



Université de REIMS CHAMPAGNE-ARDENNE

U.F.R. Sciences Exactes et Naturelles

THÈSE

Pour obtenir le grade de
Docteur de l'Université de Reims Champagne-Ardenne
Discipline : Mécanique et Energétique

par

Catalin Viorel POPA

le 17 novembre 2004

Étude théorique et expérimentale du comportement transitoire d'un écoulement laminaire en convection mixte dans un tube vertical

Directeur de thèse
Ton Hoang MAI

Jury

Jacques PADET

Hassen BEJI

Christian INARD

Ton Hoang MAI

Guillaume POLIDORI

Alain TEXIER

Professeur, Université de Reims, Président du jury

MC-HDR, Université de Cergy-Pontoise, Examineur

Professeur, Université de La Rochelle, Rapporteur

Professeur, Université de Reims, Directeur de Thèse

Professeur, Université de Reims, Examineur

Professeur, Université de Poitiers, Rapporteur

N° attribué par la bibliothèque

10121RE1111111

REMERCIEMENTS

J'adresse mes vifs remerciements à Messieurs Christian INARD et Alain TEXIER d'avoir accepté d'être rapporteurs de ce travail, ainsi que pour les conseils et les remarques qu'ils m'ont prodigués.

Je remercie Monsieur Hassen BEJI d'avoir bien voulu participer à mon jury de thèse et de l'intérêt qu'il a porté à cette étude.

Je tiens à assurer de ma profonde reconnaissance Monsieur Jacques PADET pour m'avoir accueilli au sein du Laboratoire de Thermomécanique de Reims.

Ces quelques lignes seront insuffisantes pour exprimer toute la gratitude que j'ai envers Monsieur Ton Hoang MAI qui a été mon directeur de thèse. Je pense qu'il est difficile de trouver un meilleur directeur de thèse tant du point scientifique que d'un point de vue humain. J'ai toujours été impressionné par la justesse de ses propos et de ses actions. Il a toujours su être disponible malgré son emploi du temps chargé afin de discuter avec moi, et, pour cela, il a souvent pris de son temps personnel. Je le remercie pour la confiance qu'il a placée en moi durant ces trois années, pour sa qualité d'écoute et ses conseils qui m'ont été fortement utiles et qui me le seront encore.

Je tiens à remercier Monsieur Guillaume POLIDORI pour m'avoir initié à l'univers de l'expérimentation, et plus particulièrement à la visualisation des écoulements dans les conduites.

Je remercie Monsieur Stéphane FOHANNO avec qui j'ai eu l'occasion d'avoir de très nombreuses discussions et débats qui m'ont permis d'échanger des idées et de prendre un certain recul.

Je remercie également Monsieur Fabien BEAUMONT qui a trouvé les solutions technologiques et qui a réalisé mon banc d'essai.

J'ai bien évidemment côtoyé ou/et travaillé avec d'autres personnes non citées ci-dessus dont des permanents et des thésards : Madame Collette PADET et Messieurs Mohammed LACHI, Mourad REBAY, Nadim EL WAKIL, Michel ABGRALL, Jules ASSIH, Cristian CHERECHES, Adil RACHEK et bien d'autres.

Je tiens maintenant à remercier tout particulièrement Monsieur Alban KIEFFER pour ses conseils et avec qui j'ai eu l'occasion d'échanger un grand nombre de points de vue.

Enfin, un très grand merci à mon épouse et à mes parents pour leur soutien permanent et pour bien d'autres choses sortant du cadre de cette thèse.

TABLE DE MATIERES

INTRODUCTION GENERALE.....	3
Chapitre I ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE.....	9
I. 1. INTRODUCTION.....	- 11 -
I. 2. ETUDES EXPERIMENTALES	- 12 -
I. 3. TEMPERATURE DE PAROI CONSTANTE	- 14 -
I. 4. DENSITE DE FLUX IMPOSEE A LA PAROI.....	- 16 -
I. 5. VARIATIONS DES CONDITIONS AUX LIMITES A L'ENTREE DU TUBE	- 24 -
Chapitre II ETUDE DU COMPORTEMENT TRANSITOIRE D'UN ECOULEMENT EN CONVECTION MIXTE SANS L'EFFET DE LA PAROI.....	25
II.1 INTRODUCTION.....	- 27 -
II.2 FORMULATION DU PROBLEME	- 28 -
II.3 METHODE NUMERIQUE	- 34 -
II.4 VALIDATION DU MODELE NUMERIQUE.....	- 40 -
II.5 ÉCHELON POSITIF DE TEMPERATURE ($\Delta T > 0$).....	- 41 -
II.5.1 Evolution temporelle des lignes de courant et des isothermes	- 41 -
II.5.2 Influence de l'échelon de température	- 45 -
II.5.3 Influence de la vitesse débitante.....	- 50 -
II.5.4 Influence du coefficient d'échange convectif.....	- 53 -
II.5.5 Etude de stabilité de l'écoulement.....	- 55 -
II.6 ÉCHELON NEGATIF DE TEMPERATURE ($\Delta T < 0$).....	- 59 -
II.6.1 Evolution temporelle des lignes de courant et des isothermes	- 59 -
II.6.2 Influence de l'échelon de température	- 62 -
II.6.3 Influence de la vitesse débitante.....	- 67 -
II.6.4 Influence du coefficient d'échange convectif.....	- 70 -
II.6.5 Etude de stabilité de l'écoulement.....	- 72 -
II.7 CONCLUSION	- 75 -
Chapitre III ETUDE DU COMPORTEMENT TRANSITOIRE D'UN ECOULEMENT EN CONVECTION MIXTE AVEC L'EFFET DE LA PAROI	77
III.1 INTRODUCTION.....	- 79 -
III.2 FORMULATION DU PROBLEME	- 80 -
III.3 METHODE NUMERIQUE	- 84 -
III.4 ÉCHELON POSITIF DE TEMPERATURE ($\Delta T > 0$).....	- 84 -
III.4.1 Evolution temporelle des lignes de courant et des isothermes.....	- 84 -
III.4.2 Influence de l'échelon de température.....	- 88 -
III.4.3 Influence de la vitesse débitante.....	- 93 -
III.4.4 Influence du flux imposé et de la capacité thermique de la paroi.....	- 96 -
III.4.5 Etude de stabilité de l'écoulement.....	- 100 -
III.5 ÉCHELON NEGATIF DE TEMPERATURE ($\Delta T < 0$).....	- 106 -
III.5.1 Evolution temporelle des lignes de courant et des isothermes.....	- 106 -
III.5.2 Influence de l'échelon de température.....	- 109 -

III.5.3	Influence de la vitesse débitante.....	- 114 -
III.5.4	Influence du flux imposé et de la capacité thermique de la paroi.....	- 117 -
III.5.5	Etude de stabilité de l'écoulement.....	- 121 -
III.6	CONCLUSION	- 127 -
<i>Chapitre IV ETUDE DU COMPORTEMENT TRANSITOIRE D'UN ECOULEMENT EN CONVECTION MIXTE AVEC L'EFFET DE LA PAROI ET SANS PERTURBATION DES CONDITIONS AUX LIMITES A L'ENTREE</i>		
<i>129</i>		
IV.1	INTRODUCTION.....	- 131 -
IV.2	FORMULATION DU PROBLEME.....	- 132 -
IV.3	RESULTATS.....	- 133 -
IV.3.1	Evolution temporelle des lignes de courant et des isothermes.....	- 133 -
IV.3.2	Influence de la vitesse débitante.....	- 136 -
IV.3.3	Influence du flux imposé et de la capacité thermique de la paroi.....	- 138 -
IV.3.4	Etude de stabilité de l'écoulement.....	- 142 -
IV.4	CONCLUSION	- 145 -
<i>Chapitre V ETUDE PRELIMINAIRE DE VISUALISATION DE L'ECOULEMENT LAMINAIRE DE CONVECTION MIXTE ASCENDANT DANS UN TUBE VERTICAL PAR TOMOGRAPHIE LASER.....</i>		
<i>147</i>		
V.1	INTRODUCTION.....	149
V.2	INSTALLATION EXPERIMENTALE.....	150
V.2.1	Le dispositif expérimental.....	150
V.2.2	Le système d'éclairage.....	153
V.2.3	Les traceurs	154
V.2.4	Le système d'acquisition.....	154
V.2.5	Les difficultés rencontrées	155
V.3	RESULTATS.....	156
V.3.1	Vérification des hypothèses	156
V.3.2	Echelon de température à l'entrée du tube	160
V.4	CONCLUSION	165
<i>CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES.....</i>		
<i>167</i>		
<i>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</i>		
<i>171</i>		

NOMENCLATURE

a	diffusivité thermique	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Bi^*	nombre de Biot généralisé $\left(= \frac{h_a R}{\lambda_f} \right)$	
C_f	coefficient de frottement pariétal $\left(= -\frac{2\mu}{\rho V_d^2} \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)_{r=R} \right)$	
c_p	chaleur massique à pression constante	$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
D	diamètre du tube	m
g	accélération de la pesanteur	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
Gr	nombre de Grashof $\left(= \frac{g\beta R^3 \Delta T}{\nu^2} \right)$	
h	coefficient d'échange thermique	$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
i	nombre des nœuds sur la direction axiale	
j	nombre des nœuds sur la direction radiale	
L	longueur du tube	m
L_{etab}	longueur d'établissement de l'écoulement	m
Nu	nombre de Nusselt $\left(= \frac{hR}{\lambda} \right)$	
Pe	nombre de Péclet $\left(= \frac{V_d R}{a} \right)$	
Pr	nombre de Prandtl $\left(= \frac{\mu c_p}{\lambda} \right)$	
r	coordonnée radiale	m
R	rayon du tube	m
Re	nombre de Reynolds $\left(= \frac{V_d R}{\nu} \right)$	
Ri	nombre de Richardson $\left(= \frac{Gr}{\text{Re}^2} \right)$	
St	nombre de Stanton $\left(= \frac{\Phi_p}{\rho C_p V_d (T_e - T_p)} \right)$	

Nomenclature

t	temps	s
T	température	°C
U	vitesse radiale	m.s ⁻¹
V	vitesse axiale	m.s ⁻¹
V _d	vitesse débitante	m.s ⁻¹
z	coordonnée axiale	m

Lettres grecques

β	coefficient d'expansion volumique	K ⁻¹
ΔT	écart de température de référence (= T _e - T _a)	°C
φ	densité de flux de chaleur	W.m ⁻²
Ω	vorticité	m ² .s ⁻¹
Ψ	fonction de courant	m ³ .s ⁻¹
λ	conductivité thermique	W.m ⁻¹ .K ⁻¹
λ*	paramètre adimensionnel en fonction du maillage et de la géométrie étudiée	
μ	viscosité dynamique	kg. m ⁻¹ .s ⁻¹
ν	viscosité cinématique	m ² .s ⁻¹
ω	paramètre de surrelaxation $\left(= \frac{2[1 - (1 - \lambda^*)^{1/2}]}{\lambda^*} \right)$	

Indices et exposants

a	référence ambiante
e	à l'entrée du tube
f	fluide
p	à la paroi
+	référence adimensionnelle

INTRODUCTION GENERALE

La convection est l'un des modes de transfert de chaleur que l'on rencontre fréquemment dans de nombreuses applications industrielles concernant aussi bien des centrales thermiques que des équipements du bâtiment.

On distingue trois mécanismes d'échange de chaleur entre les milieux matériels : conduction, rayonnement et convection. La conduction implique un contact physique entre les corps qui échangent de la chaleur (c'est le cas lorsqu'on met la main sur une plaque chauffante), alors que le rayonnement ne nécessite ni contact ni présence de matière entre les deux (c'est le cas de l'énergie qui nous vient du soleil). Toute différence de température au sein du fluide, liquide ou gaz, modifie sa densité et un mouvement de brassage apparaîtra. Ce mouvement dans lequel les parties les plus chaudes du fluide ont tendance à s'élever et les parties froides et denses à descendre, s'appelle convection. C'est le phénomène observé entre un fluide en mouvement et une paroi, phénomène principal dans la plupart des échangeurs de chaleur.

Même si les trois processus peuvent avoir lieu simultanément, l'un des mécanismes est habituellement prépondérant. Parmi eux, les échanges convectifs assurent une part prépondérante du transfert de chaleur, puisque les phénomènes de convection sont omniprésents dans la vie quotidienne.

Il existe plusieurs sortes de convection : naturelle (ou libre), forcée et mixte. La convection est dite naturelle quand elle se déclenche et se poursuit spontanément due à des différences de températures qui à leur tour engendrent des différences de densité au sein de la masse fluide. La convection forcée est obtenue en soumettant le fluide à une augmentation de pression par des moyens mécaniques comme des pompes ou des ventilateurs. Enfin, lorsque les sources thermiques (convection naturelle) et les sources mécaniques (convection forcée) coexistent avec des ordres de grandeur comparables, nous sommes en présence de la convection mixte. Rigoureusement, nous pouvons affirmer que la convection naturelle et la convection forcée sont les deux cas particuliers de la convection mixte.

La convection mixte peut être soit aidée (ou favorable) quand les effets de la convection libre et de la convection forcée sont dans le même sens soit contrariée (ou défavorable) quand les effets de la poussée d'Archimède et le mouvement du fluide imposé par un système mécanique s'opposent. Par exemple, dans un tube vertical, nous rencontrons la convection

mixte aidée lorsque l'écoulement ascendant est chauffé ou lorsque l'écoulement descendant est refroidi sur une partie du tube. Au contraire, quand l'écoulement ascendant est refroidi ou l'écoulement descendant est chauffé on se retrouve dans le cas classique de convection mixte contrariée.

Les industries utilisatrices d'énergie font appel à des échangeurs de chaleur grâce auxquels on apporte ou enlève de la chaleur à un fluide. Ces appareils sont utilisés dans un grand nombre de domaines :

- dans les installations climatiques (bâtiments,...)
- dans la production d'énergie (centrales nucléaires,...)
- dans les industries (alimentaire, métallurgie, sidérurgie,...)

Or, quelle que soit son utilisation, un échangeur thermique ne peut pas fonctionner continuellement en régime stationnaire. Des phases transitoires interviennent notamment pendant les périodes de mise en route ou d'arrêt du système, ou tout simplement pendant la phase de régulation sur les installations asservies.

Une bonne connaissance de la réponse d'un appareil soumis à des variations de températures ou de débits permet d'éviter un certain nombre de problèmes, et d'amener à :

- utiliser rationnellement de l'énergie, par des systèmes de régulation et d'optimisation performantes,
- éviter une chute de performance, voire une détérioration de l'appareil, due à l'apparition des contraintes thermiques.

Voilà d'où provient la légitimité de notre travail qui consiste à approfondir l'étude sur l'élément de base constituant n'importe quel échangeur thermique, c'est-à-dire le tube vertical de section cylindrique.

