible que la pente du modèle à hauteur de la jonction de deux strates soit, selon le côté, verticale ou horizontale, et donc requérir un emboîtement différent (voir **Figure 2.43**, à gauche).

¹ La direction de traction correspond à la direction de l'empilement des strates.

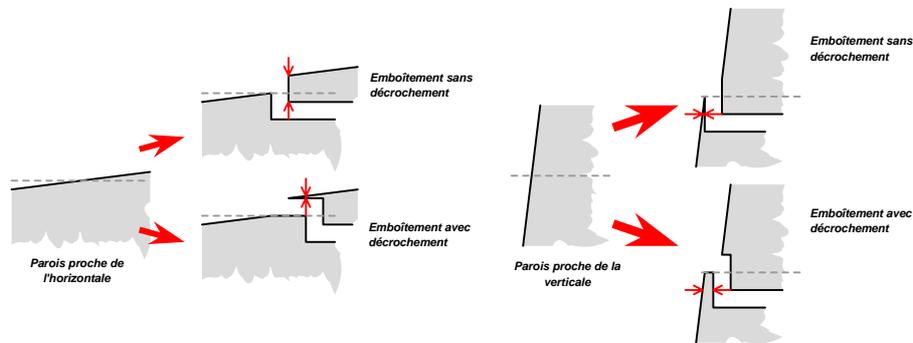


Figure 2.42. *Parois horizontales et verticales lors d'un emboîtement*

Une solution à envisager est de créer des surfaces d'emboîtement normales aux parois du modèle (voir **Figure 2.43**, à droite) (voir les brevets dans [BARLIER, 2002b]). Cette dernière solution est plus difficile à mettre en œuvre, car une surface d'emboîtement orthogonale à la surface du modèle en tout point du contour peut être de forme impossible à réaliser, ce qui suppose de créer une surface d'emboîtement dont l'orthogonalité au modèle est approchée.

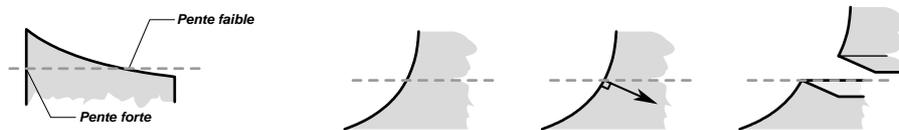


Figure 2.43. *Modèle de pente forte et faible à même hauteur (à gauche) et surface d'emboîtement normale à la parois (à droite)*

Bien que l'emboîtement présente de multiples avantages, ils ne sont pas propres à la réalisation d'œuvres d'art et les concernent peu, excepté l'économie des inserts, qui permet d'éviter de les faire apparaître à la surface de la pièce finale.

2.6.4. Fixation des strates

Les moyens de fixer les strates les unes aux autres sont nombreux et variés. La méthode la plus courante consiste en un collage des strates. La colle utilisée dépend principalement de deux paramètres : le matériau et les contraintes à endurer (température, sollicitations mécaniques, milieu environnant,...). D'autres moyens

78 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

sont utilisés, comme la brasure (pour les métaux) ou un serrage (qui permet à la pièce d'être démontée).

Cette partie du procédé est très conséquente et fait, elle aussi, l'objet de travaux de recherche et de développement (voir [PELAINGRE, 2005]), dont les enjeux sont particulièrement importants lorsque la pièce a un but fonctionnel, comme, par exemple, en outillage rapide. Mais là encore, les techniques de fixation des strates n'ont pas un impact déterminant lors de la réalisation des œuvres d'art.

2.6.5. *Finition*

La finition est un ensemble d'opérations qui consiste à ébavurer les strates après leur découpe, nettoyer et préparer les surfaces avant leur assemblage, puis, après l'assemblage, poncer les surfaces, éliminer les volumes inaccessibles, enlever les résidus du liant utilisé pour assembler les strates, supprimer les pontets et vernir ou appliquer un revêtement sur la pièce. Selon la pièce, le type de matériau et les paramètres de la découpe, de nombreuses opérations de finition peuvent être évitées. Mais si une découpe précise permet de limiter les opérations de finition, c'est en général au détriment d'une découpe beaucoup plus longue.

Les opérations de finition sont des opérations qui viennent, elles aussi, contribuer à l'erreur globale commise par le procédé. Etant des opérations manuelles, elles sont effectuées avec un respect très subjectif de la géométrie du modèle d'origine. Bien que les opérations manuelles puissent parfois réduire l'erreur commise, comme le fait d'enlever les volumes inaccessibles, elles sont en général synonymes d'une augmentation de l'erreur.

De ce fait, les opérations manuelles de finition sont particulièrement bien adaptées aux œuvres d'art, car c'est là toute la différence entre une pièce mécanique et une pièce artistique : en matière d'œuvre d'art, une erreur que l'on mesure est préférable à une erreur que l'on perçoit.

2.7. **Les paramètres**

Après la présentation des étapes du procédé de Stratoconception®, nous proposons ici une revue des paramètres les plus influents de la réalisation d'une pièce d'art.

2.7.1. *La direction de tranchage*

La direction de tranchage désigne la direction selon laquelle vont être empilées les couches qui vont constituer le modèle final. C'est un paramètre capital pour la suite de la réalisation. Selon la direction retenue, le nombre de strates va varier, l'assemblage sera plus ou moins fastidieux et surtout le volume de contre-dépouilles (zones inaccessibles pendant la découpe) pourra être nul ou au contraire prendre des proportions importantes.

Classiquement, la direction de tranchage est choisie de façon à rendre horizontales ou verticales de nombreuses surfaces du modèle. Cette méthode permet généralement de simplifier la réalisation : les surfaces orthogonales à la direction de tranchage n'ont pas besoin d'être découpées lorsqu'elles correspondent au sommet de la plaque, et les surfaces verticales peuvent être découpées en un seul contour. Il est à noter que de telles directions de tranchage correspondent, dans l'écrasante majorité des cas, aux axes du repère ; cette constatation s'explique par la façon de créer les modèles, qu'ils soient originaires d'une numérisation ou d'une conception manuelle. Par contre, s'il est fréquent de pouvoir employer cette technique avec des pièces mécaniques, il est très rare qu'une pièce artistique le permette. **C'est l'une des différences fondamentales entre la réalisation d'une pièce mécanique et artistique.**

2.7.2. *La contre-dépouille*

C'est l'une des principales sources d'erreur commise par le procédé de Stratoconception®. La présence de contre-dépouilles entraîne des volumes de matière qui devraient être enlevés durant la réalisation du modèle mais qui ne le seront pas, en raison de leur inaccessibilité : certaines parties de la pièce en masquent d'autres (voir *Figure 1.28*).

Le terme de « contre-dépouille » provient, entre-autres¹, des fondeurs, qui rencontrent des problèmes similaires lors de la réalisation de pièces par les différents procédés de fonderie (voir section 4.3.4 : « Le démoulage », p.144). L'un des principaux soucis des fondeurs est la possibilité de démouler la pièce lorsque le métal s'est solidifié dans le moule (cas de la fonderie à moule permanent), ou de démouler l'empreinte (cas de la fonderie à moule destructif) [FACY, 1992]. La possibilité de démouler une empreinte ou une pièce revient à ne pas rencontrer de partie de la pièce qui soit cachée par d'autres parties selon la direction de démoulage retenue. Les fondeurs ont développé de nombreuses techniques pour pallier ces

¹ Mais également de nombreux autres métiers rencontrant la difficulté de démouler une forme.

difficultés, les plus courantes sont l'utilisation de noyaux ou de tiroirs dans les empreintes, et des directions de démoulage sophistiquées, comme la combinaison de rotations et translations [FACY, 1992]. Toutefois, les solutions les plus audacieuses ne sont pas les plus économiques, et bien souvent, il est préférable de revoir la conception de la pièce, de choisir des formes adaptées à la fonderie, et d'employer des paramètres simples à mettre en œuvre.

La visibilité et les ombres en imagerie sont des domaines comprenant de nombreux points communs avec la contre-déouille (voir sections 4.3.2 : « Les volumes d'ombre », p.139 et 4.3.3 : « La visibilité et la suppression des surfaces cachées », p.141). Lorsqu'une zone est cachée par une autre selon une direction de visualisation ou à l'ombre d'une zone selon une direction d'éclairage, c'est une zone en contre-déouille selon la direction de tranchage correspondant à la vue ou à l'éclairage.

Toutefois, il y a une notion importante à prendre en compte avec les contre-déouilles en Stratoconception® : c'est un problème quantitatif, la présence de contre-déouille n'est pas obligatoirement inacceptable, le volume qu'elles représentent peut être négligeable, ou situé à des endroits dont se soucie peu l'utilisateur. Quantifier et visualiser les contre-déouilles sont de précieuses informations.

2.7.3. L'épaisseur des strates

Le choix de l'épaisseur de la plaque et des strates implique de nombreuses conséquences. L'épaisseur de la plaque et celle des strates ne sont que partiellement liées : s'il est impossible de réaliser des strates plus épaisses que la plaque choisie par l'utilisateur, il est toujours possible de réaliser des strates moins épaisses au moyen d'un surfaçage (voir section 2.2.4 : « Epaisseurs variables », p.52), à l'instar de l'élimination de la surépaisseur lors d'une découpe recto-verso (voir section 2.2.4 : « Epaisseurs variables », p.52).



Figure 2.44. Influence de l'épaisseur des strates sur le volume de contre-déouilles

Choisir une grande épaisseur de strate limite le nombre de tranches, ce qui simplifie l'assemblage des tranches, ce qu'apprécient généralement les utilisateurs, et diminue le nombre de plaques nécessaires à la réalisation d'un modèle, mais par contre, elle favorise l'accroissement du volume de contre-dépouille (voir **Figure 2.44**) et surtout augmente considérablement les temps d'usinage lors des découpes au moyen d'outils de petit diamètre.

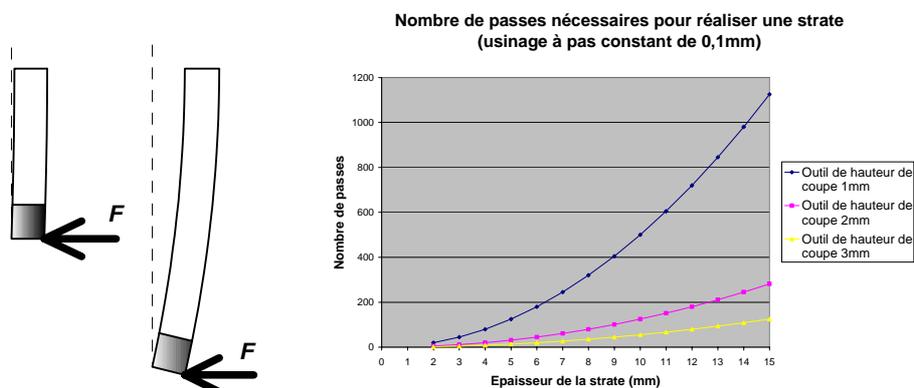


Figure 2.45. Illustration de la nécessité de limiter les efforts de coupe (donc la hauteur de coupe) selon le rapport diamètre / longueur de l'outil (à gauche) et exemple d'évolution du temps de découpe selon l'épaisseur de la strate et de la hauteur de coupe de l'outil

L'augmentation du temps d'usinage avec les outils de petit diamètre provient du fait que ces outils ne peuvent pas ôter de gros volumes de matière sans risquer la rupture. En effet, la résistance de l'outil aux efforts subits pendant la coupe dépend de sa longueur et de son diamètre, et sachant que ces efforts dépendent de la hauteur de coupe, le rapport diamètre / longueur détermine la hauteur de coupe maximale. Pour palier à cette limitation, les parcours de découpe effectués aux profondeurs les plus importantes sont réalisés en plusieurs passes, et lorsque la strate est très épaisse, un grand nombre de parcours vont devoir être réalisés en plusieurs passes, ce qui a un impact dramatique sur les temps de découpe (voir **Figure 2.45**). Toutefois, dans des matériaux extrêmement tendres, comme le polystyrène expansé, la hauteur de découpe permise est telle que l'épaisseur de la strate n'aura pas ou peu d'incidence sur les temps d'usinage.

Ainsi, l'épaisseur des strates est un compromis entre les temps d'usinage, les contre-dépouilles générées et la difficulté de l'assemblage.

2.7.4. La précision de la stratification

La précision de la stratification détermine la qualité de la découpe des strates. Initialement, la précision de la stratification était exprimée par la hauteur séparant deux passes successives dans la stratification, les hauteurs de stratification étaient alors régulièrement espacées. Mais à l'heure actuelle, la stratification n'est plus régulière, mais adaptative [DELEBECQUE, 2000], car la densité de la stratification s'adapte à la pente du modèle (voir **Figure 2.46**). La précision d'une stratification régulière ne représente que la précision selon l'axe vertical : deux contours choisis à des hauteurs presque identiques peuvent être très différents les uns des autres, comme c'est le cas sur des surfaces proches de l'horizontale, et la précision ne tient aucun compte de l'éloignement des deux contours selon les deux autres axes. Au contraire, la stratification adaptative prend en compte la pente de la courbure de la pièce, ainsi, une surface d'inclinaison proche de l'horizontale sera stratifiée avec des passes très rapprochées en hauteur, et une surface d'inclinaison presque verticale sera stratifiée à des hauteurs très différentes les unes des autres.

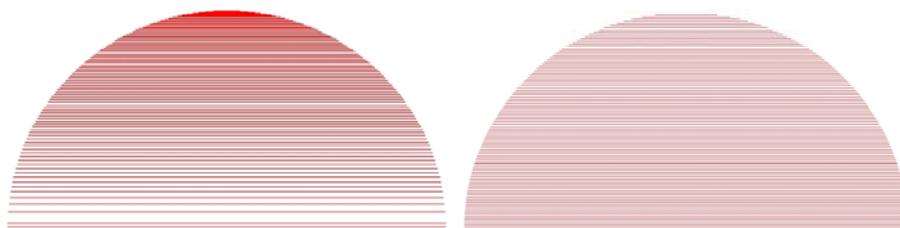


Figure 2.46. Stratification adaptative (à gauche) et stratification constante (à droite)

Le choix d'une précision de stratification est uniquement un compromis entre le temps de découpe et la qualité finale des pièces.

2.7.5. La dimension du modèle

La dimension du modèle a une influence sur sa réalisation. Chaque procédé de prototypage rapide ne convient pas à toutes les échelles de pièce. Stratoconception® convient pour des pièces de moyennes et grandes dimensions.

Si la dimension du modèle final n'a pas d'influence sur sa visualisation virtuelle, ce n'est pas le cas sur un modèle physique. En effet, si 10^5 triangles sont amplement suffisants pour représenter un modèle virtuel ou un modèle physique de 10cm x 10cm x 10cm, ils ne suffiront pas pour un modèle physique de 1m x 1m x 1m. Cela

provient de la taille des triangles du maillage : l'œil humain sera capable de percevoir les facettes du modèle physique si celles-ci atteignent des dimensions trop importantes, alors que sur le modèle virtuel, une petite pièce aura la même taille à l'écran qu'une grande pièce (il est à noter qu'un « zoom » les mettra en évidence). Ainsi, les rapports d'échelle effectués sur les modèles sont limités par la dimension physique des facettes, d'où parfois la nécessité d'un enrichissement de maillage (voir section 3.4.1 : « Enrichissement et simplification de maillage », p.111).

Si les modèles de grandes dimensions augmentent considérablement les temps de découpe, en contrepartie, ils sont réalisés de façon plus précise : les rayons d'outil sont faibles devant les dimensions du modèle et le nombre de strates sera plus important, donc les parties en contre-dépouille seront plus limitées (voir **Figure 2.44**). Ainsi, les pièces de grandes dimensions requièrent beaucoup plus de temps, mais disposent d'une précision (relative à leur échelle) bien supérieure à celle des plus petits modèles.

Chapitre 3

Les données

Le procédé de Stratoconception[®] utilise, à l'instar des autres procédés de prototypage rapide, comme format de données, le format STL. Après la présentation des fondements du format STL dans le chapitre précédent, nous proposons ici de déterminer ses avantages, ses limites et son influence sur le procédé. Ensuite, nous aborderons les particularités des modèles artistiques, pour finalement, faire une revue des opérations à envisager sur le modèle pour faciliter et améliorer une réalisation d'œuvre d'art par le procédé de Stratoconception[®].

3.1. Le format STL

3.1.1. *Caractéristiques du format STL*

Le format STL, pour **ST**ereo**L**ithography, est un standard de facto pour le prototypage rapide. Le choix de ce format a reposé sur sa simplicité d'utilisation, sa facilité de création et son universalité.

C'est une représentation surfacique d'un modèle en trois dimensions où la surface du modèle est constituée d'une mosaïque de triangles en trois dimensions que l'on appelle maillage. Cette surface est la frontière entre la partie avec matière et sans matière de l'espace : chaque triangle est orienté, un sens désigne l'extérieur du modèle, l'autre sens désigne l'intérieur du modèle. [BERNARD, 1998], [3DSYSTEMS, 1989]

Le sens des triangles est indiqué par un vecteur normal au plan défini par le triangle. Les sommets du triangle sont ordonnés selon le sens trigonométrique autour

de la normale : dans le cas de la *Figure 3.1*, les sommets sont obligatoirement ordonnés en ordre A, B, C ou B, C, A ou C, A, B pour répondre à cette règle.

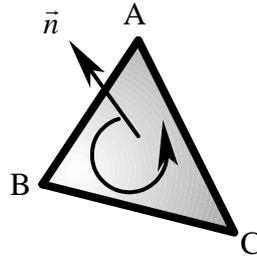


Figure 3.1. Triangle d'un fichier STL : ses sommets A, B et C et sa normale \vec{n}

La pérennité de ce format est au moins assurée pour les prochaines années, car à l'heure actuelle, la majorité des visualisations 3D et plus particulièrement les cartes graphiques sont encore basées sur les triangles. Ce qui impose à tout logiciel affichant des objets en 3D d'être capable de générer des maillages surfaciques de triangles pour pouvoir visualiser les données 3D quelles qu'elles soient, et donc, de générer un fichier STL.

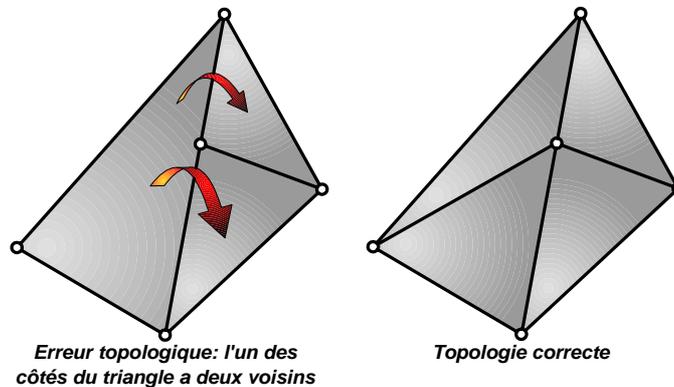


Figure 3.2. Règle de base des connexions arêtes-triangles

Les règles de constitution de ce maillage sont les règles usuelles des modèles polyédriques, c'est à dire que chaque triangle (ou face, ou encore facette) dispose d'un seul triangle voisin par côté et leurs deux côtés voisins sont rigoureusement

confondus (voir **Figure 3.2**). Ce qui, en pratique, donne les propriétés et caractéristiques suivantes : il est incorrect d'avoir des surfaces ouvertes (voir **Figure 3.3**) car cela implique des triangles sans voisin sur un de ses côtés, et il est possible d'avoir plusieurs parties non-connexes dans le même modèle (voir **Figure 3.4**).

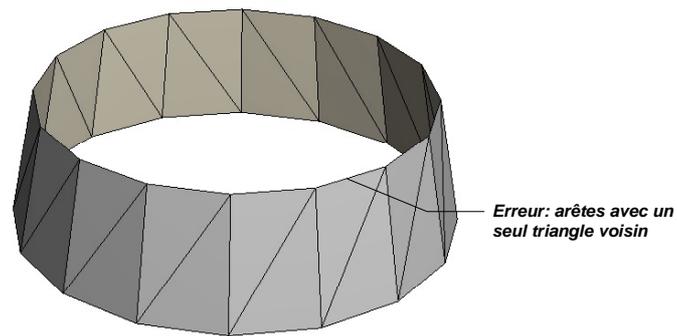


Figure 3.3. Les surfaces non-fermées sont incorrectes

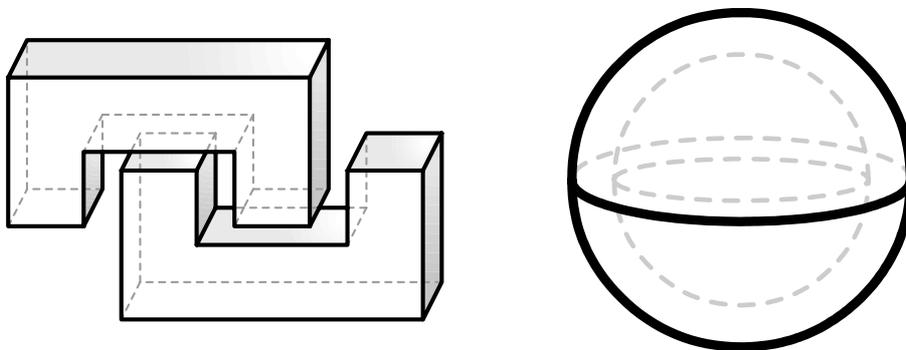


Figure 3.4. Exemple de fichiers STL constituées de plusieurs composantes connexes

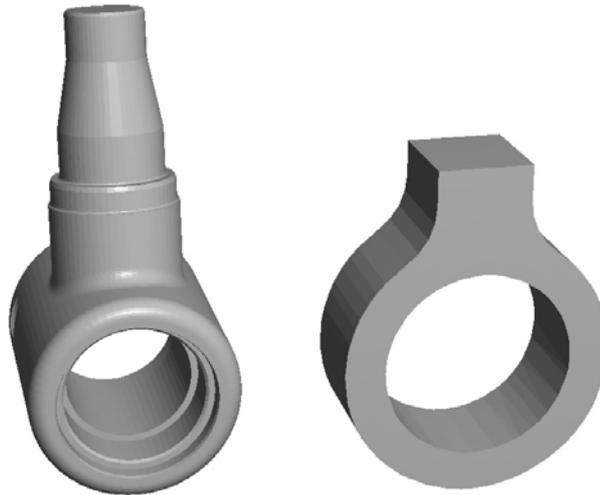


Figure 3.5. Modèles « à un trou », $T=1$

Soient F le nombre de faces (triangles), S le nombre de sommets, A le nombre d'arêtes, M le nombre de composantes non-connexes, et T le nombre de trous dans le modèle (voir **Figure 3.5** et **Figure 3.6**), un tel maillage répond à la relation d'Euler et en induit d'autres, que l'on peut résumer ainsi [BOISSONNAT, 1995][p267] :

[3.1] Relation d'Euler $F + S = A + 2M - 2T$

[3.2] $\frac{F}{2} = \frac{A}{3}$ Car chaque face est constituée de 3 arêtes et chaque arête représente la frontière entre 2 faces.

[3.3] On en déduit : $F = 2S - 4M + 4T$ (conséquence : F pair)

[3.4] On en déduit également : $A = 3S - 6M + 6T$ (conséquence : A multiple de 3)

[3.5] Nombre moyen d'arêtes incidentes à un même sommet : $6 - \frac{12(M-T)}{S}$

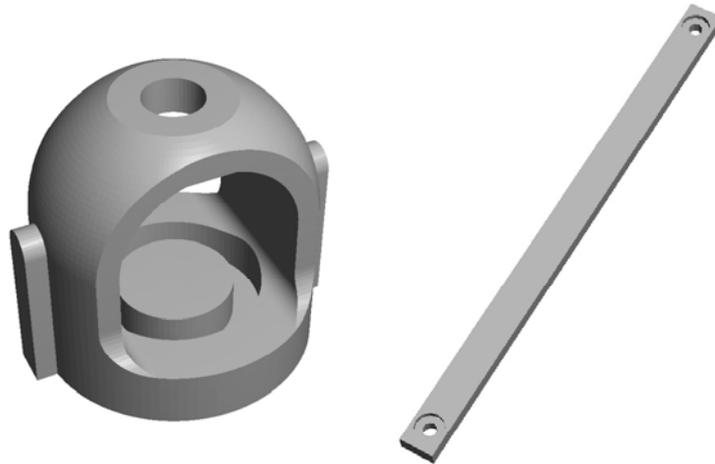


Figure 3.6. Modèles « à deux trous », $T=2$

Dans un fichier STL, chaque triangle est décrit indépendamment, sans aucune relation de voisinage, de notion d'arête ou de sommet. C'est l'un des inconvénients de ce format : toutes les informations topologiques du modèle sont perdues. Cet inconvénient est mineur, car la reconstruction de ces informations peut se faire en une opération dont la principale complexité est un tri des éléments, soit une opération $O(n \log(n))$.

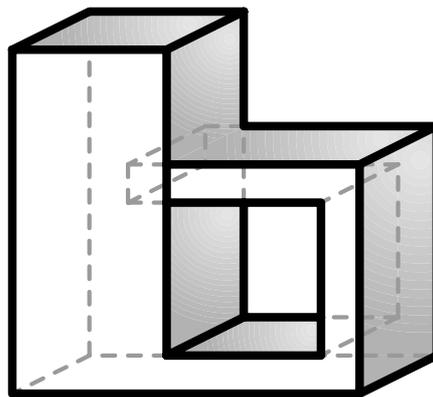


Figure 3.7. Intersection géométrique dans un modèle STL de topologie correcte

De plus, il est possible que le fichier STL, tout en disposant d'une topologie correcte, comporte des intersections d'éléments, qui sont des erreurs géométriques (voir *Figure 3.7*). Ce cas sera traité plus en détail dans une partie suivante (voir section 3.2.3 : « Défauts », p.98).

3.1.2. *STL originaire d'un modelleur*

Lorsqu'un fichier STL provient d'un modelleur, les triangles qui le constituent ont été créés par un maillage des surfaces ou des volumes définis de façon exacte. Si le maillage STL est une modélisation approchée, la définition du modèle original ne contient théoriquement aucune approximation.

De ce fait, la génération du maillage polyédrique propre au format STL est triviale. Il est aisé de maîtriser tous les principaux paramètres de génération du maillage, à savoir l'erreur de corde et la méthode de discrétisation du modèle. L'erreur de corde représente la distance maximale entre le modèle polyédrique et le modèle exact. La méthode de discrétisation peut se résumer à quelques contraintes supplémentaires retenues par l'utilisateur afin d'obtenir un maillage répondant à des critères bien précis, comme, par exemple, lors d'un calcul de structure où les triangles devront être « les plus équilatéraux possible » ou encore certains éléments se verront imposer une discrétisation minimale.

Il existe deux grandes familles de définition des modèles : les modèles surfaciques, qui sont définis par l'ensemble des surfaces délimitant la pièce, et les modèles volumiques, définis par un assemblage de volumes élémentaires. A l'heure actuelle, de nombreux modelleurs combinent ces deux familles pour représenter un même modèle, que l'on appelle modèle hybride. L'origine surfacique ou volumique du fichier STL ne se fait pas réellement ressentir, excepté lorsque le fichier STL présente des défauts, car les deux familles génèrent des défauts différents.

Sur les fichiers STL originaires d'un modèle surfacique, il est très courant d'obtenir des surfaces non raccordées ou mal raccordées. Différentes surfaces qui constituent le modèle sont indépendantes ou sont en contact autrement que par leurs bords. Cela se traduit par de nombreux triangles sans voisins et de nombreuses intersections le long des bords des surfaces. Les autres défauts les plus courants sont des surfaces superposées et des surfaces inversées.

Les fichiers STL originaires d'un modèle volumique sont généralement plus corrects, la principale erreur commise étant des éléments disjoints par oubli d'une opération booléenne entre ces éléments. Cela se traduit par un modèle constitué de plusieurs parties non-connexes et des triangles intersectés.

Une autre particularité des modèles originaires d'un modelleur est la présence d'arêtes vives clairement définies et de nombreuses parties correspondant à des géométries simples comme des plans, des révolutions, des surfaces réglées, des surfaces paramétrées ou des extrusions. Ainsi, ces modèles présentent des propriétés telles que des symétries, des rayons de courbure identiques, ou des lignes génératrices.

3.1.3. STL originaire d'une numérisation

3.1.3.1. Les principaux procédés de numérisation

Il existe une grande variété de moyens de numérisation, mais les différents moyens importent peu, leur influence sur les fichiers STL résultants est négligeable, seules la précision et la densité des données 3D varient selon la méthode utilisée. Par contre, selon les dimensions, la consistance, la fragilité et la surface de l'objet à numériser, ou encore, la précision recherchée et les temps de traitement envisageables, différentes méthodes s'imposent. Il est possible de classer ses méthodes en quatre familles : les systèmes par palpation, triangulation, télémétrie et méthodes passives [GOULETTE, 2003] et [GALLICE, 2002].

Les systèmes de numérisation par palpation se définissent comme la mise en contact ou l'approche de la surface par une tête de mesure. On peut distinguer comme variantes le palpation mécanique et le palpation proximétrique, l'ordre de grandeur de la gamme de distances s'échelonne de 1nm à 1m.



Figure 3.8. Exemple de numérisation par triangulation active : numérisation par laser du David de Michel-Ange lors du Digital Michelangelo Project [LEVOY, 2000]

92 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

Les systèmes de numérisation par triangulation sont basés sur des méthodes utilisant au moins deux lieux différents d'émission ou d'observation d'information. On peut distinguer comme variantes la stéréovision et photogrammétrie (méthodes passives) et la projection de lumière (méthode active, voir *Figure 3.8*), la gamme des mesures est de l'ordre de 10cm à 100m.

Les systèmes de numérisation par télémétrie se définissent comme la mesure de distance dans la direction d'émission d'une onde acoustique ou électromagnétique. Il existe différentes variantes, les plus courantes étant la télémétrie par temps de vol (0,1m à 300m) et la télémétrie par analyse de front d'onde.

Les systèmes de numérisation par méthodes optiques passives sont basés sur l'utilisation de simples images 2D pour obtenir des informations 3D. Les variantes sont très nombreuses, on peut citer les méthodes de « shape-from-silhouette », « shape-from-shading », « depth-from-focus », « défocalisation », « shape-from-motion », « shape-from-texture », ... pour des gammes de distance de 1cm à 1m.

Il existe encore une autre méthode de numérisation, destinée aux surfaces internes : la tomographie à rayons X, dont le principe est le même que la tomographie en milieu médical, si ce n'est qu'il emploie des rayons X très puissants pour traverser du métal.

Tous ces moyens de numérisation fournissent le même type de données 3D : des nuages de points. Les nuages de points sont simplement une liste de coordonnées 3D, ils nécessitent une fastidieuse étape de reconstruction avant d'être exploitables comme fichiers STL. Deux techniques sont employées généralement pour constituer les fichiers STL : créer directement les triangles en utilisant les points du nuage comme sommets des triangles, ou créer des surfaces à partir des points pour ensuite générer un maillage STL de ces surfaces. Toutefois, quel que soit la technique employée, il est préférable de requérir à un traitement des données afin d'éliminer les bruits propres à toute mesure physique. Ainsi, différents filtres sont appliqués au nuage de points et les surfaces construites sur les points sont plaquées avec une tolérance.

Le nombre de points générés par une numérisation est bien souvent considérable, car la précision de la numérisation dépend de la densité de points et des formes à numériser. C'est ainsi qu'une numérisation nécessite une forte densité de points, car la forme d'une partie de la pièce l'impose, mais c'est l'ensemble de la pièce qui va être numérisée avec une telle densité, générant de nombreux points. A titre d'exemple, une pièce de 10cmx10cmx10cm est communément réalisée à une précision de 0,1mm en prototypage rapide : si la « grille » qui va numériser cet objet emploie une précision similaire, elle comportera 1000points x 1000 points soit 10^6 points (10cmx10cm à raison d'un point tous les 0,1mm), alors que pour la même

précision et les mêmes dimensions, un fichier provenant de la CAO générera plutôt 10^4 à 10^5 points. Inversement, certaines numérisations, comme les numérisations par contact, génèrent trop peu de points ; généralement, pour remédier à ce problème, une opération d'enrichissement de maillage s'impose (voir section 3.4.1 : « Enrichissement et simplification de maillage », p.111).

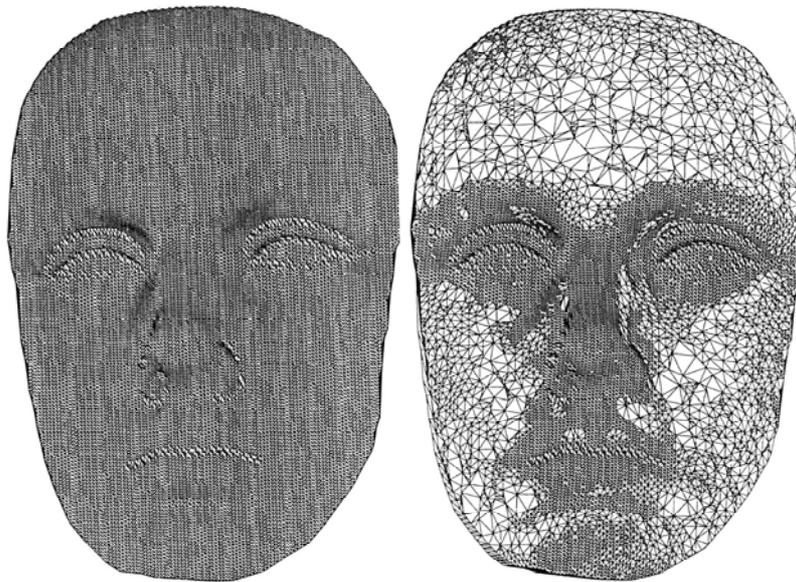


Figure 3.9. Génération d'un fichier STL avec une densité de points variable [CHEN, 1999]

C'est pourquoi, devant un tel volume de données, l'opération de filtrage des points est souvent couplée à une décimation des points. Cette décimation n'est généralement pas arbitraire, car sur un modèle, toutes les zones ne demandent pas la même densité de points pour une précision donnée : les surfaces planes n'ont besoin que de très peu de points pour être représentées, alors que les zones où le rayon de courbure est faible, typiquement celles qui comprennent de petits détails, vont nécessiter beaucoup de points pour conserver une géométrie proche de celle d'origine (voir **Figure 3.9**).

3.1.3.2. Caractéristiques des fichiers STL provenant d'une numérisation

Les fichiers issus d'une numérisation présentent parfois des défauts qui leurs sont caractéristiques.

L'aspect « peau d'orange » des surfaces, c'est à dire irrégulier, avec beaucoup d'aspérités, provient du bruit de la mesure et d'un manque de lissage par un filtre approprié.

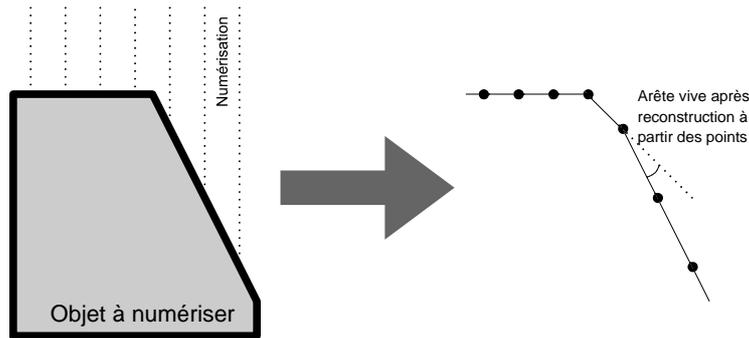


Figure 3.10. Numérisation d'une arête vive

L'absence de réelles arêtes vives, laissant place à des arêtes avec un faible rayon de courbure, est un défaut classique de la numérisation. L'angle le plus obtus entre deux surfaces de la pièce d'origine dépend de la précision de la numérisation (et donc de l'écart entre deux points successifs, voir *Figure 3.10*). Ce défaut peut être également aggravé par un lissage excessif ou inadapté, par contre, une reconstruction de surfaces sur le nuage de points peut permettre de générer correctement des arêtes vives dans le fichier STL.

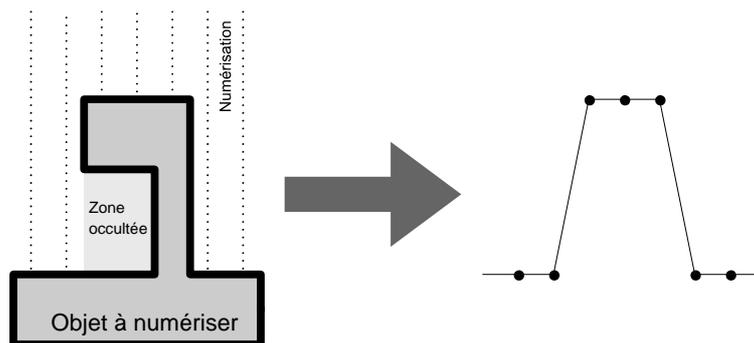


Figure 3.11. Numérisation d'un objet avec des parties cachées

Avec de nombreux procédés de numérisation, la visibilité pose problème : certaines parties de la pièce sont occultées et n'apparaîtront jamais dans le fichier STL (voir *Figure 3.11*). Ce problème s'avère similaire à celui des contre-dépouilles en Stratoconception® (voir *Figure 1.28* et section 2.7.2 : « La contre-dépouille », p.79). Habituellement, ce genre de difficulté est résolu en réalisant le nuage de points en plusieurs points de vue, mais ce n'est pas systématique.

Proches du défaut de visibilité, les trous sont souvent générés par un état de surface de la pièce différent localement, rendant la zone « invisible » pour l'instrument de mesure (dans ce cas, il s'agit généralement d'un laser) et créant un trou dans les mesures.

Lors d'une reconstruction de surfaces sur un nuage de points, il est fréquent que des surfaces soient repliées, non-jointes ou superposées, et ces défauts se retrouveront inmanquablement dans le fichier STL sous la forme de triangles superposés, mal orientés ou sans voisins.

Tous les défauts présentés ici ne sont pas une fatalité, il existe des outils appropriés pour corriger chacun d'entre eux, ou une façon de procéder qui permettra de les éviter. Mais, faute de temps, d'outil adéquat, de moyens ou de savoir-faire, ces défauts font régulièrement leur apparition dans les fichiers STL, c'est pourquoi il faut tenir compte d'eux en prototypage rapide.