L'objet du travail que nous présentons ici est d'observer en régime variable dans un tube vertical l'interaction entre deux fluides, un froid et l'autre chaud. L'intérêt d'une telle démarche est d'une part, d'acquérir de nouvelles données sur la convection mixte instationnaire dans un tube vertical, et d'autre part, d'étudier le comportement transitoire d'un

écoulement en convection mixte afin de maîtriser le dimensionnement des appareils industriels.

Cette étude comporte deux parties, l'une théorique et l'autre expérimentale. La première partie a été divisée en quatre chapitres. Quant à la deuxième partie, un seul chapitre lui sera consacré.

Le premier chapitre présentera un rappel bibliographique couvrant les études théoriques et expérimentales réalisées pour un écoulement laminaire en convection mixte dans un tube vertical. La partie théorique sera divisée en fonction des conditions aux limites utilisées :

- Température de paroi constante,
- Densité de flux imposée à la paroi,
- Echelon de débit à l'entrée du tube.

Les premiers paragraphes du deuxième chapitre seront réservés à la position du problème théorique concernant un écoulement laminaire et ascendant en convection mixte transitoire dans un tube vertical, sans l'effet de la capacité thermique de la paroi, lorsque l'entrée est perturbée par une variation brusque de la température du fluide. La résolution du système d'équations repose sur la méthode aux différences finies et nous permettra d'obtenir les fonctions de courant, les vorticités, ainsi que les profils de température et de vitesse.

A partir des résultats numériques, nous avons mis en évidence les phénomènes de recirculation et d'oscillation de l'écoulement qui peuvent apparaître selon le signe de l'échelon de température (réchauffement ou refroidissement). L'apparition de ces phénomènes a conduit à des instabilités de l'écoulement laminaire. L'analyse de stabilité de l'écoulement et de transfert de chaleur montre que les corrélations trouvées dans la littérature sont inapplicables dans ce cadre d'étude.

Dans le troisième chapitre, une démarche similaire à la précédente sera employée pour un écoulement laminaire et ascendant en convection mixte instationnaire, dans un tube vertical chauffé à la paroi, lorsque l'entrée est perturbée par une variation brusque de la température du fluide. Les effets de la capacité thermique de la paroi et de la densité de flux imposée à la paroi sur le comportement thermohydraulique de l'écoulement ont été étudiés. A partir d'expériences numériques, nous avons mis en évidence les diagrammes de stabilité de

l'écoulement en fonction des divers paramètres tels que le nombre de Richardson et le nombre de Péclet, ainsi que le temps caractéristique d'apparition des instabilités.

Le quatrième chapitre sera consacré à l'analyse d'un écoulement laminaire et instationnaire, en convection mixte aidée dans un tube vertical chauffé à la paroi. Une étude de comparaison avec les résultats obtenus dans la littérature a été élaborée. Elle permet de valider notre modèle numérique.

Dans le cinquième chapitre, nous allons montrer la première approche d'une technique de visualisation de l'écoulement laminaire par tomographie laser dans un tube vertical. Une nouvelle installation expérimentale a été mise en place dans notre laboratoire dans le but de valider, au moins qualitativement au départ, les résultats numériques obtenus.

Chapitre I
ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

I. 1. INTRODUCTION

La convection mixte en régime permanent dans les écoulements internes a suscité ces dernières décennies un intérêt considérable qui se traduit par la production d'une bibliographie abondante, en raison de nombreuses applications qui concernent par exemple les échangeurs de chaleur compacts, les collecteurs solaires, le refroidissement des composants électroniques. D'autre part, la compréhension des phénomènes physiques inhérents à l'interaction de la convection libre et forcée constitue en soi un objectif très important.

Par contre, le phénomène de convection mixte en régime variable est encore un thème peu étudié. On trouve rarement dans la littérature des études portant sur les structures dynamiques et thermiques de l'écoulement dans un tube vertical en convection mixte, lorsque l'entrée est soumise à des conditions aux limites variables.

La convection mixte instationnaire en conduite joue un rôle important dans de nombreuses applications industrielles concernant aussi bien la sécurité des centrales nucléaires que la régulation des équipements du bâtiment. Dans le cadre de l'étude de la convection forcée les effets de la gravité sont ignorés, mais en convection naturelle ce sont eux qui nous intéressent. Généralement, la convection forcée cohabite avec la convection libre. Le régime d'échange résultant de cette coexistence est appelé convection mixte ou combinée.

Au départ, les chercheurs ont utilisé des modèles simplifiés comme ceux basés sur les équations de la couche limite mais, ces dernières années, le développement spectaculaire des ordinateurs et des techniques d'analyse numérique a permis de modéliser les phénomènes de convection à partir des équations complètes de Navier-Stokes, lorsque les conditions aux limites ne sont pas très complexes. La première approche a quand même un désavantage : elle ne permet pas d'observer les zones de recirculation et par conséquent, les simulations sont souvent limitées pour des grands nombres de Grashof.

La résolution d'un problème en mécanique des fluides anisotherme n'est possible que si l'on associe des hypothèses simplificatrices. Après **Zeytounian** [1], entre 1901 et 1903, Gauthier-Villars éditait à Paris le traité de Joseph Boussinesq intitulé : « Théorie Analytique de la Chaleur » dans laquelle on retrouve le fragment suivant :

«...il fallait encore observer que, dans la plupart des mouvements provoqués par la chaleur sur nos fluides pesants, les volumes ou les densités se conservent à très peu près, quoique la variation correspondante du poids de l'unité de volume soit justement la cause des phénomènes qu'il s'agit d'analyser. De là résulte la possibilité de négliger les variations de la densité, là où elles ne sont pas multipliées par la gravité g , tout en conservant, dans les calculs, leur produit par celle-ci ».

Cela conduit à l'hypothèse la plus utilisée en convection naturelle ou mixte et qui s'appelle « l'approximation de Boussinesq ». Cela signifie que la masse volumique est supposée constante sauf dans le terme de gravitation de l'équation de quantité de mouvement.

La littérature nous révèle que la grande majorité des études théoriques sur la convection mixte interne se limite à des situations particulières. En effet, dans ces travaux sont généralement employés différents types de conditions aux limites à la paroi : température ou flux imposée (constante ou variable).

Un compte rendu des études faites jusqu'à présent en convection mixte dans un tube vertical a été réalisé par **Jackson** *et al.* [2]. Leur étude, concernant des fluides avec des petits nombres de Prandtl, est divisée en deux parties : une qui s'occupe du régime laminaire et l'autre qui concerne le régime turbulent. Ils ont réalisé des comparaisons, si possible, entre la théorie et l'expérience.

I. 2. ETUDES EXPERIMENTALES

Les études expérimentales comportent des coûts de réalisation très importants. A cause de cela, nous ne retrouvons pas beaucoup d'articles basés sur les études expérimentales dans la littérature qui concernent la convection mixte. De plus, la géométrie choisie ne nous facilite pas la tâche. Deux techniques ont été mises en œuvre jusqu'à maintenant : une quantitative et l'autre qualitative. La première consiste à prendre des mesures de température ou de vitesse sur plusieurs sections tout au long d'un tube opaque et la deuxième consiste à visualiser l'écoulement dans un tube transparent.

Parmi les premières études concernant la convection mixte, aidée ou contrariée, dans un tube vertical on retrouve celle de **Hanratty** *et al.* [3] en 1958. Les auteurs montrent d'une

manière expérimentale et numérique, que les écoulements non isothermes deviennent instables même pour un faible nombre de Reynolds. Les conditions aux limites thermiques (densité de flux de chaleur positive ou négative imposée à la paroi) ont été mises en oeuvre à l'aide d'une jaquette en plastique, fixée d'une manière concentrique autour du tube, dans laquelle de l'eau chaude ou froide a été mise en circulation. Dans cet article deux cas ont été analysés : l'écoulement ascendant chauffé (ou l'écoulement descendant refroidi) qui correspond à la convection mixte aidée et l'écoulement ascendant refroidi (ou l'écoulement descendant chauffé) qui coïncide avec la convection mixte contrariée. Dans le premier cas ils ont observé que le fluide au centre du tube est ralenti, et que près de la paroi il est accéléré, de sorte qu'une zone de recirculation de forme parabolique apparaît. Si la température dans l'enveloppe baisse ou le débit dans le tube augmente, le sommet du paraboloïde monte. Dans le deuxième cas, ils ont observé le phénomène inverse. C'est-à-dire que le fluide au centre du tube est accéléré et près de la paroi il est ralenti. De plus, pour un nombre de Reynolds égal à 50 et une différence de température entre la zone où le fluide est chauffé ou refroidi par la jaquette et la zone d'entrée dans le tube de 10 °C le régime turbulent s'installe.

En 1972, **Zeldin et Schmidt** [4] proposent dans leur article de déterminer l'influence de la force de pesanteur sur les caractéristiques hydrodynamiques et thermiques de l'écoulement dans un tube vertical. Le fluide utilisé est de l'air. La température de la paroi est constante et la vitesse d'entrée est soit constante soit avec un profil parabolique. Le système est composé de deux tubes concentriques dont celui qui est à l'intérieur sert pour prendre les mesures et l'espace annulaire aide à maintenir la température de la paroi du tube intérieur constante en faisant circuler de l'eau. Les auteurs ont trouvé que le transfert de chaleur a été amélioré par l'action de la gravité quand le rapport $\frac{Gr}{Re} < 0$ et que le nombre de Nusselt varie linéairement avec $\frac{Gr}{Re}$ quand $-50 \leq \frac{Gr}{Re} \leq 0$. Comme le nombre de Reynolds choisi est élevé (~ 500) et le nombre de Grashof étant très faible, le problème des instabilités ne se pose pas.

Une étude similaire faite par **Chan et Leung** [5] montre que dans le cas de la convection mixte défavorable la corrélation entre le nombre de Nusselt et le paramètre de flottabilité

$$\left(\Omega = \frac{Gr_d}{Re_d^2} \right) \text{ est :}$$

$$Nu_d = 8,16\Omega^{-0,15} \text{ si } 0,5 < \Omega < 2,77$$

$$Nu_d = 8,54\Omega^{-0,38} \text{ si } 0,008 < \Omega < 0,35$$

Et une autre relation en fonction du nombre de Reynolds :

$$Nu_d = 0,66(Re_d)^{\frac{1}{3}} \text{ si } Re_d < 2300$$

$$Nu_d = 0,33Re_d^{0,76} \text{ si } 3000 < Re < 14780$$

Une autre étude expérimentale a été réalisée beaucoup plus tard, en 1992 par **Bernier et Baliga** [6]. Ils ont mis au point une technique de visualisation dans un tube vertical chauffé uniformément à la paroi par l'intermédiaire d'une feuille d'or très mince et semi transparente. Les expériences ont été effectuées pour plusieurs cas représentatifs de convection mixte aidée. Des cellules de recirculation ont été observées chaque fois au centre du tube. L'apparition de ces cellules est due au fait que le fluide au voisinage de la paroi est chaud, donc sa masse volumique diminue par rapport au fluide qui se trouve loin de la paroi. Cette différence de densité ajoutée à la force de pesanteur va accélérer le fluide adjacent à la paroi et en même temps, pour garder la conservation de la masse, le fluide vers le centre est ralenti.

I. 3. TEMPERATURE DE PAROI CONSTANTE

Parmi les applications pratiques les plus courantes dans lesquelles nous rencontrons cette condition nous trouvons : les évaporateurs, les condenseurs, les échangeurs qui utilisent la chaleur latente du fluide.

En ce qui concerne plus particulièrement les écoulements en canalisation, on peut citer parmi les investigations récentes celle de **Chow et al.** [7]. Ils ont étudié l'influence de la convection naturelle sur un écoulement entièrement développé, à faibles nombres de Péclet, ayant un profil de température uniforme à l'entrée du canal et une température constante sur les parois. Ils ont traité deux cas : chauffage et refroidissement. Dans le cas d'un chauffage, la densité de flux et le nombre de Nusselt augmentent lorsque le nombre de Grashof augmente, ceci est dû à l'effet de la convection libre. Au contraire, dans le cas d'un refroidissement, la densité de flux et le nombre de Nusselt diminuent lorsque le nombre de Grashof augmente. Dans ce cadre d'étude le problème des instabilités de l'écoulement n'est pas considéré.

Par contre, dans l'article de **Aung et Worku** [8] les zones de recirculation deviennent visibles. Les auteurs établissent un critère d'apparition des zones de recirculation pour la convection mixte favorable:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial Y}\right)_{Y=0} < 0$$

$$\left(\frac{Gr}{Re}\right)_{\max} = \frac{72}{1-r_T}$$

$$r_T = \frac{T_1 - T_0}{T_2 - T_0} < 1$$

Où : T_1 = la température de la paroi froide

T_2 = la température de la paroi chaude

T_0 = la température d'entrée dans le canal

Martin et Shadday [9] examinent l'effet de la convection mixte dans un tube vertical chauffé à la paroi. Ils ont proposé le rapport Gr/Re^2 comme un critère quantitatif d'évaluation de la convection mixte. Cette étude montre que l'écoulement devient instable lorsque le nombre de Grashof est supérieur à 10^6 ce qui correspond à $\frac{Gr}{Re^2} > 15$.

Une autre façon de quantifier la convection mixte est proposée par **Wang et al.** [10] en utilisant le rapport Gr/Re . Les auteurs montrent que les zones de recirculation apparaissent au centre du tube pour le cas du chauffage et au voisinage de paroi pour le cas du refroidissement. Celles ci apparaissent pour de grandes valeurs du rapport Gr/Re .

Barletta et al. [11] montrent l'influence de la force de gravité sur la distorsion du profil de vitesse. Ils ont utilisé comme condition à la limite soit une variation sinusoïdale de la température de paroi soit un échange convectif à la surface externe du tube. Dans ces deux cas, ils trouvent une valeur critique d'apparition des zones de recirculation pour le rapport $\left(\frac{Gr}{Re}\right)_{FR}$, qui dépend de la fréquence angulaire (q) dans le premier cas :

$$\left(\frac{Gr}{Re}\right)_{FR} = -\frac{du^{(1)}}{dr}\bigg|_{r=1} \left[-\frac{\partial u^{(2)}}{\partial r}\bigg|_{r=1, v=\frac{3\pi}{2q}} \right]^{-1} = 32(q+1)$$

et du nombre de Biot (Bi) dans le deuxième cas :

$$\left(\frac{Gr}{Re}\right)_{FR} = -\frac{du^{(1)}}{dr}\bigg|_{r=1} \left[-\frac{\partial u^{(2)}}{\partial r}\bigg|_{r=1, v=\frac{3\pi}{2}} \right]^{-1} = \frac{16\pi}{Bi} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n(2n-1)(2n-1+Bi)} \right]^{-1}$$

Pour un écoulement ascendant, au-delà de la valeur critique $\left(\frac{Gr}{Re}\right)_{FR}$ ils retrouvent toujours des inversions de la vitesse. Par contre, pour un écoulement descendant pour n'importe quelle valeur du rapport $\frac{Gr}{Re}$ inférieure à $-\left(\frac{Gr}{Re}\right)_{FR}$ les zones de recirculation sont toujours visibles. De plus, le nombre de Nusselt local est inversement proportionnel à $\frac{Gr}{Re}$.