3.2. Influences des données d'entrée

3.2.1. Discrétisation

Le format STL, à l'instar de toutes les définitions numériques, se permet des écarts avec le modèle réel ou théorique. Dans le cas des fichiers STL, cette erreur est inévitable dès que le modèle présente des surfaces non-planes, étant donné qu'il est constitué d'éléments du premier ordre. Il existe de nombreux types de définitions numériques constitués d'éléments d'ordres supérieurs, tels que des NURBS ou des quadriques, qui permettent ainsi de rester fidèle au modèle exact dans un plus grand nombre de cas, et de se contenter d'un nombre d'éléments bien plus restreint qu'avec un format STL pour une précision équivalente.

L'erreur de corde est un paramètre permettant de représenter l'écart entre le modèle numérique et le modèle exact : c'est la distance maximale qui existe entre le modèle théorique et sa définition numérique (voir *Figure 3.12*). De ce fait, l'erreur de corde correspond à la tolérance en mécanique : l'erreur commise en numérique est ainsi directement prise en compte dans la chaîne numérique jusqu'aux étapes de réalisation du modèle.

De l'erreur de corde dépend directement le nombre de triangles nécessaires pour représenter le modèle : lorsque l'erreur de corde est faible, le fichier STL va contenir une grande quantité de triangles, et inversement. Ces deux paramètres, à savoir l'erreur de corde et le nombre de triangles sont directement liés.

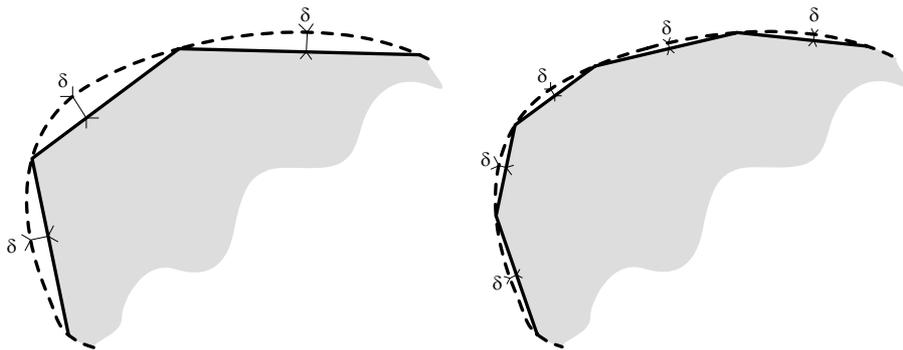


Figure 3.12. Erreur de corde δ : la surface de gauche est maillée avec une erreur de corde plus importante que celle de droite.

L'erreur de corde est, de ce fait, un paramètre à manipuler avec précaution, il est aisé de discrétiser un modèle en une myriade de triangles et de créer un volume de données beaucoup trop important pour les moyens à disposition, algorithmes ou matériels, en raison d'un choix d'erreur de corde malencontreux. Les difficultés et les solutions à ce genre de problème sont abordés dans la section suivante.

3.2.2. Volume de données

Ce paramètre est très important, car, c'est lui qui va déterminer quels algorithmes sont envisageables, compte tenu de leur complexité, du temps et du matériel à disposition.

En ce qui concerne les temps de calculs, il faut savoir qu'en prototypage rapide, il convient généralement de parler de quelques heures de fonctionnement des machines, et donc, des temps de pré-traitement raisonnables ne peuvent dépasser quelques minutes. Ce qui se traduit, en pratique, avec les fichiers habituels avec lesquels travaillent les utilisateurs de prototypage rapide par des algorithmes de complexité quasi-quadratique dans le pire des cas.

Mais il faut savoir que les volumes de données actuels sont encore loin de permettre une erreur de corde négligeable devant les tolérances mécaniques. A cette

date, les fichiers STL les plus volumineux communément employés en Stratoconception® comprennent un nombre de triangles de l'ordre de 10^6 (il s'agit là d'une constatation¹ très approximative, mais ces valeurs demeurent intéressantes). Ainsi, pour une pièce de petites dimensions, soit 100mmx100mm, la surface correspondant à un cube de cette dimension est de $3,6.10^5\text{mm}^2$, soit $0,36\text{mm}^2$ par triangle pour 10^6 triangles ; ce qui fait, pour un triangle équilatéral, des côtés de 0,912mm ; cette valeur est déjà très importante, voire trop importante pour permettre une erreur de corde négligeable devant les 0,1mm de précision annoncés par la plupart des procédés. Bien entendu, ces valeurs sont très approximatives, d'autant plus que les modèles peuvent être constitués de surfaces planes ou de faibles courbures, où l'erreur de corde est nulle ou faible devant les dimensions des triangles, mais pour des zones constituées de surfaces aux faibles rayons de courbure, il devient difficile d'offrir une précision proche de celle de la partie mécanique du procédé. Dans le cas d'une pièce de grande dimension, soit 1000mmx1000mm, il devient impensable que l'erreur de corde, étant donné la dimension moyenne d'un triangle (9,12mm), puisse rivaliser avec la précision du procédé, et c'est le fichier STL qui va commettre la pire erreur lors de la réalisation de la pièce. Le problème est exactement le même avec un fichier originaire d'une numérisation, l'erreur de corde est remplacée par la densité de la prise de mesure.

On peut renverser le problème, à savoir quel nombre de triangles requiert un fichier STL d'un modèle de grandes dimensions (1000mmx1000mm) afin de rendre des détails de 0,1mm. En faisant les mêmes approximations que précédemment, on obtient une réponse impressionnante : $1,4.10^9$ triangles. Ce nombre est très éloigné des actuels nombres de triangles que l'on trouve dans les fichiers STL (10^4 pour les plus petits, 10^5 en général, et 10^6 pour les plus massifs), mais proche de ceux des fichiers générés par l'équipe du *Digital Michelangelo Project* [LEVOY, 2000], et si ces volumes de données sont encore envisageables sur du matériel adapté, il n'en est pas de même avec celui des humbles stations de prototypage rapide, dont le but est de faire gagner temps et argent face aux moyens de production classiques.

Comme on peut le constater, l'évolution du matériel informatique dans les années à venir ne profitera pas aux temps de calcul, mais plutôt au volume des données, qui est encore bien loin de satisfaire la précision des procédés pour n'importe quelle pièce. Une alternative serait d'employer un format de données d'ordre supérieur, qui permettrait de réduire considérablement le nombre de données en conservant la précision, mais la simplicité et l'universalité d'un tel format ne serait peut être plus aussi appréciable que l'actuel STL.

Le format STL n'est pas un exemple en matière de compacité, car entre données redondantes et données inutiles, ce format s'offre le luxe d'occuper 50 octets par

¹ Constatation provenant des différents projets réalisés par le CIRTES (<http://www.cirtes.fr/>)

triangle, soit approximativement 5Mo pour un classique fichier de 10^5 triangles et 80Go pour *Le David* du *Digital Michelangelo Project* (8.10^9 triangles). Il est aisé de le convertir en un format indexé et plus compact [ZHANG, 2003], mais ce n'est pas une nécessité, les fichiers demeurent d'une taille parfaitement manipulable sur des ordinateurs standards, comme ceux qui équipent les stations de Stratoconception®.

Face à ce genre de difficultés, il est alors possible d'employer des outils de simplification de maillage pour limiter le nombre de triangles, au détriment de la précision de la définition du modèle. Il existe une alternative à ce genre de situation, qui est d'employer, pour les algorithmes les plus sensibles au volume de données, un maillage simplifié et de conserver le modèle complet dans les autres cas.

3.2.3. Défauts

Les modèles ne sont pas toujours exempts d'erreurs, et il faut malheureusement compter avec elles pour la réalisation. Il existe deux façons de traiter avec les erreurs des modèles : la première est de les détecter, pour ensuite les corriger, voire de recréer un nouveau modèle, et la seconde est de les ignorer, en employant des algorithmes peu sensibles aux erreurs. On distingue deux types d'erreurs : les erreurs topologiques, qui sont détectables grâce aux relations entre les éléments du modèle (facettes, arêtes et sommets), comme par exemple une arête qui n'aurait pas deux facettes voisines, et les erreurs géométriques, qui elles sont liées à la position des éléments du modèle, comme par exemple deux parties du modèle qui entreraient en collision. [BAREQUET, 1997] traite de la correction des modèles polyédriques.

Les arêtes dégénérées sont des arêtes de longueur nulle, ou presque¹, et les facettes dégénérées sont des facettes s'appuyant sur des arêtes dégénérées (voir **Figure 3.13**). Si l'arête est dégénérée parce que ses deux sommets sont identiques, l'erreur est topologique, par contre si ce sont deux sommets distincts dans la topologie mais de coordonnées identiques (éventuellement, à une tolérance près), il s'agit d'une erreur géométrique. Dans tous les cas, la correction est triviale et consiste en une suppression de l'arête dégénérée et de ses facettes voisines, et en une fusion des éléments identiques. Cette erreur, bien que minime, entraîne l'apparition de facettes à la normale et à la surface nulles.

¹ "presque" est une notion très importante: lors de calculs informatiques avec des nombres réels, leur précision est soit limitée, soit très onéreuse en temps de traitement et en volume de données. De ce fait, tout calcul se fait à une précision près, ce qui peut entraîner de graves dérives si elle n'est pas prise en compte et maîtrisée. C'est ainsi qu'interviennent en permanence des notions de précision et de tolérance (voir section 3.2.4 : « Précision des calculs, erreur de corde et tolérances », p.103).

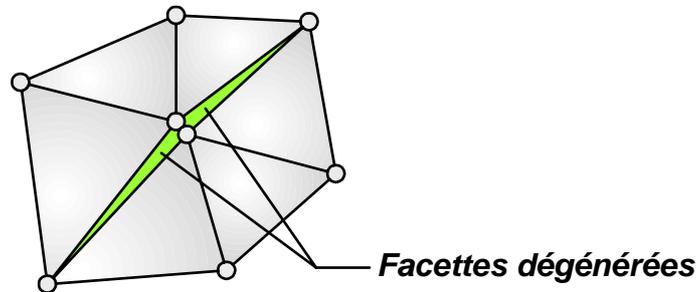


Figure 3.13. Facettes et arêtes dégénérées (erreur topologique ou géométrique)

Les facettes disposent d'une orientation, l'un des côtés indique l'extérieur du modèle, et l'autre, l'intérieur. Cette orientation est donnée par la normale de la facette, qui correspond à un vecteur perpendiculaire au plan contenant la facette. Des triangles peuvent ainsi être mal orientés et créer des incohérences dans la détermination de l'intérieur et de l'extérieur du modèle (voir **Figure 3.14**). La correction est simple, sachant que l'orientation d'un triangle détermine chaque orientation de ses voisins, il suffit de propager l'orientation d'un triangle correctement orienté de voisins en voisins à tous les autres triangles du modèle. Il peut être possible de parvenir à une impasse, comme par exemple dans le cas où la surface formerait un anneau de Möbius. Mais une impasse est toujours synonyme d'un autre défaut dans le modèle, comme des auto-intersections ou des trous.

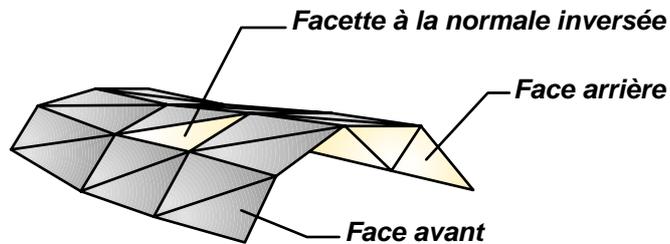


Figure 3.14. Facettes retournées (erreur topologique)

Les arêtes doivent avoir deux et seulement deux facettes voisines. Si elles disposent d'une seule voisine, l'arête est une arête frontière, ou plus simplement cette arête est le bord d'un trou (voir **Figure 3.15**). Si l'arête ne dispose d'aucune voisine, cette arête n'a aucune raison d'exister et doit être supprimée ; ce défaut ne peut pas provenir directement d'un fichier STL, mais obligatoirement d'une modification.

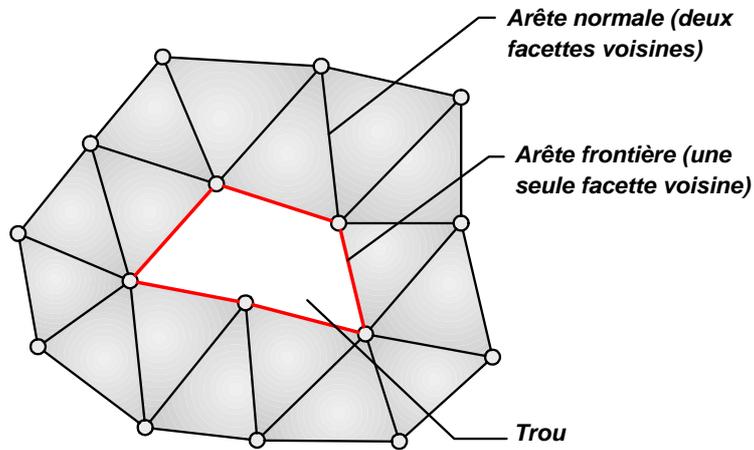


Figure 3.15. Arêtes frontières (erreur topologique)

Si l'arête dispose de plus de deux facettes voisines, il s'agit d'une arête double (voir **Figure 3.16**) ; ce qui est généralement un défaut, mais il se peut que ce soit simplement une particularité géométrique.

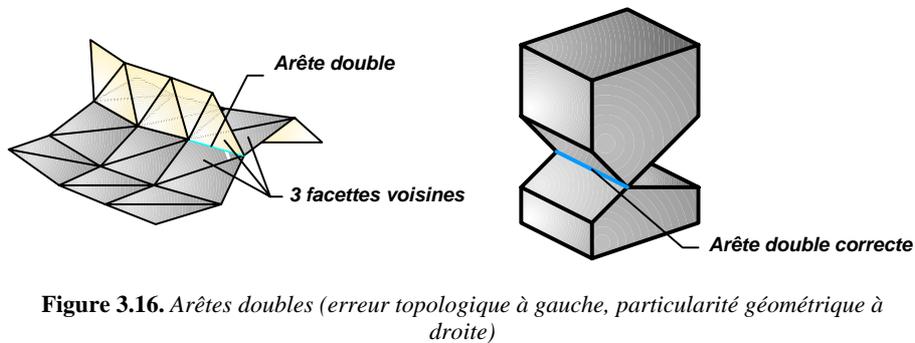


Figure 3.16. Arêtes doubles (erreur topologique à gauche, particularité géométrique à droite)

De la même façon, il est possible d'avoir des facettes superposées (voir **Figure 3.17**), qui sont constituées de trois sommets identiques. Chaque arête de la facette est nécessairement une arête double. Deux solutions sont envisageables : la destruction de toutes les facettes doubles ou épargner une seule d'entre elles.

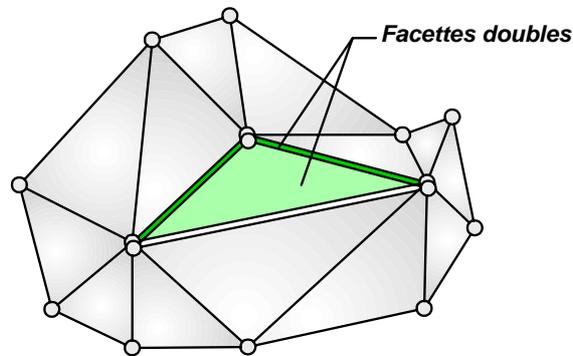


Figure 3.17. *Facettes doubles (erreur topologique)*

Les facettes allongées, à ne pas confondre avec les facettes dégénérées sont des facettes dont les trois sommets sont distincts mais alignés (voir **Figure 3.18**). Ces facettes ne présentent aucune erreur topologique, mais leur surface et leur normale sont nulles, ce qui peut entraîner des erreurs dans les algorithmes basés sur les normales. Cette erreur est purement géométrique : modifier légèrement les coordonnées d'un des sommets suffirait à faire disparaître l'erreur. Cette erreur se corrige habituellement en remplaçant cette facette et une de ces voisines par deux nouveaux triangles.

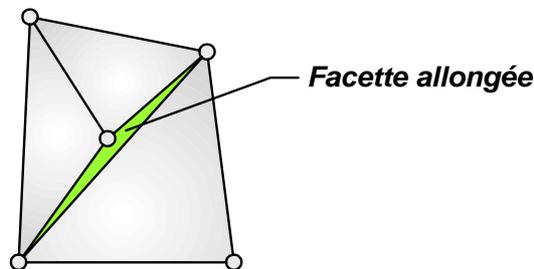


Figure 3.18. *Facettes allongées (erreur géométrique)*

L'intersection de facettes (voir **Figure 3.19**) est également un redoutable défaut dont les origines peuvent être multiples. Les facettes doivent être découpées de façon à ce que leur intersection ait une représentation topologique, et une partie de cette découpe, ainsi que les facettes voisines doivent être supprimées du modèle. [MOLLER, 1997] et [DEVILLERS, 2002a] détaillent la détection d'une intersection entre deux triangles.

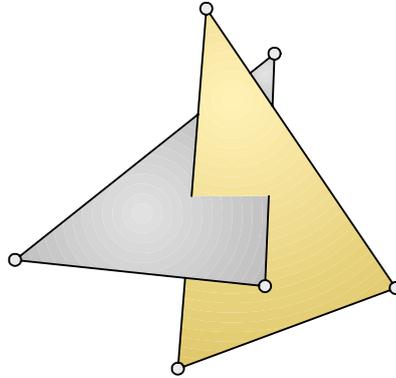


Figure 3.19. Facettes intersectées (erreur géométrique)

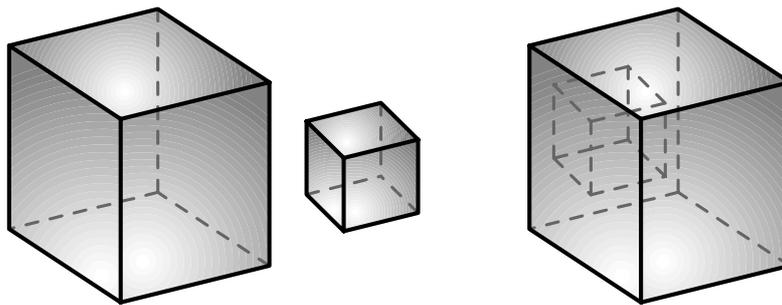


Figure 3.20. Surfaces incluses dans des volumes définis par d'autres surfaces (erreur géométrique)

Le maillage du fichier STL peut former plusieurs composantes connexes. Malgré l'absence d'intersection entre ces surfaces et l'absence de défauts au sein des surfaces, il est possible que leur orientation soit à l'origine de défauts si une surface en englobe une autre (voir **Figure 3.20**). L'erreur survient si deux surfaces s'opposent sur la position de la matière (voir **Figure 3.21**). Déterminer si une surface est une enveloppe extérieure ou intérieure peut se faire à l'aide d'un calcul de volume : un volume positif désigne une enveloppe extérieure, et un volume négatif, une enveloppe intérieure, le calcul du volume étant une opération de complexité $O(n)$ [O'ROURKE, 1994]. Déterminer si une surface est incluse dans une autre est également une opération de complexité $O(n)$ [O'ROURKE, 1994], et peut être accélérée par une comparaison des volumes délimités par les surfaces. Ainsi, il est aisé de déterminer si une surface est intérieure à une autre, et quelle devrait être son

orientation. Dans le cas où l'orientation d'une surface ne serait pas correcte, il existe deux possibilités pour la corriger : inverser son orientation ou la supprimer. Ce choix ne repose que sur la décision de l'utilisateur, il n'est pas possible de prédire si l'un d'eux prévaut sur l'autre.

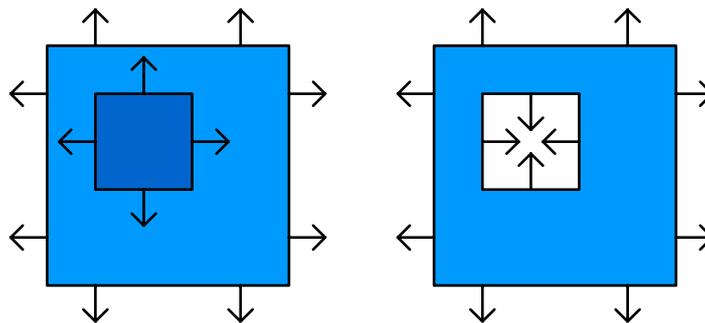


Figure 3.21. Orientation d'une surface intérieure : orientation correcte (à droite) et incohérence (à gauche)

Toutes ces erreurs ont des origines diverses. Les raccords de surface approximatifs, que ce soit des surfaces originaires d'une CAO ou d'un nuage de points provenant d'une numérisation, génèrent des défauts variés, comme des intersections et des ouvertures dans le modèle (arêtes frontières). Les surfaces superposées ou partiellement recouvertes vont, elles, générer arêtes doubles, facettes doubles et intersections, quant aux surfaces mal orientées, elles seront à l'origine de facettes inversées. Les erreurs de conception donneront naissance aux surfaces intérieures à l'orientation incohérentes. Et évidemment, la génération du maillage peut être à l'origine de nombreux défauts comme des facettes allongées ou dégénérées, mais aussi des intersections, des replis, ou encore des facettes et arêtes doubles.

3.2.4. Précision des calculs, erreur de corde et tolérances

La plupart des calculs effectués avec des nombres flottants se font avec une légère imprécision¹, mais qui peut se cumuler ou se multiplier au fur et à mesure de

¹ La multiplication, par exemple, de deux nombres constitués de sept chiffres nécessite un résultat de quatorze chiffres pour qu'il n'y ait aucune imprécision. Si le résultat est stocké dans un nombre de sept chiffres, l'opération a engendré une imprécision. L'addition de deux nombres dont l'ordre de grandeur est très différent est un autre exemple d'imprécision : le résultat de $10^4 + 10^{-4}$ effectué avec sept chiffres significatifs est 10^4 .

104 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

la progression d'un algorithme, et prendre des proportions dramatiques. Une solution peut être de quantifier cette erreur afin de s'assurer de la cohérence du résultat ou d'employer une autre représentation des nombres réels que les nombres à virgule flottante [VEXO, 1998]. Compte tenu de l'existence de l'erreur de corde dès l'import des données, de la discrétisation des formes dans le principe de Stratoconception®, et de la précision des procédés mécaniques lors de la découpe, il est évident que les calculs peuvent être effectués dans un intervalle de tolérance, et que compte tenu de l'ordre de grandeur de cet intervalle et des opérations à effectuer, l'emploi des nombres flottants s'avère tout à fait justifié.

Ainsi, chaque étape du procédé commet une erreur liée à l'imprécision de l'opération, il est donc acceptable que les calculs numériques se permettent une erreur, à condition qu'elle demeure négligeable devant la précision globale de l'ensemble du procédé. La précision d'une découpe est généralement de l'ordre de 0,1mm, mais il est possible de travailler avec des précisions de 0,01mm. Par contre, il n'est pas envisageable de découper à une précision de l'ordre de 0,001mm (1 μ m)¹ en Stratoconception®. Ainsi, sachant que les plus grandes dimensions sont de l'ordre de 1m et les plus petites de 1 μ m, les nombres nécessitent 6 chiffres significatifs, ce qui correspond à peu près à la précision d'un nombre flottant représenté par 32 bits (6 à 7 chiffres significatifs), et donc, si les données d'entrée et de sortie peuvent être représentées avec 32 bits, il est nécessaire d'effectuer les calculs avec des nombres plus précis (classiquement, 64 ou 80 bits). [DEVILLERS, 2002b]

3.3. Propriétés des modèles artistiques

3.3.1. Particularités géométriques et topologiques

A l'origine de ces travaux de thèse se trouve une constatation : un modèle artistique ne présente pas les mêmes caractéristiques que les habituels modèles de pièces mécaniques, et ces caractéristiques créent des difficultés supplémentaires lors de la réalisation.

La principale caractéristique des modèles artistiques est l'absence de formes géométriques élémentaires comme des plans, des surfaces de révolution ou des extrusions de contours, et l'absence également de propriétés géométriques élémentaires comme des symétries ou des plans de joint. Ces géométries ou

¹ Une découpe d'une telle précision nécessite la maîtrise de nombreux paramètres bien trop exigeants et des temps de traitement bien trop longs pour du prototypage rapide. Parmi ces paramètres, on peut citer la régulation de la température durant la coupe afin d'éviter la dilatation des matériaux, qui, sous de faibles variations de température (quelques degrés Celsius), génère des variations de géométrie de l'ordre de cette dimension.

propriétés géométriques élémentaires sont simples à réaliser car il existe toujours une ou plusieurs directions toutes désignées pour les trancher.

La seconde particularité des modèles artistiques, c'est qu'ils n'ont pas pour finalité d'être produits en série par un procédé de fabrication, ce qui les prive d'un grand nombre de contraintes de conception. Un modèle destiné à la fonderie, par exemple, devra, entre autre, être démoulé et disposer de parois formant un angle minimal avec la direction de démoulage ; d'autres procédés, comme l'emboutissage, la découpe laser, le forgeage ou l'électroérosion, disposent d'autres contraintes, et bien qu'aucun procédé n'ait des contraintes correspondant parfaitement à celles de Stratoconception[®], certaines s'en approchent ou vont simplement restreindre la géométrie, limitant les formes audacieuses et tortueuses qui peuvent naître de l'imagination humaine, et ainsi, simplifier la réalisation.

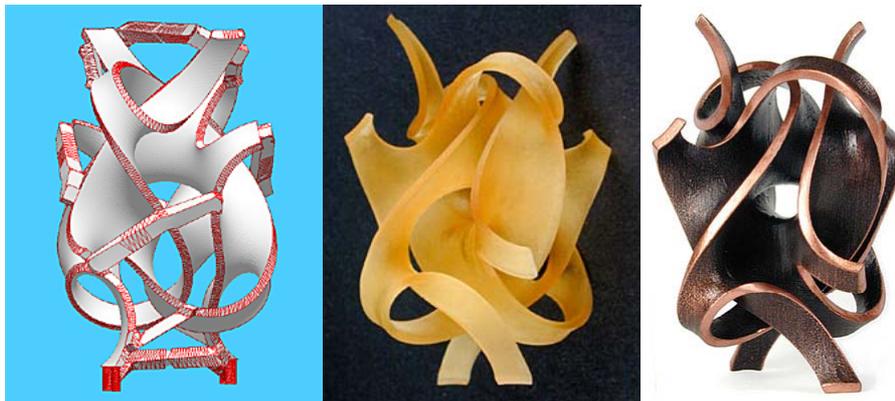


Figure 3.22. *Antipot*, de Bathsheba Grossman, exemple de pièce aux parois minces. Modèle virtuel avec renforts (à gauche), prototype en stéréolithographie (au centre) et œuvre finale en stéréolithographie recouverte de cuivre patiné (à droite) [GROSSMAN, 2002]

Géométriquement, les œuvres d'art peuvent présenter une particularité qui complique considérablement une réalisation par Stratoconception[®] : des parois minces (voir **Figure 3.22**). Les parois minces sont une difficulté car le manque d'épaisseur complique l'assemblage des tranches, et lorsqu'une forme mince est inclinée par rapport à la direction de tranchage, l'un des versants sera en dépouille alors que l'autre sera en contre-dépouille, de même pour leur courbure, l'un sera concave et l'autre convexe, et leur proximité annihile toute chance de pouvoir les séparer sur deux tranches distinctes. Ainsi, les parois minces amènent la présence de dépouilles et de courbures opposées sur la même tranche, ce qui peut être une réelle

difficulté (voir section 3.3.3 : « Difficultés de la réalisation d'œuvres d'art par Stratoconception® », p.109).

Autre particularité intéressante des pièces artistiques, elles sont généralement dotées de moins d'angles vifs que les pièces mécaniques. C'est une difficulté supplémentaire, car les arêtes vives offrent une indication précieuse quant à la direction de tranchage à employer.

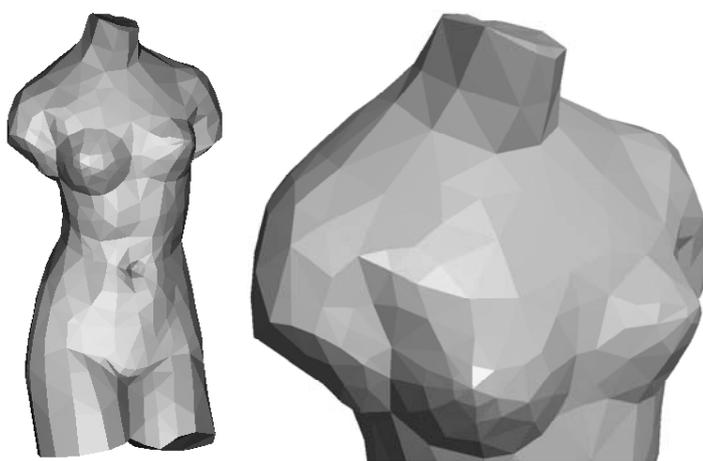


Figure 3.23. Des facettes bien regrettables, car trop visibles...

Les surfaces de ce type de pièce sont souvent des formes tortueuses, mais pour que ces courbes soient harmonieuses, les triangles se doivent d'être de petite taille, sinon vont apparaître sur le modèle des facettes et des angles vifs là où devraient se trouver des formes lisses (voir **Figure 3.23**). La taille des facettes est un paramètre particulièrement important pour les modèles artistiques lorsque l'on recherche à réaliser une pièce avec très peu de finition, dans le cas contraire, il suffit simplement de veiller à conserver une erreur minimale, et éventuellement à toujours commettre une erreur de même type, à savoir un surplus ou un manque de matière. Contrôler l'aspect des surfaces revient à une maîtrise de l'erreur de corde (voir section 3.2.1 : « Discrétisation », 95). Les rapports d'échelle ont un impact impressionnant sur l'apparence liée à la discrétisation des surfaces : lorsqu'une réalisation se fait avec un rapport d'échelle, l'erreur de corde subit bien évidemment ce même rapport, et ainsi, une pièce aux courbes harmonieuses à petite échelle peut très bien, à grande échelle, avoir perdu son aspect lisse, pour cela, il aurait fallu conserver l'erreur de corde d'origine, mais le problème du volume de données se pose de nouveau (voir section 3.2.2 : « Volume de données », p.96).

3.3.2. Les critères subjectifs

En matière d'art, il semble impossible d'exprimer, de quantifier et de paramétrer scientifiquement chaque aspect d'un modèle.

Les pièces mécaniques sont des pièces fonctionnelles, elles n'ont de raison d'être que pour les fonctions qui leurs ont été assignées : ainsi, une erreur dans les cotes, même imperceptible à l'œil, si elle entraîne un dysfonctionnement de la pièce, fait d'elle une pièce fautive, et inversement pour une erreur flagrante sans aucune incidence sur aucune des fonctions de la pièce, cette dernière peut être considérée comme une pièce juste, car elle répond au cahier des charges. Pour ce type de pièces, si les dimensions sont respectées dans les intervalles de tolérance déterminés par leur fonctionnement, la réalisation sera acceptable.



Figure 3.24. Visualisation des volumes inaccessibles avec la direction de tranchage choisie par l'utilisateur (à gauche) et celle présentant le moins de volumes inaccessibles (à droite).

Par contre, pour une pièce artistique, il est bien plus difficile de donner une tolérance, car si quelques millimètres voire quelques centimètres ne changeront peut-être rien à l'ensemble de l'œuvre, un détail infime peut complètement la dénaturer, comme, par exemple, un minuscule détail sur les lèvres d'un visage, changeant l'expression de celui-ci. La difficulté est que l'appréciation humaine peut repérer une erreur de très petite dimension, tout en ignorant une bien plus grande. Il est aisé de constater que la précision requise pour être certain de satisfaire l'œil ou le

108 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

toucher humain est difficilement envisageable, que ce soit pour des raisons de temps ou de moyens physiques.

De ce fait, une réalisation d'œuvre d'art par un procédé de prototypage rapide va impérativement nécessiter une intervention humaine, car en matière d'art, l'appréciation d'une machine ne remplacera pas celle d'un être humain. La **Figure 3.24** illustre bien ce problème : le modèle va être tranché selon deux directions différentes, l'une est celle choisie par l'utilisateur, l'autre est celle retenue par un algorithme minimisant le volume d'erreur selon la méthode présentée dans le Chapitre 5. Seulement, malgré le fait que la deuxième solution présente un volume d'erreur plus faible, les erreurs vont se concentrer et créer des marques sur le nez et les yeux, alors que la première direction reportera ces erreurs sur les côtés du visage. Le verdict est sans appel pour un être humain car la première solution est de loin la plus esthétique.



Figure 3.25. Rendu réaliste du fichier STL du buste de Jules Ferry [HUGUENIN, 1998]

Bien souvent dans les pièces artistiques (mais aussi dans certaines pièces mécaniques), toutes les parties du modèle ne méritent pas le même intérêt : la réalisation du buste de Jules Ferry [HUGUENIN, 1998] est également un exemple très explicite : il est évident, pour un être humain et selon des critères esthétiques, que le dos du buste et le socle de la statue sont d'une importance moindre que le visage (voir **Figure 3.25**), mais il n'est pas raisonnable d'envisager qu'un algorithme prenne conscience à lui seul de cette évidence. De ce simple fait, l'intervention humaine est nécessairement à envisager tout au long des étapes de la réalisation d'un modèle artistique.

Lors de la réalisation d'une pièce artistique, le respect d'une cote peut aisément s'effacer devant l'aspect de la surface : même si les dimensions sont respectées dans la tolérance, des aspérités, marques ou irrégularités ne sont pas acceptables, alors qu'une cote outrepassée mais avec un aspect de surface régulier ou uniforme peut amplement convenir.

Il est encore une particularité notable des modèles artistiques : la finition des pièces n'est en aucun cas une restriction ou un défaut du procédé. Alors qu'une pièce mécanique se doit d'être le moins retouchée possible, car toute intervention de finition est une perte de temps, un coût supplémentaire et surtout une occasion supplémentaire de s'éloigner des formes théoriques de la pièce au risque de dépasser une tolérance déjà bien malmenée, au contraire, la finition d'une pièce artistique doit être envisagée comme une opération noble et décisive. La finition est la touche finale d'une œuvre, elle consiste généralement en un ponçage et un verni, principalement destinés à faire disparaître cet inévitable « effet d'escalier » généré par la discrétisation de chaque tranche, mais peut également consister en une authentique finition de sculpture, avec non plus un opérateur, mais un artiste¹.

3.3.3. *Difficultés de la réalisation d'œuvres d'art par Stratoconception®*

Les modèles artistiques sont plus difficiles à réaliser en raison des volumes inaccessibles très fréquents lors de la stratification, ceci provient de la liberté et des irrégularités de leurs formes. Il est rarement envisageable de pouvoir isoler dépouilles et contre-dépouilles sur des tranches distinctes, ce qui impose l'emploi d'une découpe recto-verso de façon presque systématique. Rappelons que l'emploi d'une découpe recto-verso ne peut gommer qu'une partie des volumes cachés (voir section 2.2.2 : « La découpe classique », p.49), mais s'il est souvent possible de résoudre le problème dans le cas des pièces mécaniques en plaçant des plans de découpe dans ces zones, la géométrie des pièces artistiques, de par leur liberté totale, ne permet pas une telle séparation.

Les modèles artistiques n'ont également aucune retenue quant à la finesse de la dimension des détails concaves de leurs géométries, et c'est là un épineux problème pour le procédé de Stratoconception® : l'outil de découpe dispose, lui, d'une dimension qui est loin d'être négligeable. L'outil étant de forme cylindrique, il ne pourra jamais réaliser fidèlement des détails concaves, et plus particulièrement ceux qui sont plus petits que son rayon (voir *Figure 3.26*). En Stratoconception®, il est rare d'employer des outils dont le rayon est inférieur à 1mm, hormis sur des

¹ En matière de réalisation d'œuvres d'art, il peut être difficile de définir la stricte limite séparant un opérateur d'un artiste. Nous n'aborderons pas cet exercice, qui, bien qu'intéressant, serait hors sujet.

110 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

machines spéciales. Cette limitation provient des contraintes physiques de découpe : un outil de petit diamètre ne peut disposer ni d'une grande hauteur de découpe (L_1 sur *Figure 3.27*), ni d'une grande longueur utile (L_2 sur *Figure 3.27*), car plus le diamètre de l'outil est faible, moins l'outil pourra supporter les contraintes liées aux efforts de coupe à son extrémité. Une faible hauteur de découpe va imposer de multiples passages pour découper à une grande profondeur, et la longueur utile détermine l'épaisseur maximale des plaques. Ce qui revient à dire qu'un petit diamètre d'outil impose des plaques de faible épaisseur et augmente le nombre de passages de l'outil.

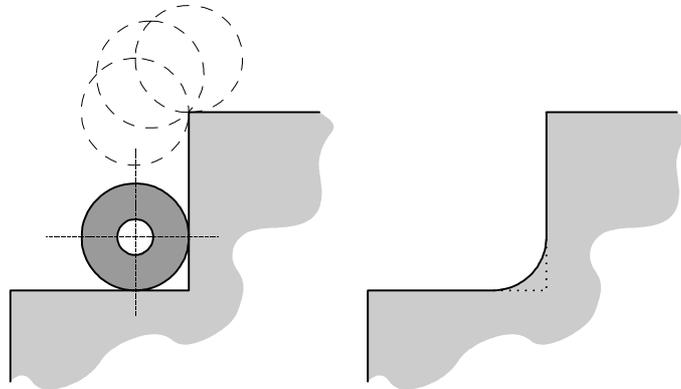


Figure 3.26. Rayon de l'outil et géométries concaves

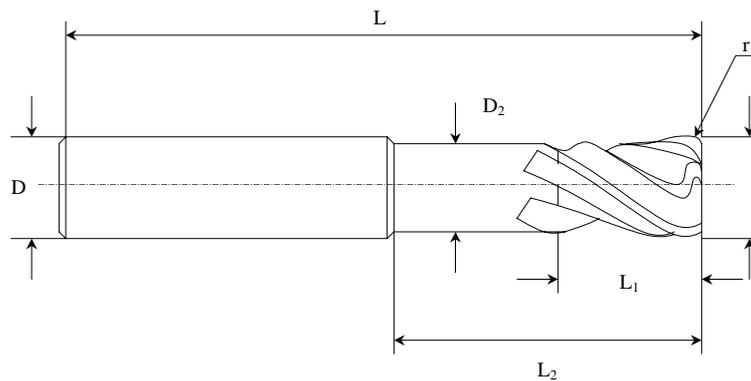


Figure 3.27. Schéma d'outil de découpe

De plus, un petit outil n'enlève bien évidemment pas la même épaisseur de matière qu'un outil de plus grand diamètre, ce qui fait que l'avance de l'outil durant la découpe est plus lente lorsque le diamètre est plus faible. Ainsi, compte tenu de ces paramètres, utiliser un outil de faible diamètre va considérablement augmenter les temps de découpe, et sera souvent réservé à des pièces de petites dimensions.