Joye [12] effectue une comparaison sur le transfert de chaleur dans un tube vertical entre la convection mixte favorable et la convection mixte défavorable. Il montre que, dans le cas de la convection mixte contrariée, il y a une augmentation du transfert de chaleur par rapport au cas de la convection mixte aidée.

I. 4. DENSITE DE FLUX IMPOSEE A LA PAROI

On trouve fréquemment dans la littérature des études portant sur la convection mixte dans un tube vertical avec un flux constant ou variable imposé à la paroi. Cette condition à la limite est facile à mettre en œuvre en pratique car on la retrouve soit dans les échangeurs thermiques ou dans le cas du chauffage pariétal d'un tel processus réalisé à l'aide d'une résistance électrique ou des lampes à forte puissance.

Zghal et al. [13] ont étudié numériquement l'écoulement laminaire ascendant dans un tube vertical chauffé uniformément sur une partie de sa longueur pour une large gamme de nombres de Reynolds et de Richardson. En fonction de la combinaison de ces paramètres, les résultats montrent clairement qu'il existe cinq régimes d'écoulements avec ou sans zones de

recirculation : en développement avec ou sans inversion dans le profil de vitesse, en développement suivi d'une zone hydrodynamiquement et thermiquement développée sans inversion dans le profil de vitesse, ou bien en développement avec inversion dans le profil de vitesse suivi d'une zone hydrodynamiquement et thermiquement développée avec ou sans inversion dans le profil de vitesse. Les auteurs ont identifié sur le diagramme Péclet-Richardson les conditions qui engendrent l'inversion du profil de vitesse et celles qui correspondent à une importante diffusion axiale de chaleur et de quantité de mouvement pour différentes longueurs de la section de chauffage.

Plus récemment, **Behzadmehr et al.** [14] ont examiné un problème similaire de convection mixte, laminaire et turbulente, en utilisant le modèle turbulent $k - \epsilon$ pour des petits nombres de Reynolds. L'écoulement d'air ascendant dans un tube vertical chauffé à la paroi a été analysé pour deux nombres de Reynolds ($Re = 1000$ et $Re = 1500$) et plusieurs nombres de Grashof ($Gr \leq 10^8$). Une corrélation pour le nombre de Nusselt, valable en régime laminaire comme en régime turbulent, a été élaborée pour $Gr \leq 5.10^7$ et $1000 \leq Re \leq 1500$:

$$Nu_M = 4,36 \left(1 + \frac{Gr^{0,468}}{750 + 0,24Re} \right)$$

Dans l'étude de la convection mixte, l'effet de la capacité thermique de la paroi est très important, surtout pour des valeurs de K (le rapport des conductivités thermiques entre solide et fluide) élevées. Le rapport entre l'épaisseur et le diamètre du tube joue aussi un rôle primordial dans le transfert de chaleur entre le solide et fluide. A titre d'exemple, si ce dernier rapport (qu'on peut appeler Δ) est grand alors l'influence du flux pariétale sur l'écoulement est moins importante.

Bernier et Baliga [15] examinent dans leur article l'influence de la conduction axiale sur la convection mixte favorable dans un tube vertical. Certains paramètres ont été fixés : $Pr = 5$, $Gr = 5000$, $Re = 1$ ou $Re = 10$. Quatre valeurs ont été choisies pour le rapport (K) entre les conductivités thermiques du solide et du fluide : 0,5 ; 5 ; 50 et 500 et trois valeurs pour le rapport (Δ) entre l'épaisseur de la paroi et le rayon du tube : 0,01 ; 0,05 et 0,25. Pour de petits valeurs de K et Δ la conduction axiale est négligeable (par exemple $K = 5$ et $\Delta = 0,01$). Mais, pour $K = 50$, $\Delta = 0,05$ et $Re = 1$ les zones de recirculation apparaissent même en amont de la section chauffée ce qui prouve l'importance de la conduction axiale.

Une étude similaire a été réalisée par **Heggs et al.** [16]. Dans leur cas, certains paramètres ont été fixés comme par exemple: $Re = 50$, $Gr = -10000$, $Pr = 7$. Le rapport a_2/a_1 entre le rayon extérieur (a_2) et le rayon intérieur (a_1) du tube varie entre 1,1 et 1,4. Le rapport entre les conductivités thermiques du solide et du fluide K_r a été fixé à trois valeurs : 50, 5 et 0,5. Les auteurs observent une grande influence de la conduction axiale sur la convection mixte lorsque ces deux rapports $\left(K_r, a_2/a_1\right)$ deviennent élevés.

Une étude numérique sur la convection mixte défavorable en régime laminaire à l'intérieur d'une conduite circulaire et verticale, dans laquelle la conduction dans la paroi est significative, a été présentée par **Laplante et Bernier** [17]. Des résultats sont présentés pour l'eau ($Pr = 5$), avec le nombre de Reynolds qui varie de 1 à 10 et pour deux valeurs différentes du rapport Gr/Re^2 (50 et 5000). Leur étude démontre qu'une importante quantité de chaleur fournie à la section chauffée est redistribuée en amont et en aval de celle-ci lorsque les valeurs de K (le rapport des conductivités thermiques entre solide et fluide) et Δ (le rapport entre l'épaisseur et le diamètre du tube) sont élevées. Dans certains cas les effets du chauffage sont ressentis jusqu'à une distance de 25 diamètres en amont de la section chauffée. De plus, les résultats indiquent que pour un rapport $\frac{Gr}{Re^2} = 5000$ une cellule de recirculation s'étend en amont de la section chauffée. Cette cellule agit comme un isolant entre le fluide et la paroi, de sorte que la chaleur se propage dans la paroi jusqu'au début de la cellule avant d'être transmise au fluide.

L'effet instationnaire du transfert de chaleur en convection mixte quand l'influence de la capacité thermique de la paroi (a^*) et celle du rapport Gr/Re sont prises en compte a été étudié numériquement par **Yan** [18] dans un tube vertical de rayon (R) et d'épaisseur (Δ). L'écoulement est entièrement développé, ascendant et a une température uniforme (T_e) à l'entrée de la conduite. L'application d'une densité de flux uniforme q_w'' sur la section chauffée, à l'instant $t = 0$, va provoquer le régime instationnaire. Le modèle numérique est basé sur les équations de la couche limite, et l'hypothèse de Boussinesq a été prise en compte. Pour les simulations numériques certains paramètres ont été choisis comme, par exemple :

$Pr = 5$, $\frac{Gr}{Re} \in [-40, 250]$ et $a^* \in [0, 10]$. Dans le cas de la convection mixte favorable, c'est-à-dire $\frac{Gr}{Re} > 0$, l'écoulement accélère au voisinage de la paroi. L'accélération devient de plus en plus importante lorsque le temps augmente. Au contraire, dans le cas de la convection mixte défavorable $\left(\frac{Gr}{Re} < 0\right)$, le fluide à côté de la paroi est freiné et la décélération de l'écoulement est de plus en plus significative lorsque le temps augmente. En observant les profils de température on remarque des températures plus élevées sur la paroi pour la convection mixte défavorable que pour la convection mixte favorable. Ce phénomène est dû, d'après **Yan** [18], à l'accélération du fluide du côté de la paroi dans le cas de la convection mixte aidée ce qui entraîne une baisse de température. Pour une valeur du rapport $\frac{Gr}{Re}$ donnée, il constate que pour une capacité thermique de la paroi importante ($a^* = 10$) l'évolution du champ dynamique s'est fait beaucoup plus lentement que pour une capacité thermique plus faible ($a^* = 0$). Ce comportement est aussi visible si on observe l'évolution de la densité de flux pour différentes a^* . Pour le même instant, la densité de flux diminue avec l'augmentation de la capacité thermique de la paroi.

Plus récemment, une étude plus complexe basée sur le même modèle a été réalisée par **Lee et Yan** [19] en examinant deux conditions limites à la paroi : flux ou température uniforme. Pour chaque condition à la limite ils ont étudié trois possibilités : paroi avec épaisseur nulle (cas A), l'effet de la capacité thermique de la paroi (K) est pris en compte (cas B), et prise en compte de l'effet combiné entre la capacité thermique de la paroi et la conduction radiale dans la paroi (cas C). Quand la première condition à la limite (flux uniforme à la paroi) est analysée, les auteurs observent une différence entre la densité de flux à la paroi pour les cas B et C. En fait, le flux dans le cas B pendant la phase transitoire est supérieur à celui du cas C. Pour le cas A, la densité de flux à la paroi n'évolue pas avec le temps, elle reste égale à l'unité (comme pour le régime stationnaire). L'influence du rapport $\frac{Gr}{Re}$ a été mise en évidence en fixant quelques paramètres : $Pr = 5$, $K = 100$, $\Delta = 0,2$. Par exemple, quand $\frac{Gr}{Re} = 0$ (convection forcée pure) le profil de vitesse reste parabolique pour n'importe quel instant $\tau \geq 0$. Mais, pour $\frac{Gr}{Re} = 100$, au fur et à mesure que le temps passe, le fluide est accéléré au

voisinage de la paroi et, pour respecter la conservation de la masse, il est ralenti vers le centre.

Au contraire, si $\frac{Gr}{Re} = -30$ le fluide qui se trouve à côté de la paroi est freiné, et celui du centre voit sa vitesse augmenter. De plus, les chercheurs constatent que la densité de flux à la paroi, pendant la phase transitoire, est inversement proportionnelle à (K, Δ) et directement proportionnelle au rapport (A) entre les diffusivités thermiques de la paroi et du fluide. Dans la deuxième partie, ils ont analysé la condition de température uniforme à la paroi. Dans ce cas, l'influence de la poussée d'Archimède est beaucoup plus importante par rapport au premier cas avec flux uniforme à la paroi. Cela veut dire que pour $\frac{Gr}{Re} > 0$ le fluide accélère

plus au voisinage de la paroi et pour $\frac{Gr}{Re} < 0$ il freine plus à côté de la paroi. Mais, l'influence de certains paramètres comme K , Δ ou A sur la stabilité de l'écoulement n'est pas considérée.

Cheng et al. [20] conduisent leur étude numérique sur les critères d'apparition des zones de recirculation en convection mixte aidée dans un canal vertical entre deux plaques planes parallèles. L'étude porte sur des conditions aux limites qui ont été imposées sur les deux parois opposées du canal :

- flux uniforme Q_1 à $Y = 1$ – flux uniforme Q_2 à $Y = 0$ où $Q_1 > Q_2$ où $Q_1 = Q_2$
- flux uniforme Q_1 à $Y = 1$ – température uniforme T_2 à $Y = 0$
- température uniforme T_1 à $Y = 1$ – température uniforme T_2 à $Y = 0$ où $T_1 > T_2$

Dans la première situation $(Q_1 - Q_2)$ deux cas ont été examinés : chauffage symétrique, c'est-à-dire $r_H = \frac{q_2}{q_1} = 1$ et le chauffage asymétrique ce qui est équivalent à $r_H = \frac{q_2}{q_1} < 1$. Pour

le cas du chauffage symétrique, si le rapport $\frac{Re}{Gr} < 3,2 \cdot 10^{-4}$ l'écoulement inverse s'installe.

Au contraire, pour $r_H < 1$ les zones de recirculation apparaissent pour des rapports $\frac{Re}{Gr}$ plus grands. De plus, les auteurs ont présenté un diagramme avec les zones de recirculation dans les coordonnées r_H et $\frac{Re}{Gr}$ dans lequel on observe que si $r_H > 0,053$ le profil de

vitesse comporte deux points d'inflexion (ce qui n'est pas le cas pour les autres situations) et pour $0 < r_H < 0,053$ il n'en comporte qu'un.

Dans la deuxième situation $(Q_1 - T_2)$ les critères pour que les vitesses négatives apparaissent ont été définis :

$$\left[\frac{dU}{dY} \Big|_{Y=0} \right] \left[\frac{dU}{dY} \Big|_{Y=1} \right] \geq 0$$

$$\text{Ce qui est équivalent à : } \frac{Q_1 + 3}{3} \leq \frac{dP}{dX} \leq \frac{Q_1 + 2}{2}$$

Les nombres de Nusselt sur les deux plaques sont définis en fonction de la température moyenne dans le fluide:

$$Nu_1 = - \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\theta_1 - \theta}{\theta_1 - \theta_m} \right) \Big|_{Y=1} = \frac{720 \left(\frac{Re}{Gr} \right)}{360 \left(\frac{Re}{Gr} \right) - Q_1}$$

$$Nu_2 = - \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\theta_2 - \theta}{\theta_2 - \theta_m} \right) \Big|_{Y=0} = \frac{720 \left(\frac{Re}{Gr} \right)}{360 \left(\frac{Re}{Gr} \right) + Q_1}$$

$$\text{où } 0 \leq \frac{Re}{Gr} \leq \frac{Q_1}{72}$$

Dans la troisième situation $(T_1 - T_2)$, les critères d'apparition des zones de recirculation sont définis de la façon suivante :

$$\frac{2r_T + 1}{3} \leq \frac{dP}{dX} \leq \frac{r_T + 1}{2}$$

$$\text{où } r_T = \frac{T_2 - T_0}{T_1 - T_0}$$

dans ce cas les nombres de Nusselt sont définis :

$$Nu_1 = \frac{720 \left(\frac{Re}{Gr} \right)}{360 \left(\frac{Re}{Gr} \right) + r_T - 1}$$

$$Nu_2 = \frac{720 \left(\frac{Re}{Gr} \right)}{360 \left(\frac{Re}{Gr} \right) - r_T + 1}$$

$$\text{où } 0 \leq \frac{Re}{Gr} \leq \frac{1 - r_T}{72}$$

Dans la même géométrie, une analyse similaire a été conduite par **Hamadah et Wirtz** [21] mais, cette fois-ci, sur un écoulement descendant en convection mixte contrariée. Comme dans l'article précédent, trois types des conditions aux limites ont été choisis pour les deux parois opposées du canal :

- température uniforme T_2 à $Y = 1$ – température uniforme T_1 à $Y = 0$ où $T_2 > T_1$
- flux uniforme q_2'' à $Y = 1$ – flux uniforme q_1'' à $Y = 0$ où $q_2'' > q_1''$
- flux uniforme q_2'' à $Y = 1$ – température uniforme $T_1 = T_0$ à $Y = 0$ où T_0 est la température d'entrée du fluide dans le canal

Dans le premier cas, les auteurs remarquent un freinage du fluide du côté de la paroi la plus chaude qui devient de plus en plus prononcé au fur et à mesure que le rapport $\frac{Re}{Gr}$ augmente. Le critère d'apparition des écoulements inversés pour cette situation est :

$$\left(\frac{Gr}{Re} \right)_{REV} = \frac{288}{1 - R_T} \text{ où } R_T = \frac{T_1 - T_0}{T_2 - T_0}$$

Des expressions pour les nombres de Nusselt sont établies :

$$Nu_1 = \frac{4}{1 - \frac{Gr}{1440 Re} (1 - R_T)}$$

$$Nu_2 = \frac{4}{1 + \frac{Gr}{1440Re}(1 - R_T)}$$

Dans la deuxième situation, la distorsion du profil de vitesse est beaucoup plus visible dès que le rapport $\frac{Re}{Gr}$ s'amplifie. Le critère d'apparition des zones de recirculation dépend de $R_q = \frac{q_1''}{q_2''}$. Par exemple, si $R_q = 0$ alors $\left(\frac{Gr}{Re}\right)_{REV} = 400$ et augmente rapidement lorsque R_q s'approche de l'unité. Les nombres de Nusselt sont définis :

$$Nu_1 = \frac{1}{\theta_1 - \theta_m}$$

$$Nu_2 = \frac{1}{\theta_2 - \theta_m}$$

$$\text{où } \theta_m = 2 \text{Pr}^{-1}(1 + R_q)X$$

Dans le troisième cas, l'écoulement inversé commence à se manifester pour $\left(\frac{Gr}{Re}\right)_{REV} = 576$. Lorsque le rapport $\frac{Re}{Gr}$ augmente, le nombre de Nusselt diminue du côté de la paroi la plus chaude et augmente du côté de la paroi la plus froide. L'apparition de l'écoulement inversé est trouvée pour :

$$(Nu_1)_{REV} = 5,0$$

$$(Nu_2)_{REV} = 3,33$$

Nguyen et al. [22] ont analysé le comportement dynamique et thermique d'un écoulement d'air dans un tube vertical. Le comportement transitoire de l'écoulement est réalisé en imposant une densité de flux uniforme à la paroi mais avec une variation linéaire en fonction du temps. Deux cas ont été analysés : l'écoulement descendant chauffé (convection mixte contrariée) avec une densité de flux (q_w) qui varie entre 0 et 19750 W.m⁻² et l'écoulement ascendant chauffé (convection mixte aidée) avec q_w qui varie entre 0 et 34560 W.m⁻², ce qui correspond à des nombres de Grashof respectivement compris entre 0 et 10⁶ pour l'écoulement descendant, et entre 0 et 1,75.10⁶ pour l'écoulement ascendant. Dans le cas de

l'écoulement descendant chauffé, les auteurs ont montré l'apparition des écoulements inverses au voisinage de la paroi pour $Gr = 3.10^5$. Les zones de recirculation deviennent plus visibles dès que le nombre de Grashof augmente. Au contraire, dans le deuxième cas l'écoulement s'accélère au voisinage de la paroi et, par conséquent, pour respecter la conservation de la masse, il est freiné au centre. La décélération de l'écoulement au centre du tube peut entraîner des vitesses négatives, amorce d'un phénomène de recirculation. Ce phénomène apparaît lorsque le nombre de Grashof est supérieur à 10^6 .

I. 5. VARIATIONS DES CONDITIONS AUX LIMITES A L'ENTREE DU TUBE

Nous avons souvent rencontré dans la littérature des études en convection mixte avec des conditions aux limites variables à la paroi. **Mai et al.** [23] sont allés plus loin en ajoutant une variation de débit à l'entrée du tube ce qui correspond aux conditions réelles de fonctionnement d'un radiateur. Leur travail comporte une étude d'un écoulement descendant en convection mixte dans un tube vertical lorsque l'entrée est soumise à un échelon de débit. Ils ont pu constater, pour un échelon de débit positif, que le champ de vitesse axiale est presque indépendant du temps et que les profils de températures évoluent régulièrement avec le temps vers l'état final du régime permanent. De plus, ils constatent l'existence d'un temps de retard pour la température de paroi. Dans le cas d'un échelon de débit négatif à l'entrée du tube, le profil de vitesse axiale subit une forte perturbation caractérisée par un ralentissement au centre et, pour respecter la conservation de la masse du fluide, par une accélération au voisinage de la paroi. Les chercheurs ont remarqué une forte dissymétrie de la réponse de la température à des échelons positifs ou négatifs de débit de même amplitude. Mais, comme leur modèle est basé sur les équations de la couche limite, les zones de recirculation ne peuvent pas être observées. C'est pour cela que nous avons trouvé nécessaire de mettre au point un modèle qui réalise avec les équations complètes de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie.

Chapitre II
ETUDE DU COMPORTEMENT
TRANSITOIRE D'UN ECOULEMENT EN
CONVECTION MIXTE SANS L'EFFET
DE LA PAROI

II.1 INTRODUCTION

La conséquence des différentes conditions aux limites sur l'écoulement laminaire en convection mixte en régime permanent, lorsqu'on néglige l'effet de la paroi, a été analysée par plusieurs auteurs.

Parmi les pionniers qui ont analysé l'écoulement laminaire en convection mixte transitoire dans un tube vertical on retrouve **Martin et Shadday** [9]. Ils ont réalisé leur étude avec une condition limite à la paroi de type Dirichlet, c'est-à-dire température constante sur la surface externe de la paroi. Ils ont établi un seuil d'apparition des instabilités de l'écoulement laminaire en fonction du nombre de Richardson ($Ri = 15$).

Une étude plus complexe a été accomplie par **Cheng et al.** [20]. Ils ont analysé trois types de conditions aux limites dans un canal vertical entre deux plaques planes parallèles : isoflux – isoflux, isoflux – isotherme et isotherme – isotherme. Leur étude a été réalisée sur un écoulement ascendant en convection mixte aidée. Ils ont trouvé pour tous les cas une corrélation théorique d'apparition d'une inversion dans le profil de vitesses en fonction du rapport entre le nombre de Reynolds et le nombre de Grashof (Re/Gr). De plus, le nombre de Nusselt, défini en fonction de la température de mélange, est constant dans la région dans laquelle l'écoulement est entièrement développé.

Une étude similaire a été conduite par **Hamadah et Wirtz** [21], mais sur un écoulement descendant en convection mixte contrariée. De même, des critères d'apparition des zones de recirculation ont été établis en fonction du rapport (Gr/Re). A titre d'exemple, pour le cas isoflux – isoflux, le rapport Gr/Re doit être supérieur à 400 pour que des vitesses négatives apparaissent.

Plus tard, **Zghal et al.** [13] ont réalisé une étude sur l'écoulement laminaire en convection mixte aidée dans un tube vertical. Lorsqu'un flux est imposé à la paroi, l'écoulement accélère au voisinage de la paroi et par conséquent il freine au centre jusqu'à ce qu'une zone de recirculation s'installe. Les auteurs constatent que cette zone de recirculation est plus grande pour des zones de chauffage plus importantes et aussi pour des grands nombres de Richardson.

Ce chapitre sera consacré à l'analyse du comportement thermohydraulique d'un écoulement ascendant et laminaire dans un tube vertical avec échange convectif à la surface externe, lorsque l'entrée est soumise à des variations de température. Cette analyse doit nous permettre de mieux comprendre les mécanismes des transferts thermiques convectifs en régime variable.

L'ensemble des travaux présentés dans la suite de ce chapitre a fait l'objet d'un article publié dans une revue internationale (**Mai et al.** [24]).

II.2 FORMULATION DU PROBLEME

Le sujet concerne l'étude d'un écoulement d'eau ascendant et laminaire en convection mixte contrariée et instationnaire dans un tube vertical qui est soumis à un échange convectif à la surface externe (Figure II.1).

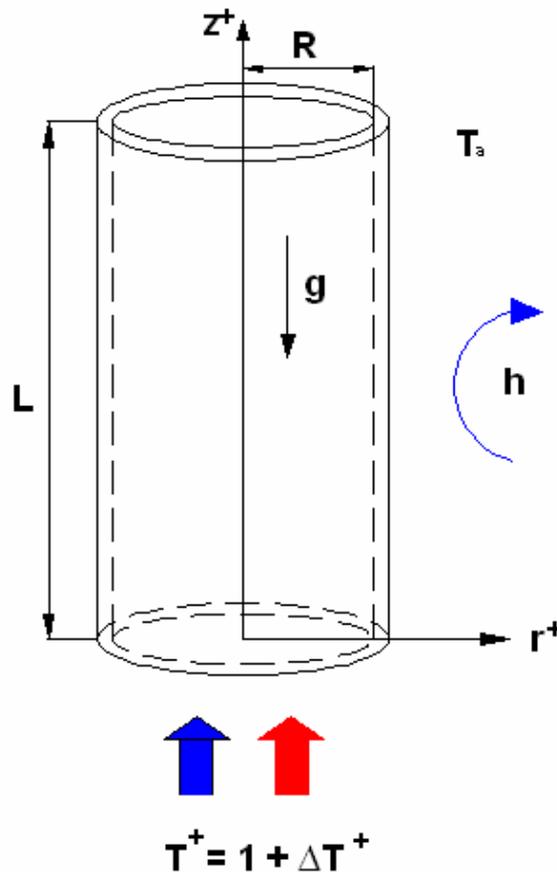


Figure II.1 Schéma du tube.

Le régime transitoire est provoqué par une perturbation de type échelon de température positif ou négatif à l'entrée du tube.

Pour étudier l'écoulement, ascendant et laminaire en convection mixte, nous avons utilisé un tube en cuivre d'une longueur de 800 mm et d'un diamètre de 20/22 mm.

Vu la géométrie tubulaire du domaine, les équations seront présentées en coordonnées cylindriques à symétrie axiale. Le modèle physique écrit avec les variables primaires pour un écoulement bidimensionnel et entièrement développé comprend :

➤ l'équation de continuité

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rU)}{\partial r} = 0 \quad (\text{II.1})$$

➤ les équations de Navier-Stokes

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial z} + U \frac{\partial V}{\partial r} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial z} + \nu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right] \quad (\text{II.2})$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + V \frac{\partial U}{\partial z} + U \frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial r} + \nu \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rU) \right] + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right\} \quad (\text{II.3})$$

➤ l'équation d'énergie

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rUT) + \frac{\partial}{\partial z} (VT) = a \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (\text{II.4})$$

Etant donné que les conditions aux limites pour la pression sont difficiles à poser, nous avons employé les variables secondaires (vorticité – fonction de courant). La fonction de courant est définie par:

$$V = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (\text{II.5})$$

$$U = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (\text{II.6})$$

Il est facile de constater que l'équation de continuité est satisfaite automatiquement par cette fonction.

Dans le cas plan, le vecteur tourbillon a pour expression :

$$\Omega = \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial V}{\partial r} \quad (\text{II.7})$$

Ensuite, les composantes verticale et horizontale de l'équation de Navier-Stokes sont respectivement dérivées par rapport à z et à r . En les soustrayant, afin d'éliminer la pression, on obtient :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}(U\Omega) + \frac{\partial}{\partial z}(V\Omega) = -g\beta \frac{\partial T}{\partial r} + \nu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\Omega) \right) + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} \right] \quad (\text{II.8})$$

En remplaçant les équations (II.5) et (II.6) dans l'équation (II.7) nous obtenons l'équation de Poisson :

$$-\Omega = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \quad (\text{II.9})$$

Donc, le système d'équations à résoudre est composé des équations suivantes : (II.4), (II.8) et (II.9).

Le choix des variables secondaires, dans cette étude, nous a permis de réduire le nombre des équations à résoudre, ainsi que d'éliminer la pression.

Ensuite, nous avons employé deux hypothèses :

- l'écoulement entièrement développé,
- l'approximation de Boussinesq.

La première nous a permis d'avoir un profil de vitesse parabolique à l'entrée du tube et la deuxième de négliger les variations de la masse volumique dans tous les termes sauf dans le terme de la poussée d'Archimède où la masse volumique représente une variation linéaire avec la température :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (\text{II.10})$$

Afin de simplifier les équations à résoudre nous avons introduit les paramètres adimensionnels trouvés dans la littérature.

$$\left\{ \begin{array}{ll} r^+ = \frac{r}{R} & z^+ = \frac{z}{R} \\ U^+ = \frac{U}{V_d} & V^+ = \frac{V}{V_d} \\ \Omega^+ = \Omega \frac{R}{V_d} & \Psi^+ = \Psi \frac{1}{V_d R^2} \\ t^+ = t \frac{V_d}{R} & T^+ = \frac{T - T_a}{T_e - T_a} \end{array} \right. \quad (\text{S1})$$

Ensuite, nous avons réuni les paramètres physiques dans les critères de similitudes et les nombres sans dimension **Padet** [25] et **Padet** [26] tels que :

$$\text{Le nombre de Reynolds} \quad \text{Re} = \frac{V_d R}{\nu} \quad (\text{II.11})$$

$$\text{Le nombre de Richardson} \quad \text{Ri} = \frac{Gr}{\text{Re}^2} = \left(\frac{\text{Re}_{naturelle}}{\text{Re}_{forcé}} \right)^2 = \frac{g\beta\Delta TR}{V_d^2} \quad (\text{II.12})$$

$$\text{Le nombre de Péclet} \quad \text{Pe} = \text{RePr} = \frac{V_d R}{a} \quad (\text{II.13})$$

$$\text{Le nombre de Grashof} \quad \text{Gr} = \frac{g\beta R^3 \Delta T}{\nu^2} \quad (\text{II.14})$$

$$\text{Le nombre de Prandtl} \quad \text{Pr} = \frac{\mu c_p}{\lambda} \quad (\text{II.15})$$

Après l'introduction des paramètres adimensionnels et les nombres sans dimensions, les équations résultantes sont les suivantes :

$$\frac{\partial \Omega^+}{\partial t^+} + \frac{\partial(\Omega^+ V^+)}{\partial z^+} + \frac{\partial(\Omega^+ U^+)}{\partial r^+} = -\text{Ri} \frac{\partial T^+}{\partial r^+} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{1}{r^+} \frac{\partial}{\partial r^+} \left(r^+ \frac{\partial \Omega^+}{\partial r^+} \right) + \frac{\partial^2 \Omega^+}{\partial z^{+2}} \right] \quad (\text{II.16})$$

$$\frac{\partial T^+}{\partial t^+} + \frac{\partial(v^+ T^+)}{\partial z^+} + \frac{1}{r^+} \frac{\partial(r^+ U^+ T^+)}{\partial r^+} = \frac{1}{Pe} \left[\frac{1}{r^+} \frac{\partial}{\partial r^+} \left(r^+ \frac{\partial T^+}{\partial r^+} \right) + \frac{\partial^2 T^+}{\partial z^{+2}} \right] \quad (\text{II.17})$$

$$-\Omega^+ = \frac{\partial}{\partial r^+} \left(\frac{1}{r^+} \frac{\partial \psi^+}{\partial r^+} \right) + \frac{1}{r^+} \frac{\partial^2 \psi^+}{\partial z^{+2}} \quad (\text{II.18})$$

Afin de connaître l'évolution spatio – temporelle du champ de vitesse et de température il faut connaître, à l'instant initial, les conditions initiales dans tout le tube :

➤ à $t^+ = 0$, pour $0 \leq r^+ \leq 1$ et $0 \leq z^+ \leq 80$

$$\left\{ \begin{array}{l} V^+ = 2(1 - r^{+2}) \\ U^+ = 0 \\ T^+ = 1 \\ \psi^+ = r^+ \left(1 - \frac{r^+}{2} \right) - \frac{1}{2} \\ \Omega^+ = 4 r^+ \end{array} \right. \quad (\text{S2})$$

De plus, la résolution de ces équations aux dérivées partielles nécessite la connaissance des conditions aux limites sur les frontières du système étudié :

➤ à $t^+ > 0$ on impose :

$$\begin{array}{l} \text{à l'entrée } z^+ = 0 \\ \left\{ \begin{array}{l} V^+ = 2(1 - r^{+2}) \\ U^+ = 0 \\ T^+ = 1 + \Delta T_e^+ \\ \Delta T_e^+ = \frac{\Delta T_e}{T_e - T_a} \\ \psi^+ = r^+ \left(1 - \frac{r^+}{2} \right) - \frac{1}{2} \\ \Omega^+ = 4 r^+ \end{array} \right. \end{array} \quad (\text{S3})$$

☞ sur l'axe $r^+ = 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T^+}{\partial r^+} = \frac{\partial \psi^+}{\partial r^+} = \frac{\partial V^+}{\partial r^+} = 0 \\ \Omega^+ = U^+ = 0 \end{array} \right. \quad (\text{S4})$$

☞ à la sortie du tube $z^+ = 80$

$$\frac{\partial T^+}{\partial z^+} = \frac{\partial \psi^+}{\partial z^+} = 0 \quad (\text{II.19})$$

☞ à la paroi extérieure du tube $r^+ = 1$

$$\psi^+ = 0 \text{ - (constante arbitraire)} \quad (\text{II.20})$$

De plus, à la paroi nous avons employé une condition à la limite de type Fourier ou de 3^{ème} espèce, c'est-à-dire :

- $q_{cond} = q_{conv}$

Ce qui correspond dans notre cas :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial T^+}{\partial r^+} \right)_p = -Bi^* T_p^+ \\ Bi^* = \frac{h_a R}{\lambda_f} \end{array} \right. \quad (\text{S5})$$

Où Bi^* est le nombre de Biot généralisé.