Sur des modèles mécaniques, l'utilisateur dispose de façon presque systématique d'un choix de directions possibles pour le tranchage car chaque plan, extrusion, symétrie, partie de révolution, et autre forme géométrique simple propose une ou plusieurs directions. Ainsi, l'utilisateur peut se contenter de passer en revue chaque direction de tranchage proposée et de retenir celle qui lui convient le plus pour s'assurer d'avoir fait un bon choix, si ce n'est le meilleur. Ce n'est pas le cas des œuvres d'art, et c'est l'une des principales difficultés en matière de choix de direction de tranchage avec les œuvres d'art (ou formes libres) : aucune direction n'est proposée, c'est à l'utilisateur de proposer des directions.

De plus, le tranchage de formes libres n'est pas sans conséquences, il est possible que, selon le tranchage choisi, certaines tranches soient constituées d'une multitude d'éléments non-connexes, ce qui transforme l'opération d'assemblage en un véritable puzzle. Ainsi, il paraît difficile d'exclure l'utilisateur du choix de la direction de tranchage et de se fier uniquement à un algorithme.

3.4. Opérations sur le modèle

3.4.1. *Enrichissement et simplification de maillage*

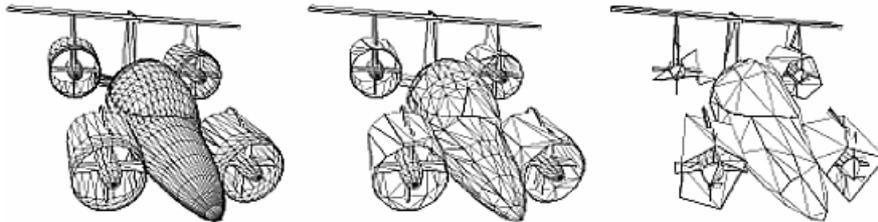


Figure 3.28. *Exemple de simplification de modèle [SGI, 1998b]*

La simplification de maillage est un domaine qui a suscité beaucoup d'intérêt. De nombreux domaines ont recours à la simplification de maillage, parmi lesquels on peut citer la visualisation 3D en temps réel avec l'emploi des niveaux de détail

(LOD) (voir **Figure 3.28**), et la réduction des volumes de données suite à une numérisation ou à un relevé topographique.

Dans le cas d'une réalisation de pièces par prototypage rapide, la simplification des maillages présente peu d'intérêts directs : elle entraîne nécessairement une perte d'informations et de précision, excepté dans le cas des surfaces planes maillées trop finement (voir **Figure 3.29**). Par contre, elle peut avoir un intérêt indirect, comme disposer d'un modèle beaucoup plus 'léger' à manipuler pour sa visualisation ou l'emploi d'algorithmes trop complexes pour être utilisés en un temps acceptable sur le volume de données original (voir section 4.4.3.1 : « La simplification de maillage », p.157), ou encore de constituer un nouveau maillage, plus conforme aux besoins, comme, par exemple, un maillage doté de triangles plus uniformes par leurs surfaces ou par la longueur de leurs côtés (dans ce cas, il est plus convenable de qualifier l'opération de remaillage).

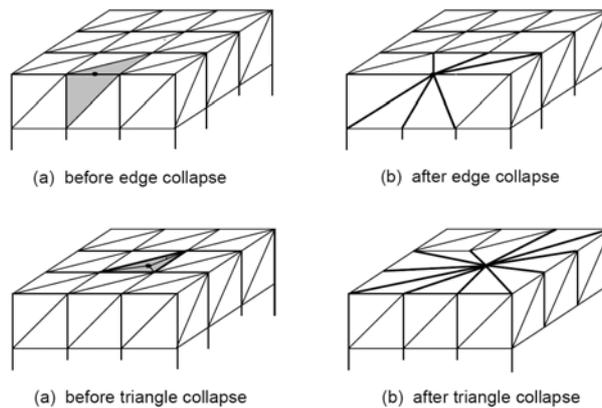


Figure 3.29. Simplification d'éléments appartenant à des surfaces planes [ISLER, 1996]

Les méthodes décrites dans la littérature sont nombreuses et variées, les principales qualités recherchées sont la rapidité, le respect de la topologie, et la maîtrise de l'erreur commise. [PUPPO, 1997] et [CIGNONI, 1998] proposent une revue de nombreuses méthodes. Les principales méthodes recensées sont le *rassemblement de facettes coplanaires* (coplanar facet merging), la *réduction contrôlée de facettes, arêtes ou sommets* (controlled vertex/edge/face decimation [SCHROEDER, 1992] [COHEN, 1996] [CAMPAGNA, 1998] [LINDSTROM, 1998]), le *remaillage* (re-tiling [TURK, 1992]), la *minimisation d'énergie* (energy function optimization [HOPPE, 1994] [HOPPE, 1993]), le *regroupement de sommets* (vertex clustering [LOW, 1997] [GARLAND, 1997]), le *filtrage par ondelettes* (wavelet), la *simplification par une transformation en une représentation*

hiérarchisée (simplification via intermediate hierarchical representation [HE, 1996]).

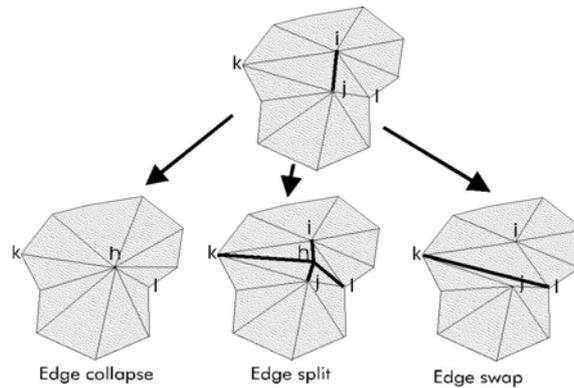


Figure 3.30. Opérations élémentaires sur une arête. De gauche à droite : réduction en un sommet (équivalent à une suppression de sommet), scission, et permutation [PUPPO, 1997]

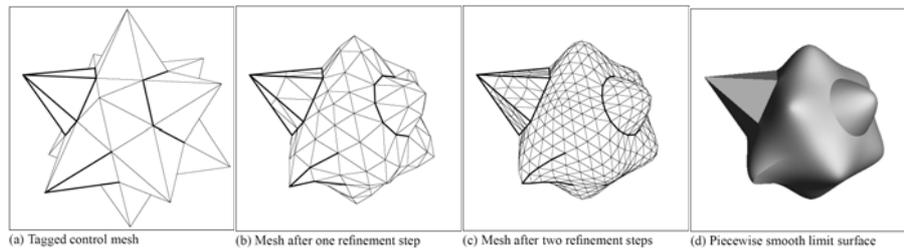


Figure 3.31. Identification des arêtes vives appliquée à un enrichissement de maillage [HOPPE, 1994]

La *réduction contrôlée d'éléments* est une méthode intéressante dans le cas des fichiers STL, car elle représente un compromis entre rapidité, maîtrise de l'erreur commise et respect de la topologie. La simplification de maillage n'étant pas un outil d'intérêt majeur pour une réalisation de pièces par prototypage rapide, nous nous contenterons de décrire succinctement cette méthode, sans entrer dans les détails des autres méthodes. A travers cet ouvrage, dans les exemples faisant appel à une simplification de maillage, c'est cette méthode qui a été employée par le biais de la fonction `opSRASimplify` d'OpenGL Optimizer™ [SGI, 1998b]. La réduction d'éléments s'opère par des opérations élémentaires (voir **Figure 3.29** et **Figure 3.30**)

ou une triangulation du trou généré par la suppression d'un élément. Le choix des éléments à supprimer se fait au moyen d'un poids représentant l'importance de l'élément et l'incidence de sa suppression sur la géométrie du modèle. C'est ainsi qu'il peut s'avérer nécessaire d'identifier les arêtes vives du modèle (voir **Figure 3.31** et **Figure 3.32**), si l'on souhaite préserver certaines caractéristiques du modèle lors de la simplification. Les suppressions se font dans l'ordre croissant des poids, avec un nouveau calcul des poids au fur et à mesure des modifications que subit le modèle. Généralement, la fonction calculant le poids des éléments correspond à la distance de l'élément au plan moyen de ses voisins, mais d'autres critères sont retenus selon le type de simplification recherchée, comme l'angle maximal que cet élément forme avec ses voisins.

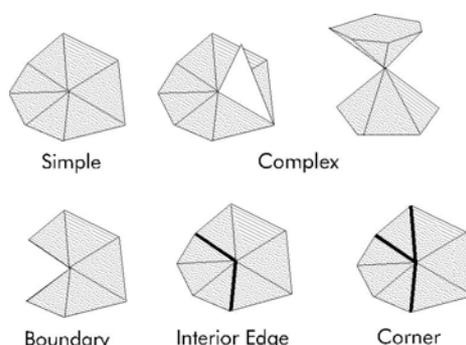


Figure 3.32. Les cinq types de sommet en tenant compte des arêtes vives (arêtes vives en gras sur la figure) [PUPPO, 1997]

Il est à noter que la notion d'arête vives est surtout utile aux algorithmes d'enrichissement de maillage, plus qu'à ceux de simplification. De la même façon, le remaillage n'est pas un outil capital pour la réalisation de pièces. Si le modèle ne comporte pas de défaut, seule sa géométrie importe réellement, contrairement au calcul de structure, par exemple, dont le résultat s'avère fortement dépendant du maillage.

Par contre, l'enrichissement de maillage est une opération intéressante dans le cas des œuvres d'art, elle permet de lisser la géométrie du maillage et d'atténuer les angles vifs trop évidents, phénomène qui est aggravé par les facteurs d'échelle (voir section 2.7.5 : « La dimension du modèle », p.82). Le risque encouru est de lisser des angles qui ne devraient pas l'être. C'est là qu'intervient la notion d'angle critique (*feature angle* [SCHROEDER, 1992]) à partir duquel une arête¹ est vive ou non. La

¹ Pour un fichier STL, il est fait ici allusion à l'angle séparant deux triangles adjacents.

Figure 3.31 est un exemple des effets d'un enrichissement de maillage, les arêtes vives (en gras sur la figure) sont conservées quelle que soit l'étape d'enrichissement du maillage [HOPPE, 1994]. Malheureusement, plus le maillage originel est grossier, plus l'angle critique doit être important, afin de ne pas confondre une surface à lisser et une arête vive. Ainsi, plus le maillage est grossier, plus le risque de lisser des arêtes vives est important.

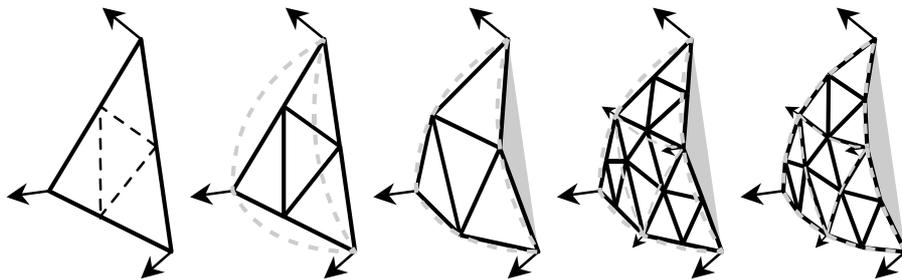


Figure 3.33. Exemple de remaillage : subdivision d'un triangle en remplaçant les nouveaux sommets sur des courbes construites à partir des normales associées aux anciens sommets.

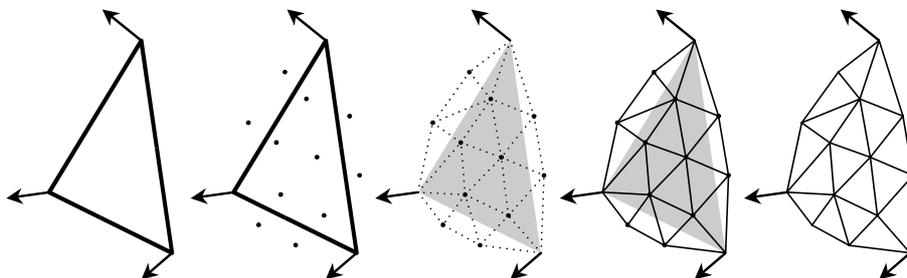


Figure 3.34. Exemple de remaillage : génération de nouveaux sommets à partir du modèle d'origine, et génération d'un nouveau maillage.

Les méthodes les plus courantes pour enrichir un maillage sont la subdivision du maillage originel¹ (voir **Figure 3.31** et **Figure 3.33**) et la création d'un nouvel ensemble de points à partir des surfaces d'origine (voir **Figure 3.34** et **Figure 3.35**). Les nouveaux sommets n'appartiennent pas nécessairement à l'enveloppe originelle,

¹ Chaque triangle du STL est morcelé en plusieurs triangles en créant de nouveaux sommets sur les arêtes. Seuls les nouveaux sommets subissent des déplacements, les sommets originels restent fixes.

116 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

mais ils en sont situés à proximité, sur des courbes répondant aux différentes contraintes issues des formes initiales comme, par exemple, le respect des arêtes vives et la tangence aux normales associées aux sommets¹.

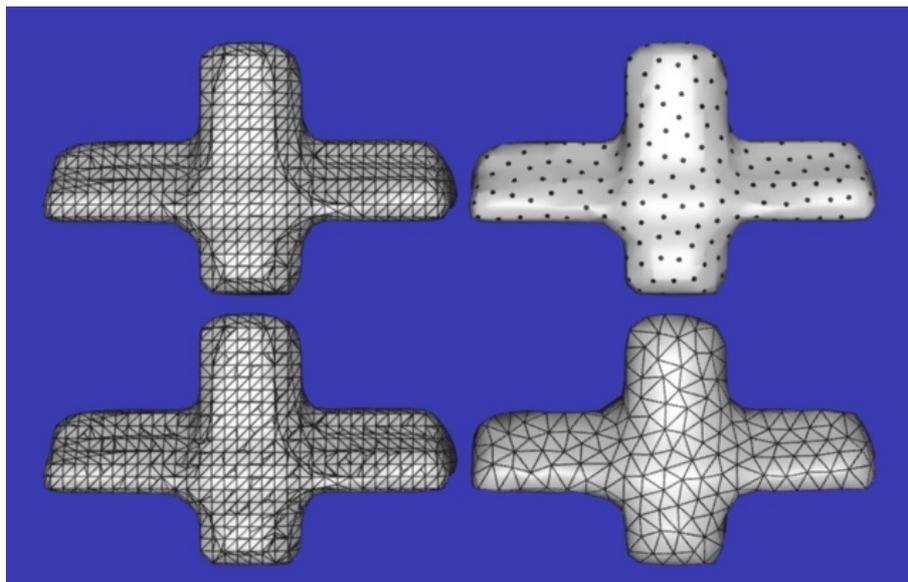


Figure 3.35. Remaillage. Surface d'origine (en haut, à gauche). Sommets retenus avec un algorithme basé sur la répulsion mutuelle des points (en haut, à droite). Maillage combiné (en bas, à gauche). Maillage final (en bas, à droite). [TURK, 1992]

3.4.2. Décomposition

La décomposition peut être un moyen très efficace de simplifier la réalisation d'une pièce. Le procédé de Stratoconception® repose sur ce même principe : la fabrication d'une pièce se fait par une décomposition du modèle d'origine en tranches, ce qui permet, dans la plupart des cas, de faciliter la réalisation. Cette méthode peut également permettre de créer des modèles aux dimensions supérieures à celles de la capacité de la machine employée. Par contre, il s'agit d'un problème particulièrement difficile et un sujet très vaste. Nous en présentons ici les intérêts et les principales difficultés que l'on peut rencontrer lors de telles opérations.

¹ Les fichiers STL n'ayant pas d'information sur la normale des sommets, cette information doit être créée. On peut, par exemple, faire la moyenne des normales des facettes voisines du sommet.

Le principal intérêt d'une décomposition de modèle est de pouvoir stratifier chaque partie du modèle avec des paramètres indépendants. Dans la **Figure 3.36**, la tête a été stratifiée selon une direction différente du buste, et avec des tranches d'épaisseur moins importante. Il existe d'autres intérêts, comme de fabriquer des pièces plus grandes que ce que limite les dimensions des machines de découpe employées, ou comme l'opportunité d'accélérer la réalisation de pièces en isolant des parties réalisables rapidement d'autres parties requérant des paramètres impliquant un long temps de découpe. Cette méthode dispose d'un potentiel considérable, mais l'essentiel de ce potentiel ne peut pas être géré automatiquement. Cet outil est fortement dépendant, comme bien d'autres, à l'appréciation humaine.



Figure 3.36. Exemple de décomposition de modèle. Les deux parties sont tranchées différemment.

La décomposition automatique la plus évidente dans le cas d'un tranchage, est celle qui va permettre de séparer dépouilles et contre-dépouilles (voir section 2.7.2 : « La contre-dépouille », p.79), ou plus précisément, qui va décomposer le modèle selon la *ligne de reflet*. La ligne de reflet sépare les parties en dépouille des parties en contre-dépouille, ce qui revient à dire qu'une décomposition selon la ligne de reflet éliminerait automatiquement les problèmes de volumes cachés d'un modèle, quelle que soit la direction de tranchage choisie (voir section 4.1.3 : « Analyse des dépouilles - ligne de reflet », p.126). Mais hélas, se posent les problèmes de la complexité de la ligne de reflet¹ et de la complexité du résultat : la solution exacte

¹ La *ligne de reflet* d'un modèle fermé est un contour fermé, constitué d'arêtes mais aussi de surfaces appartenant au modèle. Il est possible que ce contour soit composé de multiples embranchements. Dans le cas d'un modèle ouvert, il se peut que ce contour soit ouvert.

118 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

d'une telle décomposition peut transformer le modèle en une myriade de parties et l'assemblage en un monstrueux puzzle pour l'utilisateur : l'assemblage peut rapidement devenir, en pratique, inenvisageable.

Un problème supplémentaire se pose, même si l'on sait déjà où découper le modèle, il existe d'innombrables façons de le faire. La ligne de séparation entre deux parties du modèle sera généralement une courbe non-plane. La découpe du modèle ne se limite pas à une courbe, mais à une surface dans laquelle est incluse cette courbe. Si cette courbe s'avère particulièrement tortueuse, cette opération peut s'avérer d'une grande complexité afin de demeurer fidèle à la décomposition recherchée.

Toute décomposition du modèle entraîne nécessairement un assemblage. La jonction des différentes parties doit être possible, car il est aisé de créer des parties complémentaires, mais physiquement injoignables. Les surfaces de joint doivent également être ajustables, sans ambiguïté et sans liberté de mouvement, de manière à pouvoir positionner correctement les deux parties, comme, par exemple, au moyen de rainures, de connections ou d'inserts, et ces éléments de jonction devront être réalisés ou assemblés avec la précision requise pour disposer d'un ajustement mécanique convenable entre les deux parties. Les surfaces en contact peuvent, elles aussi, être une difficulté, car les deux surfaces seront souvent stratifiées avec des paramètres différents, ce qui entraîne une discrétisation différente, et donc une correspondance qui se limitera à la tolérance engendrée par la discrétisation.

Bien qu'étant un des outils destinés à la réalisation de formes libres les plus prometteurs, ces différentes difficultés limitent considérablement les opérations les plus audacieuses. Des décompositions plus modestes, comme un tranchage selon des surfaces non-planes ou selon une courbe plutôt qu'une direction, représentent déjà de lourds développements, tant informatiques que mécaniques (voir Chapitre 6).

3.4.3. Intervention humaine et visualisation

Comme il a été précisé tout au long du présent chapitre, de nombreux paramètres demeurent purement subjectifs, voire simplement trop complexes, pour que l'on ambitionne une solution algorithmique afin de réaliser le plus fidèlement ou de façon optimale un modèle. L'intervention humaine n'est en aucun cas à repousser, mais à insérer dans les différentes étapes du procédé où elle sera la plus pertinente.

L'utilisateur interviendra principalement pour faire des choix et vérifier que le résultat est bien conforme à ses besoins. Mais faire un choix requiert des informations sur lesquelles s'appuyer. C'est là qu'interviennent la visualisation et la quantification des résultats. L'utilisateur doit pouvoir prendre connaissance de

l'influence de ses choix sur la réalisation de la pièce : temps de découpe, erreur commise, aspect de la pièce, complexité de l'assemblage sont autant de conséquences résultant de paramètres tels que la direction de tranchage, la position des plans de tranchage et des inserts, la matière employée, le choix des outils, la précision de la stratification ou encore la définition numérique du modèle.

L'import des données ne demande qu'une visualisation des défauts et différents outils permettant d'explorer le modèle de façon minutieuse (cacher certaines zones, visualisation du maillage, informations sur des éléments,...).

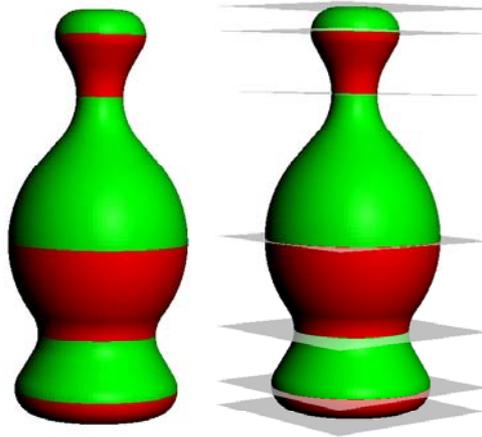


Figure 3.37. Visualisation des dépouilles (en vert) et des contre-dépouilles (en rouge). Les plans de tranchage imposés manuellement (à droite) isolent les parties en dépouille de celles en contre-dépouille.

Les principales fonctions permettant d'appréhender les conséquences d'un choix d'une direction de tranchage sont la visualisation des zones en dépouille et contre-dépouille (voir **Figure 3.37**), la quantification des volumes de contre-dépouille (voir section 4.4.2.2 : « Quantifier les volumes inaccessibles », p.155 et section 4.4.3.2 : « Quantifier les volumes inaccessibles par un tampon de profondeur », p.159), et la représentation des zones correspondant aux volumes cachés (voir section 4.3.2 : « Les volumes d'ombre », p.139). La visualisation du tranchage, couplée à une insertion manuelle de plans de tranchage imposés (voir **Figure 3.37**), permet à l'utilisateur d'optimiser le tranchage d'une façon simple et rapide.

L'étape suivante du procédé concerne la pose des éléments d'assemblage des tranches (inserts, pontets et emboîtement, voir **Figure 3.38**). Une fois de plus, il est impossible de se passer de l'utilisateur, car de nombreux paramètres subjectifs

entrent en jeu, comme le choix de laisser les inserts apparents ou non, d'employer des pontets, des inserts ou un emboîtement. Malgré tout, de nombreuses composantes de ces paramètres peuvent être gérées automatiquement, mais la visualisation des éléments d'assemblage demeure l'un des meilleurs outils.

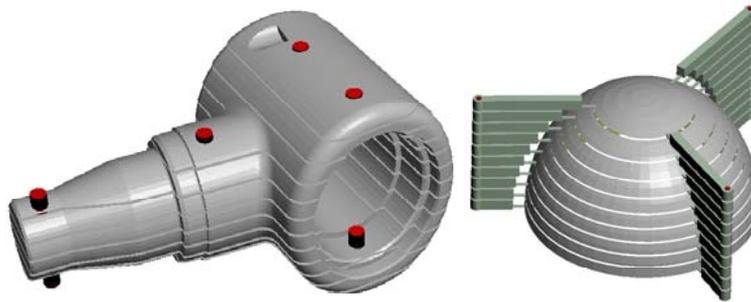


Figure 3.38. *Différents éléments d'assemblage : inserts (à gauche) et pontets (à droite)*

Les dernières étapes du procédé, qui sont la stratification, la réalisation des parcours d'outil et l'assemblage, offrent peu de choix de paramètres à l'utilisateur¹. Les principaux paramètres accessibles à l'utilisateur sont la précision de stratification, et le choix de l'outil. Les conséquences de ces choix sont la durée de la découpe, l'erreur commise par la stratification des tranches et l'erreur commise par la forme de l'outil.

¹ Les paramètres adaptés ont été intégrés à une base de données (ex. : couple outil-matière).

Chapitre 4

Le tranchage

Le tranchage est la première opération effectuée dans le procédé de Stratoconception[®] après la récupération des données. Elle consiste à créer les strates en choisissant la décomposition du modèle avant sa réalisation. C'est cette décomposition qui impose l'étape finale du procédé : l'assemblage des strates.

Le tranchage du modèle est au cœur de nombreux avantages, mais aussi des contraintes, liés au procédé. C'est lors de cette opération que seront effectués les choix ayant le plus d'influence sur la fidélité du résultat par rapport au modèle d'origine.

Ce chapitre présente des réponses et des solutions au problème posé sous forme de nouvelles techniques destinées à trancher le modèle et constitue le principal apport scientifique de ces travaux. Ces techniques sont adaptées à la réalisation d'œuvres d'art, mais peuvent souvent avoir un intérêt pour d'autres types de pièces. Nous proposons également les critères sur lesquels s'appuyer pour retenir un choix de tranchage, une revue des problématiques présentant des similitudes avec celles du tranchage, et une solution répondant, en partie, à la recherche d'une direction de tranchage optimale.

4.1. Choix de la direction de tranchage

4.1.1. L'orientation des modèles en prototypage rapide

Le choix d'une direction de tranchage, plus communément appelé *orientation des modèles STL* dans le domaine du prototypage rapide, est l'un des paramètres

122 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

communs à tous ces procédés. Par contre, les enjeux diffèrent beaucoup d'un procédé à l'autre. En stéréolithographie, par exemple, l'intérêt pourra être de minimiser l'emploi des supports, alors que d'autres procédés se soucieront de l'encombrement de la pièce, de placer un maximum de pièces dans un espace ou d'autres contraintes qui leurs sont propres. Les contraintes communes à tous les procédés de prototypage rapide sont : minimiser la hauteur de la pièce afin de limiter l'erreur commise liée à l'empilement des couches, éviter « l'effet d'escalier » (voir **Figure 1.11**) en maximisant le nombre de surfaces horizontales ou verticales, et permettre de placer le plus de pièces selon l'encombrement de la machine.

Kulkarni et al. proposent dans [KULKARNI, 2000] une revue des différentes techniques permettant d'orienter des modèles STL en prototypage rapide. Les directions sont généralement « inspirées » par les formes du modèle (voir section 4.4.1 : « Directions privilégiées », p.147) ou parce qu'elles minimisent un critère (voir [XU, 1997], [LIN, 2001] et [MASOOD, 2003]). Différents algorithmes sont proposés pour orienter les modèles STL en stéréolithographie (voir [ILINKIN, 2001], [AGARWAL, 2000], [SCHWERDT, 2001], [SCHWERDT, 2000], [MAJHI, 1997] et [MAJHI, 1998]), mais, comme ils reposent sur des contraintes de fabrication différentes de celles de Stratoconception®, ils présentent peu d'intérêt pour obtenir une direction de tranchage. Asberg et al. abordent dans [ASBERG, 1997] le lien entre l'orientation des STL et la fonderie par gravité, qui, elle, présente de nombreux points communs avec notre problématique (voir section 4.3.4 : « Le démoulage », p.144).

Avec le procédé de Stratoconception®, les principales contraintes liées à l'orientation des modèles sont, pour les pièces mécaniques, la présence de volumes inaccessibles, orienter le plus de surfaces horizontalement ou verticalement et simplifier l'assemblage (généralement, minimiser la hauteur de la pièce et le nombre de composantes connexes). Pour les œuvres d'art, il s'agit principalement d'éviter la présence des volumes inaccessibles et de simplifier l'assemblage (et dans ce cas, minimiser la hauteur n'est plus suffisant, voir section 4.1.2.2 : « L'assemblage », p.124).

4.1.2. Impacts de la direction de tranchage sur la réalisation

4.1.2.1. Les volumes inaccessibles

Les volumes inaccessibles lors de la découpe sont la principale conséquence de ce choix : il influe non seulement sur le volume de ces surplus de matière (voir **Figure 4.1**), mais également sur leur localisation (voir **Figure 3.24**).

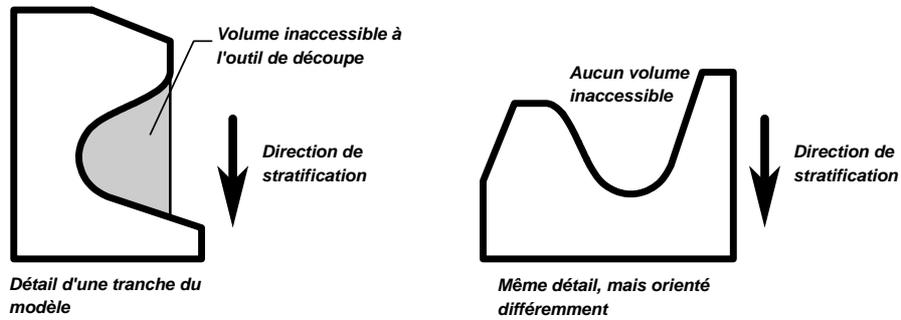


Figure 4.1. Les volumes inaccessibles varient selon la direction de tranchage employée

Dans ce cas, une des solutions pour remédier à ce problème est de modifier le tranchage. Il est possible de modifier le tranchage de deux façons différentes : trancher à des hauteurs différentes et choisir une autre direction de tranchage (voir **Figure 4.2**). Une autre façon de modifier le tranchage serait d'opérer une décomposition du modèle afin de séparer les parties en dépouille des parties en contre-dépouille.

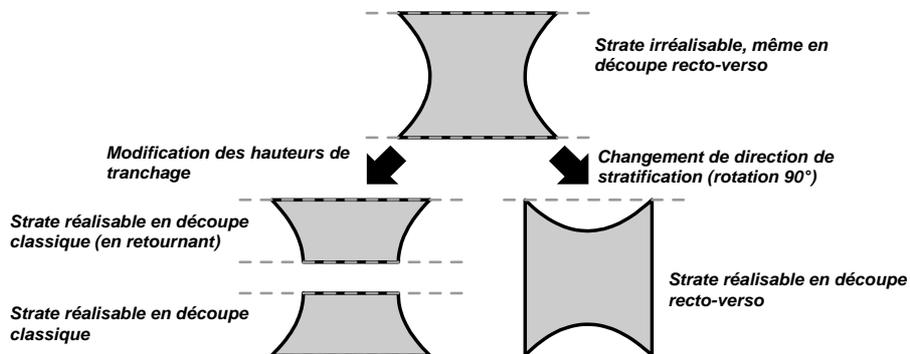


Figure 4.2. Modifier le tranchage pour accéder aux volumes cachés lors de l'usinage

Selon l'épaisseur de plaque retenue, il n'est pas toujours possible d'adapter les hauteurs de tranchage pour répondre à toutes les difficultés, c'est pour palier à ce problème que la méthode des épaisseurs variables a été développée¹ (voir section 2.2.4 : « Epaisseurs variables », p.52). Quant à modifier la direction de tranchage,

¹ Grâce, en partie, aux travaux présentés ici, mais cette technique est surtout adaptée aux pièces mécaniques.

c'est une solution difficile à mettre en œuvre, car chaque orientation si une direction permet de simplifier la réalisation d'une partie du modèle, trop souvent, elle en pénalise une autre. La recherche d'une direction optimale n'est pas une opération triviale.

4.1.2.2. *L'assemblage*

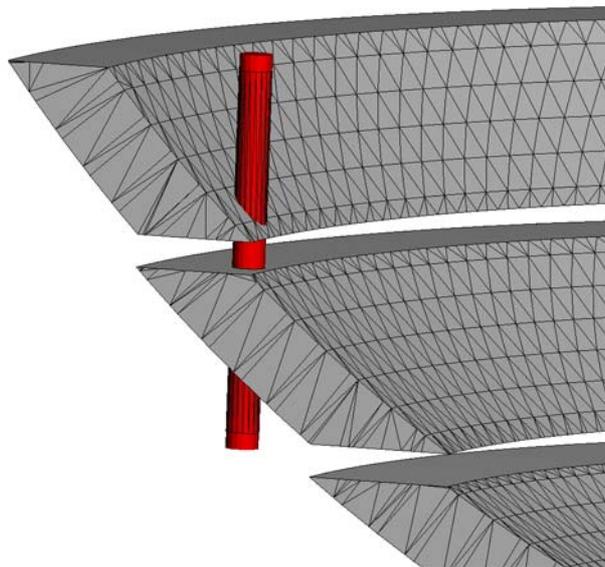


Figure 4.3. Exemple d'insert inutilisable en raison de l'inclinaison de la paroi et de la faible épaisseur du modèle.

L'assemblage des tranches est particulièrement dépendant du choix de la direction et des hauteurs du tranchage. Selon les choix retenus pour le tranchage, l'assemblage peut être très fastidieux ou au contraire très simple, comme c'est le cas d'un tranchage entraînant une myriade de petits éléments indépendants (voir **Figure 4.4**) ou d'un tranchage qui, en raison de l'inclinaison d'une partie de faible épaisseur, interdira l'utilisation d'inserts et compliquera celle des pontets (voir **Figure 4.3**).

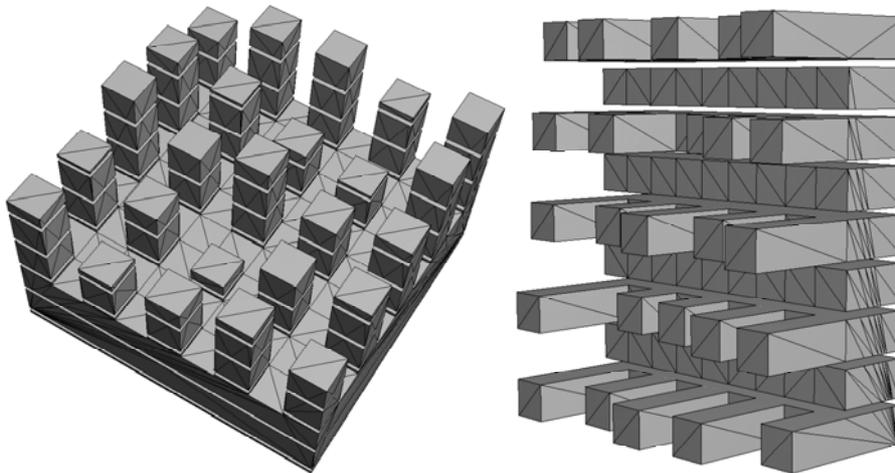


Figure 4.4. *Tranchage donnant lieu à un assemblage fastidieux (à gauche), et tranchage à l'assemblage aisé (à droite)*

4.1.2.3. L'erreur liée à l'empilement des strates

Plus communément appelée « erreur en Z » dans l'ensemble des procédés de prototypage rapide, l'erreur liée à l'empilement des strates est l'une des erreurs géométriques les plus importantes en prototypage rapide.

En effet, l'erreur commise sur chaque strate va se cumuler sur l'ensemble de l'empilement. Sur certains procédés comme la stéréolithographie, le frittage de poudre ou LOM (voir section 1.2.2 : « Exemples de procédés de prototypage rapide », p.20), l'étalonnage de la machine détermine la précision finale selon la dimension Z, car même une erreur insignifiante, après plusieurs milliers de couches successives, devient une erreur perceptible.

En Stratoconception[®], le nombre de strates est généralement de l'ordre de la dizaine, et n'atteint la centaine que dans des cas exceptionnels, mais, malgré tout, l'erreur commise par l'empilement de strates est conséquente. En effet, lors de l'assemblage, diverses techniques peuvent être employées, mais toutes apportent une certaine imprécision, qui se cumule et peut amener à une erreur importante.

Sans même faire intervenir la précision de l'assemblage, les plaques elles-mêmes ne sont planes que dans un intervalle de tolérance spécifié par le fournisseur, qui est loin d'être négligeable. Pour maîtriser cette erreur, il est possible de surfacer la partie supérieure de la plaque sur une petite épaisseur, mais le surfacage, lui aussi,

126 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

comporte des imprécisions, et plus particulièrement dans des matériaux peu homogènes ou contenant des contraintes internes qui, lors d'un usinage, sont libérées et déforment légèrement le matériau, offrant une planéité bien moins précise que celle que l'on pourrait espérer après un surfacage.

C'est pour cela qu'il est intéressant, pour l'assemblage, de limiter au maximum le nombre de strates générées par le tranchage, par contre, limiter le nombre de strates augmentera les temps d'usinage et le volume de matière inaccessible (voir section 2.7.3 : « L'épaisseur des strates », p.80).

Lorsque certaines pièces exigent un respect important des cotations, comme c'est souvent le cas des pièces fonctionnelles destinées à l'industrie mécanique, il est nécessaire de comparer, strates par strates, au fur et à mesure de l'assemblage et de leur empilement, la hauteur théorique et la hauteur réelle de l'assemblage des strates, et de compenser ce décalage par une légère rectification de l'épaisseur de la strate suivante. Ainsi, l'erreur commise est compensée au fur et à mesure de l'assemblage. C'est une méthode plus fastidieuse, mais qui permet de maîtriser l'erreur commise aux inter-strates.

Généralement, dans le cas des œuvres d'art, les utilisateurs emploient rarement cette méthode, car l'erreur commise à l'inter-strate, même cumulée, est souvent imperceptible. Par contre, une rayure bien visible sera beaucoup plus importante à leurs yeux, bien qu'elle soit quantitativement insignifiante. Pour les œuvres d'art, l'impact de l'erreur commise demeure un critère très subjectif.

4.1.3. Analyse des dépouilles - ligne de reflet

4.1.3.1. Dépouille, contre-dépouille et ligne de reflet

Les facettes d'une zone en contre-dépouille ont leur orientation opposée à la direction de tranchage¹, à l'inverse des zones en dépouille. La ligne de reflet représente l'ensemble des zones séparant les facettes appartenant aux dépouilles et celles appartenant aux contre-dépouilles ; elle est constituée d'arêtes mais aussi de facettes dont la normale est perpendiculaire à la direction de tranchage (ce sont les facettes qui n'appartiennent ni aux dépouilles ni aux contre-dépouilles).

Ainsi, si l'on ne tient pas compte de l'obstruction que peut avoir une facette sur une autre, le sens de dépouille indique si les facettes sont visibles selon un point de vue dont l'orientation serait identique à la direction de tranchage ou, concernant le procédé de Stratoconception®, le sens selon lequel la matière est accessible lors de la

¹ Le produit scalaire de leurs normales avec la direction de stratification est négatif.

découpe. Les contre-dépouilles ne sont visibles ou accessibles à la découpe que si la visualisation ou la découpe s'effectue dans la direction opposée à celle du tranchage.

Lemme 4.1. Une strate constituée exclusivement de facettes orientées en dépouille ne contient pas de volume caché.

Démonstration : Si une facette orientée en dépouille est inaccessible, cela suppose qu'une autre facette la dissimule. Dans une strate exclusivement constituée de facettes orientées en dépouille, cette facette ne peut être qu'orientée en dépouille, ce qui implique que deux facettes en dépouille sont l'une au-dessus de l'autre, ce qui est incohérent car elles s'opposent pour désigner la présence de matière. Donc, il est impossible, dans le cas d'un modèle connexe, qu'une facette soit inaccessible dans une strate exclusivement constituée de facettes orientées en dépouille.

Les dépouilles, contre-dépouilles et la ligne de reflet sont parmi les meilleurs indicateurs de l'erreur commise due aux paramètres de tranchage, car la principale erreur commise provient de la matière inaccessible.

4.1.3.2. Ligne de reflet concave et convexe

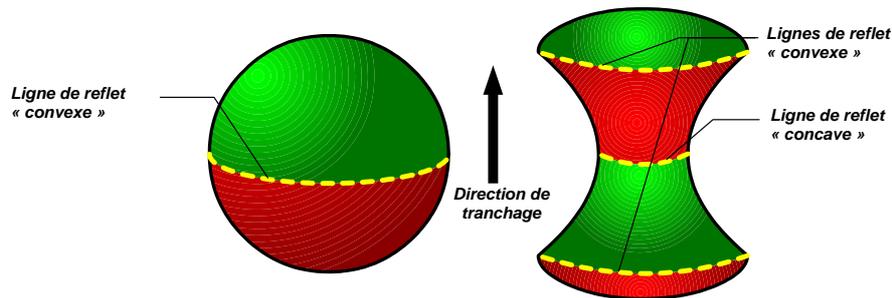


Figure 4.5. Analyse des dépouilles (dépouilles en vert, contre-dépouilles en rouge), lignes de reflet concave et convexe (en pointillés jaunes)

La ligne de reflet¹ peut être de deux types : concave ou convexe. Lorsqu'une arête appartient à la ligne de reflet concave, la facette en contre-dépouille est « au-dessus »² de la facette en dépouille, et dans le cas d'une ligne de reflet convexe, la facette en dépouille est « au-dessus » de la facette en contre-dépouille. Les

¹ Nous considérons ici que la ligne de reflet est une ligne, alors qu'elle peut être constituée de surfaces. La notion de reflet *concave* ou *convexe* peut s'appliquer à des surfaces, mais cette notion sera détaillée par la suite.

² Le « dessus » correspond à l'orientation indiquée par le vecteur de stratification.

qualificatifs *concaves* et *convexes* donnés à ces arêtes proviennent de la courbure de la surface du modèle autour de la ligne de reflet (voir *Figure 4.5*).

Le fait qu'une portion de la ligne de reflet soit concave ou convexe a une conséquence importante sur la réalisation du modèle en découpe recto-verso. Dans le cas d'une ligne de reflet convexe, le modèle est réalisable en employant une découpe recto-verso. Par contre, dans le cas d'une ligne de reflet concave, les facettes du « dessus » de la ligne masquent les facettes du « dessous », quel que soit le sens de découpe, ce qui crée des volumes inaccessibles.

Propriété 4.2. *Les facettes liées à une arête appartenant à la ligne de reflet concave se masquent mutuellement l'une et l'autre selon les deux sens de la direction de tranchage.*

Cette propriété n'est pas réversible : un modèle dont la ligne de reflet est exclusivement convexe peut entraîner des volumes inaccessibles, comme le montre la *Figure 4.6*.

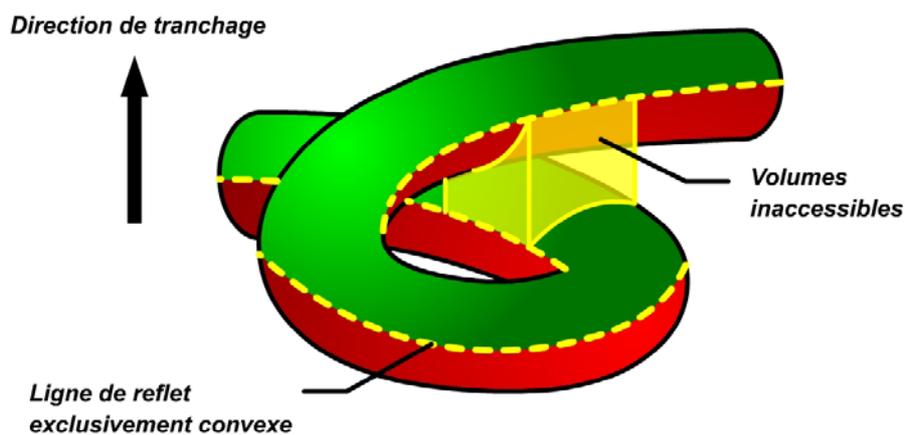


Figure 4.6. *Présence de volumes inaccessibles malgré l'absence de ligne de reflet concave*

Propriété 4.3. *Une strate dont la ligne de reflet est exclusivement convexe peut contenir des volumes inaccessibles selon les deux sens de la direction de tranchage.*

4.1.3.3. Surfaces verticales et ligne de reflet

La principale difficulté de l'exploitation de la ligne de reflet réside dans le fait qu'elle peut être composée de surfaces verticales¹ (voir **Figure 4.7**).

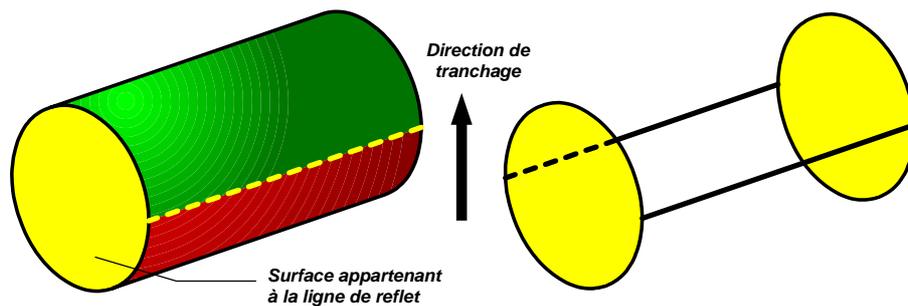


Figure 4.7. Exemple de ligne de reflet constituée de surfaces verticales : visualisation des dépouilles d'un cylindre (à gauche) et sa ligne de reflet seule (à droite)

Alors qu'une arête appartenant à la ligne de reflet désigne un changement franc du sens de dépouille sur la surface du modèle (c'est l'arête commune à une facette en dépouille et une facette en contre-dépouille), une « surface de reflet » désigne, par contre, une zone où le sens de dépouille est indéterminé.

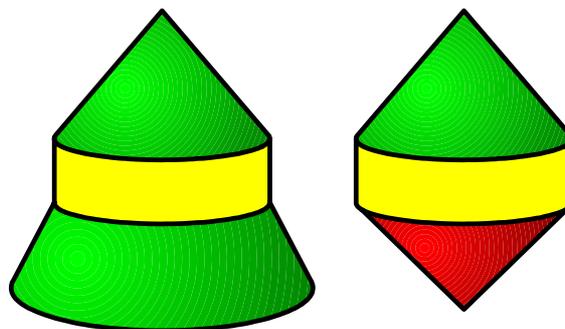


Figure 4.8. Surface verticale n'ayant aucune influence (à gauche) et surface verticale correspondant à un changement du sens de dépouille (à droite)

¹ Dans ce cas, la verticale étant la direction de stratification, une surface est « verticale » si la normale en chaque point de cette surface est orthogonale à la verticale.

A l'instar des arêtes appartenant à la ligne de reflet, ces surfaces peuvent correspondre à un changement de dépouille concave ou convexe, ou, au contraire, ne pas appartenir à la ligne de reflet. Dans le cas de la **Figure 4.8**, il est inutile de tenir compte des surfaces verticales du modèle de gauche (on peut les considérer en dépouille), ce qui n'est pas le cas du modèle de droite.

Pour déterminer auquel de ces trois types appartient une surface verticale, il est nécessaire d'étudier le sens de dépouille de ses facettes voisines. Il est trivial de déterminer quelles sont les surfaces verticales qui n'appartiennent pas à la ligne de reflet : ce sont celles qui ne séparent pas des zones d'orientation en dépouille différentes.

Définition 4.4. Une surface verticale dont toutes les facettes voisines sont orientées dans le même sens de dépouille n'appartient pas à la ligne de reflet et peut être considérée comme orientée dans ce sens de dépouille.

Démonstration : Les surfaces verticales peuvent être réalisées selon les deux sens de dépouille, et peuvent être considérées, de ce fait, comme orientées en dépouille ou en contre-dépouille. Sachant que la ligne de reflet sépare les zones en dépouille des zones en contre-dépouille, les surfaces verticales dotées uniquement de voisins ayant la même orientation ne peuvent appartenir à la ligne de reflet. Si une surface verticale est considérée de même orientation que ses voisins, cela n'a aucune incidence sur la ligne de reflet.

Dans le cas où les facettes voisines de ces surfaces verticales seraient de différentes orientations en dépouille, elles appartiendraient effectivement à la ligne de reflet. Elles peuvent, à l'instar des arêtes de la ligne de reflet, être « concaves » ou « convexes » selon le même principe : si les voisines en orientées en dépouille sont « au-dessus » (selon la direction de tranchage) de la surface verticale, et les autres « en-dessous », il s'agit d'une surface verticale convexe, sinon concave (voir **Figure 4.9**).

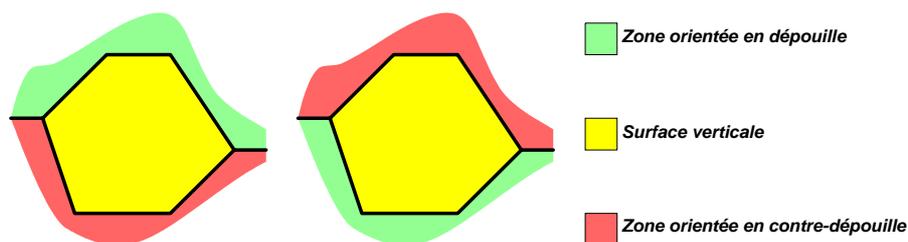


Figure 4.9. Surfaces verticales « convexe » (à gauche) et « concave » (à droite)

Par contre, il se peut que la répartition de l'orientation des facettes voisines des surfaces verticales soit telle que certaines parties de la surface soient concaves ou

convexes, et que d'autres n'appartiennent pas à la ligne de reflet. Dans ce cas, une solution consiste à décomposer la surface par un cloisonnement de segment : les segments à cloisonner sont les contours des surfaces verticales (on fait abstraction des arêtes dont les deux facettes voisines appartiennent à la surface verticale), et la direction du cloisonnement est la direction de tranchage. Ainsi, chaque trapèze est fermé en haut et en bas par un segment (ou portion de segment) correspondant à une arête frontière de la surface verticale, ce qui permet de déterminer si chaque trapèze est concave, convexe ou exclu de la ligne de reflet (voir **Figure 4.10**).

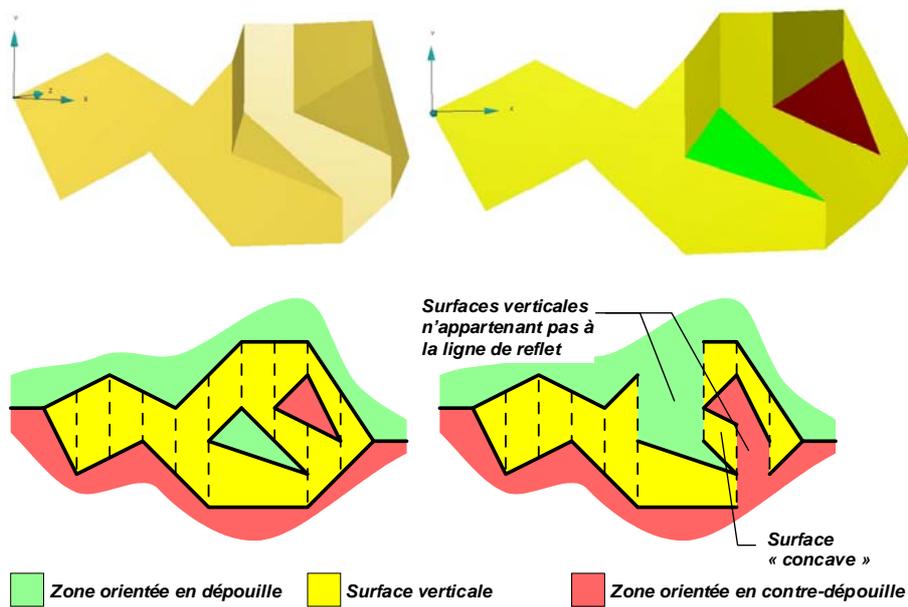


Figure 4.10. Cloisonnement des surfaces verticales : (en haut) modèle illustrant ce cloisonnement, (en bas) schéma du cloisonnement, (en bas, à droite) élimination des surfaces verticales inutiles pour la ligne de reflet

Ainsi, les lignes de reflet sont constituées d'arêtes et de parties de surfaces verticales, et chacun de ces éléments est soit convexe soit concave. Il est à noter que la ligne de reflet est un contour fermé, mais peut contenir des embranchements.

4.1.3.4. Utilisation des dépouilles et de la ligne de reflet

La visualisation des dépouilles est un formidable outil pour appuyer le choix d'une direction de tranchage. Il permet de visualiser les zones de changement du

sens de dépouille, qui sont à l'origine des volumes de matière inaccessibles (voir **Figure 4.11**). Si dépouilles et contre-dépouilles cohabitent au sein d'une même strate, il sera nécessaire d'employer une découpe recto-verso pour minimiser, voire éviter, les surplus de matière. Ainsi, une direction de tranchage qui ne permet pas d'isoler dépouilles et contre-dépouilles est rarement un bon choix, et, inversement, une direction isolant les deux types de dépouille sur des strates distinctes permet d'employer une découpe classique, sans avoir besoin de faire appel à une découpe recto-verso. Toutefois, cet outil demeure limité, il ne permet que d'apprécier la valeur d'une direction, et n'offre aucun indice pour employer une autre direction. Par contre, en matière d'œuvres d'art, les choix ont bien souvent un caractère subjectif, donc un outil permettant « d'apprécier » un paramètre s'avère adapté à la problématique.

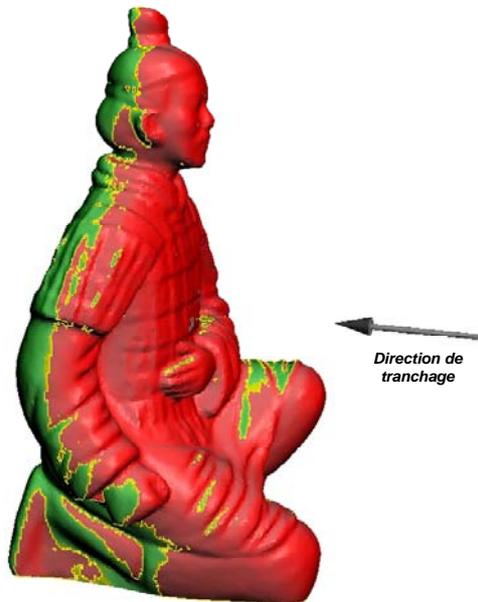


Figure 4.11. Exemple de visualisation des dépouilles et de la ligne de reflet sur un modèle

La ligne de reflet et l'orientation des dépouilles offrent le moyen de séparer dépouilles et contre-dépouilles. Le moyen le plus simple de les séparer consiste à les répartir sur des strates différentes : en plaçant des plans de tranchage à des hauteurs telles qu'ils contiennent la ligne de reflet, chaque strate contiendra soit des éléments orientés en dépouille, soit en contre-dépouille (voir **Figure 4.12**). En employant le retournement de strate sur celles contenant les facettes orientées en contre-dépouille,

chaque strate devient réalisable sans qu'aucun volume ne soit inaccessible. Les surfaces verticales de la ligne de reflet présentent l'avantage d'offrir un choix pour ce qui est des hauteurs de tranchage : il est possible de séparer dépouilles et contre-dépouilles liées à une surface verticale si le tranchage isole la partie supérieure de la surface sur une tranche et la partie inférieure sur une autre.

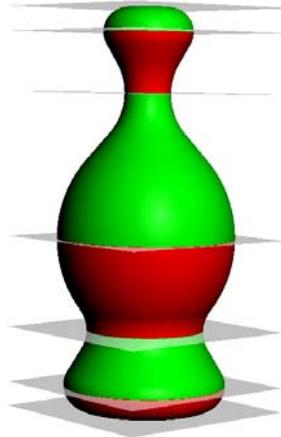


Figure 4.12. Placer les plans de tranchage sur la ligne de reflet pour séparer dépouilles et contre-dépouilles

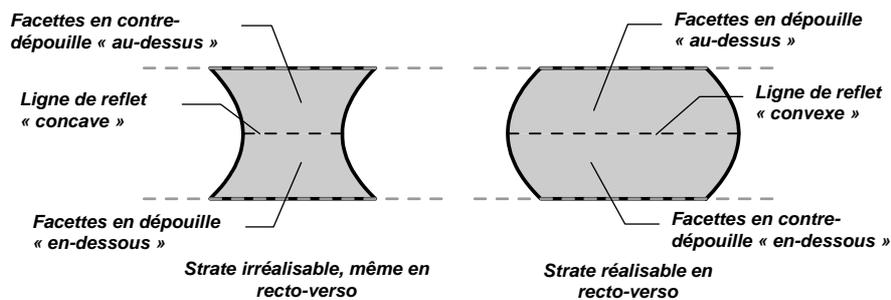


Figure 4.13. Contre-dépouille irréalisable (à gauche), contre-dépouille réalisable (à droite)

Lorsque l'on emploie une découpe recto-verso, la Propriété 4.2 implique qu'il est obligatoire de placer les plans de tranchage à des hauteurs telles qu'ils contiennent les éléments « concaves » de la ligne de reflet si l'on veut éviter la présence de

volumes inaccessibles (voir **Figure 4.13**). Par contre, la Propriété 4.3 révèle que, malgré cela, la strate n'est pas exempte de volumes inaccessibles.

Malheureusement, il n'est pas toujours possible de contenir les éléments de la ligne de reflet dans des plans, et encore moins des plans orthogonaux à la direction de tranchage tels que les plans de tranchage. S'il est impossible de contenir les éléments d'une ligne de reflet concave dans un plan de tranchage, des volumes de matière seront inaccessibles. Ainsi, il est possible de juger la qualité d'une direction de tranchage et de localiser les zones où se trouveront les volumes de matière inaccessibles.

De plus, il n'est pas possible d'estimer la quantité de matière inaccessible par cette méthode, elle permet tout au plus de la localiser. Si cet outil s'avère précieux pour les modèles de pièces mécaniques, car il existe bien souvent un tranchage permettant d'éviter les volumes inaccessibles pour ce type de pièces, ce n'est pas le cas des modèles artistiques, pour lesquels il existe rarement un tranchage parfait. Mais s'il n'y a pas de tranchage « parfait », certains sont meilleurs que d'autres, et c'est là toute la difficulté des modèles artistiques : pour choisir le « meilleur » tranchage, plusieurs critères interviennent, à savoir la *quantité de matière inaccessible*, la *localisation de ces erreurs* sur le modèle et *l'influence du tranchage sur l'assemblage* des tranches après leur réalisation. Le volume de matière inaccessible est le seul critère quantitatif disponible pour estimer la valeur d'une direction de tranchage; un algorithme de recherche d'une direction de tranchage basé sur ce critère est proposé par la suite (voir section 4.4.3 : « Méthodes approchées », p.157). Les deux autres critères, à savoir la localisation des volumes inaccessibles et la difficulté d'assemblage, sont bien trop subjectifs pour envisager leur utilisation autrement qu'à l'appréciation de l'utilisateur.

4.2. Tranchage avancé

4.2.1. Strates à surfaces gauches - décomposition

Comme il a été montré précédemment, la ligne de reflet n'est pas nécessairement une ligne, ni même contenue dans un plan perpendiculaire à la direction de tranchage. Donc, le cas du tranchage selon un plan séparant les dépouilles des contre-dépouilles (voir **Figure 4.12**) est loin d'être la solution à toutes les difficultés.

Déterminer une décomposition permettant d'isoler les parties en dépouille des parties en contre-dépouille serait une réponse à cet épineux problème (voir **Figure 4.14**). Cette solution rejoint la proposition de décomposition du modèle proposée précédemment (voir section 3.4.2 : « Décomposition », p.116), mais demeure déjà plus simple : il n'est plus question d'employer des directions de tranchage

différentes, mais de trancher selon des surfaces qui ne sont plus délimitées par des plans parallèles, mais par des surfaces de géométries plus compliquées.

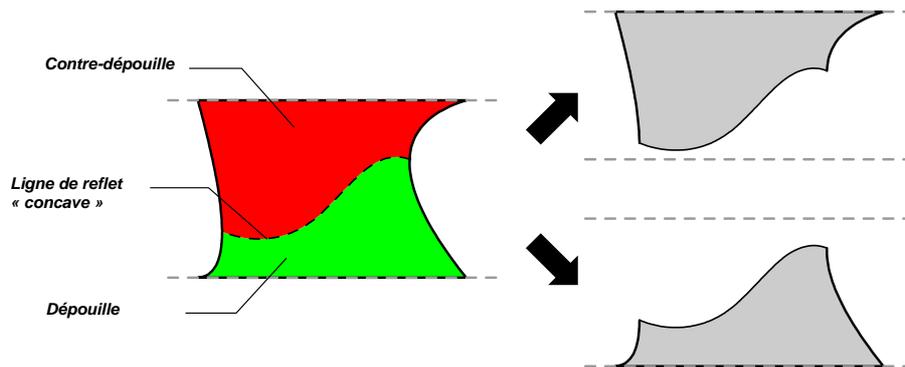


Figure 4.14. *Tranchage par des surfaces gauche - décomposition*

Cette solution, apparemment simple à mettre en œuvre, fourmille de nombreuses difficultés.

La ligne de reflet est elle-même une difficulté, car elle s'appelle « ligne » par abus de langage, c'est en fait un ensemble connexe de lignes et de surfaces verticales, et malheureusement, une décomposition nécessite un contour exclusivement constitué de lignes¹. De plus, la « ligne » de reflet, bien que fermée, peut être de forme quelconque, ce qui inclut des angles vifs, des replis et surtout des embranchements.

Lorsqu'il est possible d'isoler de façon simple les dépouilles et les contre-dépouilles, il faut encore déterminer une surface contenant cette « ligne » pour constituer la séparation entre les strates, et cette surface n'est pas exempte de contraintes : elle devra permettre d'assembler les deux parties, ce qui exclut de nombreuses géométries (voir **Figure 4.15**). L'assemblage de strates en contact sur des surfaces gauches ne présente pas les mêmes facilités qu'assembler des surfaces planes, d'autant plus que les surfaces seront stratifiées, c'est à dire discrétisées, d'où un contact qui sera loin d'être parfait.

¹ Décomposer un modèle par une ligne de reflet composée de surfaces verticales aurait pour conséquence de créer des parties dont l'assemblage ne correspondrait plus au modèle initial : il est nécessaire de remplacer chaque surface verticale de la ligne de reflet par une ligne appartenant à ces surfaces.

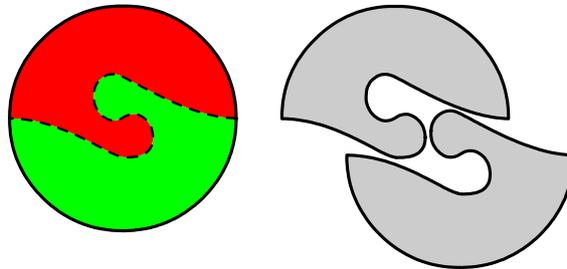


Figure 4.15. Surface de décomposition générant un assemblage impossible

Ces difficultés compromettent à l'heure actuelle toute automatisation ou systématisation d'une décomposition séparant dépouilles et contre-dépouilles, mais c'est clairement l'une des méthodes les plus prometteuses en matière de réalisation de formes libres. Cette méthode donnera lieu à d'autres travaux de recherche (voir section 6.4 : « Les travaux », p.189).

4.2.2. Morceler les strates

Face aux difficultés rencontrées lors d'une décomposition du modèle ou d'un tranchage par des surfaces gauches, la systématisation ou automatisation de ces méthodes est compromise au profit d'opérations effectuées en interaction avec l'utilisateur. C'est pourquoi, afin d'obtenir une automatisation de la décomposition pour limiter le volume de contre-dépouille des modèles, il pourrait être intéressant de décomposer les strates elles-mêmes (voir **Figure 4.16**).

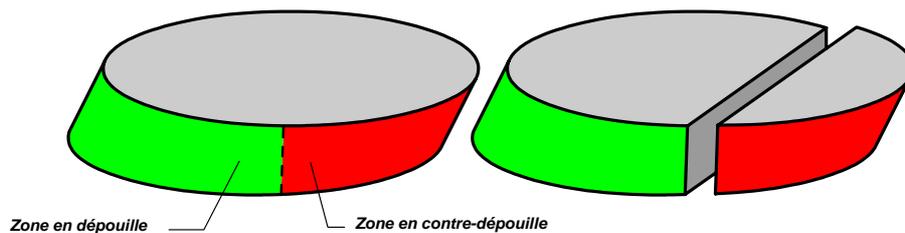


Figure 4.16. Morceler les strates

Mais les difficultés rencontrées sur les tranches s'apparentent aux difficultés rencontrées sur les modèles eux-mêmes, ce qui ne permet pas non plus d'envisager une solution de systématisation ou d'automatisation de la décomposition des strates.

La décomposition de strate afin d'isoler dépouilles et contre-dépouilles, à l'instar d'une décomposition de modèle, peut générer une multitude d'éléments et des éléments de forme quelconque, ce qui représente des difficultés majeures lors de leur mise en œuvre.

4.2.3. Décomposer selon des éléments caractéristiques du modèle

Cette solution consiste à trancher ou à décomposer les tranches en se basant sur des éléments du modèle (contours d'arêtes ou surfaces de facettes) ou des éléments que l'on peut associer à la géométrie du modèle (plan de symétrie ou squelette, par exemple). Cette solution est similaire à celle précédemment abordée lors de la décomposition du modèle (voir section 3.4.2 : « Décomposition ») et se heurte aux mêmes obstacles, dont principalement l'assemblage des parties, qui restreint considérablement les possibilités.

Les éléments caractéristiques les plus simples à mettre en œuvre pour une décomposition sont les éléments de symétrie (point, axe, plan) et les arêtes vives (arêtes dont les facettes voisines forment un angle « critique »). Le squelette du modèle est également très prometteur, mais c'est une solution plus complexe à mettre en œuvre car elle ne propose aucun contour selon lequel séparer différentes parties du modèle.

La symétrie est une solution très simple à mettre en œuvre, mais si c'est un cas très fréquent dans les modèles mécaniques, c'est au contraire un cas très particulier pour les modèles artistiques. Pour les arêtes vives, cette situation est plus nuancée, car, bien que moins fréquentes, elles sont parfois présentes dans les modèles artistiques. Ainsi, aucune solution systématique de décomposition selon des éléments caractéristiques du modèle ne peut être envisagée, mais par contre, n'en demeure pas moins des outils très prometteurs qui pourraient être mis à disposition de l'utilisateur.

4.3. Problématiques et algorithmes apparentés aux volumes inaccessibles

4.3.1. Le tampon de profondeur, ou « Z-buffer »

Il existe deux applications de la technique du Z-buffer présentant de fortes similitudes avec notre problématique : la visualisation et l'usinage.

En visualisation, son emploi est très répandu car il s'agit de la solution majoritairement retenue pour déterminer si un élément ou une partie d'élément cache ou est caché par un autre élément. Le principe du Z-buffer en visualisation

repose sur la discrétisation de l'image en pixels : à chaque pixel est associé l'information de sa proximité par rapport au point de vue. Ainsi, lorsqu'un nouveau pixel doit être dessiné sur un pixel déjà présent, le nouveau pixel doit être associé à une valeur de profondeur qui lui autorise de prendre la place de l'autre pixel. Cette technique permet d'éviter la subdivision des éléments qui sont partiellement cachés, mais requière une discrétisation de l'image.

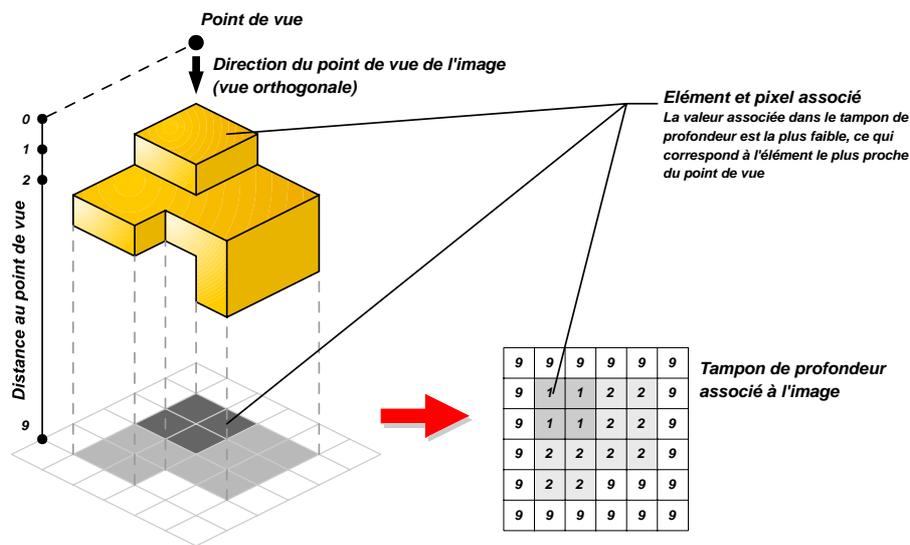


Figure 4.17. Principe du Z-buffer

Les pixels qui constituent l'image sont conservés dans le tampon d'affichage (*color buffer*) : c'est une matrice à deux dimensions dont chaque élément contient une couleur et dont les coordonnées déterminent la position dans l'image. Pour employer cette technique, il lui est associé un tampon de profondeur (*Z-buffer* ou *depth buffer*) : c'est une matrice de mêmes dimensions dont les éléments (les pixels) contiennent une valeur représentant la distance entre le plan de vue et l'élément affiché (voir **Figure 4.17**). Ainsi, avant qu'un pixel ne soit dessiné dans le tampon d'affichage, sa profondeur est comparée à celle conservée dans le tampon de profondeur : si elle est inférieure, la nouvelle couleur est écrite dans le tampon d'affichage et la nouvelle profondeur écrite dans le tampon de profondeur, si elle est supérieure, on ne tient pas compte du nouveau pixel.

Cette technique est également utilisée pour gérer les ombres dans les scènes 3D : à chaque source de lumière (ponctuelle ou directionnelle) est associé un tampon de

profondeur permettant de conserver la profondeur de l'élément le plus proche de la source lumineuse. Ainsi, un pixel ne passant pas le test du tampon de profondeur associé à une source de lumière n'est pas éclairé par cette source lumineuse et se trouve dans l'ombre d'un autre objet ; ces tampons sont appelés *shadow maps* [MCCOOL, 2000], [LOKOVIC, 2000], [EVERITT, 2003]. Cette technique permet également de représenter les ombres, généralement de façon plus rapide que la technique des *shadow volumes* (particulièrement dans le cas de certaines géométries), (voir **Figure 4.34**), mais au prix d'une discrétisation des ombres (voir **Figure 4.18**).

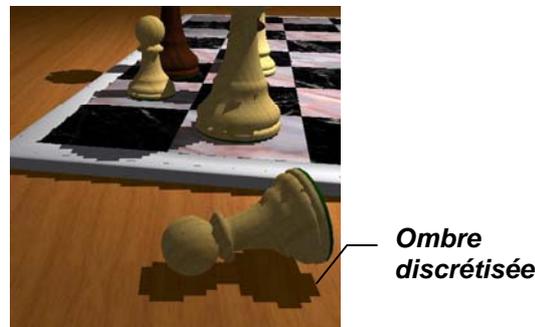


Figure 4.18. *Shadow maps: discrétisation des ombres* [STAMMINGER, 2002]

Cette technique est également employée dans le domaine de l'usinage pour calculer les trajectoires des outils en 3 axes [DUC, 1998]. Elle consiste à discrétiser les surfaces à usiner selon une grille et d'affecter une hauteur à chaque élément de la grille. Ainsi, en ne retenant que la hauteur la plus importante de chaque élément de la grille, elle permet de tenir compte des zones inaccessibles. Il est également très simple de calculer les corrections d'outil sur une discrétisation de ce type, quelque soit la forme de l'outil (voir section 2.4.2 : « Outils de coupe et paramètres de coupe en Stratoconception® », p.64).

4.3.2. Les volumes d'ombre

Par définition, le volume d'ombre (*shadow volume*) d'un objet contient tous les points auxquels il dissimule la source de lumière :

Soit $\partial\Gamma_{P+}$ l'ensemble des éléments de la surface d'un solide Γ orientés vers la source de lumière ponctuelle placée au point P ou la source de lumière

140 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

directionnelle de direction \vec{v} .

Le volume d'ombre généré par Γ et P est l'ensemble des points M tels que : $\left\{ M \in \mathbb{R}^3; (M, \overline{MP}) \cap \partial\Gamma_{P+} \neq \emptyset \right\}$

Le volume d'ombre généré par Γ et \vec{v} est l'ensemble des points M tels que : $\left\{ M \in \mathbb{R}^3; (M, \vec{v}) \cap \partial\Gamma_{P+} \neq \emptyset \right\}$

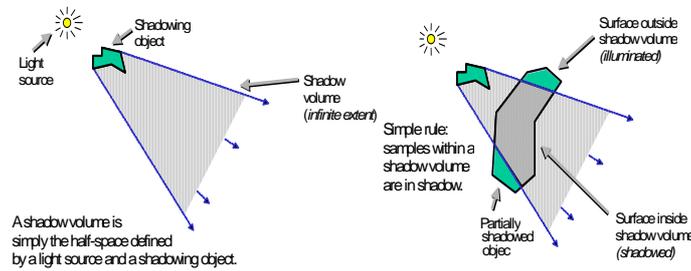


Figure 4.19. Le principe des shadow volumes [EVERITT, 2003]

La technique des *shadow volumes* repose sur la construction géométrique du volume d'ombre (voir Figure 4.19 et, par exemple, [HEFLIN, 1993]), puis, lors de la visualisation, de déterminer si chaque point dessiné se trouve à l'intérieur ou à l'extérieur d'un volume d'ombre (voir Figure 4.20). Chaque couple, constitué d'une source lumineuse et d'une géométrie, génère un volume d'ombre. Ces volumes vont permettre de représenter les ombres et de déterminer quelles géométries ou parties de géométries sont cachées de la source de lumière par d'autres. Everitt et Kilgard [EVERITT, 2003] proposent une revue des applications de cette technique dans le domaine de la visualisation.

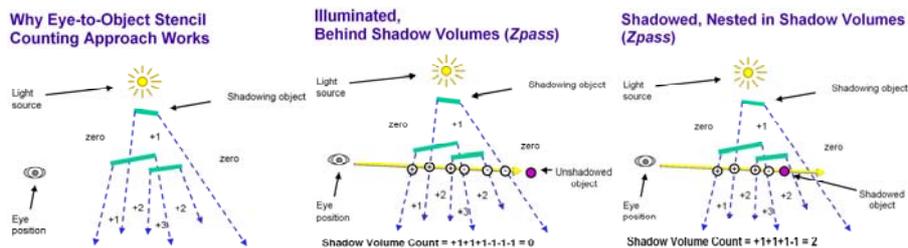


Figure 4.20. Principe d'utilisation des shadow volumes en visualisation [EVERITT, 2003]

La construction d'un volume d'ombre d'un solide Γ se fait en créant son enveloppe : elle est constituée des parties de cette géométrie orientées vers la source lumineuse P (l'ensemble $\partial\Gamma_{P+}$) et de la projection à l'infini des frontières de Γ_{P+} selon la direction de la source lumineuse (l'ensemble des frontières s'appelle aussi la *silhouette*) [MCGUIRE, 2003]. Dans le cas d'une source de lumière à l'infinie (source de lumière directionnelle), la silhouette d'une géométrie n'est autre qu'une ligne de reflet dont la direction est celle de la source de lumière. Dans le cas d'une source de lumière ponctuelle, la silhouette correspond également à une ligne de reflet, mais dont le coloriage dépouille / contre-dépouille des facettes diffère : il se détermine à partir de la position de la source lumineuse par rapport au plan de chaque facette.

La technique des volumes d'ombre permet d'obtenir en temps réel des ombres très réalistes. Les applications sont nombreuses, comme, par exemple, produire des ombres adaptées aux objets en mouvement ou des ombres aux contours adoucis en raison d'une source de lumière surfacique (voir, par exemple, [ASSARSSON, 2003a, ASSARSSON, 2003b], [DRETTAKIS, 1994], [STEWART, 1994], [YOO, 1998], et [LOSCOS, 1997]). Dans le cas de Stratoconception[®], ce genre d'ombres ne semble pas présenter d'intérêt, mais la construction rapide de ces volumes, elle, est intéressante : elle permettrait de déterminer rapidement les volumes inaccessibles, car les volumes d'ombre d'une source de lumière directionnelle s'apparentent aux volumes inaccessibles en Stratoconception[®].

Les principales différences entre la détermination des volumes inaccessibles lors d'une stratification et une visualisation d'ombres sont la découpe en tranche et la possibilité d'une découpe recto-verso. Rechercher une direction de tranchage pourrait être assimilée à minimiser les ombres avec une source de lumière directionnelle ou deux sources de même direction mais de sens opposés sur des tranches du modèle.