L'utilisation des variables secondaires (vorticité – fonction de courant) a pour désavantage le fait que la vorticité à la paroi est difficile à calculer. Pour cela nous avons essayé plusieurs méthodes :

1. la méthode de Thom (**Saadjian** [27]) avec une discrétisation du premier ordre,

$$\Omega|_p = \frac{2(\Psi_p - \Psi_{p-1})}{(\Delta r)^2} \quad (\text{II.21})$$

2. la méthode de Woods (**Napolitano et al.** [28]) avec une discrétisation du deuxième ordre,

$$\Omega|_p = \frac{3(\Psi_p - \Psi_{p-1})}{(\Delta r)^2} - \frac{\Psi_{p-1}}{2} \quad (\text{II.22})$$

3. la méthode de Jensen (**Napolitano et al.** [28]) avec une discrétisation du deuxième ordre,

$$\Omega|_p = \frac{7\Psi_p - 8\Psi_{p-1} + \Psi_{p-2}}{2(\Delta r)^2} \quad (\text{II.23})$$

Nous avons constaté que la discrétisation du premier ordre donne des résultats comparables à ceux obtenus avec la discrétisation du deuxième ordre. Par conséquent nous avons choisi d'utiliser par la suite la méthode de Thom.

II.3 METHODE NUMERIQUE

La résolution numérique du problème est assurée par une méthode aux différences finies décrite par **Torrance et Rockett** [29] en se basant sur les développements en série de Taylor, avec un schéma explicite pour les équations de quantité de mouvement et d'énergie et avec un schéma itératif pour l'équation de Poisson.

Etant donné que la géométrie considérée est cylindrique, nous n'allons examiner que le demi-plan r^+0z^+ . Le domaine étudié sera discrétisé en espace dans un nombre fini de nœuds tels que :

$$L = i\Delta z^+ \text{ et } R = j\Delta r^+$$

où i et j sont des entiers définis par : $0 \leq i \leq NL$ et $0 \leq j \leq NC$

Le maillage suivant l'espace (Figure II.2) est choisi régulier, avec le pas Δr^+ suivant le rayon, respectivement Δz^+ suivant la hauteur. Les pas d'espace choisis sont très fins : $\Delta r^+ = 0,00025$ et $\Delta z^+ = 0,001$.

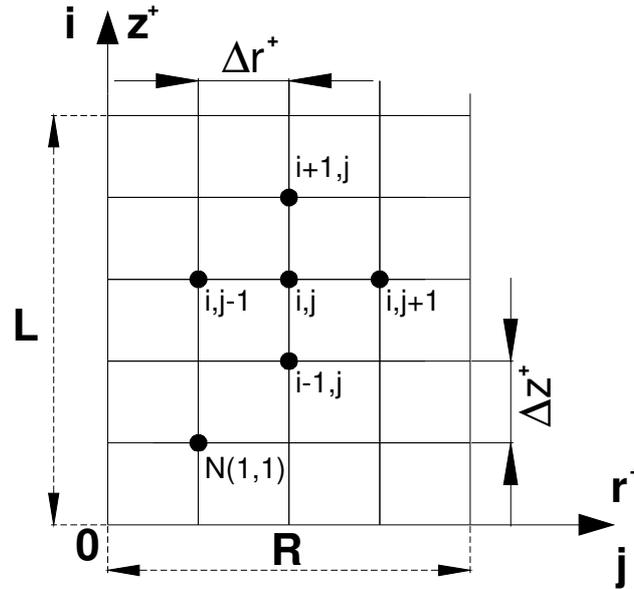


Figure II.2 Maillage du domaine étudié.

Le schéma étant explicite, les valeurs aux différents nœuds $N(i,j)$ sont calculées à partir de celles des nœuds $N(0,j)$ et $N(i,0)$ qui sont supposées connues. On commence les calculs à partir de la deuxième ligne du bas et de la gauche, c'est-à-dire près de l'axe, avec le nœuds $N(1,1)$, tel que cela est représenté sur la Figure II.2.

Les équations de quantité de mouvement et d'énergie sont de type parabolique, tandis que l'équation de Poisson est de type elliptique. Pour les deux premières nous avons employé un schéma conditionnellement stable dans le temps et pour la troisième un schéma inconditionnellement stable.

Toutes les dérivées spatiales linéaires sont discrétisées avec des différences finies centrées. Nous aurons ainsi pour les dérivées du premier ordre et pour celles du second ordre dans un point du maillage (i,j) :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial r^+}\right)_{i,j} = \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2\Delta r^+} \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial f}{\partial z^+}\right)_{i,j} = \frac{f_{i+1,j} - f_{i-1,j}}{2\Delta z^+} \quad (\text{II.24})$$

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial r^{+2}}\right)_{i,j} = \frac{f_{i,j+1} - 2f_{i,j} + f_{i,j-1}}{\Delta r^{+2}} \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial^2 f}{\partial z^{+2}}\right)_{i,j} = \frac{f_{i+1,j} - 2f_{i,j} + f_{i-1,j}}{\Delta z^{+2}} \quad (\text{II.25})$$

Selon cette méthode les différences centrées sont utilisées pour les termes spatiaux linéaires et les différences aval pour les termes temporels. Pour conserver la stabilité du schéma numérique, nous avons utilisé les différences non centrées pour discrétiser les termes spatiaux non linéaires $\frac{\partial(V^+T^+)}{\partial z^+}$, $\frac{\partial(rU^+T^+)}{\partial r^+}$, $\frac{\partial(V^+\Omega^+)}{\partial z^+}$ et $\frac{\partial(U^+\Omega^+)}{\partial r^+}$ en fonction du signe des vitesses moyennes. Les formes spéciales pour les termes $\frac{\partial(V^+T^+)}{\partial z^+}$ et $\frac{\partial(V^+\Omega^+)}{\partial z^+}$ sont :

➤ quand les coefficients $\frac{1}{2}(V_{i+1,j}^+ + V_{ij}^+)$ et $\frac{1}{2}(V_{ij}^+ + V_{i-1,j}^+)$ sont positifs

$$\left(\frac{\partial(V^+f)}{\partial z^+} \right)_{i,j} = \frac{1}{\Delta z^+} \left(\frac{V_{i+1,j}^+ + V_{ij}^+}{2} f_{i,j} - \frac{V_{ij}^+ + V_{i-1,j}^+}{2} f_{i-1,j} \right) \quad (\text{II.26})$$

➤ quand les coefficients $\frac{1}{2}(V_{i+1,j}^+ + V_{ij}^+)$ et $\frac{1}{2}(V_{ij}^+ + V_{i-1,j}^+)$ sont négatifs

$$\left(\frac{\partial(V^+f)}{\partial z^+} \right)_{i,j} = \frac{1}{\Delta z^+} \left(\frac{V_{i+1,j}^+ + V_{ij}^+}{2} f_{i+1,j} - \frac{V_{ij}^+ + V_{i-1,j}^+}{2} f_{i,j} \right) \quad (\text{II.27})$$

Si les vitesses moyennes sont de signes différents, une expression mixte en utilisant une combinaison des termes des équations (II.26) et (II.27) est adoptée. La variable f représente soit T^+ soit Ω^+ en chaque nœud.

Une procédure similaire est utilisée pour discrétiser les termes $\frac{\partial(rU^+T^+)}{\partial r^+}$ et $\frac{\partial(U^+\Omega^+)}{\partial r^+}$ selon le signe des vitesses moyennes $\frac{1}{2}(U_{i,j+1}^+ + U_{ij}^+)$ et $\frac{1}{2}(U_{ij}^+ + U_{i,j-1}^+)$.

Après la discrétisation des équations (II.16) et (II.17) nous avons obtenu les équations suivantes :

$$T_{ij}^{+n+1} = a_1 T_{i+1,j}^{+n} + a_2 T_{i-1,j}^{+n} + a_3 T_{ij}^{+n} + a_4 T_{i,j+1}^{+n} + a_5 T_{i,j-1}^{+n} \quad (\text{II.28})$$

$$\Omega_{ij}^{+n+1} = b_1 \Omega_{i+1,j}^{+n} + b_2 \Omega_{i-1,j}^{+n} + b_3 \Omega_{ij}^{+n} + b_4 \Omega_{i,j+1}^{+n} + b_5 \Omega_{i,j-1}^{+n} + c \quad (\text{II.29})$$

Les équations (II.28) et (II.29) sont stables, d'après **Lax et Richtmyer** [30], si et seulement si les coefficients a_k et b_k où $k = 1, 2, \dots, 5$ sont positifs.

Nous pouvons aisément démontrer que seuls les coefficients a_3 et b_3 peuvent être négatifs, tandis que les autres sont toujours positifs.

En imposant les conditions $a_3 \geq 0$ et $b_3 \geq 0$ nous obtenons une restriction pour le pas de temps (Δt). Pour les calculs, nous avons recherché la restriction maximale du pas de temps dans tous les nœuds du maillage et nous avons pris 80% de cette valeur. Ainsi, le schéma deviendra conditionnellement stable.

La résolution de l'équation de Poisson (II.18) sera effectuée de manière itérative avec la méthode de surrelaxation (SOR) en partant d'une solution approchée et en appliquant des itérations accélérées de l'équation en fixant les conditions aux limites.

$$\Psi_{i,j}^{s+1} = (1 - \omega)\Psi_{i,j}^s + \left[\frac{\omega}{\left(\frac{2}{(\Delta z^+)^2} + \frac{1}{(\Delta r^+)^2} \left(\frac{j}{j+1/2} + \frac{j}{j-1/2} \right)\right)} \right]^* \quad (\text{II.30})$$

$$\left[j(\Delta r^+) \Omega_{i,j}^{n+1} + \frac{1}{(\Delta z^+)^2} (\Psi_{i+1,j}^s + \Psi_{i-1,j}^{s+1}) + \frac{1}{(\Delta r^+)^2} \left(\frac{j}{j+1/2} \Psi_{i,j+1}^s + \frac{j}{j-1/2} \Psi_{i,j-1}^{s+1} \right) \right]$$

Pour trouver le paramètre de surrelaxation (ω) optimal nous avons employé plusieurs valeurs calculées à partir des définitions données par :

➤ **Bejan** [31]

$$\omega = \frac{2 \left[1 - (1 - \lambda^*)^{1/2} \right]}{\lambda^*} = 1,858 \quad (\text{II.31})$$

$$\lambda^* = \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{NC}\right) + \left(\frac{\Delta r}{\Delta z}\right)^2 \cos\left(\frac{\pi}{NL}\right)}{1 + \left(\frac{\Delta r}{\Delta z}\right)^2} \right]^2 = 0,994 \quad (\text{II.32})$$

➤ **Minkowycz** [32]

$$\omega = \frac{2}{1 + (1 - \lambda^{*2})^{1/2}} = 1,858 \quad (\text{II.33})$$

$$\lambda^* = \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{NC}\right) + \left(\frac{\Delta r}{\Delta z}\right)^2 \cos\left(\frac{\pi}{NL}\right)}{1 + \left(\frac{\Delta r}{\Delta z}\right)^2} \right] = 0,997 \quad (\text{II.34})$$

➤ **Gosman** [33]

$$\omega = \frac{2[1 - (1 - \lambda^*)^{1/2}]}{\lambda^*} = 1,924 \quad (\text{II.35})$$

$$\lambda^* = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{NC}\right) + \left(\frac{\Delta r}{\Delta z}\right)^2 \cos\left(\frac{\pi}{NL}\right)}{2} = 0,998 \quad (\text{II.36})$$

Par la suite, nous avons fait des simulations avec ces valeurs et nous avons pu constater que l'équation de Poisson atteint plus vite la convergence avec le paramètre de relaxation proposé par **Bejan** [31] (qui s'avère d'ailleurs identique dans notre cas avec celui fourni par **Minkowycz** [32]) qu'avec celui recommandé par **Gosman** [33].