4.3.3. *La visibilité et la suppression des surfaces cachées*

Déterminer les surfaces cachées selon une vue orthogonale permet d'obtenir les volumes cachés selon cette vue, ce qui revient à connaître les volumes inaccessibles du procédé de Stratoconception[®] selon une direction de tranchage correspondant à la vue orthogonale choisie.

La suppression des surfaces cachées (*hidden surface removal*) est une technique couramment employée pour permettre l'affichage réaliste de surfaces opaques en trois dimensions. Son principe repose sur la suppression des éléments ou parties d'élément d'une scène 3D qui sont cachés par d'autres lors de leur projection vers une scène en deux dimensions (l'image). La projection est définie par le point de

vue (une position ou une orientation, par exemple) et le type de vue (orthogonale ou perspective, par exemple). Il est possible de déterminer si un élément cache un autre par sa profondeur par rapport au point de vue (voir [GOODMAN, 2004], [CHEN, 1996], [MULMULEY, 1991], [MCKENNA, 1987] et [GOODRICH, 1992]).

L'algorithme du peintre illustre bien le problème rencontré par ces techniques : c'est une méthode élémentaire permettant d'afficher les éléments d'une scène en tenant compte des surfaces cachées. Elle consiste à hiérarchiser les éléments selon leur profondeur par rapport au point de vue, et de les afficher du plus éloigné au plus proche ; ainsi, lorsqu'un élément plus proche est superposé à un élément éloigné, il sera affiché en dernier et cachera l'autre élément. Cette méthode, bien que proposant des résultats corrects dans la majorité des cas, est limitée par le fait qu'il n'est pas toujours possible de hiérarchiser correctement des éléments à afficher selon leur profondeur : le problème des trois triangles en est la parfaite illustration (voir *Figure 4.21*), et prouve la nécessité de découper les éléments avant leur affichage.

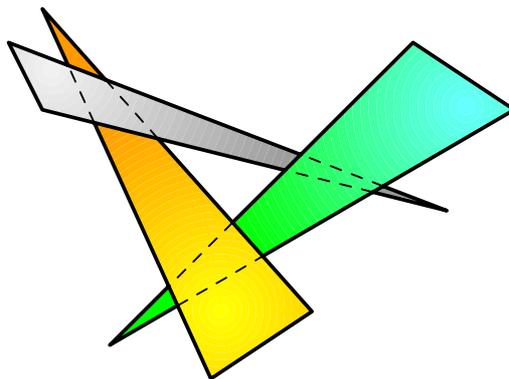


Figure 4.21. *Le problème des trois triangles : chaque triangle est caché par un autre, il est impossible de déterminer une hiérarchie entre les trois triangles.*

De nombreux algorithmes fondés sur des arbres BSP (**b**inary **s**pace **p**artitioning) permettent ce découpage et proposent un ordre d'affichage. De nombreux algorithmes permettant de construire des volumes d'ombre emploient les arbres BSP (voir [SLATER, 1992], [CHIN, 1989, CHIN, 1992], et [CHRYSANTHOU, 1995]). Chaque nœud d'un arbre BSP divise l'espace en deux parties, et ce, jusqu'à ce que toutes les feuilles de l'arbre ne contiennent qu'un unique élément (voir *Figure 4.22*). Dans le cas des surfaces cachées, il suffit que la division soit telle que l'une des parties cache l'autre sans ambiguïté et de répéter les subdivisions jusqu'à obtenir des

portions de l'espace ne contenant plus qu'un seul élément ou des éléments dont l'ordre d'affichage ne peut pas poser de difficulté.

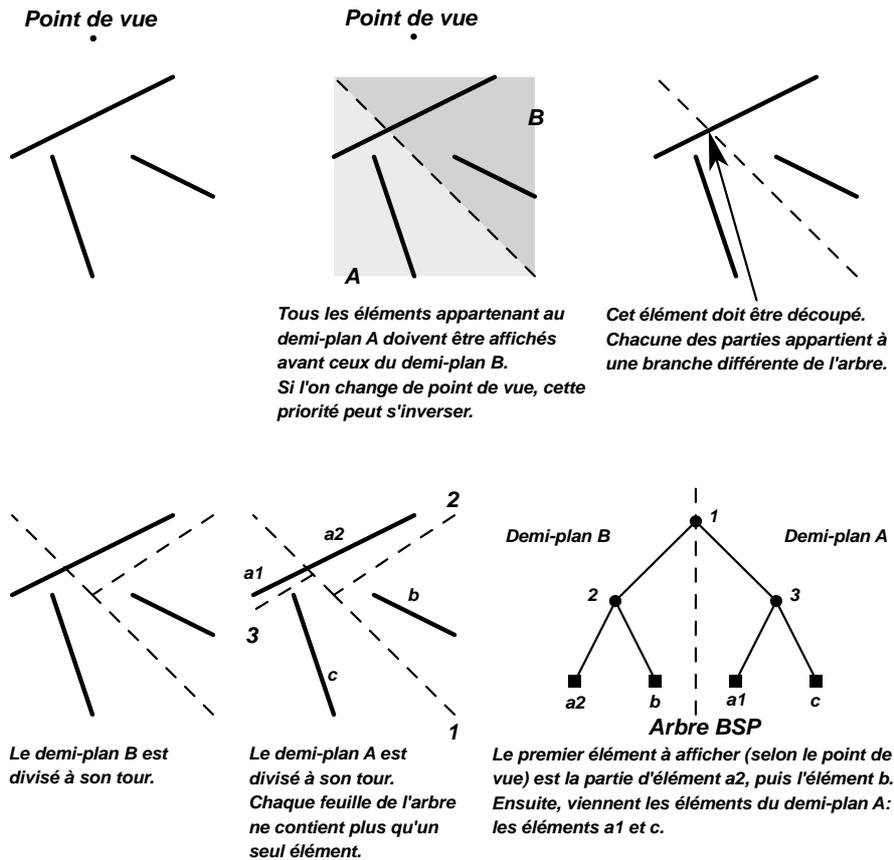


Figure 4.22. Construction d'un arbre BSP (voir, par exemple, [GOODMAN, 2004])

Un plan suffit pour diviser l'espace en créant deux parties dont l'ordre d'affichage ne crée pas d'ambiguïté, et quelle que soit la vue retenue¹. C'est l'un des

¹ En effet, chaque nœud de l'arbre coupe l'espace par un plan. Les deux branches filles de ce nœud contiennent chacune les éléments d'un des deux demi-espaces définis par ce plan. Le plan et la direction choisie suffisent pour déterminer que tous les éléments d'un des deux demi-espaces doivent être affichés avant ceux de l'autre. Ainsi, en un parcours d'arbre, on peut déterminer dans quel ordre afficher tous les éléments pour une direction donnée.

intérêts majeurs dans l'emploi des arbres BSP en visualisation : l'arbre est à construire une seule fois, et ensuite, un seul parcours de l'arbre est nécessaire pour obtenir un ordre d'affichage des éléments. Chin et Feiner, par exemple, décrivent dans [CHIN, 1989] un algorithme reposant sur un arbre BSP permettant de déterminer l'ordre d'affichage des polygones constituant un volume. Il est à noter que la construction d'un arbre BSP entraîne une découpe des éléments, ce qui augmente le nombre d'éléments à afficher. Cette solution peut s'avérer très intéressante si l'on veut évaluer un grand nombre de directions au moyen d'algorithmes tirant profit d'un ordre de recouvrement des triangles.

Une autre solution couramment employée lors de la suppression des surfaces cachées consiste à employer un arrangement des éléments projetés pour construire une carte de visibilité (*visibility map*) (voir, par exemple, [MCKENNA, 1987]). L'enveloppe inférieure (ou supérieure) de n triangles est de complexité $\Theta(n^2)$ ¹ dans le pire des cas. La construction de cette enveloppe requiert un temps $O(n^2 \log n)$ (voir, par exemple, [BOISSONNAT, 1995]). En pratique, le pire cas est rarement rencontré, c'est ainsi que d'autres algorithmes dont la complexité est liée à la dimension du résultat (*output-sensitive algorithms*) ont été élaborés [SHARIR, 1992]. Construire un modèle contenant les volumes inaccessibles à plusieurs intérêts : on pourrait ainsi quantifier ces volumes, mais aussi les visualiser ou encore calculer les parcours d'outil sans avoir à tenir compte des surfaces inaccessibles². Toutefois, l'implémentation de ces algorithmes est délicate et leur complexité risque d'entraîner des temps de calcul assez long (voir section 4.4.2.3 : « La dure réalité », p.156).

Il existe de nombreux autres algorithmes de visibilité (*visibility*), comme le lancer de rayon ou la construction de graphes de visibilité, qui permettent de déterminer si un volume en cache un autre (*occlusion algorithms*), mais dont nous ne nous attarderons pas sur la description car ils ne semblent pas avoir d'application pour le procédé de Stratoconception®.

4.3.4. Le démoulage

Il existe de nombreuses similitudes entre la fonderie et le procédé de Stratoconception®, comme en témoignent l'emploi des termes *dépouille* et *contre-dépouille*, qui proviennent, entre-autres, des moulistes. Les problèmes rencontrés lors du démoulage s'apparentent à ceux de la découpe en Stratoconception®, car

¹ $\Theta(n^2 \alpha(n))$ si les triangles sont intersectés (fichier incorrect). $\alpha(n)$ est l'inverse de la fonction d'Ackermann.

² Car il deviendrait inutile d'effectuer des calculs de collision et les surfaces non-accessibles ne seraient plus prises en compte lors des différentes optimisations du calcul des parcours.

dans les deux cas, les volumes inaccessibles selon les deux sens de la direction de démoulage ou de tranchage sont proscrits.

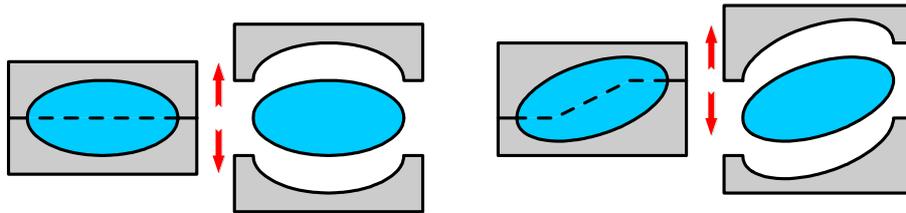


Figure 4.23. Démoulage selon des directions orthogonales, selon un plan de joint (à gauche) ou selon une surface de joint non-plane (à droite)

En fonderie, le démoulage des pièces est à l'origine de l'une des contraintes de conception les plus importantes, les autres étant liées au phénomène de retrait des matériaux. La possibilité de réaliser ou non une pièce par un procédé de fonderie dépend essentiellement de l'existence d'un plan de joint, voire d'une surface, qui va permettre d'ouvrir le moule et de libérer la pièce. Il est possible de faire appel à des solutions de démoulage très complexes, comme des moules s'ouvrant en de nombreuses parties et selon des mouvements compliqués ou la présence de *tiroirs*. Pour réaliser des formes intérieures, il est nécessaire d'employer des noyaux, qui sont des parties destructibles rajoutées au moule. Il existe de nombreuses façons de démouler une pièce de fonderie : la surface de joint peut être non-plane (voir **Figure 4.23**) et les directions de démoulage non-orthogonales au plan de joint, ni même rectilignes (voir **Figure 4.24**), mais les solutions les plus simples, à savoir le démoulage par un plan de joint et des directions de démoulage orthogonales, sont préférables pour des raisons de facilité de mise en œuvre, et donc de coût. (voir [FACY, 1992] pour de plus amples détails sur les procédés de fonderie)

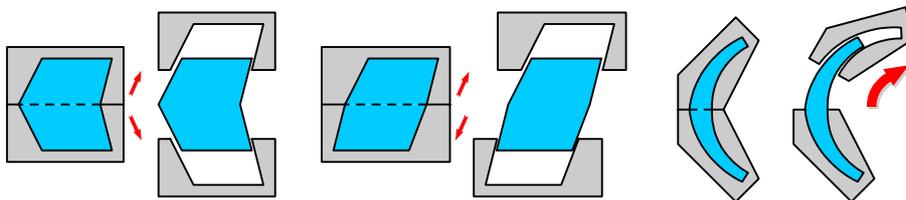


Figure 4.24. Démoulage selon des directions différentes et non-orthogonales (à gauche), opposées (au milieu) et non-rectilignes (à droite)

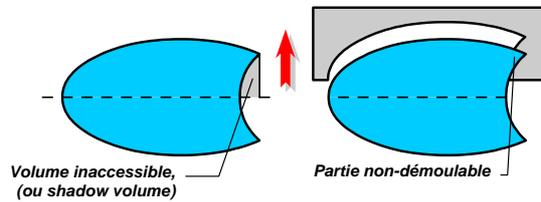


Figure 4.25. Similitude entre les volumes inaccessibles et le démoulage

La possibilité de démouler selon des directions orthogonales implique l'absence de volume inaccessible selon les deux sens de la direction de démoulage (voir **Figure 4.25**). Dans le cas où la séparation des moules se fait selon un plan de joint, il est possible de réaliser les tranches sans faire appel à une découpe recto-verso en faisant correspondre le plan de joint à un inter-strate.

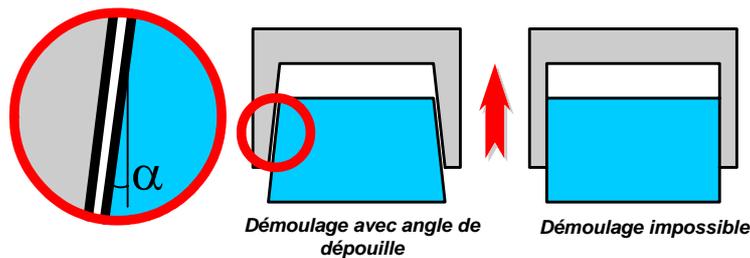


Figure 4.26. L'angle de dépouille en fonderie

Ainsi, la recherche d'une direction de démoulage s'apparente à la recherche d'une direction de tranchage, bien qu'il subsiste des différences notables entre ces deux problématiques. La principale différence est le tranchage du modèle, car en fonderie, la recherche des volumes inaccessibles se fait sur l'ensemble du modèle, alors qu'en Stratoconception®, ce sont les volumes inaccessibles sur chaque tranche. Il se peut qu'un modèle ne puisse pas être démoulé selon une direction, alors que ses strates le peuvent. Cette différence n'est pas un obstacle insurmontable, mais elle ajoute une dimension supplémentaire à la complexité du problème, car il est possible de faire varier le tranchage pour une direction de démoulage (ou de tranchage), et, de ce fait, obtenir un résultat très différent pour une même direction. Il existe une autre différence, mais qui, cette fois-ci, est en défaveur du démoulage : il s'agit de

l'*angle de dépouille* en fonderie. Cet angle reflète l'impossibilité¹ de démouler les parois verticales et celles qui le sont à cet angle près (voir **Figure 4.26**).

[AHN, 1997], [BOSE, 1993], [BOSE, 1995], [BOSE, 1997], et [AHN, 2002] proposent des algorithmes permettant de déterminer la possibilité de démouler un polyèdre selon une direction et de rechercher une direction de démoulage. Ces solutions sont détaillées par la suite (voir section 4.4.2 : « Méthodes déterministes », p.154).

4.4. Recherche d'une direction de tranchage

Avant de pouvoir apprécier les avantages du choix d'une direction de tranchage, faut-il encore disposer d'une direction à évaluer. La recherche d'une direction de tranchage est une opération particulièrement ardue dans le cas des modèles artistiques, et le volume de matière inaccessible est le principal critère objectif permettant d'apprécier la qualité d'une direction de tranchage. On peut identifier plusieurs approches : choisir parmi quelques directions déterminées à partir de la géométrie du modèle et de ses caractéristiques, rechercher la direction idéale parmi toutes les directions envisageables, ou trouver de façon itérative la direction la plus proche du critère recherché.

4.4.1. Directions privilégiées

4.4.1.1. Formes géométriques

Toutes les formes géométriques élémentaires offrent une ou plusieurs directions de tranchage caractéristiques qui vont permettre de faciliter leur réalisation, et ce, malgré le fait qu'elles soient discrétisées par le format STL. L'absence de formes géométriques élémentaires est la principale caractéristique des modèles artistiques, et c'est cette particularité qui explique la difficulté de recherche et de choix d'une direction de tranchage. C'est pour cette raison que, bien qu'étant l'une des façons les plus communes de trouver une direction de tranchage, c'est une solution bien médiocre pour les modèles artistiques.

¹ Les parois verticales entraînent des frottements très importants entre le moule et la pièce lors du démoulage, mais surtout, suite au retrait des matériaux (qui provient de leur dilatation), la pièce peut être bloquée dans le moule comme le ferait un étai. L'angle de dépouille représente la pente maximale présente dans un moule pour permettre un démoulage correct. Cet angle varie selon de nombreux paramètres comme le matériau et le procédé de fonderie employés.

Les objets de révolution comptent parmi les types de forme géométrique simple composant fréquemment les modèles mécaniques. En choisissant une direction de tranchage parallèle à l'axe de révolution, il existe toujours un ensemble de tranches ne générant aucun volume inaccessible, ce qui suppose de parfois devoir employer un tranchage à épaisseur variable (voir **Figure 4.27**). Une découpe recto-verso permet de réduire le nombre de hauteurs imposées, mais ne garantit pas de pouvoir s'abstenir d'un tranchage à épaisseurs variables. Une direction de tranchage perpendiculaire à cet axe est parfois le meilleur choix, mais contrairement à une direction parallèle, cette direction ne garantit pas l'absence de volumes inaccessibles malgré l'emploi d'une découpe recto-verso et à épaisseurs variables. Ceci s'explique par le fait que, dans le cas d'une pièce stratifiée selon son axe de révolution, les lignes de reflet sont, elles aussi, des formes de révolution, et donc, peuvent être contenues ou découpées par des plans perpendiculaires à l'axe et être isolées aux inter-strates au moyen d'un tranchage à épaisseurs variables (voir section 2.2.4 : « Epaisseurs variables », p.52), ce qui ne génère aucun volume inaccessible.

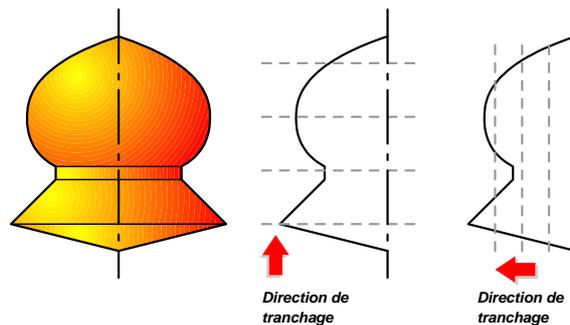


Figure 4.27. Exemple de forme de révolution et les deux familles de direction de tranchage qui, avec des hauteurs de tranchage appropriées, ne génèrent aucun volume inaccessible : selon l'axe de révolution et selon une direction perpendiculaire à l'axe.

Les extrusions sont également des formes géométriques très présentes dans les modèles mécaniques. Une extrusion est un volume défini par le balayage d'une surface ou d'un profil selon une direction, et peut également prendre la forme d'un trou : le volume balayé peut être soustrait à un autre volume (voir **Figure 4.28**). Cette direction est une excellente direction de tranchage: toutes les surfaces générées par le balayage ont leur normale en tout point perpendiculaire à cette direction, ainsi, ces surfaces ne sont ni en dépouille ni en contre-dépouille, mais sont des surfaces verticales selon la direction de tranchage et n'offrent aucun sens de découpe privilégié ni aucun volume inaccessible.

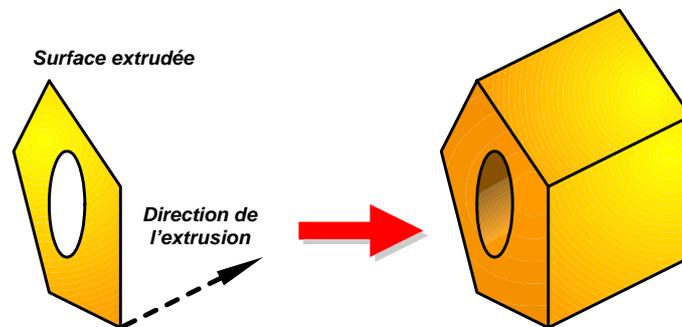


Figure 4.28. *Extrusion*

Par contre, les volumes créés à partir de balayages selon une courbe quelconque, et non une direction, n'offrent aucune direction privilégiée évidente comme le font les extrusions.

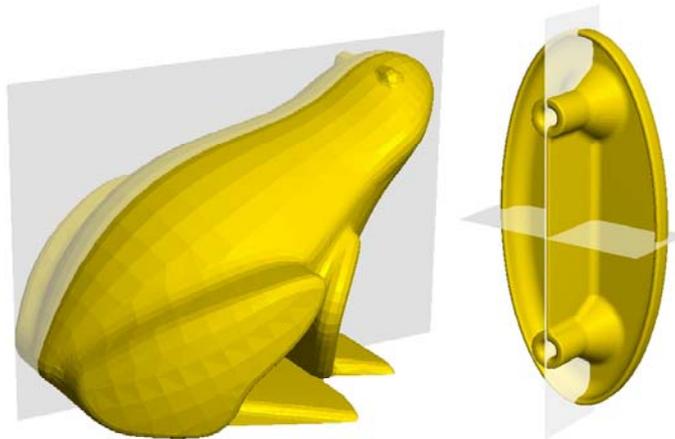


Figure 4.29. *Symétrie planaire (à gauche), symétrie axiale et planaire (à droite)*

Bien qu'aucune propriété des symétries planaire ou axiale n'offre l'assurance qu'il existe une direction ne générant pas de volume inaccessible, les directions parallèles ou perpendiculaires à l'axe ou au plan de symétrie sont très souvent les directions de tranchage les plus intéressantes (voir **Figure 4.29**). Ceci s'explique par la façon de concevoir le modèle : le créateur du modèle a souvent conçu une forme simple qu'il a dupliquée par symétrie, et l'emploi d'une direction parallèle ou perpendiculaire aux éléments de symétrie permet de retrouver ces formes.

150 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

Ces formes géométriques sont toutes facilement identifiables par un utilisateur, par contre, compte tenu de la discrétisation du format STL, retrouver ces formes sur le modèle est une opération délicate. Si l'on considère également la faible probabilité de présence de ces formes dans les modèles artistiques, l'intérêt que peut présenter le développement d'un algorithme de recherche de formes géométriques sur un polyèdre est faible face aux résultats envisageables. Cette solution n'en demeure pas moins très intéressante pour les modèles mécaniques.

4.4.1.2. Axes principaux du repère

L'écrasante majorité¹ des directions de tranchage retenues pour la réalisation de modèles par Stratoconception® sont, en fait, l'une des trois directions du repère du modèle. Cette constatation s'explique par la façon dont sont créés les modèles.

Dans le cas d'un modèle créé au moyen d'une CAO, les concepteurs vont tout naturellement choisir les axes du repère et les plans qui leurs sont associés comme supports pour la création des différentes entités géométriques qui vont constituer le modèle. Ainsi, axes de révolution, plans de coupe, directions d'extrusions, plans supportant des courbes génératrices et autres éléments seront habituellement l'un des axes principaux du repère ou un plan défini par deux de ces axes, ou encore parce que les équations définissant les éléments géométriques ont bien souvent une formulation simple selon ces directions. De ce fait, lorsque les directions principales du repère seront choisies comme direction de tranchage, elles présenteront des propriétés particulières, dont certaines permettront de réaliser plus facilement, plus rapidement, ou de façon plus précise le modèle.

Les modèles issus d'une numérisation présentent parfois également cette particularité, cela provient bien souvent de la méthode de numérisation qui emploie un point de vue : ce point de vue et l'orientation de la vue forment le repère de la numérisation. Sachant que ces méthodes disposent de restrictions vis-à-vis des volumes cachés similaires à celles des outils de découpe vis-à-vis des volumes inaccessibles, la vue retenue pour la numérisation est orientée de façon à limiter les volumes inaccessibles, ce qui en fait une direction de tranchage très intéressante. Toutefois, ce genre de méthode requiert plusieurs point de vue pour pouvoir visualiser l'ensemble de la pièce d'origine. Le modèle final est en fait un assemblage des différentes données recueillies par les multiples points de vues, recalées les unes par rapport aux autres [GALLICE, 2002]. C'est pourquoi, pour les modèles

¹ 2,5% des pièces reçues par le support technique de Stratoconception® au CIRTES ont été réalisées avec une direction autre que l'un des axes du repère. Echantillon de 79 pièces entre du mois de janvier 2004 au mois d'avril 2005. La *Figure 5.15* reflète cette particularité (1 sur 14 pièces réalisées).

numérisés, l'une des directions principales est généralement une direction de tranchage intéressante pour une partie du modèle, mais sans être idéale.

4.4.1.3. Arêtes vives et surfaces planes

Les arêtes vives représentent des formes où la normale des surfaces du modèle subit de brusques variations. Ce terme peut également s'appliquer à de très faibles rayons de courbure, selon la définition que l'on donne à une « brusque variation ». Les surfaces planes sont, au contraire, des surfaces dont la normale ne subit aucune variation, ou ne varie que dans un faible intervalle. Ce sont tous les deux de précieux indices permettant de déterminer quelle direction de tranchage employer. Mais s'ils sont monnaie courante dans les modèles mécaniques, ils sont par contre marginaux dans les modèles artistiques. Pour le format STL, qui est exclusivement constitué de surfaces planes (des triangles) délimitées par des arêtes vives (les arêtes communes à deux triangles non-coplanaires), la définition de ces notions doit être adaptée. Une solution consiste à considérer les arêtes d'un modèle au format STL comme des arêtes vives lorsque l'angle entre ses facettes voisines dépasse une valeur arbitraire, et de considérer des ensembles de triangles voisins aux normales identiques comme des surfaces planes, à condition que l'aire ou le nombre de facettes de l'ensemble dépasse une valeur arbitraire.

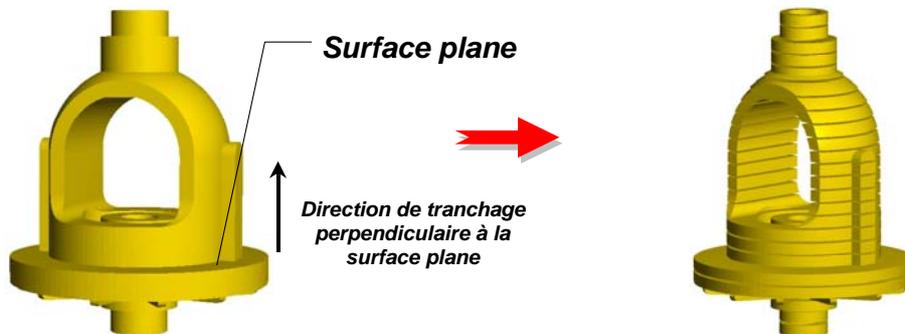


Figure 4.30. Direction de tranchage déterminée par des surfaces planes

Une surface plane propose plusieurs directions de tranchage : la normale à la surface (voir **Figure 4.30**), et toutes celles qui lui sont perpendiculaires. La direction de tranchage normale à la surface plane permet, à condition de choisir une hauteur de tranchage correspondante, de placer la surface plane dans l'inter-strate : ainsi, cette surface n'a pas à être réalisée par l'outil de découpe car elle correspond à la surface de la plaque dans laquelle sont découpées les strates. Cela permet de ne pas

avoir à se soucier de cette surface plane lors du choix de l'orientation de la strate, et d'accorder plus d'importance à d'autres parties de la strate. C'est également un gain de temps lors de la réalisation, et, de plus, les surfaces planes marquent parfois un changement ou une évolution dans les formes du modèle, ce qui en fait une bonne décomposition du modèle. L'autre façon de choisir une direction de tranchage à partir d'une surface plane est de choisir une direction parallèle à cette surface : la surface plane devient une surface verticale, et peut ainsi être découpée selon les deux orientations possibles sans interférer dans ce choix, et à l'instar du cas où la surface plane se situe dans une inter-strate, la découpe est grandement simplifiée et peut être opérée en un seul passage.

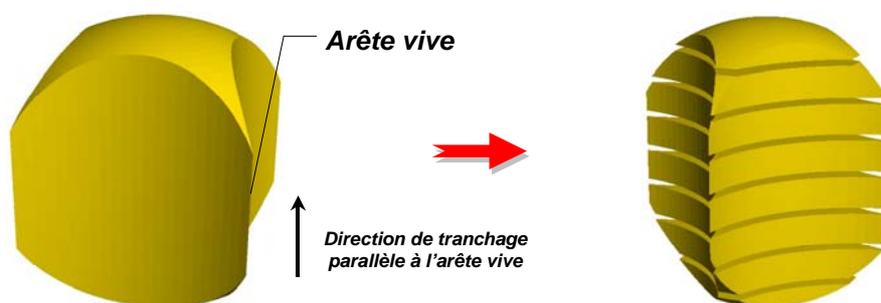


Figure 4.31. Direction de tranchage déterminée par une arête vive

Les arêtes vives, elles, marquent un changement brusque de l'orientation de la surface du modèle, et séparent deux surfaces ou deux parties de surfaces orientées différemment. C'est pourquoi il est très intéressant de retenir une direction de tranchage permettant de réaliser aisément les deux surfaces ou voire de trouver le moyen de les séparer sur deux strates distinctes. De la même façon que pour les surfaces planes, le choix d'une direction de tranchage parallèle ou perpendiculaire à l'arête vive est généralement un choix tout indiqué (voir **Figure 4.31**).

4.4.1.4. Squelette et courbes caractéristiques du modèle

Toutes les courbes caractéristiques du modèle, ou d'une partie du modèle, proposent de nombreuses pistes pour la recherche d'une éventuelle direction de tranchage. Le squelette est un parfait exemple de ce type de courbes. Toutefois, il ne s'agit pas d'une solution apportant l'assurance de fournir une direction disposant de qualités minimales, ni même d'obtenir une direction. Cette solution présente deux difficultés : l'obtention des courbes et leur exploitation.

L'obtention de la courbe squelette d'un polyèdre n'est pas une opération triviale, mais Lazarus et Verroust proposent un algorithme permettant d'obtenir une approximation de la courbe squelette d'un polyèdre [LAZARUS, 1996]. Cet algorithme est très intéressant de part sa rapidité et sa simplicité de mise en œuvre, il consiste à calculer les courbes des points situés à même distance géodésique d'une origine, puis de créer la courbe passant par tous les centres de ces courbes pour obtenir une courbe-squelette du polyèdre. Afin de conserver une grande rapidité, les distances géodésiques peuvent être approchées en effectuant leurs calculs à l'aide de l'algorithme de Dijkstra (voir, par exemple, [O'ROURKE, 1994]). Par contre, cette méthode nécessite un choix judicieux pour le sommet initial afin d'obtenir une courbe similaire au squelette. De plus, elle est surtout adaptée aux formes tubulaires et, selon la technique employée pour calculer le centre des courbes, il est possible d'obtenir une courbe qui soit extérieure au polyèdre. Mais ces inconvénients ne présentent pas un obstacle majeur vis-à-vis de la problématique, car il n'est pas nécessaire d'obtenir un squelette, mais simplement une courbe représentative du modèle. C'est ainsi que, grâce à cet algorithme, il a été possible d'obtenir aisément des courbes représentatives de différents modèles (voir *Figure 4.32*).

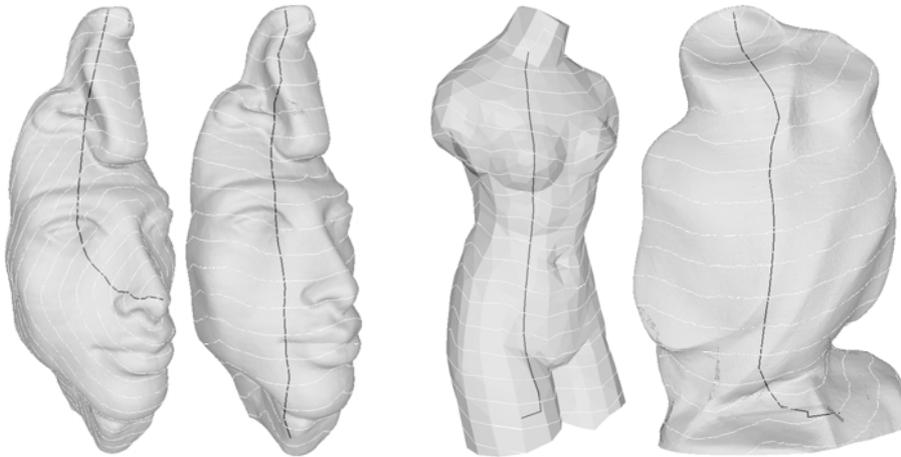


Figure 4.32. Exemples de courbes squelette obtenues à partir de l'algorithme de Lazarus et Verroust [LAZARUS, 1996]. Les deux courbes de gauches sont obtenues à partir de distances géodésiques calculées avec des origines différentes.

Quel que soit le type de courbe employé, les résultats obtenus sont des courbes en trois dimensions dotées de connections, et assimilables à des graphes [LAZARUS, 1998]. Les connexions sont autant de pistes pour d'éventuelles décompositions : elles forment des portions de courbe représentant des parties du

modèle. Malheureusement, ce ne sont que des pistes, et n'apportent ni la localisation optimale de la décomposition, ni la façon de décomposer la pièce. Il en est de même pour la direction de tranchage : une courbe en trois dimensions quelconque, comme c'est souvent le cas, n'offre aucune direction de tranchage particulière. Une courbe dont les points sont alignés (à une tolérance près) devient, très naturellement, un candidat de choix pour devenir la direction de tranchage. Si une courbe est contenue dans un plan (toujours dans une tolérance), la normale à ce plan sera, elle aussi, une direction de tranchage à envisager. Mais d'une façon plus générale, il n'a pas été possible de mettre en évidence une méthode permettant d'extraire systématiquement la meilleure direction de tranchage des différentes courbes obtenues selon la méthode précédente.

Face à ces constatations, l'étude de ces méthodes n'a pas été plus approfondie, mais elles n'en restent pas moins des méthodes à considérer, car beaucoup de questions restent en suspens.

4.4.2. Méthodes déterministes

4.4.2.1. Rechercher des directions de tranchage

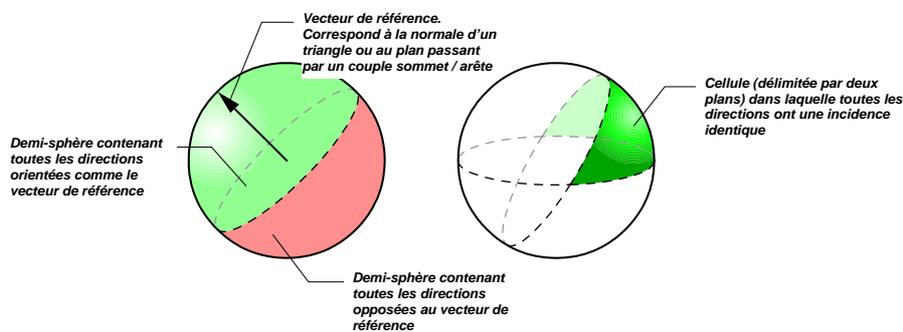


Figure 4.33. Construction des cellules décomposant la sphère des directions

Ahn et al. proposent dans [AHN, 1997] une méthode pour déterminer s'il existe une direction n'entraînant aucun volume inaccessible. Cette méthode est destinée à une problématique comportant de nombreuses similitudes avec la contre-dépouille (voir section 4.3.4 : « Le démoulage », p.144), mais se contente de rechercher une direction sans quantifier ces volumes. Par contre, ils évoquent l'ensemble des directions de démoulage à envisager pour un polyèdre de n éléments dans le cas d'un procédé de fonderie est de complexité $O(n^4)$. L'ensemble des directions

possibles est en fait un ensemble de cellules décomposant la sphère unité des directions¹. Chaque triangle du polyèdre décompose la sphère des directions en deux parties : l'une contenant les directions opposées à la normale du triangle, et l'autre contenant les directions dans le même sens que la normale ; ainsi toutes les directions appartenant à la même partie ont le même impact sur l'orientation du triangle (voir **Figure 4.33**). Chaque triangle fractionne la sphère des directions en deux parties, ce qui génère $O(n^2)$ cellules au sein desquelles toutes les directions ont le même impact sur tous les triangles du polyèdre. Il n'y a pas que l'orientation d'une facette qui puisse remettre en cause le démoulage du polyèdre, c'est également le cas de « l'ombre » d'un élément selon la direction de tranchage lorsqu'elle quitte ou pénètre un autre élément. Ceci survient lorsque « l'ombre » d'un sommet franchit une arête du polyèdre, ce qui implique de décomposer également l'ensemble des directions de démoulage par les plans définis par tous les couples de sommets et d'arêtes du polyèdre, soit $O(n^2)$ couples, soit une décomposition de $O(n^4)$ cellules.

Malheureusement, la recherche d'une direction de tranchage peut s'avérer bien plus complexe encore si l'on fait intervenir le paramètre des hauteurs de tranchage. De plus, si les cellules contiennent des directions ayant le même résultat pour un démoulage ou la présence de volumes inaccessibles, ce n'est plus le cas si l'on recherche le volume de matière inaccessible : il faut encore déterminer quelle direction au sein d'une même cellule offre le moins de volumes inaccessibles.

Face à une telle complexité, il n'est pas envisageable de tester l'ensemble des directions pour un modèle. Employer un modèle simplifié pourrait être une solution, mais l'on peut s'interroger sur l'intérêt d'employer une approche déterministe de la recherche de direction tout en employant un modèle approché.

4.4.2.2. *Quantifier les volumes inaccessibles*

Le fait qu'un polyèdre soit « démoulable » (*castable*) selon une direction relève de la même propriété que de ne pas offrir de volume inaccessible, mais, par contre, d'importantes différences subsistent (voir section 4.3.4 : « Le démoulage », p.144). Ahn et Kilgard [AHN, 1997] proposent un algorithme de complexité $O(n \log n)$ permettant de tester si un polyèdre de complexité $O(n)$ peut être démoulé selon une direction. Malheureusement, cet algorithme n'offre pas de réponse quantitative : seule la faisabilité entre en compte.

Le résultat de la construction du volume d'ombre est de complexité $\Theta(n^2)$ dans le pire des cas (voir **Figure 4.34** et, par exemple, [SCHMITT, 1981]). Ce qui

¹ Ensemble des vecteurs de \mathbb{R}^3 dont la norme euclidienne vaut 1.

implique que l'algorithme permettant de construire ce volume serait, dans le pire des cas, d'une complexité importante compte tenu des volumes de données, des temps impartis et de la rapidité du matériel employé à l'heure actuelle (voir section 4.4.2.3 : « La dure réalité », p.156).

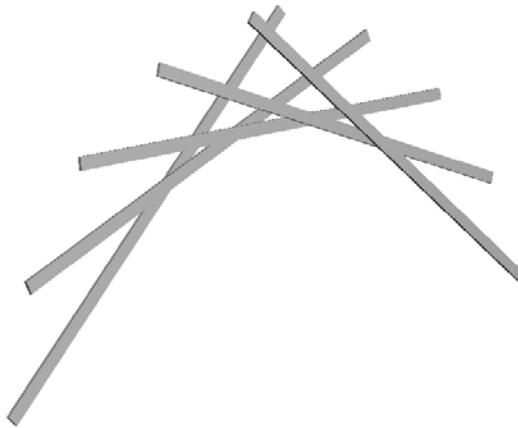


Figure 4.34. Ombre de complexité $O(n^2)$, chaque élément chevauche tous les autres

En pratique, la construction du volume d'ombre est de complexité raisonnable, mais, pour trouver la direction qui minimise la quantité de volume inaccessible, il va être nécessaire d'effectuer de nombreux calculs de volumes d'ombre. C'est également une opération en partie superflue : un algorithme se contentant de quantifier les volumes sans avoir à les construire conviendrait, mais jusqu'à présent, aucune solution satisfaisante n'a permis de s'abstenir de la construction des volumes.

4.4.2.3. La dure réalité

Si l'on prend en compte les paramètres technologiques actuels, à savoir la rapidité de calcul des processeurs et le volume des données à traiter (voir section 3.2.2 : « Volume de données », p.96), nous nous trouvons face à un délicat problème : les temps de calcul. En effet, le terme « rapide » de « prototypage rapide » correspond, en pratique, à quelques heures de fabrication, les plus petits modèles nécessitant un temps de fabrication de l'ordre de dix minutes, et les plus grands de l'ordre d'une semaine, ce qui amène à considérer « acceptable » un temps

de calcul ayant un ordre de grandeur similaire aux temps de réalisation les plus rapides, soit une dizaine de minutes.

Bien que l'évolution technologique des microprocesseurs et du matériel informatique en général respecte encore la loi de Moore¹ [MOORE, 1965], il est inutile de compter sur cette évolution pour permettre d'employer, dans un avenir proche, des algorithmes plus complexes qu'à l'heure actuelle. En effet, on peut constater que l'évolution du matériel profite principalement à l'augmentation du nombre d'éléments des fichiers STL, ou en d'autres termes, à l'augmentation du volume des données. Comme il a été décrit précédemment, l'augmentation du volume des données permet de réduire l'erreur géométrique commise lors de la conversion du modèle originel en un modèle polyédrique (voir section 3.2.1 : « Discrétisation », p.95). La précision de la discrétisation des modèles étant parfois insuffisante, cela laisse supposer que les prochaines évolutions du matériel permettront d'encore augmenter le volume des données, et qu'il ne faut pas envisager l'emploi d'algorithmes de complexité supérieure à celle des algorithmes actuels.

Compte tenu des volumes de données actuels et des moyens technologiques actuels, cette contrainte d'une dizaine de minutes oblige à se contenter d'algorithmes de complexité quasi-linéaire, voire quadratique. Ainsi, en l'état actuel, la complexité des méthodes déterministes les prive d'une mise en œuvre pour la recherche d'une direction de tranchage. Il faut, de ce fait, envisager des méthodes approchées pour la recherche de directions. Par contre, déterminer les volumes inaccessibles de façon exacte est une opération envisageable, à condition de ne pas devoir effectuer un nombre important de calculs ; cette méthode serait adaptée pour, par exemple, déterminer quelle direction convient le mieux parmi l'ensemble des directions correspondant aux directions privilégiées du modèle (voir section 4.4.1 : « Directions privilégiées », p.147).

4.4.3. Méthodes approchées

4.4.3.1. La simplification de maillage

La simplification de maillage (voir section 3.4.1 : « Enrichissement et simplification de maillage », p.111) peut être un moyen de réduire le volume de

¹ Loi de Moore : Constatation de Gordon Moore, l'un des fondateurs d'Intel[®] en 1968, qui s'est aperçu que la puissance des microprocesseurs était multipliée par deux à chaque nouvelle génération (18 à 24 mois). Cette constatation, qui remonte à 1965, n'a toujours pas été mise en défaut, et ne le sera pas durant les années à venir si l'on se fie aux prévisions des constructeurs.

158 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

données, tout en maîtrisant l'erreur commise, et ainsi pouvoir employer des algorithmes d'une plus grande complexité. En effet, à l'heure actuelle, le volume des données restreint considérablement la complexité des algorithmes dans le procédé de Stratoconception®. Mais cette technique est paradoxale dans le cas présent : elle permettrait d'employer des algorithmes déterministes, ou simplement plus précis, mais en augmentant l'imprécision des données.

Mais si cette technique ne présente pas d'intérêt pour employer des algorithmes plus complexes, elle présente d'autres avantages. En premier lieu, lorsque l'on fait appel à une méthode approchée dont on connaît la précision, il est inutile de travailler sur un modèle constitué de détails dont les dimensions sont inférieures à celle de la méthode ; appliquer une simplification de maillage sur le modèle jusqu'à obtenir un maillage dont la tolérance dimensionnelle correspond à la précision de la méthode peut réduire les temps de traitement sans altérer le résultat. En second lieu, la simplification de maillage peut permettre de maîtriser les volumes de données, et donc les temps de traitement ; ce qui peut permettre de limiter tous les temps de traitement des algorithmes à une durée au-delà de laquelle l'utilisateur les jugerait inacceptables. Enfin, lorsque le modèle polyédrique est défini avec une précision surpassant celle de la découpe, cette technique peut être employée afin de gagner du temps sans fausser le résultat, car bien que les exigences dues au matériel informatique restreignent le nombre de facettes dans le polyèdre et créent très souvent une imprécision plus importante que celle liée à la découpe, c'est parfois l'inverse qui se produit. C'est le cas lorsque le matériau découpé est grossier (une mousse, par exemple), lorsque la pièce est réalisée à une petite échelle (une même pièce réduite dix fois plus petite sera définie dix fois plus précisément, par exemple) ou lorsque la découpe est volontairement effectuée avec une précision grossière (comme lors de la réalisation d'une ébauche, par exemple) (voir section 2.3.2 : « Erreur commise lors de la stratification », p.56).

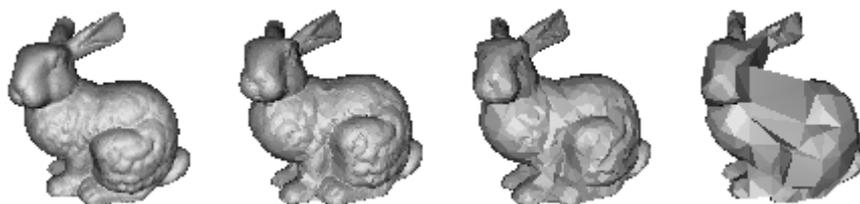


Figure 4.35. Stanford Bunny, (de gauche à droite) original, simplifié à 80%, à 95% et à 99% par l'algorithme opSRASimplify d'OpenGL Optimizer™

Un exemple d'utilisation de cette technique sur un algorithme est présenté au chapitre suivant (voir section 5.4 : « Expérimentation et résultats », p.178). Elle met

en évidence le fait que le résultat de l'algorithme ne soit pratiquement pas altéré lorsque l'on applique une simplification de maillage (voir *Figure 4.35*) donnant un maillage de précision équivalente à celle de l'algorithme.

La simplification de maillage est, dans le cas de la recherche d'une direction de tranchage, un outil très intéressant : la notion de tolérance étant inhérente à ce procédé¹ et aux méthodes approchées de recherche d'une direction de tranchage, cet outil permet de réduire le volume de données afin qu'il soit cohérent avec ces tolérances. Dans le cas d'une méthode déterministe, l'emploi d'une simplification de maillage est paradoxal, et il serait déraisonnable d'employer une précision trop différente entre le maillage et celle de la recherche de directions, mais cette solution se justifie si la précision du maillage est excessive devant la précision de la réalisation.

4.4.3.2. *Quantifier les volumes inaccessibles par un tampon de profondeur*

Nous proposons ici un algorithme de calcul des volumes inaccessibles lors de la découpe fondé sur un tampon de profondeur (voir section 4.3.1 : « Le tampon de profondeur, ou « Z-buffer » », p.137). Les principaux avantages de cette solution sont sa rapidité d'exécution et sa facilité d'implémentation. Son principal inconvénient demeure la discrétisation : deux des trois dimensions de l'espace sont représentées par une grille.

La rapidité de cette méthode provient de sa complexité, qui est linéairement dépendante du nombre de triangles que contient le polyèdre et de la résolution employée, et du fait que le tampon de profondeur peut être directement géré par du matériel spécifique : les cartes graphiques, qui sont optimisées pour effectuer des opérations sur les tampons de profondeur en des temps extrêmement court. Cette solution est également simple d'implémentation, car toutes les solutions actuelles d'affichage 3D gèrent un tampon de profondeur pour déterminer si un pixel est visible ou non, comme, par exemple, le *GL_DEPTH_COMPONENT* avec OpenGL™ (voir [WOO, 2000]).

Par contre, cette solution impose la discrétisation de deux dimensions de l'espace, qui vont devenir des pixels, et seule une dimension, qui correspond à la profondeur de chaque pixel, peut conserver une précision en virgule flottante (voir, par exemple, [EVERITT, 2003]). En infographie la représentation par pixels étant inévitable, cela fait des algorithmes qui utilisent un tampon de profondeur un excellent choix pour cette discipline. Mais lorsqu'il s'agit de quantifier les volumes

¹ En fait, la notion de tolérance est inhérente à tous les procédés de fabrication, qu'ils soient traditionnels ou de prototypage rapide.

160 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

cachés, la représentation par pixels peut négliger des petits détails qui peuvent être d'une grande importance. C'est ainsi que l'emploi d'un tampon de profondeur nécessite une grande vigilance entre la taille des pixels, les dimensions du modèle (ou parties du modèle) et la précision souhaitée.

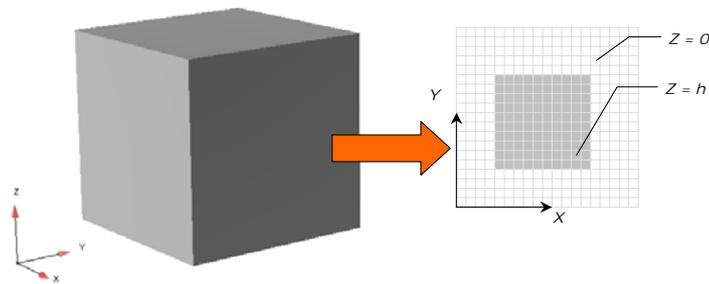


Figure 4.36. Exemple de tampon de profondeur (Z-buffer) pour un cube et une source directionnelle orientée selon l'axe Z

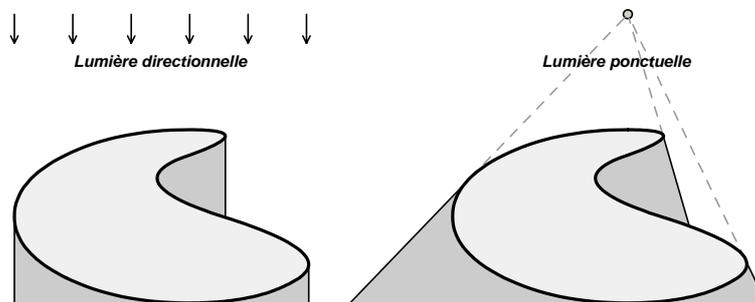


Figure 4.37. Deux types de source de lumière élémentaires : directionnelle et ponctuelle

Pour calculer le volume d'ombre par un tampon de profondeur, il faut créer une carte des profondeurs. Une carte des profondeurs est une matrice à deux dimensions dont chaque élément contient une information de profondeur (voir **Figure 4.36**). Habituellement, sur les cartes graphiques communes, la profondeur d'un élément de cette matrice (un pixel) est codée avec une précision comprise entre 8 et 32 bits. La profondeur d'un pixel représente la distance entre l'élément de la scène 3D que le pixel représente et la source de lumière. Si une scène est illuminée par plusieurs sources lumineuses, une carte de profondeur doit être associée à chaque source de

lumière. Il existe plusieurs types de sources de lumière (voir **Figure 4.37**), à chaque type de source de lumière correspond un type de projection de l'espace vers la carte de profondeur.

Ainsi, lorsqu'un élément de la scène 3D est affiché (un triangle dans notre cas), il est projeté de l'espace vers le plan d'affichage, puis converti en pixels. Chaque pixel du même élément contient une valeur de profondeur qui lui est propre et qui représente la distance séparant la source de lumière et la partie de l'élément qui correspond au pixel. Dans le cas où une profondeur serait déjà présente dans le pixel, la nouvelle profondeur ne la remplacera que si elle correspond à une plus grande proximité de la source de lumière.

L'utilisation la plus commune des tampons de profondeur est l'occlusion, qui permet de ne pas afficher des faces cachées, ce qui est très courant dans les scènes 3D. Dans ce cas, le point de vue de la scène (souvent appelé *caméra*) se substitue à la source de lumière dans les exemples précédents. Une vue orthogonale correspond à une source de lumière directionnelle, et une vue perspective correspond à une source de lumière ponctuelle. Ensuite, avant d'afficher un pixel, sa composante de profondeur est testée dans le tampon de profondeur : si sa composante est plus proche de la source que l'actuelle valeur stockée dans le tampon, le nouveau pixel est affiché (en remplaçant éventuellement celui qui est déjà présent), sinon il est ignoré. Même les cartes graphiques les plus communes sont conçues pour exécuter ces tâches avec une grande efficacité.

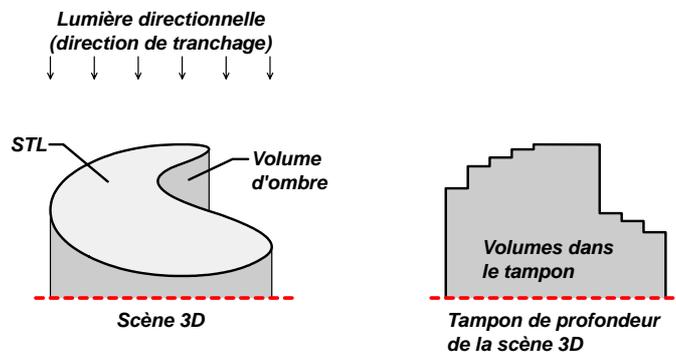


Figure 4.38. Les volumes dans le tampon de profondeur correspondent au volume du polyèdre et de son ombre

Quantifier le volume d'ombre d'une source de lumière directionnelle que représente un tampon de profondeur est une opération triviale : il suffit d'additionner

les valeurs stockées dans le tampon de profondeur et de multiplier le résultat par la surface que représente un pixel (voir *Figure 4.38* et *Figure 4.39*).

$$V_{sh} + V = \sum_{i=0}^L \sum_{j=0}^H Z_{ij} \cdot \Delta x \cdot \Delta y$$

V_{sh} : Volume d'ombre
 V : Volume du polyèdre
 Δx : Largeur d'un pixel
 Δy : Hauteur d'un pixel
 Z_{ij} : Profondeur du pixel de coordonnées (i,j)
 L : Largeur du tampon (en nombre de pixels)
 H : Hauteur du tampon (en nombre de pixels)

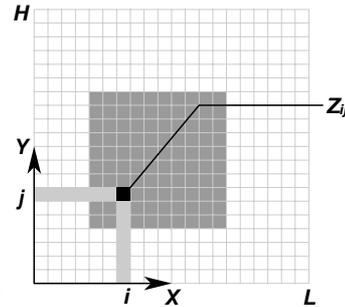


Figure 4.39. Calcul du volume d'ombre à partir d'un tampon de profondeur

Le remplissage du tampon (affichage de la scène) requiert un temps $O(LHn)$, où L et H sont respectivement la largeur et la hauteur du tampon en nombre de pixels et n le nombre de triangles du polyèdre. En pratique, plus le nombre n de triangles augmente, plus les triangles sont représentés par un petit nombre de pixels, et inversement, ce qui donne en pratique une complexité $O(n) + O(LH)$. La somme des valeurs du tampon nécessite un temps $O(LH)$, et le calcul du volume du polyèdre un temps $O(n)$ (voir, par exemple, [O'ROURKE, 1994]). Ainsi, le volume d'ombre, en pratique est calculé en un temps $O(LH) + O(n)$ et dans le pire des cas $O(LHn)$. L'expérience montre que la somme des valeurs du tampon, de complexité $\Theta(LH)$, n'est pas une opération négligeable (tant que n n'est pas une valeur trop élevée¹ face à L et H).

A l'heure actuelle, les cartes graphiques disponibles pour le grand public emploient couramment des tampons de dimensions 1600x1200 pixels. Les plus

¹ Distinguer qui, de n ou de LH , pénalise le plus le temps de calcul dépend de paramètres difficilement maîtrisables, qui sont, outre la géométrie du polyèdre, liés au matériel employé : principalement la carte graphique (GPU) et le processeur de l'unité centrale (CPU). Le lecteur est invité à juger par lui-même l'influence de n et de LH sur les résultats proposés à la section 5.4 : « Expérimentation et résultats », p.178.

Les principaux paramètres CPU sont: le nombre d'opérations effectuées à la seconde par le processeur et la qualité de ses échanges avec la mémoire (processeur, mémoire et bus).

Les principaux paramètres GPU sont: la fréquence du processeur graphique, les optimisations effectuées par le processeur graphique et la qualité des échanges avec la mémoire graphique (processeur graphique, mémoire de la carte graphique et bus de la carte graphique).

La qualité des échanges entre CPU et GPU est également un autre paramètre important (ex. le port AGP).

grandes dimensions utilisées sur des stations standards de Stratoconception® sont de 1500mm x 1000mm (il existe des stations permettant de plus grandes dimensions). Ainsi, la pire précision¹ obtenue par les tampons est de l'ordre de 1mm², alors qu'une bonne précision de découpe est de l'ordre de 0,1mm. L'erreur commise semble acceptable, car elle ne fera qu'ignorer les détails de taille inférieure à 1mm (supposition qui sera confirmée lors des différents tests proposés en section 5.4 : « Expérimentation et résultats », p.178). Bien évidemment, de plus petits modèles ou du matériel informatique plus performant permettront d'atteindre une meilleure précision, tout en conservant un temps de traitement équivalent à un affichage temps réel. De plus, il est toujours possible d'employer plusieurs vues pour visualiser l'ensemble de la pièce, ce qui permet d'augmenter le nombre de pixels sans se limiter aux restrictions dues au matériel et d'améliorer la précision, mais au détriment des temps de traitement.

Quant à la précision selon l'axe Z, elle ne pose aucun problème, car les informations de profondeur peuvent être codées avec 32 bits de précision, soit la précision simple en virgule flottante.

4.4.3.3. La recherche d'une direction de tranchage pas à pas

Lorsque l'on recherche la direction qui génère le moins de volumes inaccessibles, deux paramètres sont à faire varier : la direction et les hauteurs de tranchage. En effet, pour une même direction, la stratification ne générera pas les mêmes volumes cachés selon les hauteurs de tranchage retenues (voir **Figure 4.40**).

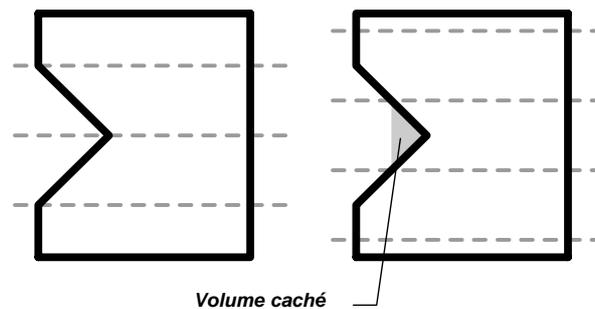


Figure 4.40. La quantité de volumes cachés peuvent varier selon la hauteur de tranchage

¹ En employant une résolution 1600x1200 (accessible avec une carte graphique destinée au grand public) avec une pièce dont les dimensions correspondent à celles du plus grand modèle de plaque (ce qui est considérable).

Devant la complexité de ce problème, nous proposons une méthode itérative de recherche d'une direction de tranchage minimisant les contre-dépouilles (ou volumes cachés). Cette méthode est simple, sa convergence est assurée, et comme le nombre d'itérations est déterminé à l'avance, il est possible de déterminer à l'avance les temps de traitement, par contre, elle peut converger vers un minimum local.

Le principe repose sur l'analyse des directions de tranchage autour de la meilleure direction : si l'une des directions s'avère être meilleure, c'est elle qui devient le centre des investigations. Au fur et à mesure, on restreint la zone de ces recherches, jusqu'à une taille minimale ou la découverte d'une direction ne générant aucune contre-dépouille.

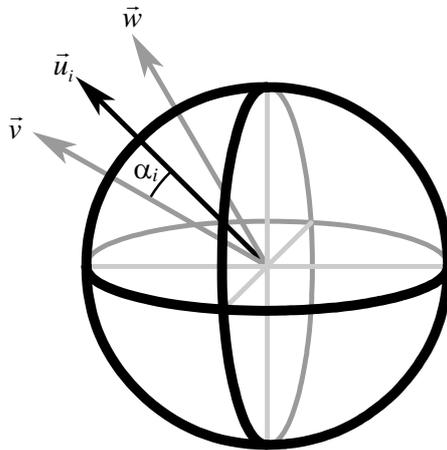


Figure 4.41. La sphère unitaire des directions, une direction \vec{u}_i , et deux directions \vec{v} et \vec{w} prétendant au titre de \vec{u}_{i+1} , formant un angle α_i avec \vec{u}_i

La méthode consiste à sélectionner une direction \vec{u} et un angle $\alpha \in]0, \frac{\pi}{2}]$. A chaque itération i , il faut choisir quelques vecteurs uniformément répartis et formant un angle α avec \vec{u} . Parmi \vec{u} et ces vecteurs, on retient le vecteur qui minimise le volume de contre-dépouilles lorsqu'il est utilisé comme direction de tranchage. Le vecteur choisi devient \vec{u} . On diminue l'angle α , et on recommence le processus. Il suffira de stopper les itérations dès que le volume de contre-dépouilles sera nul ou lorsque α sera suffisamment petit. (voir **Figure 4.41**)

C'est cette méthode qui a été retenue pour expérimenter la recherche d'une direction de tranchage. Nous consacrons le chapitre suivant à la description de la méthode et aux résultats ainsi obtenus.

Chapitre 5

Implémentation d'une méthode de recherche d'une direction de tranchage

Nous présentons ici une méthode de recherche d'une direction de tranchage. Cette méthode repose sur une quantification des volumes inaccessibles par un Z-buffer (voir section 4.4.3.2 : « Quantifier les volumes inaccessibles par un tampon de profondeur », p.159) et une recherche pas-à-pas de la direction minimisant ces volumes (voir section 4.4.3.3 : « La recherche d'une direction de tranchage pas à pas », p.163).

Cette méthode présente plusieurs difficultés auxquelles nous proposons des solutions : la quantification des volumes inaccessibles pour un polyèdre stratifié, et non un polyèdre complet, la possibilité de retourner les strates, la possibilité d'effectuer une découpe recto-verso, et aussi le choix des paramètres de la recherche pas-à-pas.

A la fin de ce chapitre, nous proposons les résultats de la recherche de directions de tranchage pour différentes pièces et les conclusions que nous pouvons tirer de l'observation de ces résultats.

5.1. Calculer le volume d'ombre d'une strate

La quantification du volume d'ombre des strates d'un polyèdre est une opération présentant quelques difficultés supplémentaires par rapport au volume d'ombre du polyèdre. Un polyèdre stratifié se résume à un polyèdre découpé par un ensemble de plans parallèles, les distances séparant ces plans n'étant pas obligatoirement

constantes, même si c'est généralement le cas. Le volume d'ombre recherché n'est pas le volume d'ombre du modèle, mais la somme des volumes d'ombre générés par chaque strate modèle (voir *Figure 5.1*).

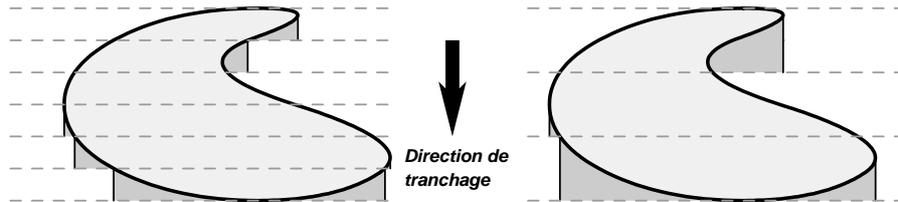


Figure 5.1. Volume d'ombre d'un polyèdre stratifié

5.1.1. Afficher une strate

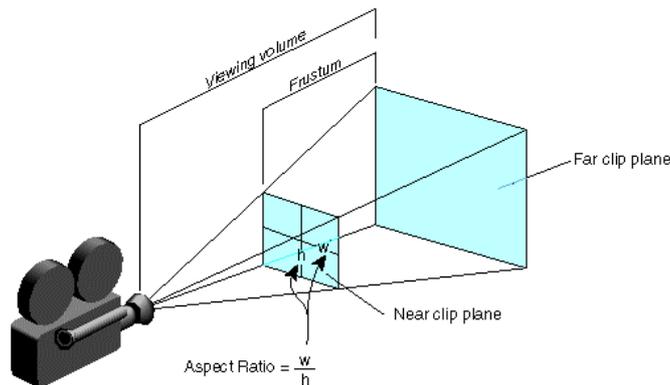


Figure 5.2. Plans de clipping mini et maxi pour une scène complète [SGI, 1998a]

En utilisant les plans de clipping (voir *glClipPlane*, OpenGL™ [WOO, 2000]), les facettes apparaissant dans une strate peuvent être affichées sans opération supplémentaire face à un affichage complet du modèle. Les plans de clipping sont simplement des limites apportées aux tampons de l'image au-delà desquelles il n'y a pas d'écriture possible (voir *Figure 5.2*). Afficher une strate requiert un temps $O(LHn)$, soit autant que pour le polyèdre complet. Pour quantifier les volumes d'ombre de strates, l'utilisation de plans de clipping s'avère suffisante, comme nous allons le constater.

5.1.2. Reboucher les strates

La principale difficulté lors du calcul des ombres provient des ouvertures au sommet et au-dessous de la strate (voir **Figure 5.3**). Il est nécessaire de « remplir » la partie supérieure et inférieure de la strate avant de calculer les volumes d'ombre, sans quoi, les volumes d'ombre calculés seront ceux de strates ouvertes, ce qui serait complètement inutile.

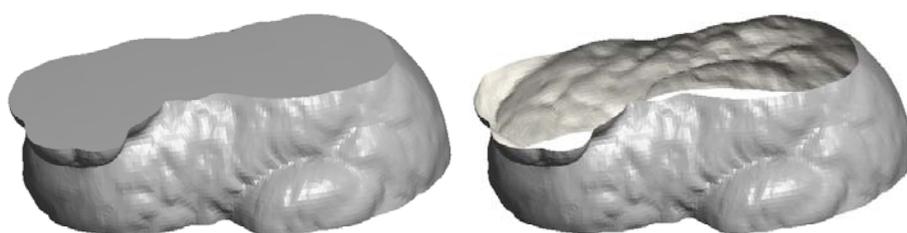


Figure 5.3. Une strate du Stanford Bunny, avec et sans rebouchage.

La solution pourrait consister à trancher le polyèdre et d'en obtenir les contours correspondant à la partie supérieure et inférieure de la tranche, puis de trianguler les contours supérieurs et inférieurs de la strate sur le polyèdre. Ces opérations sont de complexité $O(n)$ pour le tranchage et $O(m \log^* m)$ ¹ pour la triangulation (voir, par exemple, [O'ROURKE, 1994]), où n est le nombre de triangles et m est le nombre segments constituant le contour ($m = O(n)$ dans le pire des cas, mais en pratique $m = O(\sqrt{n})$). Il est possible de s'affranchir de la triangulation en se contentant de marquer les pixels internes au contour, ce qui peut se faire au moyen d'un algorithme similaire au calcul d'aire d'un contour qui se limite à un parcours des segments, soit une complexité $O(m)$. Bien que la complexité de cette solution paraisse satisfaisante, elle impose, lors du tranchage du polyèdre ou de l'obtention des contours, un calcul qui ne soit pas effectué par la carte graphique, alors qu'il est possible de « reboucher » le Z-buffer en ne faisant appel qu'aux fonctions de la carte graphique. Nous proposons ici un algorithme employant les tampons d'affichage, et qui conserve l'avantage d'employer le matériel graphique.

Cet algorithme repose sur le principe que lorsqu'un pixel visible correspond au dos d'une facette, ce pixel est « rebouché », et c'est ainsi que toute la strate sera

¹ En théorie, $O(m)$ grâce à l'algorithme proposé par Chazelle, mais, en pratique, $O(m \log^* m)$ pour des algorithmes envisageables. $\log^* m$ représente le nombre de fois que le log doit être itéré pour réduire m à 1 ou moins.

rebouchée (voir **Figure 5.4**). En pratique, ce sont simplement les valeurs de ces pixels dans le tampon de profondeur qui sont remplacées par la valeur maximale.

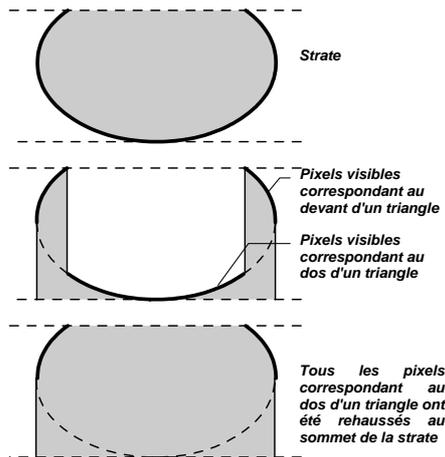


Figure 5.4. Remplissage des pixels correspondant au dos de triangles

Mais une difficulté persiste, les strates peuvent être ouvertes par le haut et par le bas, ce qui amène à un tampon de profondeur incomplet (voir **Figure 5.5**), et donc une estimation du volume impossible.

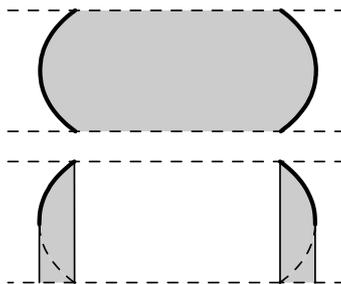


Figure 5.5. Problème de remplissage d'une strate ouverte en haut et en bas

Pour corriger ce problème, nous proposons deux solutions. La première consiste à n'utiliser que le plan de clipping supérieur, qui correspond au sommet de la strate, ainsi il n'y a aucune ouverture dans le bas de la strate (voir **Figure 5.6**). Ensuite, il suffira d'ignorer toutes les valeurs du tampon de profondeur qui sont inférieures au

bas de la strate. Les inconvénients de cette solution par rapport à la suivante sont que l'on affiche les éléments inférieurs à la strate alors que l'on se contente de tester leur profondeur dans l'autre solution, et que l'on utilise la précision du tampon de profondeur sur une plus grande hauteur, ce qui est pénalisant dans les faibles précisions (8 bits) et insignifiant sur les meilleures (32 bits). Cette solution est toute indiquée pour calculer une tranche isolée.

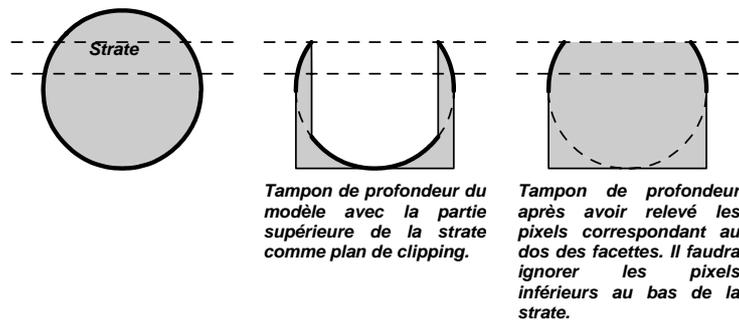


Figure 5.6. 1^{ère} solution de remplissage de strate : absence de plan de clipping inférieur

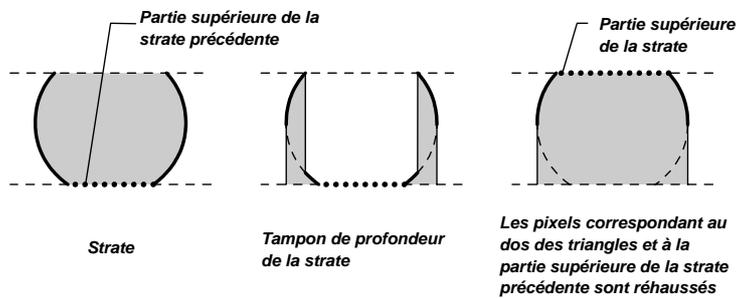


Figure 5.7. 2^{ème} solution de remplissage de strate : utilisation de la partie supérieure de la strate précédente

La seconde solution consiste à utiliser les informations de la strate précédente : les pixels qui forment le haut de la strate précédente, à savoir les pixels réhaussés, vont former le dessous de la strate, et ainsi de suite (voir **Figure 5.7**). Cette autre solution présente l'inconvénient de devoir calculer les $(i-1)$ strates précédentes avant de pouvoir calculer la $i^{\text{ème}}$ strate du polyèdre. Par contre, elle est très intéressante lorsque l'on doit calculer plusieurs strates à la suite, ce qui est exactement le but recherché.

170 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

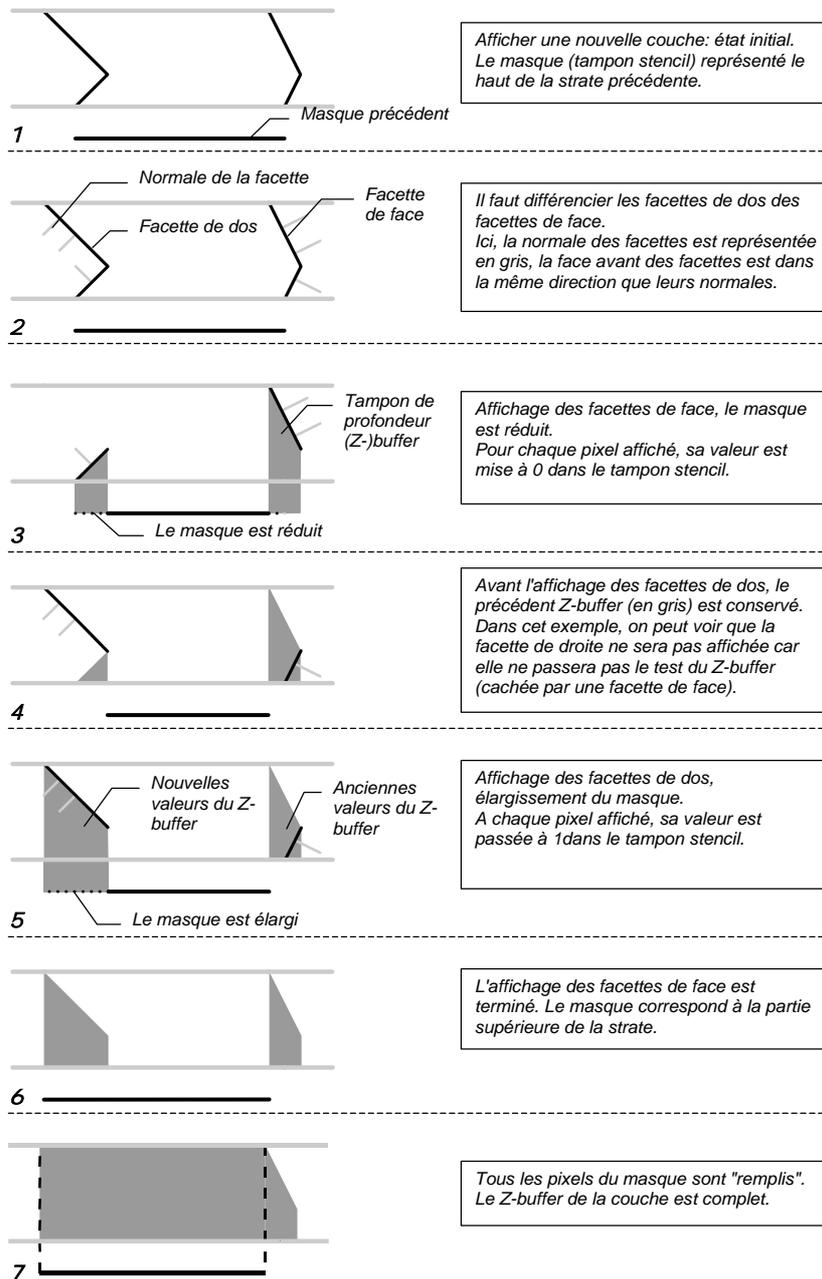


Figure 5.8. Résumé de l'algorithme de quantification du volume d'ombre par Z-buffer d'un polyèdre stratifié

En infographie, il existe un tampon tout indiqué pour remplir les strates et conserver un masque de la partie supérieure : il s'agit du tampon stencil (*glStencilOp*, *stencil buffer* avec OpenGL™ [WOO, 2000]). Appliqué à cet algorithme, à chaque fois qu'un pixel correspondant à un triangle de face est affiché, le pixel équivalent dans le tampon stencil devient « opaque » ou le reste, s'il l'était déjà (voir la 3^e étape, **Figure 5.8**). A l'inverse, un pixel correspondant à un triangle de dos « perce » le tampon stencil (voir la 5^e étape, **Figure 5.8**). Ainsi, le tampon stencil est opaque, sauf aux endroits où les triangles de dos sont visibles. Pour remplir la strate, il suffit de remplir à travers le tampon stencil, et ainsi seuls les pixels correspondant au dos des triangles seront concernés. En conservant le tampon stencil de la strate précédente, le problème du fond de la strate est également résolu, car le tampon est déjà « percé » aux endroits correspondant au fond de la strate.