Le critère de convergence retenu pour la fonction de courant, valable dans tous les nœuds du maillage et à tous les instants, est :

$$\max \left| \frac{\Psi_{i,j}^{s+1} - \Psi_{i,j}^s}{\Psi_{i,j}^{s+1}} \right| < 10^{-6} \quad (\text{II.37})$$

Afin de quantifier le transfert de chaleur vers l'extérieur du tube et le frottement pariétal nous avons calculé le nombre de Stanton et le coefficient de frottement. Ils sont obtenus à partir des températures et des vitesses moyennées sur un intervalle de temps suffisamment long et sont définis de la manière suivante :

$$St = \frac{\varphi_p}{\rho C_p V_d (T_e - T_p)} \quad (\text{II.38})$$

$$C_f = \frac{-\mu \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)_{r=R}}{\frac{1}{2} \rho V_d^2} \quad (\text{II.39})$$

Pour mieux visualiser notre démarche concernant la résolution des équations nous avons réalisé un schéma d'algorithme de la boucle principale du code numérique :

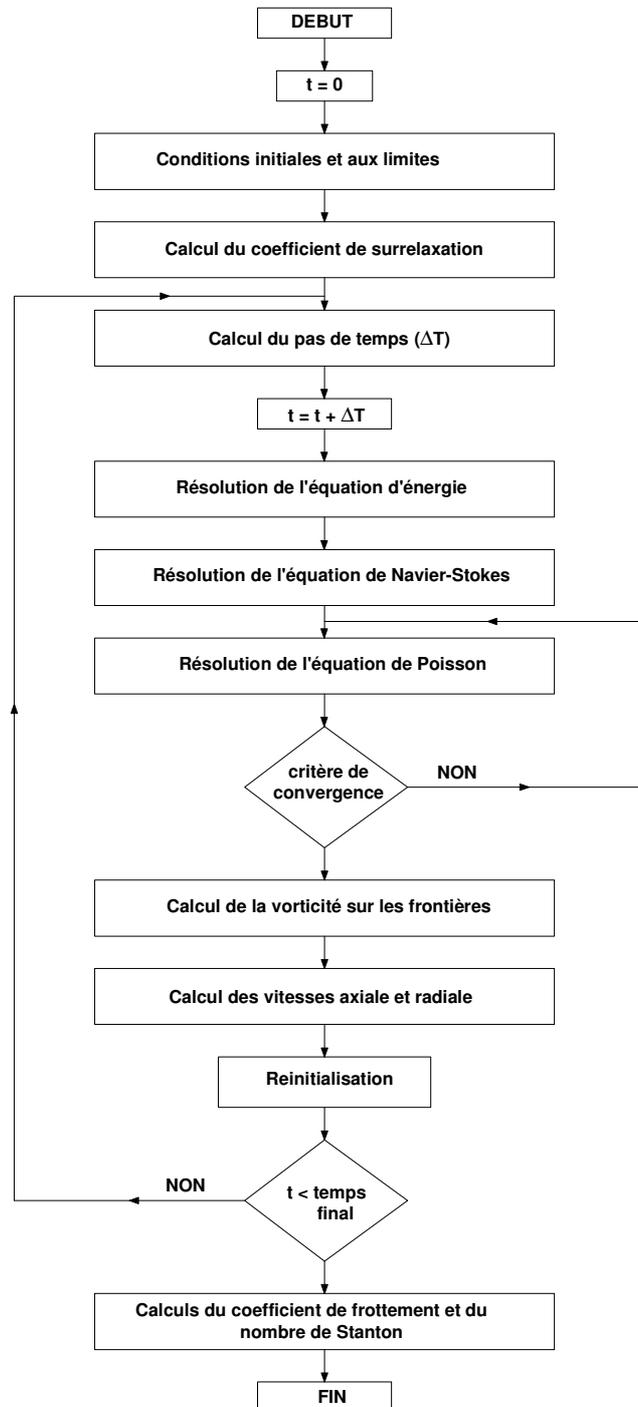


Figure II.3 Synopsis du programme principal.

II.4 VALIDATION DU MODELE NUMERIQUE

Dans le but de valider notre modèle numérique, nous avons réalisé une comparaison entre le modèle proposé par **Zghal et al.** [13] et notre modèle. Pour cela nous avons réalisé une simulation pour un écoulement laminaire et ascendant d'air dans un tube vertical chauffé à la paroi, avec les paramètres suivants : le nombre de Prandtl ($Pr = 0,7$), le nombre de Reynolds ($Re = 500$), le nombre de Richardson ($Ri = 4$) et une longueur de chauffage $L_2 = 30$. Dans le cas présent nous allons comparer, point par point, les valeurs obtenues par **Zghal et al.** [13] avec celles de notre modèle.

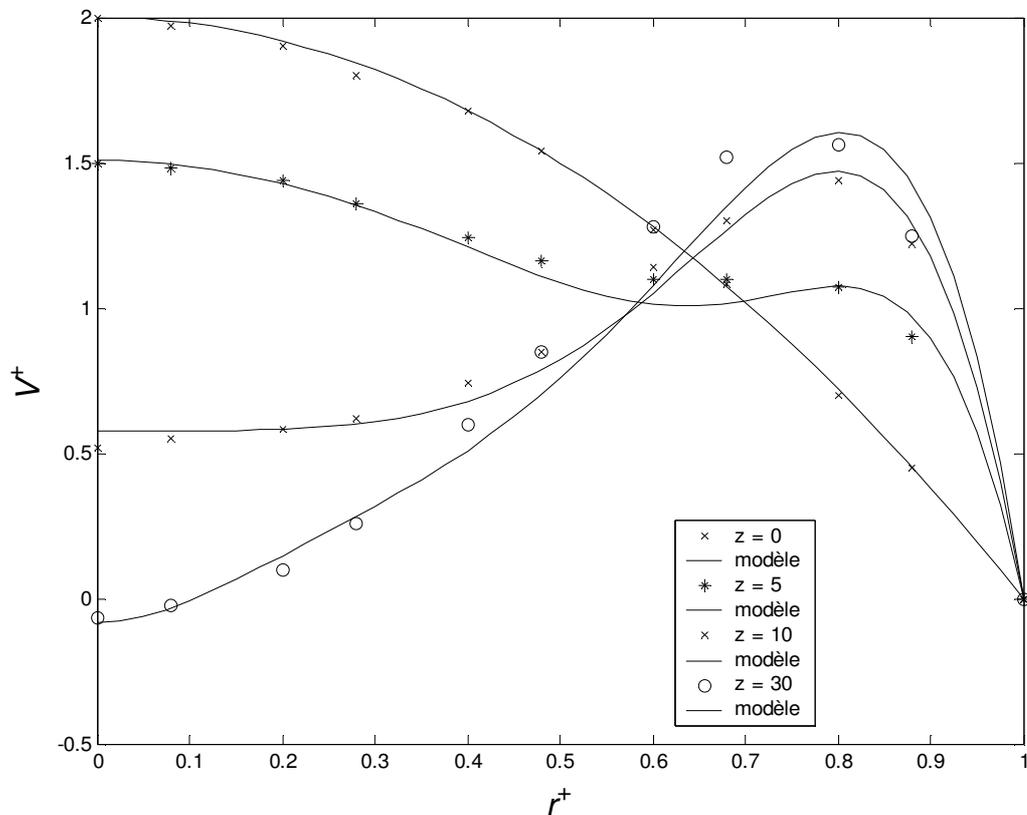


Figure II.4 : Profils de vitesse axiale pour $Re = 500$, $Ri = 4$, $L_2 = 30$, $Pr = 0,7$

et différentes sections.

Nous remarquons que notre modèle donne des résultats qui sont très proches de ceux obtenus par le modèle proposé par **Zghal et al.** [13]. L'écart relatif entre les deux modèles reste faible, de l'ordre de 4%. Cet écart est dû au fait que le maillage utilisé dans notre modèle

(40X800) est plus fin que celui de **Zghal et al.** [13] (20X400), et que la précision du calcul entre ces deux modèles est certainement différente (l'erreur de troncature du schéma numérique utilisé). Qualitativement, nous pouvons confirmer la cohérence de notre modèle numérique.

Nous avons réalisé la validation du notre modèle numérique dans le cas avec une densité de flux imposée à la surface externe de la paroi, car il n'y a pas à notre connaissance dans la littérature des exemples avec un échelon de température appliqué à l'entrée du tube.

II.5 ÉCHELON POSITIF DE TEMPERATURE ($\Delta T > 0$)

Dans le cas du réchauffement nous avons effectué des simulations numériques pour l'eau à une température initiale de 50 °C. La température de l'air ambiant est 20 °C.

Pour observer l'influence de l'échelon de température (ΔT) appliqué à l'entrée du tube sur l'écoulement laminaire en convection mixte, nous l'avons fait varier entre + 2°C et + 15°C. De plus, pour mieux analyser l'écoulement laminaire en convection mixte nous avons fait varier la vitesse débitante entre $5,5 \cdot 10^{-4}$ m/s et $5,5 \cdot 10^{-2}$ m/s afin que le nombre de Reynolds puisse prendre des valeurs entre 10 et 1000. Nous avons aussi fait varier le coefficient de convection thermique entre 5 W/m²K et 150 W/m²K.

II.5.1 Evolution temporelle des lignes de courant et des isothermes

Après une perturbation brusque à l'entrée du tube, comme nous la montre la Figure II.5, un vortex commence à apparaître au voisinage de la paroi à 2 secondes. Ce phénomène est dû au fait que l'écoulement accélère au centre à cause du réchauffement du fluide et décélère au voisinage de la paroi pour garder la conservation globale de la masse de l'écoulement. La décélération de l'écoulement près de la paroi peut entraîner localement des vitesses négatives, amorce d'un phénomène de recirculation, c'est-à-dire la formation d'un vortex. De plus, l'apparition du vortex induit par l'oscillation de la ligne de courant provoque des instabilités de l'écoulement. Ceci est dû à l'interaction entre les couches limites chaude et froide, car il s'agit d'un écoulement contrarié. Durant la phase transitoire le vortex se propage le long de la paroi vers la sortie.

L'instabilité dynamique entraîne également un déséquilibre thermique au sein de l'écoulement. L'oscillation de la ligne de courant près de la paroi montre bien l'instabilité des couches limites dynamique et thermique. Ce phénomène a été observé par **Martin et Shadday** [9] pour un écoulement dans un tube vertical chauffé à la paroi.

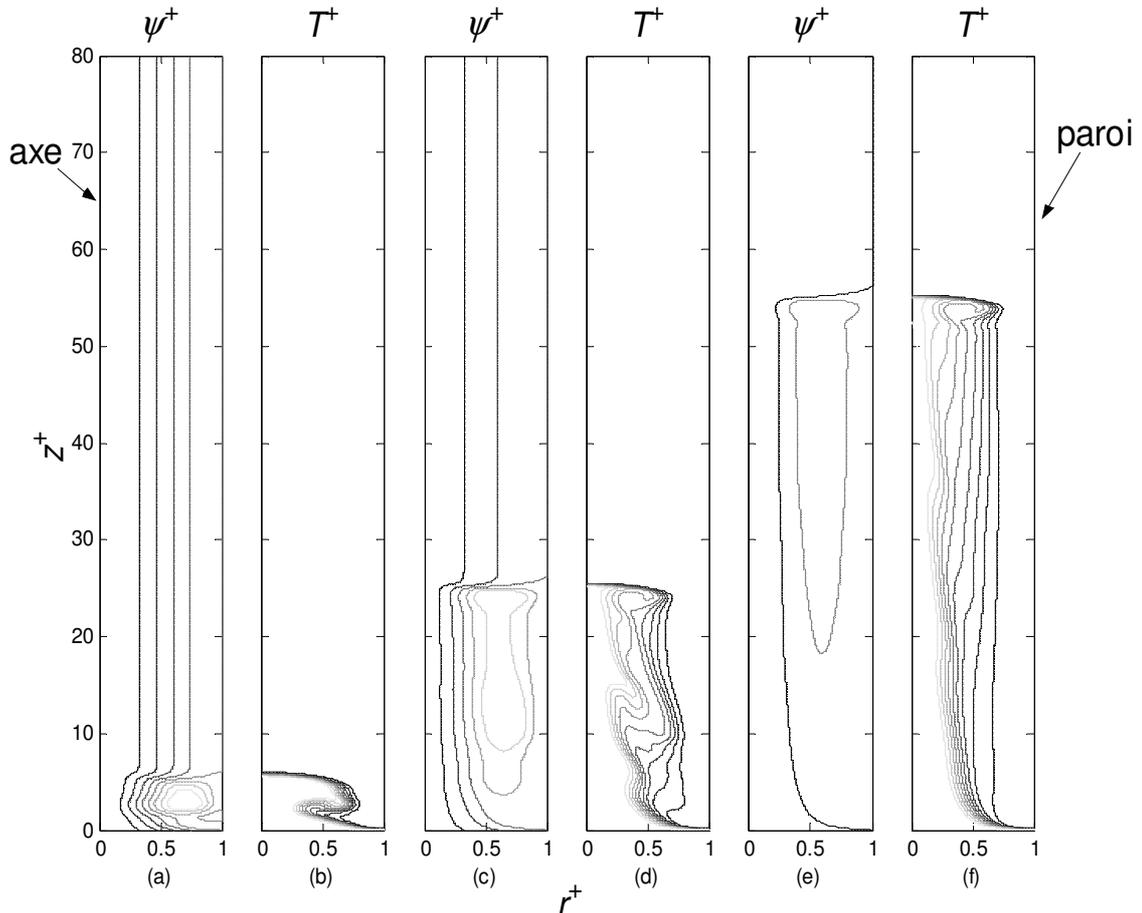


Figure II.5 : Evolution temporelle des lignes de courant et des isothermes le long du tube pour $Re = 180$, $\Delta T = +10^\circ C$ et différents instants : (a) et (b) 2 s, (c) et (d) 6 s, (e) et (f) 10 s.

La figure II.6 montre l'évolution temporelle des lignes de courant et des isothermes pour des faibles échelons de température, c'est-à-dire $+2^\circ C$. Nous observons que sous l'effet de la poussée d'Archimède, l'évolution temporelle des lignes de courant et des isothermes est plus lente par rapport au cas des grands échelons.

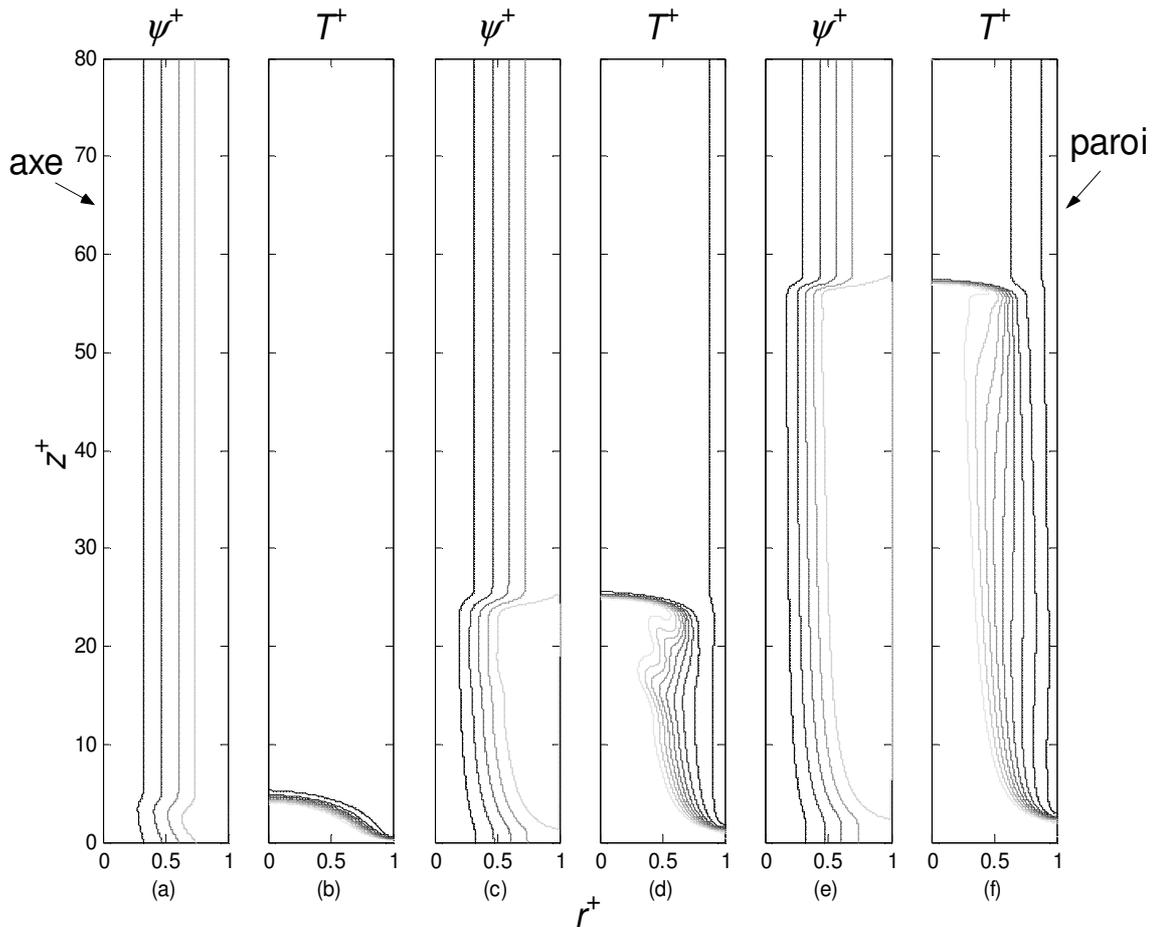


Figure II.6 : Evolution temporelle des lignes de courant et des isothermes le long du tube pour $Re = 180$, $\Delta T = +2^\circ C$ et différents instants : (a) et (b) 5 s, (c) et (d) 15 s, (e) et (f) 25 s.