5.2. Calcul des volumes selon la méthode de découpe

Le retournement des strates et la découpe recto-verso sont des techniques de découpe des strates qui permettent de limiter les volumes inaccessibles. Il est capital de pouvoir en tenir compte lorsque l'on calcule ces volumes.

5.2.1. Retournement de strate

Il est une particularité lors de la découpe en Stratoconception® dont il faut tenir compte si l'on veut quantifier les volumes de contre-dépouille (ou volume d'ombre) : le retournement des strates.

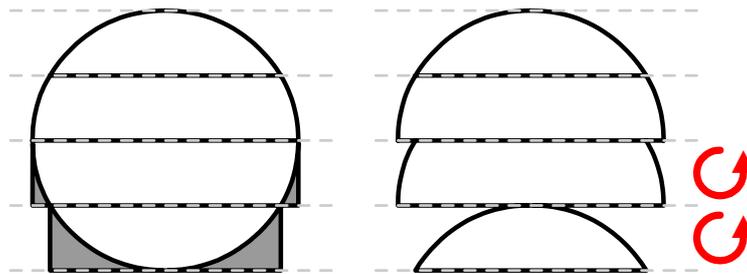


Figure 5.9. Retournement des strates pour minimiser les contre-dépouilles

La découpe ne privilégie aucun sens pour une direction donnée, par contre, le volume de contre-dépouille peut grandement varier selon la direction retenue. C'est

ainsi que chaque strate peut être retournée ou pas, selon la contre-dépouille générée (voir *Figure 5.9*).

Pour tenir compte du retournement de strates dans le cas de l'algorithme présenté précédemment, il suffit de calculer le volume de contre-dépouille de chaque strate pour les deux sens de découpe. L'algorithme présente un intérêt supplémentaire : il indique le sens offrant le moins de contre-dépouille pour chaque strate.

5.2.2. Découpage recto-verso

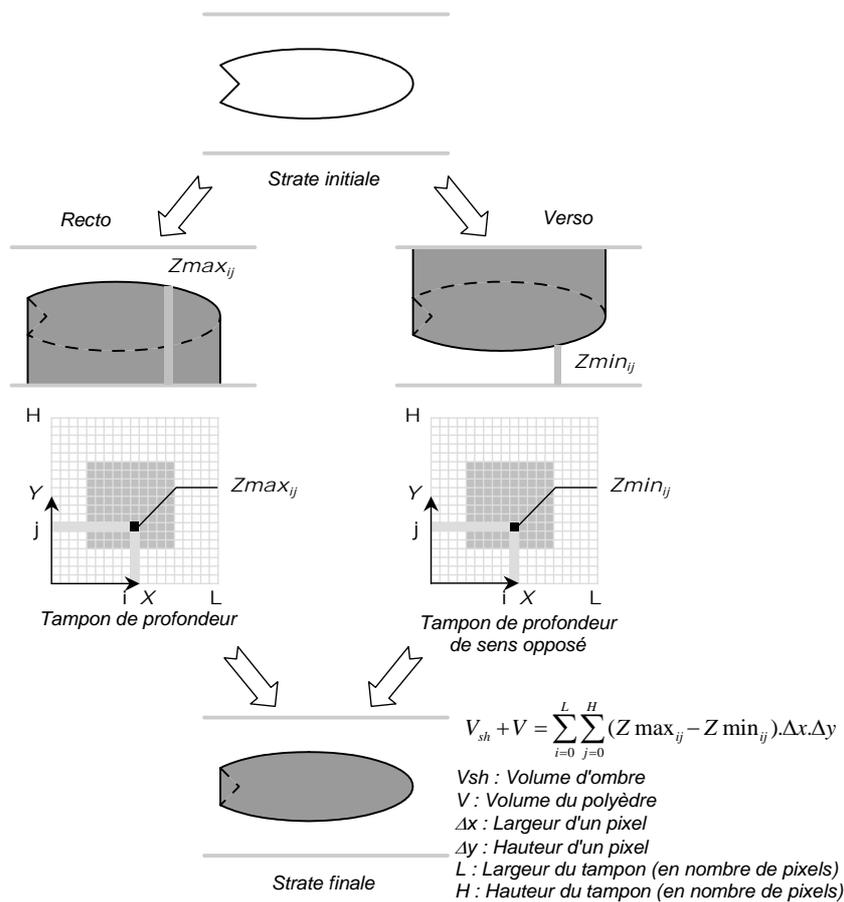


Figure 5.10. Emploi du tampon de profondeur (Z-buffer) pour quantifier le volume de contre-dépouille lors d'une découpe recto-verso

Il existe également une technique de découpe en Stratoconception® qui aura une influence sur le volume de contre-dépouille : la découpe recto-verso (voir section 2.2.2 : « La découpe classique », p.49).

La découpe recto-verso est l'un des moyens les plus efficaces pour limiter la contre-dépouille lors de la découpe d'une strate. Dans le cas des œuvres d'art, son efficacité est encore plus flagrante, car les formes libres n'ont aucune prédisposition à permettre d'isoler les zones en dépouille de celles en contre-dépouille sur deux strates différentes, contrairement aux pièces mécaniques. De ce fait, la découpe recto-verso est un outil indispensable lors de la réalisation d'œuvres d'art.

Le résultat d'une découpe recto-verso est l'intersection entre la forme obtenue après un usinage (*recto*) et celle obtenue après un usinage de sens opposé (*verso*). Dans le cas des tampons de profondeur, l'intersection de deux modèles de sens opposés consiste en une simple soustraction. Avec l'algorithme précédent, il suffit de conserver tous les Z-buffer des strates calculés avec le premier sens de découpe, pour pouvoir ensuite faire la différence avec les Z-buffer de ces mêmes strates, mais calculés avec un sens de découpe opposé (voir **Figure 5.10**). De plus, le calcul du volume de contre-dépouille pour une découpe recto-verso ne demande pas plus de temps que pour une découpe avec retournement.

5.3. Paramètres de la recherche du minimum

5.3.1. Présentation des paramètres

Les paramètres de la méthode de recherche de la direction générant le minimum de contre-dépouille présentée précédemment (voir section 4.4.3.3 : « La recherche d'une direction de tranchage pas à pas », p.163) sont : la valeur de l'angle α_i (angle entre la meilleure direction trouvée à la $i^{\text{ème}}$ itération et les nouvelles directions à tester), le nombre n de nouvelles directions testées à chaque itération, les paramètres initiaux et les conditions d'arrêt des itérations.

Soit un ensemble Γ de l'espace \mathbb{R}^3 muni de la norme euclidienne $\| \cdot \|$, tel que pour tout élément $\vec{u} \in \Gamma$, on a $\| \vec{u} \| = 1$. Γ est la sphère unitaire des directions. Soit $V_{M,S}$ l'application de $\Gamma \rightarrow \mathbb{R}^+$, $\vec{u} \mapsto V_{M,S}(\vec{u})$ telle que $V_{M,S}(\vec{u})$ représente le volume de contre-dépouille généré par la direction de tranchage correspondante à \vec{u} sur un modèle polyédrique M et une répartition S des hauteurs de tranchage.

$$\text{Les valeurs initiales sont : } \begin{cases} \vec{u}_0 \in \Gamma \\ \alpha_0 \in]0, \frac{\pi}{2}] \end{cases}$$

A partir d'un vecteur \vec{u}_i , on détermine les vecteurs $\vec{v}_{ij} \in \Gamma$ tels que $\forall j \in \mathbb{N}^*$ et $j < n$, on ait $\vec{u}_i \cdot \vec{v}_{ij} = \cos(\alpha_i)$ et $\vec{v}_{ij} = Rot_{2\pi j/n}(\vec{v}_{i0})$ où \vec{v}_{i0} est un vecteur choisi arbitrairement formant un angle α_i avec le vecteur \vec{u}_i , et Rot_θ est la rotation de direction \vec{u}_i , de centre O (origine) et d'angle θ tel que $\theta = 2\pi/n$. Ainsi les vecteurs \vec{v}_{ij} forment un « bouquet » de vecteurs d'angle α_i uniformément répartis autour de \vec{u}_i (voir **Figure 5.11**).

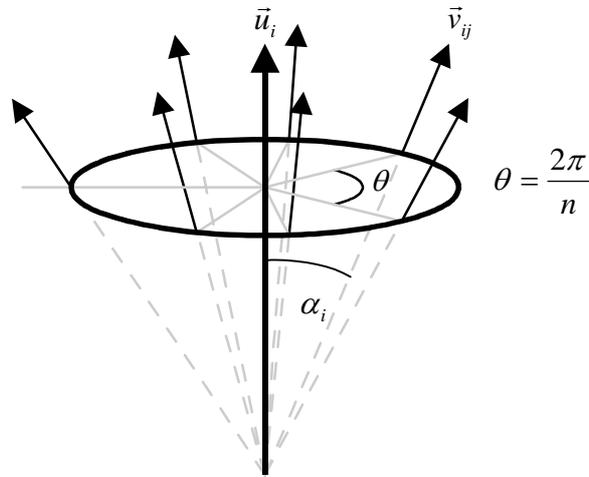


Figure 5.11. Exemple d'ensemble de directions γ_i autour d'un vecteur \vec{u}_i

5.3.1.1. Contraintes des paramètres

On appelle $\gamma_i \subset \Gamma$ l'ensemble contenant les éléments \vec{u}_i et \vec{v}_{ij} , c'est à dire $\gamma_i = \{\vec{u}_i, \vec{v}_{i0}, \dots, \vec{v}_{i(n-1)}\}$.

On choisit \vec{u}_{i+1} parmi les éléments de γ_i , de manière à ce que $V_{M,S}(\vec{u}_{i+1})$ soit minimal.

$$\begin{cases} \vec{u}_{i+1} \in \gamma_i, & \text{tel que } V_{M,S}(\vec{u}_{i+1}) \leq V_{M,S}(\vec{v}) \quad \forall \vec{v} \in \gamma_i \\ \frac{\alpha_{i+1}}{\alpha_i} = k \end{cases}$$

Il est nécessaire que $\alpha_{i+1} < \alpha_i$, soit : $k < 1$.

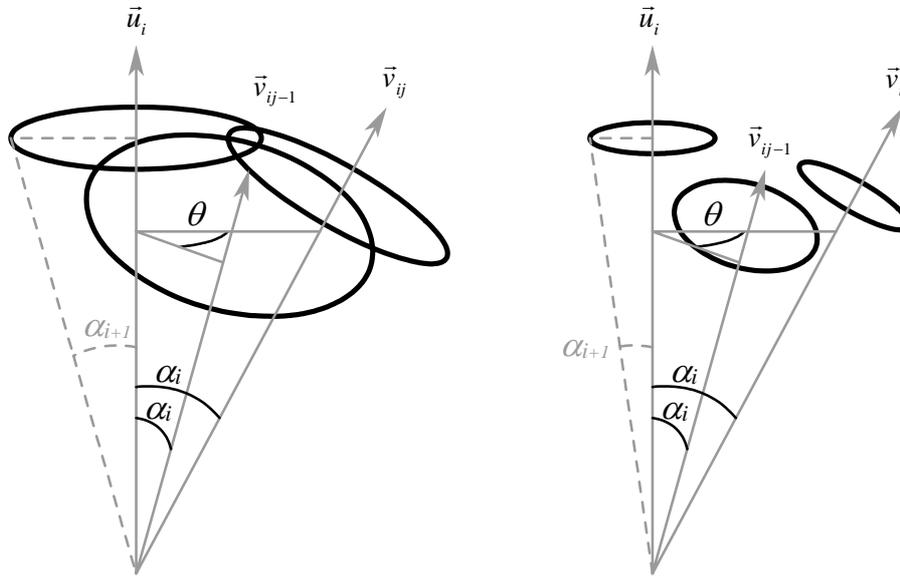


Figure 5.12. Représentation des zones d'influence (avec une valeur α_{i+1} importante à gauche et faible à droite) autour de quelques directions de tranchage de Γ_i .

Le rapport k influe sur la rapidité de convergence de la série, et n sur le nombre de tests pendant une itération. Les valeurs k et n sont contraintes par le recouvrement des zones entre chaque itération : de trop faibles valeurs de k et n peuvent entraîner l'inaccessibilité de certaines directions quel que soit le nombre d'itérations (voir **Figure 5.12**). Par contre, plus ces valeurs sont élevées, plus le nombre de calculs de volumes inaccessibles nécessaires sera important.

On appelle zone d'influence d'une direction \vec{w} appartenant à Γ_i la surface de la sphère des directions contenant les directions formant un angle α_{i+1} avec \vec{w} (voir **Figure 5.12**).

Pour éviter que certaines directions ne soient inaccessibles, il est nécessaire de choisir une valeur de k telle que la zone d'influence de \vec{u}_i soit intégralement couverte par l'ensemble des zones d'influence de toutes les directions envisageables (c'est à dire quelle que soit l'application $V_{M,S}$) à partir de l'itération i .

Nous proposons de choisir k tel que toutes les zones d'influence des directions de Γ_i couvrent l'intégralité de la zone d'influence de \vec{u}_i à l'itération précédente. De cette façon, aucune direction de la zone d'influence de \vec{u}_0 ne sera inaccessible, et les zones d'influence de Γ_i se chevauchent de façon importante, ce qui réduit les

risques de négliger la meilleure direction lorsqu'elle se trouve à proximité de directions médiocres¹, ce qui est l'un des défauts de cette méthode.

Ainsi, les zones d'influence de \vec{u}_i et de celles des \vec{v}_{ij} doivent se chevaucher, ce qui impose $\alpha_{i+1} \geq \alpha_i/2$, soit $k \geq 1/2$.

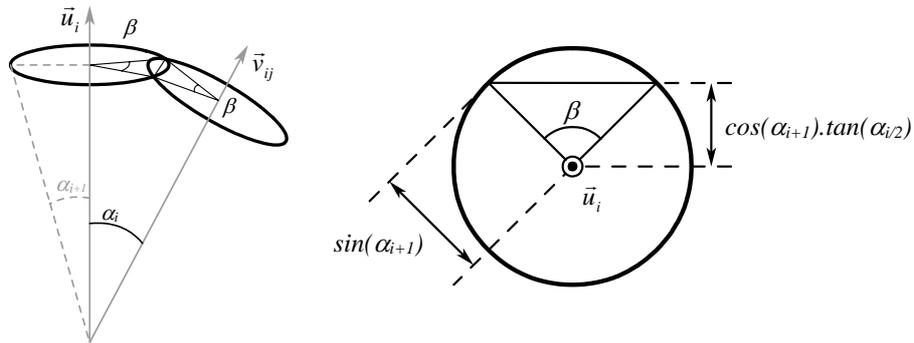


Figure 5.13. Représentation de la zone d'influence d'une direction de tranchage \vec{v}_{ij}

Il est également nécessaire que l'angle β soit supérieur à l'angle θ pour qu'il existe une partie commune aux zones d'influence de \vec{u}_i , \vec{v}_{ij} et \vec{v}_{ij+1} . L'angle β est l'angle de l'intersection des deux cercles délimitant les zones d'influence des directions \vec{u}_i et \vec{v}_{ij} (voir **Figure 5.13**).

Soit : $\beta \geq \theta$

$$\cos(\beta/2) \cdot \sin(\alpha_{i+1}) = \cos(\alpha_{i+1}) \cdot \tan(\alpha_i/2) \Leftrightarrow$$

$$\alpha_{i+1} = \arctan\left(\frac{\tan(\alpha_i/2)}{\cos(\beta/2)}\right) \quad (\text{Voir Figure 5.13})$$

¹ Les zones se chevauchant, la meilleure direction se trouve dans plusieurs zones différentes, ce qui augmente les probabilités de ne pas la négliger.

Sachant que : $\arctan\left(\frac{\tan \frac{x}{2}}{A}\right) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{1}{2A} x$ (avec $x = \alpha_i$ et $A = \cos(\beta/2)$)

Et que : $\frac{1}{2A} x \geq \arctan\left(\frac{\tan \frac{x}{2}}{A}\right) \quad \forall x \in [0, +\infty[\quad \forall A \leq 1$

On a : $\alpha_{i+1} \leq \frac{\alpha_i}{2 \cos(\beta/2)} \Leftrightarrow k = \frac{\alpha_{i+1}}{\alpha_i} \leq \frac{1}{2 \cos(\beta/2)}$

Si l'on recherche $\theta \leq \beta \Leftrightarrow \frac{1}{2 \cos(\theta/2)} \leq \frac{1}{2 \cos(\beta/2)}$

Il suffit d'imposer : $\frac{1}{2 \cos(\theta/2)} \leq k \Leftrightarrow \frac{1}{2 \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)} \leq k$

De ce fait, on impose $n > 3$ afin que $k < 1$.

Ainsi : $\frac{1}{2 \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)} \leq k < 1$

Dans le cas $n = 6$, on a donc $1 > k \geq 0,57735$.

5.3.1.2. Valeurs initiales et conditions d'arrêt

L'expérience montre que les axes principaux du repère forment souvent les meilleures directions de tranchage, c'est pourquoi il semble intéressant de retenir l'un d'entre eux comme direction initiale.

$$\text{Ainsi : } \vec{u}_0 \in \{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\} \text{ tel que } V_{M,S}(\vec{u}_0) \leq V_{M,S}(\vec{w}) \quad \forall \vec{w} \in \{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\}$$

L'angle α_0 maximal est de $\pi/2$.

Deux cas d'arrêt des itérations sont envisageables : lorsque α_i est inférieur à un angle critique ε choisit arbitrairement tel que $\varepsilon \in]0, \alpha_0[$; ou lorsque les volumes inaccessibles sont nuls, c'est à dire lorsque $V_{M,S}(\vec{u}_i) = 0$.

En pratique, décider d'un angle critique ε revient à fixer à l'avance le nombre d'itérations m tel que :

$$\alpha_m < \varepsilon \Leftrightarrow \alpha_0 \cdot k^m < \varepsilon \Leftrightarrow m \ln(k) < \ln(\varepsilon/\alpha_0) \Leftrightarrow m > \frac{\ln(\varepsilon/\alpha_0)}{\ln(k)}$$

On peut remarquer que ces itérations ne font pas varier la répartition des hauteurs de tranchage du modèle (S , dans l'application $V_{M,S}$), alors que son impact n'est pas toujours négligeable (voir **Figure 4.40**). En pratique, une répartition dont un plan de tranchage passe par le centre de la sphère englobante de la pièce obtient des résultats souvent très proches de la répartition optimale.

5.4. Expérimentation et résultats

Les tests présentés utilisent les paramètres suivants : $n = 6$, $k = 0,6$, $\alpha_0 = \pi/2$, $i \leq 15$ (soit $\varepsilon = 0,000739$) et \vec{u}_0 est choisi parmi $\{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\}$ tel qu'il minimise l'application $V_{M,S}$.

S est choisi arbitrairement de façon à ce qu'il y ait 10 strates de mêmes épaisseurs uniformément réparties le long du diamètre de la sphère englobante du modèle. Cette répartition est arbitraire, mais loin d'être innocente : comme ce nombre est pair, l'un des plans de tranchage passe par le milieu de la sphère englobante du modèle, ce qui assure de passer un plan de tranchage par tout élément de symétrie du modèle, et 10 est un nombre de strates fréquemment retenu par les utilisateurs, car il associe une décomposition souvent suffisamment importante du modèle et un assemblage de difficulté raisonnable. La méthode de quantification des contre-dépouilles (volume d'ombre) employée utilise le stencil buffer (2^e méthode

présentée à la section 5.1 : « Calculer le volume d'ombre d'une strate », p.165, voir *Figure 5.7*). Le retournement des strates (voir *Figure 5.9*) et la découpe recto-verso (voir *Figure 5.10*) ont été employées.

Les tests suivants sont effectués sur un ordinateur doté d'un processeur Intel PIII à 1GHz, d'un bus 133MHz, de 384Mo de RAM (SDRAM), d'un port AGPx2, GPU GeForce2 (NVIDIA). Les résolutions retenues sont : 200x200, 500x500 et 1000x1000, pour un Z-buffer de 24 bits. L'algorithme a été développé en C++ en utilisant les bibliothèques OpenGL™.

Le volume de contre-dépouilles (volume d'ombre) est exprimé en pourcentage par rapport au volume du modèle polyédrique, car le volume de contre-dépouilles n'a que peu d'intérêt si l'on ne tient pas compte du volume de la pièce. Malgré cela, le pourcentage ne suffit pas pour décider de la valeur d'une direction : un faible pourcentage de contre-dépouille sur une pièce massive n'a pas le même impact que sur une pièce de fine épaisseur (à volume équivalent). Le rapport entre le volume et la surface de la pièce donne un indice sur la massivité de la pièce, et devrait permettre d'obtenir un critère fiable pour déterminer la validité d'une direction. Mais dans le cas présent, il est inutile de tenir compte de ce rapport, car on recherche le volume minimum.

Nous présentons les résultats des expérimentations dans les tableaux présents dans cette section (voir *Figure 5.14*, *Figure 5.15* et *Figure 5.16*). La colonne de gauche contient les informations sur le modèle. Le champ « **direction employée** » désigne la direction retenue par l'utilisateur pour réaliser le modèle et s'il a employé la technique de découpe recto-verso, choix qu'il a fait sans l'aide de l'algorithme présenté précédemment. Les trois dernières colonnes contiennent les résultats de la recherche de direction pour trois résolutions différentes (200x200, 500x500 et 1000x1000) : « **direction** » désigne la direction retenue par l'algorithme, « **direction avec recto-verso** » désigne la direction retenue en employant la technique de découpe recto-verso, « **% C-dép.** » donne le pourcentage de contre-dépouilles obtenu avec la direction retenue, « **% C-dép. (r-v)** » pour une découpe recto-verso, « **Temps** » donne la durée en secondes du calcul.

De nombreux volumes de contre-dépouilles sont nuls car ce sont, en général, des résultats inférieurs à la précision liée à la discrétisation en pixels. C'est ainsi que de nombreux volumes calculés avec une résolution de 200x200 n'indique aucun volume inaccessible. Ce sont ces imprécisions qui entraînent des résultats différents pour une même pièce selon les résolutions employées.

180 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

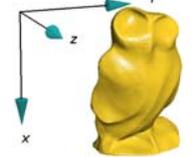
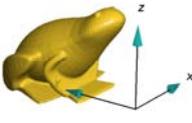
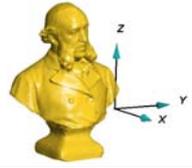
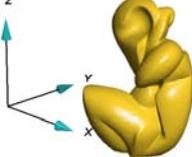
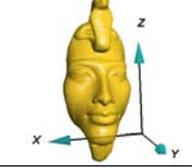
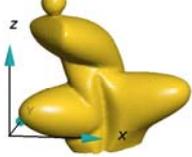
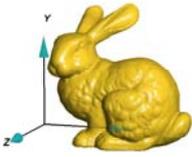
Fichier	Image		200x200	500x500	1000x1000
Chouette.stl		Direction	X= -0.009 Y= 0.999 Z= -0.027	X= -0.006 Y= 0.999 Z= -0.019	X= -0.006 Y= 0.999 Z= -0.019
120110 facettes Direction employée : Axe Z		% C-dép. Temps	0.405% 352s	0.444% 375s	0.429% 452s
Avec recto-verso % C-dép= 0.040%		Direction avec recto-verso	X= -0.017 Y= 0.596 Z= 0.803	X= 0.037 Y= 0.027 Z= 0.999	X= 0.000 Y= 0.339 Z= 0.941
grenouille.stl		Direction	X= 0.999 Y= 0.006 Z= -0.011	X= 1 Y= 0 Z= 0	X= 1 Y= 0 Z= 0
5776 facettes Direction employée : Axe X		% C-dép. Temps	0.025% 19s	0.003% 44s	0.000% 121s
Sans recto-verso % C-dép= 0%		Direction avec recto-verso	X= 0.999 Y= 0.015 Z= 0.007	X= 1 Y= 0 Z= 0	X= 1 Y= 0 Z= 0
ferry.stl		Direction	X= -0.050 Y= 0.998 Z= 0.029	X= -0.015 Y= 0.999 Z= 0.018	X= -0.012 Y= 0.999 Z= 0.021
100754 Facettes Direction employée : Axe X		% C-dép. Temps	0.891% 210s	0.935% 233s	0.931% 311s
Sans recto-verso % C-dép= 2.384%		Direction avec recto-verso	X= 0.930 Y= -0.211 Z= -0.302	X= -0.929 Y= 0.252 Z= 0.271	X= 0.922 Y= -0.286 Z= -0.260
oceane.stl		Direction	X= -0.682 Y= 0.731 Z= -0.023	X= 0.622 Y= -0.782 Z= 0.035	X= 0.608 Y= -0.792 Z= 0.057
100000 facettes Direction employée : Axe Y		% C-dép. Temps	1.776% 205s	1.789% 228s	1.788% 306s
Avec recto-verso % C-dép= 0.294%		Direction avec recto-verso	X= -0.095 Y= 0.832 Z= 0.547	X= -0.108 Y= 0.843 Z= 0.526	X= -0.110 Y= 0.842 Z= 0.528
pharaon.stl		Direction	X= 0.999 Y= -0.014 Z= 0.052	X= 0.998 Y= -0.007 Z= 0.055	X= 0.998 Y= -0.010 Z= 0.058
166372 facettes Direction employée : Axe Y		% C-dép. Temps	0.160% 344s	0.377% 367s	0.390% 446s
Avec recto-verso % C-dép= 0.597%		Direction avec recto-verso	X= 0.983 Y= -0.011 Z= 0.183	X= 0.999 Y= -0.006 Z= -0.011	X= 0.978 Y= 0.022 Z= 0.205
ogoone.stl		Direction	X= -0.605 Y= 0.722 Z= -0.337	X= -0.585 Y= 0.748 Z= -0.315	X= -0.570 Y= 0.765 Z= -0.300
54136 facettes Direction employée : Axe Y		% C-dép. Temps	3.274% 116s	3.106% 139s	3.039% 217s
Avec recto-verso % C-dép= 0.034%		Direction avec recto-verso	X= 0.322 Y= 0.911 Z= 0.257	X= 0.052 Y= 0.940 Z= 0.338	X= 0.025 Y= 0.924 Z= 0.381
stanford_bunny.stl		Direction	X= -0.150 Y= -0.448 Z= 0.882	X= -0.149 Y= -0.415 Z= 0.897	X= -0.16191 Y= -0.437309 Z= 0.884616
69658 facettes Direction employée : Axe Z		% C-dép. Temps	2.712% 162s	2.759% 185s	2.75583% 263.389s
Avec recto-verso % C-dép= 0.236%		Direction avec recto-verso	X= -0.021 Y= -0.523 Z= 0.852	X= 0.367 Y= 0.447 Z= 0.816	X= 0.351 Y= 0.441 Z= 0.826

Figure 5.14. Recherche d'une direction de tranchage sur des pièces artistiques

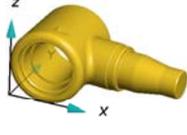
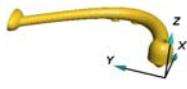
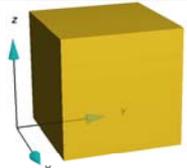
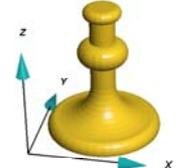
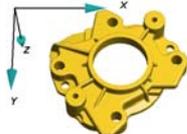
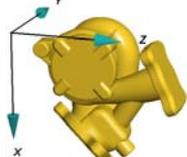
Fichier	Image		200x200	500x500	1000x1000
00s5032.stl		Direction	X= 0 Y= 1 Z= 0	X= 0 Y= 1 Z= 0	X= 0 Y= 1 Z= 0
9984 facettes Direction employée : Axe Y (sans recto-verso) Axe Z (avec recto-verso)		% C-dép. Temps	0.346% 34s	0.494% 57s	0.541% 137s
Direction avec recto-verso		X= 0.007 Y= 0.007 Z= 0.999	X= 0 Y= 0 Z= 1	X= 0.0239 Y= -0.009 Z= 0.999	
% C-dép= 0.018%		% C-dép.(r-v) Temps	0.000% 34s	0.000% 57s	0.000% 143s
PiedAdda_corr.stl		Direction	X= -0.016 Y= -0.006 Z= 0.999	X= 0 Y= 0 Z= 1	X= -0.018 Y= -0.010 Z= 0.999
11410 facettes Direction employée : Axe Z		% C-dép. Temps	0.512% 37s	0.772% 61s	0.859% 141s
Direction avec recto-verso		X= 0.024 Y= -0.003 Z= 0.999	X= 0 Y= 0 Z= 1	X= 0 Y= -0.014 Z= 0.999	
Avec recto-verso % C-dép= 0.053%		% C-dép.(r-v) Temps	0.000% 38s	0.000% 62s	0.000% 146s
cube.stl		Direction	X= 0.696 Y= 0.010 Z= -0.718	X= 0 Y= 0 Z= 1	X= -0.003 Y= 0.703 Z= 0.711
12 facettes Direction employée : Axe X, Y ou Z		% C-dép. Temps	0.040% 5s	0.000% 30s	0.020% 112s
Direction avec recto-verso		X= -0.779 Y= 0.114 Z= -0.616	X= 0 Y= 0 Z= 1	X= 0.903 Y= -0.068 Z= 0.424	
Sans recto-verso % C-dép= 0.000%		% C-dép.(r-v) Temps	0.000% 7s	0.000% 29s	0.000% 118s
Bougeoir.stl		Direction	X= 0 Y= 1 Z= 0	X= 0.866 Y= -0.5 Z= 0	X= 0.866 Y= -0.5 Z= 0
2468 facettes Direction employée : X et Y quelconques Z= 0		% C-dép. Temps	0.000% 14s	0.023% 37s	0.003% 118s
Direction avec recto-verso		X= 1 Y= 0 Z= 0	X= 0 Y= 0 Z= 1	X= -0.946 Y= 0.324 Z= -0.029	
Sans recto-verso % C-dép= 0.000%		% C-dép.(r-v) Temps	0.000% 14s	0.004% 37s	0.000% 123s
porcher_cor.stl		Direction	X= 0.999 Y= 0.007 Z= -0.004	X= 0.999 Y= 0.007 Z= -0.004	X= 1 Y= 0 Z= 0
21368 facettes Direction employée : Axe Y		% C-dép. Temps	15% 63s	15.232% 86s	14.856% 166s
Direction avec recto-verso		X= 0 Y= 0.999 Z= 0.011	X= 0 Y= 1 Z= 0	X= 0 Y= 1 Z= 0	
Avec recto-verso % C-dép= 0.022%		% C-dép.(r-v) Temps	0.000% 63s	0.015% 87s	0.022% 171s
renacor.stl		Direction	X= 0 Y= 0.005 Z= 0.999	X= 0 Y= 0 Z= 1	X= 0 Y= 0 Z= 1
72588 facettes Direction employée : Axe Z		% C-dép. Temps	18% 194s	18.008% 217s	18.014% 297s
Direction avec recto-verso		X= 0 Y= 0.008 Z= 0.999	X= 0 Y= 0 Z= 1	X= 0 Y= 0 Z= 1	
Avec recto-verso % C-dép= 0.007%		% C-dép.(r-v) Temps	0.000% 195s	0.011% 218s	0.007% 303s
Turbo_cor.stl		Direction	X= -0.073 Y= 0.995 Z= 0.067	X= -0.078 Y= 0.995 Z= 0.070	X= -0.075 Y= 0.995 Z= 0.068
21962 facettes Direction employée : X= -0.423 Y= 0 Z= 0.906		% C-dép. Temps	6.319% 65s	6.313% 88s	6.313% 168s
Direction avec recto-verso		X= -0.180 Y= -0.003 Z= 0.984	X= 0.323 Y= 0.014 Z= 0.946	X= -0.171 Y= -0.004 Z= 0.985	
Avec recto-verso % C-dép= 1.361%		% C-dép.(r-v) Temps	0.586% 65s	0.794% 89s	0.751% 173s

Figure 5.15. Recherche d'une direction de tranchage sur des pièces mécaniques

182 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

Fichier	Image		200x200	500x500	1000x1000
sbunny_simplif80.stl Modèle simplifié à 80%		Direction	X= -0.168 Y= -0.418 Z= 0.893	X= -0.147 Y= -0.436 Z= 0.888	X= -0.144 Y= -0.434 Z= 0.889
13930 facettes		% C-dép.	2.763%	2.773%	2.776%
Direction employée : Axe Z (Cf. stanford_bunny.stl)		Temps	38s	62s	140s
Avec recto-verso		Direction avec recto-verso	X= -0.068 Y= -0.464 Z= 0.883	X= 0.365 Y= 0.441 Z= 0.820	X= 0.359 Y= 0.441 Z= 0.822
% C-dép= 0.236%		% C-dép.(r-v)	0.093%	0.098%	0.101%
		Temps	38s	61s	144s
sbunny_simplif95.stl Modèle simplifié à 95%		Direction	X= -0.134 Y= -0.404 Z= 0.905	X= -0.151 Y= -0.463 Z= 0.874	X= -0.149 Y= -0.412 Z= 0.899
3480 facettes		% C-dép.	2.761%	2.799%	2.793%
Direction employée : Axe Z (Cf. stanford_bunny.stl)		Temps	14s	37s	116s
Avec recto-verso		Direction avec recto-verso	X= 0.040 Y= -0.558 Z= 0.829	X= 0.336 Y= 0.450 Z= 0.828	X= 0.312 Y= 0.458 Z= 0.832
% C-dép= 0.236%		% C-dép.(r-v)	0.077%	0.117%	0.119%
		Temps	15s	38s	120s
sbunny_simplif99.stl Modèle simplifié à 99%		Direction	X= 0.005 Y= 0.141 Z= 0.990	X= 0.040 Y= 0.160 Z= 0.986	X= 0.049 Y= 0.161 Z= 0.986
694 facettes		% C-dép.	3.113%	3.118%	3.126%
Direction employée : Axe Z (Cf. stanford_bunny.stl)		Temps	8s	31s	111s
Avec recto-verso		Direction avec recto-verso	X= 0.927 Y= 0.204 Z= -0.314	X= 0.936 Y= 0.194 Z= -0.295	X= 0.923 Y= 0.244 Z= -0.298
% C-dép= 0.236%		% C-dép.(r-v)	0.188%	0.224%	0.223%
		Temps	8s	31s	114s

Figure 5.16. Résultat de la recherche d'une direction de tranchage sur un Stanford Bunny simplifié (algorithme opSRASimplify d'OpenGL Optimizer™)

5.5. Analyse des résultats

5.5.1. Les temps de calcul

Les temps de calcul obtenus dans ces exemples confirment la rapidité d'exécution, à savoir un temps linéairement dépendant du nombre de facettes, plus un temps linéairement dépendant du nombre de pixels. Ils sont également raisonnables, de l'ordre de quelques minutes, alors que les temps de réalisation sont de l'ordre de quelques heures.

On peut constater que les temps de calcul liés au nombre de facettes et ceux liés à la résolution sont du même ordre de grandeur. Ainsi, employer une résolution constituée de moins de pixels n'a d'intérêt que lorsque le modèle contient peu de facettes, et inversement. Résolution et nombre de facettes sont deux paramètres liés : il est inutile d'avoir un grand nombre de pixels pour afficher un triangle, car un triangle est déjà une approximation de la géométrie originelle, et inversement, il est inutile d'utiliser un modèle constitué d'une myriade de triangles lorsque la résolution représentera plusieurs triangles par un seul pixel. Il convient donc d'user de la simplification des modèles ou de réduire la résolution afin d'harmoniser les deux précisions, à savoir les pixels et le modèle. Sur la *Figure 5.16*, il est évident qu'un

modèle très simplifié obtient la même direction en résultat, quelle que soit la résolution, d'où l'intérêt d'employer peu de pixels, alors qu'un modèle peu simplifié donne des résultats très différents selon la résolution.

5.5.2. *Le choix de la découpe recto-verso*

En matière de modèles artistiques, il apparaît clairement que l'emploi de la découpe recto-verso s'impose. Le seul modèle contredisant cette constatation est aussi le seul modèle créé par une CAO : « grenouille.stl »¹, et présente une symétrie, des surfaces de révolution, et des plans, comme de nombreuses pièces mécaniques.

5.5.3. *La pertinence des directions*

Les directions choisis par les utilisateurs sont, dans ces exemples, d'une inquiétante monotonie, car, à l'exception d'une seule pièce (« turbo.stl »), seuls les axes principaux ont été retenus comme direction de tranchage.

La pièce « ferry.stl » contient une importante quantité de volumes inaccessibles par rapport aux autres pièces, car ce pourcentage tient compte de la technique employée, car, à l'époque de cette réalisation, la technique de recto-verso n'avait pas encore été développée. On peut constater que l'algorithme a proposé une direction proche de l'axe Y, alors que les utilisateurs ont choisi l'axe X. En fait, ce choix a été motivé par un critère subjectif : la localisation des contre-dépouilles ; bien que l'axe X génère un volume de contre-dépouille plus important, ces dernières ne sont pas localisées sur le visage, ce qui était le plus important aux yeux des utilisateurs.

De la même façon, la localisation des contre-dépouilles sur le visage de « pharaon.stl » justifie le choix de l'axe Y par les utilisateurs, alors que l'algorithme a mis en évidence un volume de contre-dépouilles moins important sur l'axe X (voir **Figure 3.24**).

Par contre, « Stanford_bunny.stl » est un réel succès pour l'algorithme de recherche de direction : la direction obtenue s'est avérée meilleure que celle utilisée par l'utilisateur. Ceci a été confirmé lors d'une seconde réalisation de la pièce en employant la direction trouvée par l'algorithme. De plus, cette direction ne s'appuie sur aucun élément particulier du modèle qui aurait permis à l'utilisateur de la découvrir par lui-même.

¹ Comme pour toutes les pièces mécaniques de la **Figure 5.15**..

184 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

La direction trouvée par l'algorithme sur « Océane.stl » semble meilleure que celle employée par l'utilisateur, mais aucune réalisation ne vient confirmer cette forte supposition.

Les pièces « ogoone.stl », « chouette.stl », et « grenouille.stl » confirment les directions choisies par les utilisateurs, à quelques faibles différences près.

On peut constater que pour toutes les pièces mécaniques testées, les différents utilisateurs ont employé l'un des axes principaux (X, Y, ou Z), à l'exception de « turbo.stl » pour lequel l'utilisateur a utilisé la normale d'une surface plane du modèle. L'algorithme de recherche de direction a d'ailleurs confirmé ces choix dans la plupart des cas, excepté certains, comme « cube.stl » et « bougeoir.stl », où les directions de tranchage satisfaisantes sont très nombreuses. La direction obtenue pour « cube.stl », fantaisiste au premier abord, n'entraîne effectivement aucun volume inaccessible si l'on tient compte des hauteurs de tranchage arbitraires utilisées pour la recherche de direction : cette direction a été préférée à l'une des directions principales car les imprécisions inhérentes aux pixels ont rendu le volume correspondant à cette direction légèrement négatif.

La direction choisie par l'utilisateur lors de la réalisation de « turbo.stl » entraîne, selon l'algorithme, une quantité importante de volumes inaccessibles (1.361%, sur la *Figure 5.15*). Cette différence provient des hauteurs de tranchage : l'utilisateur a optimisé le placement des hauteurs de stratification pour accéder à certains volumes jugés inaccessibles par l'algorithme. Cela met en évidence les limites d'une recherche d'une direction qui ne fait pas varier la répartition des hauteurs de tranchage.

5.6. Conclusions et perspectives

Cet algorithme est implanté dans le logiciel StratoconceptIII® lié au procédé de Stratoconception®.

Bien que la répartition arbitraire des hauteurs de tranchage employée dans l'algorithme de recherche d'une direction de tranchage donne des résultats satisfaisants sur les modèles testés (exception faite de « turbo.stl »), elle sera améliorée en remplaçant l'actuelle répartition arbitraire par une répartition des hauteurs intelligente et adaptable selon la direction étudiée. Le choix d'une « répartition intelligente » a été retenue face à une variation des hauteurs de tranchage au cours de la recherche de direction, car cette dernière aurait beaucoup trop augmenté le nombre de calculs de volumes inaccessibles à effectuer à chaque itération. Cette « répartition intelligente » devrait être particulièrement efficace sur les pièces mécaniques.

Comme il a été constaté dans certains cas, certaines parties des modèles importent plus ou moins que d'autres : le visage du pharaon (voir *Figure 3.24*) ou le dos et le socle du buste de Jules Ferry (voir *Figure 3.25*) en sont des illustrations. C'est une source d'erreur qui n'est pas négligeable, et il n'est pas raisonnable d'espérer qu'un algorithme peut en tenir compte sans une intervention humaine. C'est pourquoi il sera envisagé dans de prochains travaux d'intégrer ces critères subjectifs dans la recherche en la précédant d'une sélection manuelle des zones à prendre le plus en considération.

Dans la majorité des cas, choisir une direction de tranchage parmi les axes principaux suffit pour les pièces mécaniques. Mais lors de la réalisation de pièces aux formes libres, comme les œuvres d'art, la recherche d'une direction de tranchage s'avère un outil particulièrement utile, car la meilleure direction correspond rarement à l'un des axes principaux ou à une direction indiquée par une forme particulière du modèle.

Chapitre 6

Conclusions et perspectives

6.1. La particularité des œuvres d'art

Une des constatations lors de la réalisation de ces travaux a été la progressive apparition, sur les pièces mécaniques, de difficultés qui étaient jusqu'alors réservées aux œuvres d'art. En effet, une forte proportion des difficultés qui ont motivé ces travaux spécifiques aux œuvres d'art s'est révélée être également présente sur les pièces mécaniques. Cette constatation peut s'expliquer par la brusque démocratisation de la chaîne numérique en conception de produit : bien qu'il soit possible depuis de nombreuses années de concevoir et de réaliser un produit sans rompre la chaîne numérique, c'était rarement le cas, car, pour cela, il suffisait que l'un des acteurs de cette chaîne n'emploie pas ces outils ou emploie un outil incompatible avec ceux des autres acteurs. Une autre explication serait que cette constatation reflète une meilleure maîtrise de la chaîne numérique par ses différents acteurs, qui se permettent dorénavant des formes plus ambitieuses que celles envisageables par une mise en plan traditionnelle.

C'est ainsi que de nombreuses pièces mécaniques ont servi de supports et de tests pour le développement de solutions, et que l'ensemble des outils initialement prévus pour les œuvres d'art sont régulièrement utilisés, voire s'avèrent indispensables, pour la réalisation de pièces mécaniques.

Toutefois, il demeure suffisamment de différences lors de la réalisation d'œuvres d'art pour qu'elle ne soit pas assimilée à la réalisation de pièces mécaniques. L'absence de contraintes de conception des pièces artistiques par rapport aux pièces mécaniques prive très souvent l'utilisateur d'une direction de tranchage évidente. Ce sont des pièces dont la qualité de la réalisation dépend également de critères

188 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

subjectifs, bien plus que les pièces mécaniques. De plus, la finition n'est pas une opération à restreindre au strict minimum, c'est au contraire une opération importante et certains iront jusqu'à dire que l'ensemble de la réalisation n'est que l'ébauche et la finition, la véritable réalisation de la pièce.

6.2. Le caractère subjectif de la réalisation d'œuvres d'art

Les choix effectués lors d'une réalisation d'œuvres d'art reposent sur des critères qui peuvent être très subjectifs. L'un des exemples le plus approprié est la localisation des erreurs commises : lors de la réalisation d'un buste, l'erreur commise au dos n'a pratiquement aucune importance face à celle qui peut être commise sur le visage ; dans ce cas précis, des critères objectifs comme le volume d'erreur ou l'écart maximal entre le résultat et le modèle sont inefficaces. De plus, le modèle originel ou une partie du modèle peut n'être qu'une ébauche, dans ce cas, la phase de finition devient la phase la plus importante de la réalisation, ce qui modifie les critères de choix des paramètres de la réalisation.

Partant de cette constatation, l'intervention de l'utilisateur est inévitable pour choisir des paramètres adaptés et tout algorithme proposant les meilleurs paramètres, selon des critères prédéfinis et sans intervention humaine, sera nécessairement mis en échec. Pour que l'utilisateur puisse effectuer des choix ou qu'il puisse intervenir dans les décisions des algorithmes, il est nécessaire de lui proposer toutes les informations utiles pour appuyer ses choix, comme des outils d'analyse et de visualisation des différentes étapes et des moyens d'estimer ou de visualiser le résultat.

C'est ainsi que les solutions apportées par ces travaux sont plus des outils à la portée des utilisateurs que de réelles solutions complètes pour la réalisation d'œuvres d'art.

6.3. La quantification des différences entre le modèle initial et le résultat

Au cours du processus de réalisation d'un modèle par le procédé de Stratoconception®, se succèdent différentes opérations entraînant des approximations qui participeront à l'erreur commise au final. Ces approximations sont inévitables, elles sont liées aux moyens de réalisation du modèle.

Cette notion de précision intervient avant même le procédé, lors de la génération du modèle STL, où toute surface courbe sera approchée par un maillage d'éléments du premier ordre. Ensuite, interviennent les volumes inaccessibles, qui dépendent du choix de la direction de tranchage, puis la discrétisation liée à la stratification, la

découpe par la forme de l'outil employé et enfin les éventuelles opérations manuelles telles que la finition et l'assemblage.

La succession de ces opérations et le cumul des erreurs qui leur sont liées font qu'il convient de retenir pour chaque étape du processus des paramètres proposant une erreur dont l'ordre de grandeur demeure cohérent vis-à-vis des autres paramètres. Il est, par exemple, rarement utile de choisir un outil de faible diamètre lorsque la stratification retenue est très grossière, à moins que ce ne soit motivé par une réelle volonté de l'utilisateur. C'est pour cela qu'il est important que l'utilisateur puisse les quantifier et les localiser pour pouvoir apprécier les conséquences de ses choix sur chacun des paramètres.

6.4. Les travaux à venir

Nous présentons différents travaux qui s'inscrivent dans la prolongation de ceux présentés dans ce document ou des pistes intéressantes, volontairement délaissées, au profit d'autres travaux présentés ici, méritant des approfondissements.

L'algorithme de recherche d'une direction de tranchage présente des résultats satisfaisants, mais il semble intéressant et envisageable de l'améliorer en remplaçant l'actuelle répartition arbitraire des hauteurs de tranchage par une répartition adaptée à la direction étudiée. En effet, si faire varier les hauteurs de tranchage au cours de la recherche de direction entraîne un trop grand nombre de calculs de volumes inaccessibles pour un faible intérêt, il serait raisonnable d'effectuer avant chaque calcul une analyse de la direction sur le modèle afin de répartir au mieux les hauteurs. Cette méthode devrait être particulièrement efficace sur les pièces mécaniques. Pour la recherche d'une direction sur une œuvre d'art, le point principal à améliorer est le moyen de prendre plus en considération certaines parties des modèles, qui, pour l'utilisateur, importent plus que d'autres : le visage du pharaon (voir *Figure 3.24*) ou le dos et le socle du buste de Jules Ferry (voir *Figure 3.25*) en sont des illustrations. Cet outil intégrerait ces critères subjectifs dans la recherche en la précédant d'une sélection manuelle des zones de faibles ou grandes importances.

La décomposition des modèles (voir section 4.2 : « Tranchage avancé », p.134) est l'un des moyens les plus prometteurs pour améliorer l'efficacité, la rapidité et de limiter les volumes inaccessibles lors la réalisation de modèles, mais dont l'entreprise est de taille comparable aux enjeux. La mise en œuvre de telles solutions se heurte à trois difficultés : identifier les entités à décomposer, créer des surfaces qui puissent être assemblées entre les différentes entités à décomposer et proposer des solutions mécaniques pour leur assemblage. Cette solution fait déjà l'objet de travaux de thèse menés par Y. Houtmann et nous invitons les lecteurs à s'en enquérir dans les temps à venir.

190 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

La construction de courbes représentatives du modèle telles que le squelette et leur analyse pour en déduire un tranchage adapté (voir section 4.4.1 : « Directions privilégiées », p.147) est une voie prometteuse pour certains types de modèle, mais n'a pas été suffisamment explorée et ses limites demeurent méconnues.

D'autres travaux de thèse sont également en cours sur le procédé de Stratoconception®, leur thème traite d'une partie du procédé évoquée dans ces travaux : l'inter-strate. Ces travaux sont menés par B. Delebecque et, bien que surtout destinés à l'outillage rapide, ils pourraient être à l'origine de nouveaux assemblages adaptés à la réalisation d'œuvres d'art.

D'autres thèmes permettant d'améliorer la réalisation d'œuvres d'art sont encore à aborder, comme lisser les parcours d'outil afin de remplacer les formes segmentées pour retrouver des formes courbes lors de la découpe ou effectuer des découpes selon des contours qui ne seraient plus contenus dans des plans. C'est pourquoi nous espérons proposer à l'avenir de nouveaux outils et de nouvelles solutions avec lesquels il sera possible de réaliser facilement des œuvres d'art qu'il est, à l'heure actuelle, préférable de confier à des mains expertes.

Bibliographie

[3DSYSTEMS, 1989] 3DSYSTEMS, Stereolithography Interface Specification, n°p/n 50065-S01-00, 1989.

[AGARWAL, 2000] Pankaj AGARWAL et Pavan K. DESIKAN, Approximation algorithms for layered manufacturing, *The eleventh annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithms, San Francisco, California, United States*, p.528-537, 2000.

[AHN, 2002] Hee-Kap AHN, Otfried CHEONG et René VAN OOSTRUM, Casting a Polyhedron with Directional Uncertainty, *Algorithms and Computation : 13th International Symposium, ISAAC 2002, Vancouver, BC, Canada, Novembre 21-23, 2002*, p.274-285, 2002.

[AHN, 1997] Hee-Kap AHN, Mark DE BERG, Prosenjit BOSE, Siu-Wing CHENG, Dan HALPERIN, Jiri MATOUSEK et Otfried SCHWARZKOPF, Separating an Object from its Cast, 1997.

[ASBERG, 1997] Boudewijn ASBERG, Gregoria BLANCO, Prosenjit BOSE, Jesus GARCIA-LOPEZ, Mark H. OVERMARS, Godfried TOUSSAINT, Gordon WILFONG et Binhai ZHU, Feasibility of Design in Stereolithography, *Algorithmica* vol.19 n°1-2, p.61-83, 1997.

[ASSARSSON, 2003a] Ulf ASSARSSON et Tomas AKENINE-MOLLER, A Geometry-based Soft Shadow Volume Algorithm using Graphics Hardware, *ACM Transactions on Graphics* vol.22 n°3, p.511-520, 2003a.

192 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

[ASSARSSON, 2003b] Ulf ASSARSSON, Michael DOUGHERTY, Michael MOUNIER et Tomas AKENINE-MOLLER, An Optimized Soft Shadow Volume Algorithm with Real-Time Performance, *Graphics Hardware* p.33-40, 2003b.

[BAREQUET, 1997] Gill BAREQUET et Subodh KUMAR, Repairing CAD Models, *IEEE Visualization '97*, p.363-370, 1997.

[BARLIER, 1991] Claude BARLIER, Procédé pour la création et la réalisation de pièces par C.A.O et pièces ainsi obtenues, *brevet n°91-02437*, 1991.

[BARLIER, 1992a] Claude BARLIER, Le procédé de prototypage rapide par Stratoconception®, *Assises Européennes du Prototypage Rapide, Ecole Polytechnique, Palaiseau, 2-3 juin 1992*, 1992a.

[BARLIER, 1992b] Claude BARLIER, Procédé pour la création et la réalisation de pièces par C.A.O et pièces ainsi obtenues, *brevet n°EP 0 585 502*, 1992b.

[BARLIER, 1998] Claude BARLIER, Procédé de réalisation de pièces mécaniques, en particulier de prototypes, par décomposition en strates, strates élémentaires obtenues selon le procédé et pièces mécaniques ainsi obtenues, *brevet n°98 14687*, 1998.

[BARLIER, 2002a] Claude BARLIER, Le Prototypage Rapide dans la filière numérique de conception de produit, *Revue annuelle des arts et métiers* p.58-65, 2002a.

[BARLIER, 2002b] Claude BARLIER, Denis CUNIN et Benoît DELEBECQUE, Procédé pour l'optimisation des joints de strates dans une modélisation ou prototypage par décomposition en strates et pièces ainsi obtenues, *brevet n°02 00514*, 2002b.

[BERNARD, 1998] Alain BERNARD et Georges TAILLANDIER, Le prototypage rapide, *Hermès*, 1998.

[BLIN, 2003] Sylvie BLIN et Arnaud CARPENTIER, Pollès, *Edizioni Polistampa*, 2003.

[BOISSONNAT, 1995] Jean-Daniel BOISSONNAT et Mariette YVINEC, Géométrie algorithmique, *Ediscience internationale*, 1995.

[BOSE, 1997] Prosenjit BOSE, D. DREMNER et M. VAN KREVELD, Determining the Castability of Simple Polyhedra, *Algorithmica* vol.19 p.84-113, 1997.

- [BOSE, 1995] Prosenjit BOSE et Godfried TOUSSAINT, Geometric and computational aspects of gravity casting, *Computer-Aided Design* vol.27 n°6, p.455-464, 1995.
- [BOSE, 1993] Prosenjit BOSE, M. VAN KREVELD et Godfried TOUSSAINT, Filling Polyhedral Molds, *Workshop on Algorithms and Data Structures*, p.210-221, 1993.
- [BOUVIER, 1995] N. BOUVIER, Benoît DELEBECQUE, Claude BARLIER et D. LYET, Une nouvelle station de Prototypage Rapide par Stratoconception® et microfraisage rapide de matériaux légers, *4th European Conferences on Rapid Prototyping, La Cité des Sciences, PARIS, France, 4-5 Octobre 1995*, 1995.
- [CAMPAGNA, 1998] Swen CAMPAGNA, Leif KOBBELT et Hans-Peter SEIDEL, Efficient Decimation of Complex Triangle Meshes, *rapport University of Erlangen, Germany n°3/98*, 1998.
- [CHEN, 1996] Han-Ming CHEN et Wen-Teng WANG, The feudal priority algorithm on hidden-surface removal, *SIGGRAPH'96*, p.55-64, 1996.
- [CHEN, 1999] Y. H. CHEN, C. T. NG et Y. Z. WANG, Generation of an STL File from 3D Measurement Data with User-Controlled Data Reduction, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* vol.15 n°2, p.127-131, 1999.
- [CHIN, 1989] Norman CHIN et Steven FEINER, Near Real-Time Shadow Generation Using BSP-Trees, *Computer Graphics* vol.23 n°3, p.99-106, 1989.
- [CHIN, 1992] Norman CHIN et Steven FEINER, Fast Object-Precision Shadow Generation for Area Light Source, *Symposium on Interactive 3D graphics, Cambridge, Massachusetts, United States*, p.21-30, 1992.
- [CHRYSANTHOU, 1995] Yiorgos CHRYSANTHOU et Mel SLATER, Shadow Volume BSP Trees for Computation of Shadows in Dynamic Scenes, *Symposium on Interactive 3D graphics, Monterey, California, United States*, p.45-50, 1995.
- [CIGNONI, 1998] P. CIGNONI, C. MONTANI et R. SCOPIGNO, A comparison of mesh simplification algorithms, *Computers and Graphics* vol.22 n°1, p.37-54, 1998.
- [COHEN, 1996] Jonathan COHEN, Amitabh VARSHNEY, Dinesh MANOCHA, Greg TURK, Hans WEBER, Pankaj AGARWAL, Frederick BROOKS et William WRIGHT, Simplification Envelopes, *Computer Graphics (SIGGRAPH 96)*, p.119-128, 1996.

194 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

[CTTM, 1997] CTTM, La restauration de la statue d'Auguste, www.cttm-lemans.com, 1997.

[DELEBECQUE, 2000] Benoît DELEBECQUE, Geoffroy LAUVAUX et Claude BARLIER, Stratification adaptative, 8èmes Assises du Prototypage Rapide, Le CNIT, Paris la Défense, France, 3-4 Mai 2000, 2000.

[DEVILLERS, 2002a] Olivier DEVILLERS et Philippe GUIGUE, Faster Triangle-Triangle Intersection Tests, rapport INRIA n°4488, 2002a.

[DEVILLERS, 2002b] Olivier DEVILLERS et Philippe GUIGUE, Finite Precision Elementary Geometric Constructions, rapport INRIA n°4559, 2002b.

[DRETTAKIS, 1994] George DRETTAKIS et Eugene FIUME, A fast shadow algorithm for area light sources using backprojection, SIGGRAPH'94, p.223-230, 1994.

[DUC, 1998] Emmanuel DUC, Usinage de formes gauches. Contribution à l'amélioration de la qualité des trajectoires d'usinage., rapport de thèse Ecole Normale Supérieure de CACHAN, CACHAN, 1998.

[EVERITT, 2003] Cass EVERITT et Mark J. KILGARD, Optimized stencil shadow volumes, rapport NVIDIA 2003.

[FACY, 1992] Gérard FACY et Michel POMPIDOU, Précis de fonderie: méthodologie, production et normalisation, Paris : Association française de normalisation, 1992.

[FERLEY, 1999] Eric FERLEY, Marie-Paule CANI et Jean-Dominique GASCUEL, Sculpture virtuelle, Journées AFIG, Novembre 1999, 1999.

[GALLICE, 2002] Jean GALLICE, François GOULETTE et Claude LAURGEAU, Images de profondeur, Hermès science publ., 2002.

[GARLAND, 1997] Michael GARLAND et Paul S. HECKBERT, Surface simplification using quadric error metrics, 24th annual conference on Computer graphics and interactive techniques, p.209-216, 1997.

[GOODMAN, 2004] Jacob E. GOODMAN et Joseph O'ROURKE, Handbook of discrete and computational geometry, 2d ed., 2004.

- [GOODRICH, 1992] Michael T. GOODRICH, A Polygonal Approach to Hidden-Line and Hidden-Surface Elimination, *Computer Vision, Graphics, and Image Processing. Graphical Models and Image Processing* vol.54 n°1, p.1-12, 1992.
- [GOULETTE, 2003] François GOULETTE, Techniques de numérisation 3D, *Virtureal 2003, Saint-Dié, France, Juin 2003*, 2003.
- [GROSSMAN, 2002] Bathsheba GROSSMAN, Antipot, <http://www.bathsheba.com>, 2002.
- [GROSSMAN, 2003] Bathsheba GROSSMAN, Double Squares, www.bathsheba.com, 2003.
- [HE, 1996] Taosong HE, Lichan HONG, Amitabh VARSHNEY et Sidney WANG, Controlled Topology Simplification, *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics* vol.2 n°2, p.171-184, 1996.
- [HEFLIN, 1993] Gregory HEFLIN et Gershon ELBER, Shadow Volume Generation from Free Form Surfaces, *CGI'93, Lausanne, Switzerland, June 1993*, p.115--126, 1993.
- [HOPPE, 1994] Hugues HOPPE, Surface Reconstruction from Unorganized Points, rapport de thèse *University of Washington*, 1994.
- [HOPPE, 1993] Hugues HOPPE, Tony DEROSE, Tom DUCHAMP, John MCDONALD et Werner STUETZLE, Mesh optimization, *20th annual conference on Computer graphics and interactive techniques (SIGGRAPH'93)*, p.19-26, 1993.
- [HUGUENIN, 1998] Eric HUGUENIN, Claude BARLIER, P. DUSSERT, Edith DURAND, R. DEBBOUB et Vincent MAUCOURT, Procédé de STRATOCONCEPTION®, Intégration des outils CAO et Prototypage Rapide en vue de la reproduction d'oeuvres d'art, *7èmes Assises du Prototypage Rapide, Ecole Centrale, Paris, France, 19 - 20 Novembre 1998*, 1998.
- [ILINKIN, 2001] Ivaylo ILINKIN, Ravi JANARDAN, Jayanth MAJHI, Jorg SCHWERDT, Michiel SMID et Ram SRIRAM, A Decomposition-Based Approach to Layered Manufacturing, *Lecture Notes in Computer Science* vol.2125 p.389, 2001.
- [ISLER, 1996] Veysi ISLER, Rynson W.H. LAU et Mark GREEN, Real-Time Multi-Resolution Modeling for Complex Virtual Environments, *ACM Symposium on Virtual Reality Software and Technology, Juillet 1996*, p.11-20, 1996.

196 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

[KULKARNI, 2000] Prashant KULKARNI, Anne MARSAN et Debasish DUTTA, A review of process planning techniques in layered manufacturing, *Rapid Prototyping Journal* vol.6 n°1, p.18-35, 2000.

[LAUVAUX, 2001] Geoffroy LAUVAUX, Bernard HENNION, Claude BARLIER et Edith DURAND, Télé-sculpture virtuelle & prototypage rapide d'œuvres d'art de grandes dimensions, *EURO-RP'2001, 9ème Assises Européennes du Prototypage Rapide, Paris, France, 7-8 Juin 2001*, 2001.

[LAVIGNE, 1998] Christian LAVIGNE, La sculpture numérique, *Computer Arts* 1998.

[LAZARUS, 1996] Francis LAZARUS et Anne VERROUST, Décomposition cylindrique de polyèdre et courbe squelette, *Revue de CAO et d'informatique graphique* vol.11 n°4, p.363-377, 1996.

[LAZARUS, 1998] Francis LAZARUS et Anne VERROUST, Level Set Diagrams of Polyhedral Objects, *rapport INRIA n°3546*, 1998.

[LEVOY, 2000] Marc LEVOY, Kari PULLI, Brian CURLESS, Szymon RUSINKIEWICZ, David KOLLER, Lucas PEIRERA, Matt GINZTON, Sean ANDERSON, James DAVIS, Jeremy GINSBERG, Jonathan SHADE et Duane FULK, The digital Michelangelo project: 3D scanning of large statues, *SIGGRAPH '00 (International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques)*, p.131-144, 2000.

[LIN, 2001] Feng LIN, Wei SUN et Yongnian YAN, Optimization with minimum process error for layered manufacturing fabrication, *Rapid Prototyping Journal* vol.7 n°2, p.73-81, 2001.

[LINDSTROM, 1998] Peter LINDSTROM et Greg TURK, Fast and memory efficient polygonal simplification, *Visualization '98, Research Triangle Park, North Carolina, United States*, p.279-286, 1998.

[LOKOVIC, 2000] Tom LOKOVIC et Eric VEACH, Deep Shadow Maps, *SIGGRAPH '00 (International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques)*, p.385-392, 2000.

[LOSCOS, 1997] Céline LOSCOS et George DRETTAKIS, Interactive High-Quality Soft Shadows in Scenes with Moving Objects, *EUROGRAPHICS'97* vol.16 n°3, 1997.

- [LOW, 1997] Kok-Lim LOW et Tiow-Seng TAN, Model Simplification Using Vertex-Clustering, *Symposium on Interactive 3D Graphics, Providence, Rhode Island, United States, Avril 1997*, p.75-81, 1997.
- [MAJHI, 1998] Jayanth MAJHI, Ravi JANARDAN, Jorg SCHWERDT, Michiel SMID et Prosenjit GUPTA, Minimizing support structures and trapped area in two-dimensional layered manufacturing, *Computational Geometry* vol.12 n°3-4, p.241-267, 1998.
- [MAJHI, 1997] Jayanth MAJHI, Ravi JANARDAN, Michiel SMID et Prosenjit GUPTA, On Some Geometric Optimization Problems in Layered Manufacturing, *Workshop on Algorithms and Data Structures*, p.136-149, 1997.
- [MASOOD, 2003] S.H. MASOOD, W. RATTANAWONG et P. IOVENITTI, A generic algorithm for a best part orientation system for complex parts in rapid prototyping, *Journal of Materials Processing Technology* vol.139 p.110-116, 2003.
- [MCCOOL, 2000] Michael D. MCCOOL, Shadow Volume Reconstruction from Depth Maps, *ACM Transactions on Graphics* vol.19 n°1, p.1-26, 2000.
- [MCGUIRE, 2003] Morgan MCGUIRE, John F. HUGHES, Kevin T. EGAN, Mark J. KILGARD et Cass EVERITT, Fast, Practical and Robust Shadows, *rapport NVIDIA Corporation* 2003.
- [MCKENNA, 1987] Michael MCKENNA, Worst-case optimal hidden-surface removal, *ACM Transactions on Graphics* vol.6 n°1, p.19-28, 1987.
- [MOLLER, 1997] Tomas MOLLER, A Fast Triangle-Triangle Intersection Test, *JGTOOLS: Journal of Graphics Tools* vol.2 n°2, p.25-30, 1997.
- [MOORE, 1965] Gordon E. MOORE, Cramming more components onto integrated circuits, *Electronics* vol.38 n°8, 1965.
- [MULMULEY, 1991] Ketan MULMULEY, Hidden surface removal with respect to a moving view point, *23rd annual ACM symposium on Theory of computing, New Orleans, Louisiana, United States, Mai 05 - 08, 1991*, p.512-522, 1991.
- [NASLIN, 1997] Pierre NASLIN, La Complexité, Artifices et Nature, *La Technique Moderne* vol.3-4 p.3-11, 1997.
- [O'ROURKE, 1994] Joseph O'ROURKE, Computational Geometry in C, 2nd ed., *Cambridge University Press*, 1994.

198 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

[PELAINGRE, 2005] Cyril PELAINGRE, Outillage rapide en Stratoconception, rapport de thèse (manuscrit), *Ecole des Mines de Paris*, 2005.

[POIRIER, 2000] Patrick POIRIER, Denis CUNIN, Claude BARLIER et M. WEINSTOERFFER, Application de la STRATOCONCEPTION® à la réalisation de maquettes d'urbanisme, *8èmes Assises du Prototypage Rapide, Le CNIT, Paris la Défense, France, 3-4 Mai 2000*, 2000.

[PUPPO, 1997] Enrico PUPPO et Roberto SCOPIGNO, Simplification, LOD and Multiresolution Principles and Applications, *EUROGRAPHICS'97 Tutorial Notes* vol.16 n°3, 1997.

[SCHMITT, 1981] Alfred SCHMITT, Time and Space Bounds for Hidden Line and Hidden Surface Algorithms, *Eurographics 81, Amsterdam, Netherlands*, p.43-56, 1981.

[SCHROEDER, 1992] William J. SCHROEDER, Jonathan A. ZARGE et William E. LORENSEN, Decimation of triangle meshes, *Computer Graphics (SIGGRAPH '92)*, p.65-70, 1992.

[SCHWERDT, 2001] Jorg SCHWERDT, Michiel SMID, Man Chung HON et Ravi JANARDAN, Computing an optimal hatching direction in layered manufacturing, *Lecture Notes in Computer Science* vol.2073 p.683, 2001.

[SCHWERDT, 2000] Jorg SCHWERDT, Michiel SMID, Ravi JANARDAN et Eric JOHNSON, Protecting critical facets in layered manufacturing: implementation and experimental results, *Computer-Aided Design* vol.35 n°7, p.647-657, 2000.

[SGI, 1998a] SGI, Cosmo3D Programmer's Guide, *Silicon Graphics, Inc.*, 1998a.

[SGI, 1998b] SGI, OpenGL Optimizer Programmer's Guide: An Open API for Large-Model Visualization, *Silicon Graphics, Inc.*, 1998b.

[SHARIR, 1992] Micha SHARIR et Mark H. OVERMARS, A simple output-sensitive algorithm for hidden surface removal, *ACM Transactions on Graphics* vol.11 n°1, p.1-11, 1992.

[SLATER, 1992] Mel SLATER, A Comparison of Three Shadow Volume Algorithms, *The Visual Computer* vol.9 n°1, p.25-38, 1992.

[STAMMINGER, 2002] Marc STAMMINGER et George DRETTAKIS, Perspective Shadow Maps, *SIGGRAPH 2002*

Proceedings of the 29th annual conference on Computer graphics and interactive techniques, San Antonio, Texas, p.557-562, 2002.

[STEWART, 1994] A. James STEWART et Sherif GHALI, Fast computation of shadow boundaries using spatial coherence and backprojections, *SIGGRAPH'94*, p.231-238, 1994.

[TURK, 1992] Greg TURK, Re-tiling polygonal surfaces, *Computer Graphics (SIGGRAPH '92), Juillet 1992*, p.55-64, 1992.

[TURK, 2000] Greg TURK, The Stanford Bunny, <http://www.gvu.gatech.edu/people/faculty/greg.turk/bunny/bunny.html>, 2000.

[VEXO, 1998] Frédéric VEXO, Denise PIRUS et Yvon GARDAN, Virgule fixe à précision variable, *Revue de CAO et d'informatique graphique* vol.13 n°3, p.283 - 301, 1998.

[WOO, 2000] Mason WOO, Jackie NEIDER, Tom DAVIS et Dave SHREINER, OpenGL 1.2, *CampusPress France*, 2000.

[XU, 1997] F. XU, Y.S. WONG, H.T. LOH, J.Y.H. FUH et T. MIYAZAWA, Optimal orientation with variable slicing in stereolithography, *Rapid Prototyping Journal* vol.3 n°3, p.76-88, 1997.

[YOO, 1998] Kwan-Hee YOO, Dae Seoung KIM, Sung Yong SHIN et Kyung-Yong CHWA, Linear-Time Algorithms for Finding the Shadow Volumes from a Convex Area Light Source, *Algorithmica* vol.20 n°3, p.227-241, 1998.

[ZHANG, 2003] L.-C. ZHANG, M. HAN et S.-H. HUANG, CS File - An Improved Interface Between CAD and Rapid Prototyping Systems, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* vol.21 n°1, p.15-19, 2003.

Index

- 2 axes, 55
- 2 axes $\frac{1}{2}$, 55
- 3 axes, 139
- 5 axes, 55
- algorithme
 - de Dijkstra, 153
 - du peintre, 142
- angle de dépouille, 147
- anneau de Möbius, 99
- arbre BSP, 143
- arête
 - dégénérée, 98
 - double, 100
 - frontière, 100
 - longueur nulle, 98
 - vive, 94, 115, 151
- art, 30
 - numérique, 30
- assemblage, 72, 124, 135
- axes principaux, 150
- bois, 24, 25
- brasure, 78
- buste de Jules Ferry, 31, 108, 185
- CAO, 18, 46, 93, 103
- cartes graphiques, 162
- CATIA, 46
- choix de l'outil, 64
- cire, 39
- CIRTES, 42
- cloisonnement, 131
- collage, 77
- complexe, 39
- complexité, 96
- compliqué, 39
- concave, 68, 127
- conception mécanique, 17
- connexe, 102
- contour, 61
- contre-dépouille, 41, 79, 81, 119, 133, 141, 144
- contre-moulage, 31
- convexe, 68, 127
- correction, 43
- correction d'outil, 65
- courbes de niveau, 26, 56
- courbure, 69
- coûts, 27
- critère subjectif, 107, 188
- cylindre, 38
- David, 91, 98
- décomposition, 116, 134
- découpe
 - de matière, 23
 - jet d'eau, 24

202 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

- défaut, 98
- démoulage, 144
- dépose de matière, 22
- dépouille, 43, 44, 117, 119, 126, 141, 144
- D-graph, 44, 58
- diagramme de Voronoï, 66
- Digital Michelangelo Project, 91, 97
- dimension, 28
 - du modèle, 82
 - grandes dimensions, 83
- direction de tranchage, 43, 79, 121
- direction privilégiée, 147
- discrétisation, 56, 95
- distance géodésique, 153
- ébauche, 33
- effet d'escalier, 26, 122
- éléments caractéristiques, 137
- emboîtement, 76
- empilement des strates, 125
- épaisseur des strates, 80
- épaisseurs variables, 52
- erreur, 125
 - de corde, 56, 95, 98, 103
 - en Z, 125
 - géométrique, 98, 101, 102
 - topologique, 98, 100
- état de l'art, 44
- état de surface, 26, 64
- expérimentation, 158, 162, 163, 178
- extrusion, 38, 148
- fabrication par couches, 18
- facette
 - allongée, 101
 - dégénérée, 98
 - double, 101
 - intersectée, 102
 - retournée, 99
- facteur d'échelle, 29
- FDM, 22
- filtrage, 93
- finition, 26, 72, 78, 109
- fonderie, 22, 39, 79, 105, 122
- forme géométrique, 38
- forme libre, 38
- fréquence de rotation, 71
- frittage de poudre, 21, 25, 41, 125
- grandes dimensions, 27
- granulométrie, 26
- graphes, 153
- hauteur de coupe, 81
- hauteur de stratification, 59
- hauteur de tranchage, 123, 163
- hêtre, 36
- hidden surface removal, 141
- imagerie, 80
- implémentation, 165
- imprécision, 103
- insert, 24, 73, 120
- inter-strates, 126
- itération, 173
- ligne de reflet, 117, 126, 134, 141
 - concave, 128
 - convexe, 127
- lissage, 69
- LOD, 112
- loi de Moore, 157
- LOM, 23, 125
- maillage, 85, 92
 - enrichissement, 40, 83, 93, 111, 157
 - simplification, 40, 83, 93, 111, 112, 157
- maquette, 34
- masquage, 61
- matériaux, 25, 28
- matière à gauche, 60
- mécanique, 38
- métal, 22, 24, 25
- méthode itérative, 164
- modèle artistique, 104
- modèle surfacique, 90
- modèle volumique, 90
- morceler les strates, 136
- mouliste, 144
- mousse, 25
- niveaux de détail, 111
- nombre flottant, 103
- nuage de points, 103
- nuages de points, 92

- numérisation, 31, 35, 47, 91, 93
- méthode passive, 91, 92
- palpage, 91
 - palpage mécanique, 91
 - palpage proximétrique, 91
- téléométrie, 91
- tomographie à rayons X, 92
- triangulation, 91
 - photogrammétrie, 92
 - projection de lumière, 92
 - stéréovision, 92
- NURBS, 95
- occlusion algorithm, 144
- Océane, 35
- œuvre d'art, 35, 38, 40, 106, 109, 187
- offset, 63, 66
- ombre, 80, 156
- OpenGL, 42, 113, 166
- Optimizer, 113
- orientation, 103
- orientation des modèles, 121
- outil de découpe, 27, 41, 110
- outillage rapide, 44
- pantographe, 33
- paramètres, 173
 - initiaux, 173, 178
- parcours d'outil, 63, 64
- passerelle, 57, 60
- pièce
 - artistique, 180
 - mécanique, 104, 181
- pierre, 24, 25
- plan, 38
- plan de clipping, 166, 168
- plan de joint, 39, 145
- plastique, 24
- polymères, 22, 25
- polymérisation, 20
- pontet, 74, 120
- poudre, 21
- précision, 56, 98, 103
- prix, 27
- ProMetal, 30
- prototypage rapide, 17, 18, 20, 30, 85, 97, 104, 121, 122, 125, 156, 159
- quadrique, 95
- quantification du volume d'ombre, 170
- rapport d'échelle, 33
- recherche d'une direction, 40, 43, 147, 163, 165, 173
- recto-verso, 50, 128, 172
- relation d'Euler, 88
- remaillage, 115
- réparer, 32
- repère, 150
- reproduction, 31
- résine, 20, 25
- restauration, 32
- résultat, 178, 182
- retournement, 49, 171
- révolution, 148
- sable, 22, 25
- sculpture, 35
- serrage, 78
- shadow map, 139
- shadow volume, 139
- silhouette, 141
- silicone, 31
- somme de Minkowski, 63, 65
- sources de lumière, 161
- sphère, 38
- sphère des directions, 154
- sphère unitaire, 164
- squelette, 152
- Stanford Bunny, 46, 158, 182
- stencil buffer, 171
- stéréolithographie, 20, 21, 25, 27, 41, 85, 105, 122, 125
- STL, 45, 47, 85, 90, 92, 93, 147
- Stratasys, 22
- strate, 24, 57
 - à surfaces gauches, 134
 - ouverte, 167
- stratification, 44, 53, 82
 - adaptative, 57, 82
 - constante, 82

204 Réalisation d'œuvres d'art par prototypage rapide avec le procédé de Stratoconception®

Stratoconcept, 42, 50, 184
Stratoconception, 24, 27, 35, 40, 97,
105, 106, 109, 116, 125
subdivision, 115
support, 27
suppression des surfaces cachées, 141
surfaçage, 80, 125
surface fonctionnelle, 38
surfaces planes, 151
symétrie, 38, 137, 149
tampon de profondeur, 137, 159
temps, 28
temps de calcul, 182
temps de découpe, 64
temps d'usinage, 81
test, 178
tiroir, 145
tolérance, 103
tranchage, 43, 48, 53, 121
triangulation, 92
triangler un polygone, 167
trois triangles, 142
usinage, 25, 71, 139
virgule flottante, 104
visibilité, 80, 95, 141
visibility map, 144
visualisation, 42, 118
vitesse d'avance, 71
volume d'ombre, 139, 160, 165, 179
volume de données, 96, 157
volumes inaccessibles, 61, 122, 137,
155
Z-buffer, 137, 159