Afin de mieux visualiser le comportement transitoire de l'écoulement laminaire en convection mixte nous avons observé les profils de vitesse et de température à une hauteur de 200 mm. Lorsqu'on perturbe l'écoulement à l'entrée du tube avec un échelon positif de température, la vitesse augmente au centre et, en même temps, pour garder la conservation globale de la masse du fluide, diminue au voisinage de la paroi (Figure II.7), phénomène observé par **Hamadah et al.** [21]. Sur une section à une hauteur de 200 mm, on constate que, autour de 15 secondes, le fluide a atteint sa vitesse maximale. A 25 secondes il a déjà commencé à ralentir. Ce phénomène est dû à l'oscillation de l'écoulement.

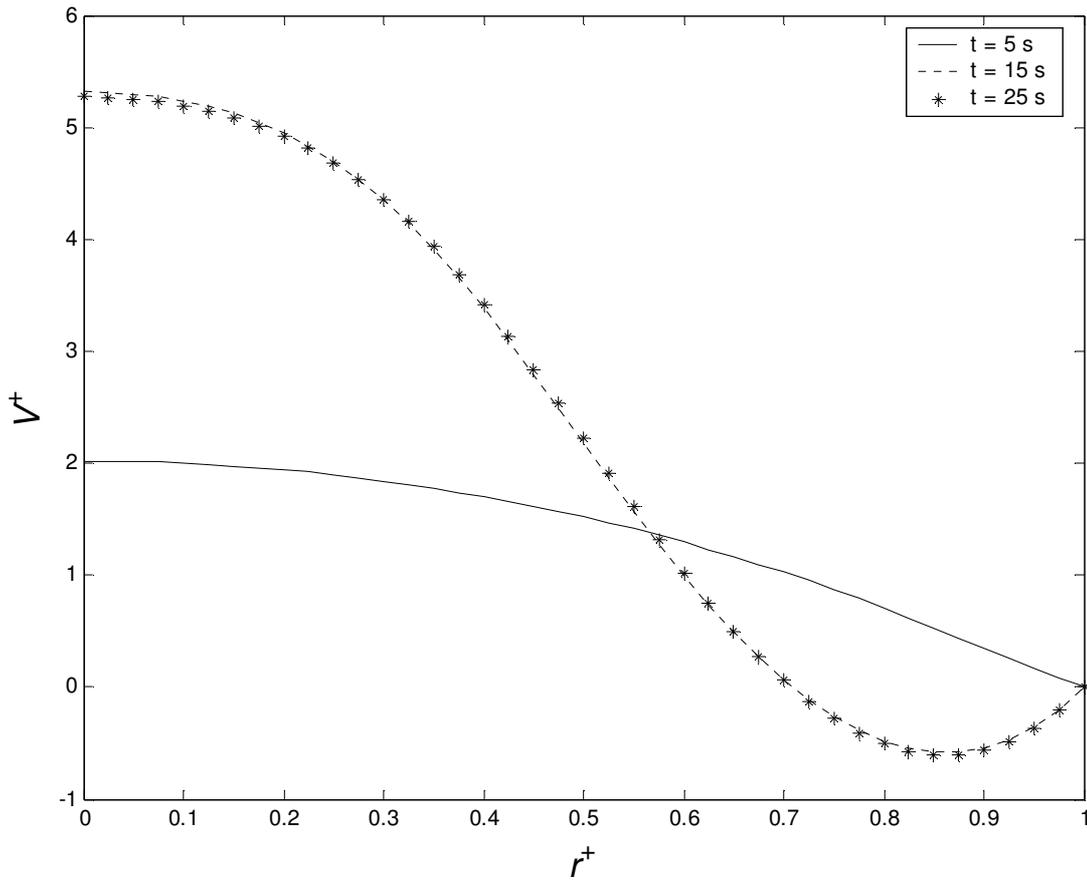


Figure II.7 : Profil de vitesse axiale à $z = 200$ mm, pour $Re = 180$, $\Delta T = +2^\circ C$ et différents instants.

La figure II.8 montre l'évolution temporelle du profil de température à une hauteur de 200 mm. On observe qu'à 5 secondes la température du fluide reste quasiment constante et identique avec la température initiale, fait confirmé par la figure II.6 puisque le fluide chaud n'est pas encore arrivé jusqu'à cette hauteur. Plus tard, à 15 secondes par exemple, le fluide chaud a atteint cette section et nous pouvons constater que la température du fluide monte plus vite au centre qu'au voisinage de la paroi.

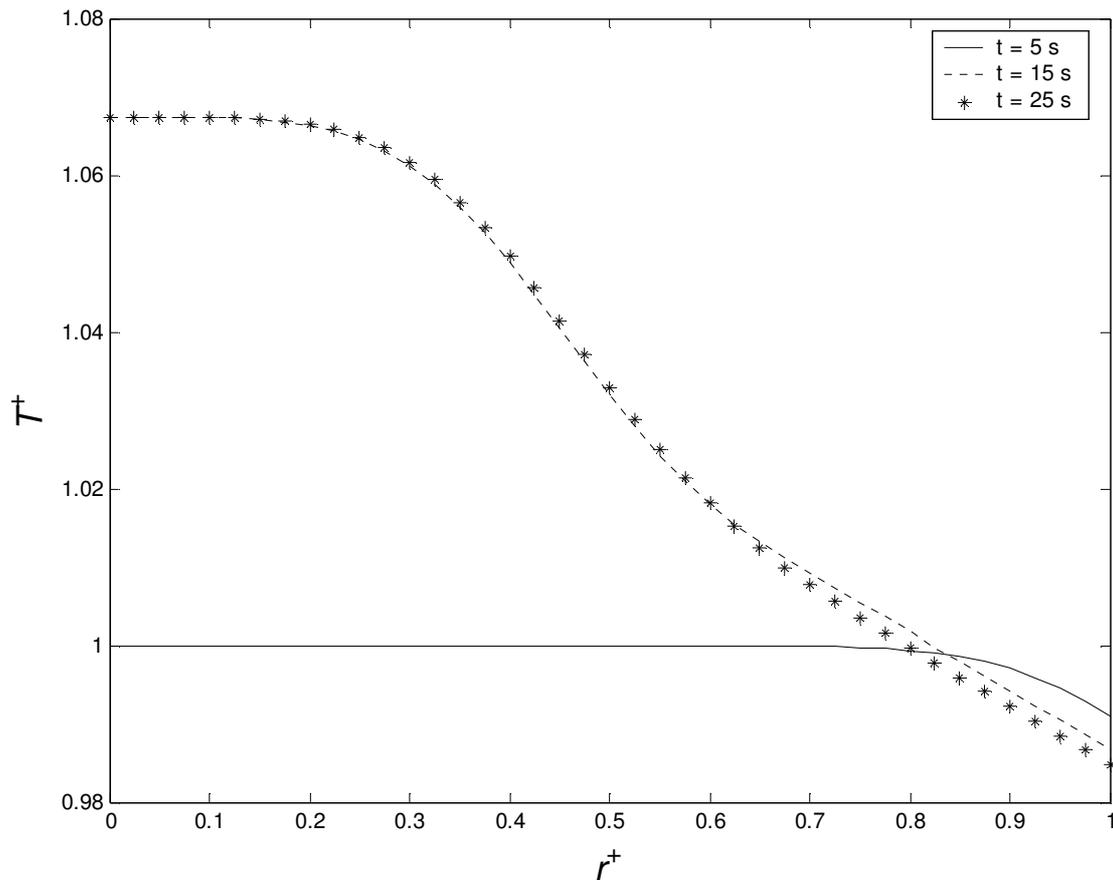


Figure II.8 : Profil de température à $z = 200 \text{ mm}$, pour $Re = 180$, $\Delta T = +2^\circ\text{C}$ et différents instants.

II.5.2 Influence de l'échelon de température

Lorsque nous appliquons un échelon de température positif à l'entrée du tube, sous l'effet de la poussée d'Archimède, nous constatons que le fluide accélère vers le centre et en même temps, pour garder la conservation de la masse de l'écoulement, il freine au voisinage de la paroi. Cette accélération au centre suivi par le freinage à côté de la paroi, est de plus en plus importante lorsque l'échelon de température augmente (Figure II.9). La décélération de l'écoulement au voisinage de la paroi peut entraîner des vitesses négatives, amorce d'un phénomène de recirculation. Ce résultat montre que la distorsion du profil de vitesse dépend fortement de l'échelon de température à l'entrée du tube.

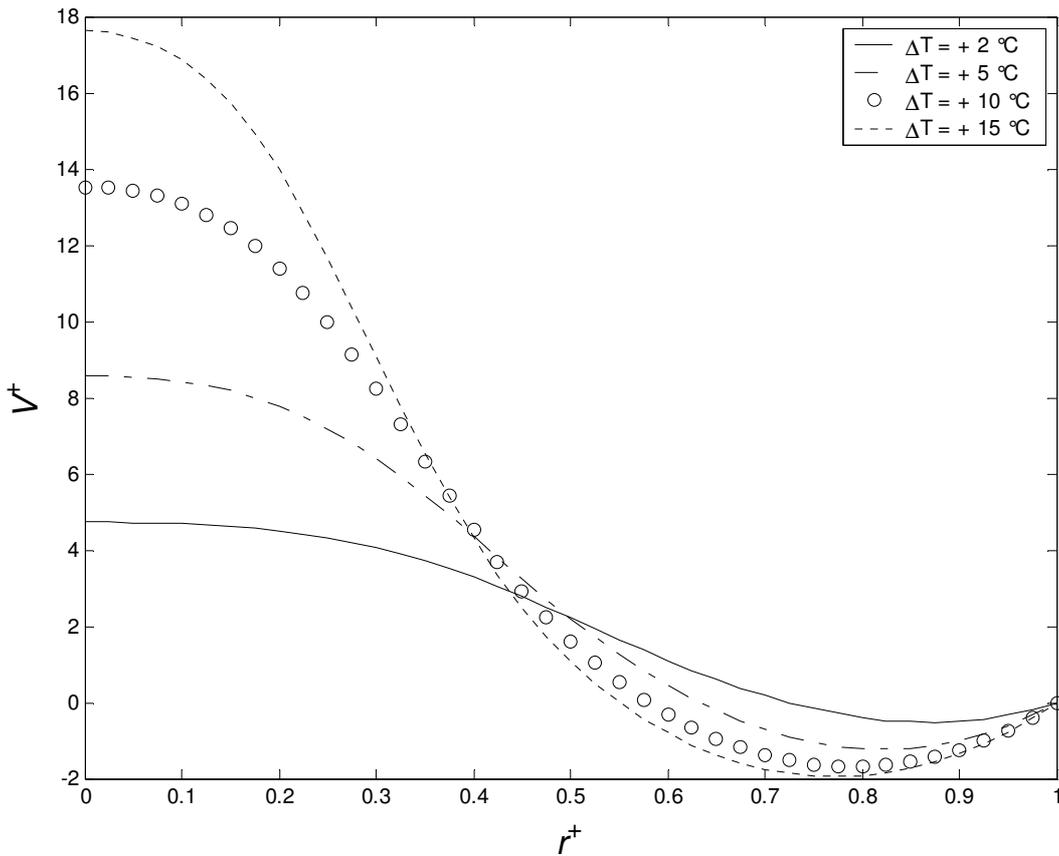


Figure II.9 : Profil de vitesse axiale à $z = 200$ mm pour $Re = 200$, $t = 30$ s et différents ΔT .

Les profils de température sont illustrés dans la figure II.10. A cause de l'échange convectif avec l'air extérieur, le fluide qui se trouve dans la partie centrale devient plus chaud que celui qui se trouve au voisinage de la paroi. En même temps, la température du fluide au centre du tube augmente plus rapidement que celle à côté de la paroi. Ceci est dû à l'inversion des profils de vitesse au voisinage de la paroi comme la montre la figure II.9.

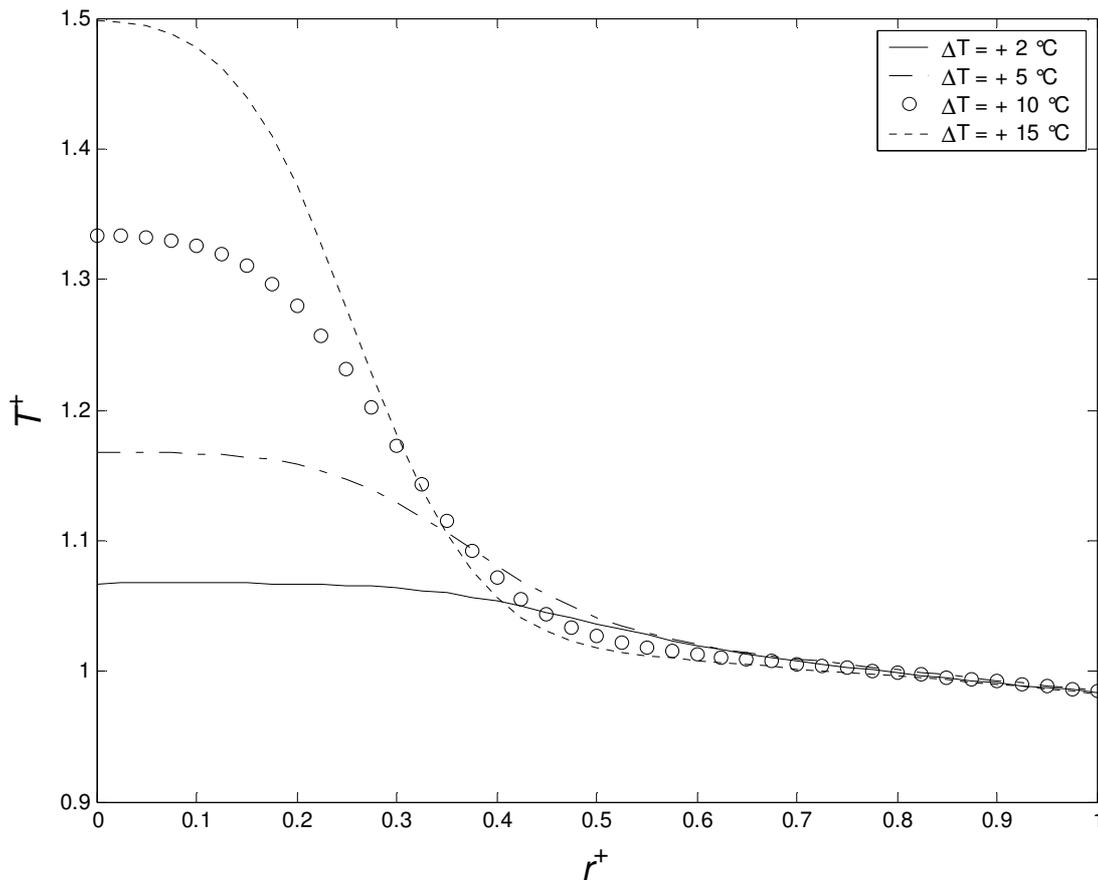


Figure II.10 : Profil de température à $z = 200$ mm pour $Re = 200$, $t = 30$ s et différents ΔT .

La figure II.11 montre les lignes de courant et les isothermes pour différents échelons de température appliqués à l'entrée du tube, ceci pour le même instant et le même nombre de Reynolds. Après une faible perturbation ($\Delta T = +2$ °C) de la température à l'entrée du tube, nous constatons une oscillation des lignes de courant à l'interface entre la frontière des couches limites et la région centrale. L'apparition du vortex induit par l'oscillation de l'écoulement conduit à des instabilités de l'écoulement. Ceci est dû à l'interaction entre les couches limites chaude et froide. Lorsque la perturbation devient importante ($\Delta T > 5$ °C), on note également l'apparition d'un vortex secondaire puis une cellule multiple s'installe près de la paroi. De plus, l'augmentation de l'échelon de température montre bien que l'effet de la convection naturelle est prédominant.

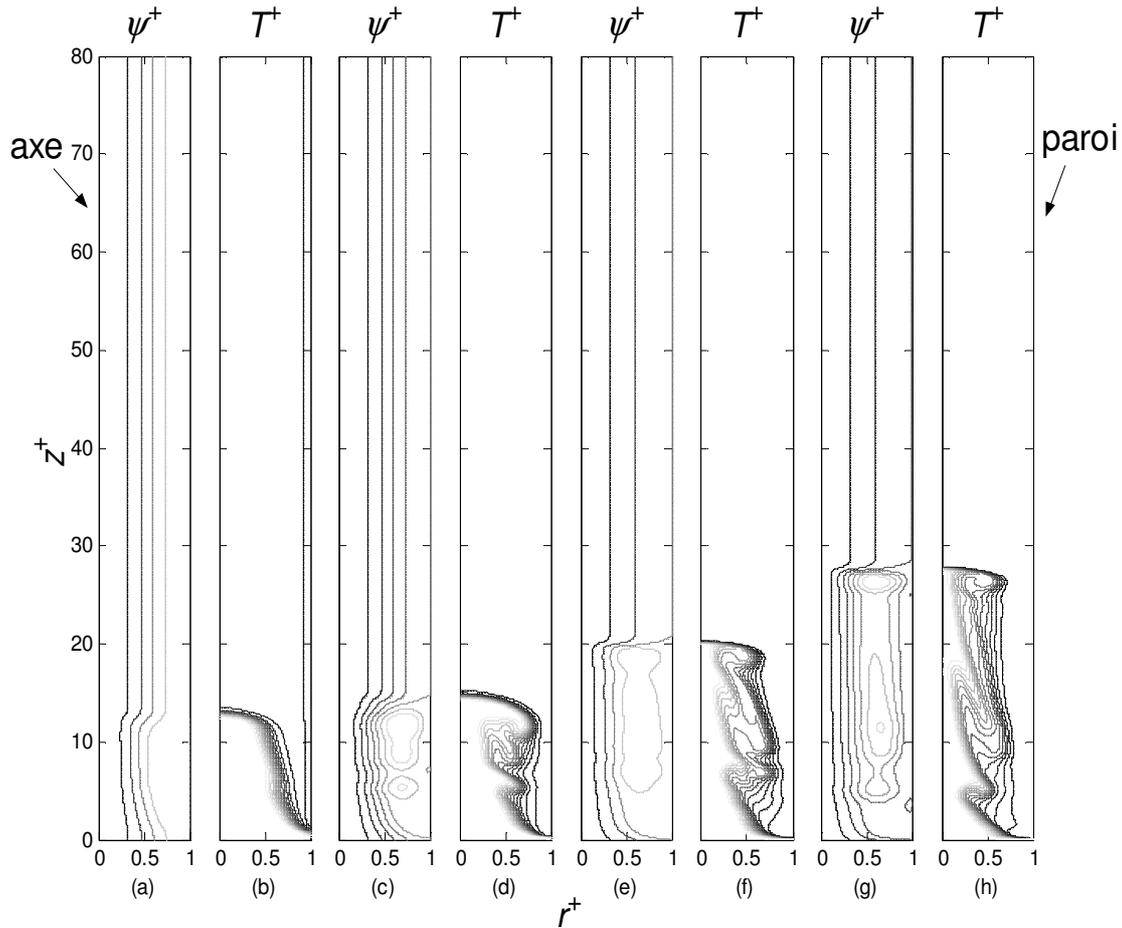


Figure II.11 Lignes de courant et isothermes le long du tube à $t = 5$ s pour $Re = 200$ et différents ΔT : (a) et (b) 2 °C, (c) et (d) 5 °C, (e) et (f) 10 °C et (g) et (h) 15 °C.

Il est intéressant par la suite d'analyser le transfert de chaleur à la paroi caractérisé par le nombre de Stanton (St) et les pertes de charge dans le conduit caractérisées par le coefficient de frottement pariétal (Cf).

Les figures II.12 et II.13 montrent les évolutions du nombre de Stanton et du coefficient de frottement pariétal en fonction de la direction axiale pour différents échelons de température positifs. Nous constatons que plus l'échelon de température est important plus l'échange de chaleur à la paroi et le coefficient de frottement sont faibles. De plus, l'apparition des zones de recirculation au voisinage de la paroi provoque une inversion du gradient de vitesse, donc le coefficient de frottement pariétal devient négatif.

Dans le cas du réchauffement du fluide, quel que soit l'échelon de température à l'entrée du tube, le transfert de chaleur à la paroi décroît rapidement dans la région d'entrée puis reste quasiment constant le long du tube.

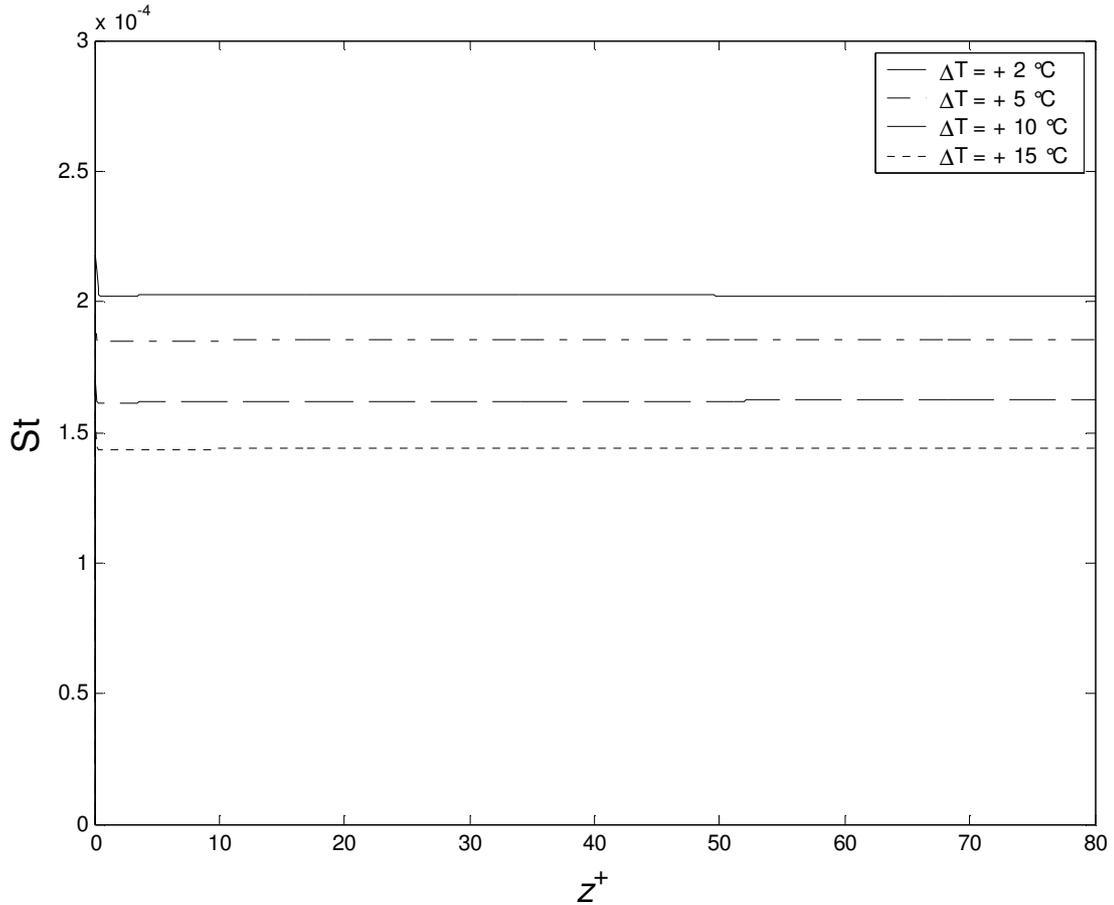


Figure II.12 : Evolution du nombre de Stanton pour $Re = 100$ et différents ΔT .

Le coefficient de frottement décroît et atteint rapidement une valeur asymptotique à mi-hauteur du tube pour des faibles échelons de température ($\Delta T < 5^\circ\text{C}$). Lorsque ΔT augmente, le coefficient de frottement pariétal évolue rapidement par rapport au cas du faible échelon de température. Ceci peut s'expliquer par le fait que le fluide chaud est convecté vers la sortie du tube plus rapidement que le fluide le moins chaud (Figure II.11).

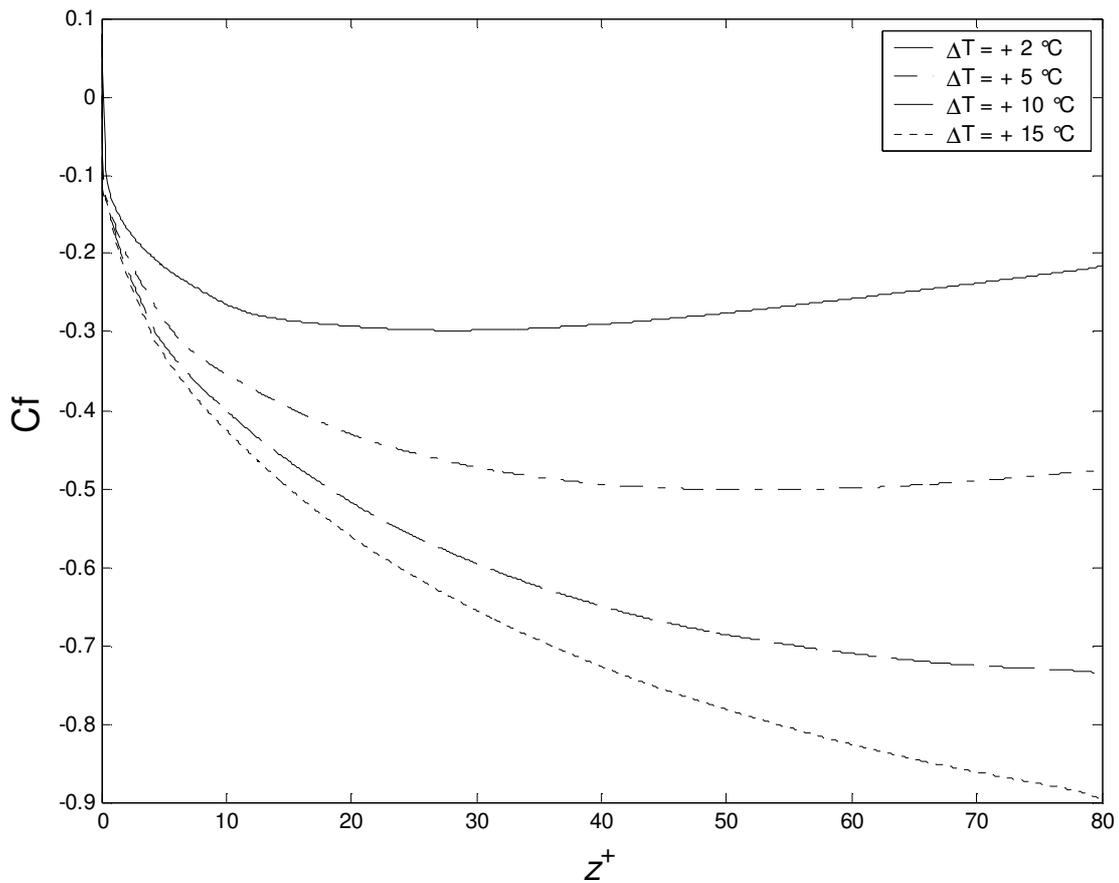


Figure II.13 : Evolution du coefficient de frottement pour $Re = 100$ et différents ΔT .

II.5.3 Influence de la vitesse débitante

Il est intéressant par la suite d'étudier l'influence de la vitesse débitante sur l'écoulement en convection mixte en régime variable. La figure II.14 représente les lignes de courant et les isothermes pour plusieurs nombres de Reynolds lorsqu'on applique un échelon de température positif à l'entrée du tube. Nous constatons que le vortex apparaît au voisinage de la paroi en amont de l'onde de perturbation.

Pour un faible nombre de Reynolds ($Re = 10$), l'écoulement est complètement instable dans la région d'entrée du tube. Ceci est dû à l'effet de la convection mixte transitoire. Lorsque le nombre de Reynolds augmente ($Re \geq 600$), on note également l'apparition d'un vortex secondaire au voisinage de la paroi. Le détachement des tourbillons provoque une forte perturbation des couches limites dynamique et thermique.

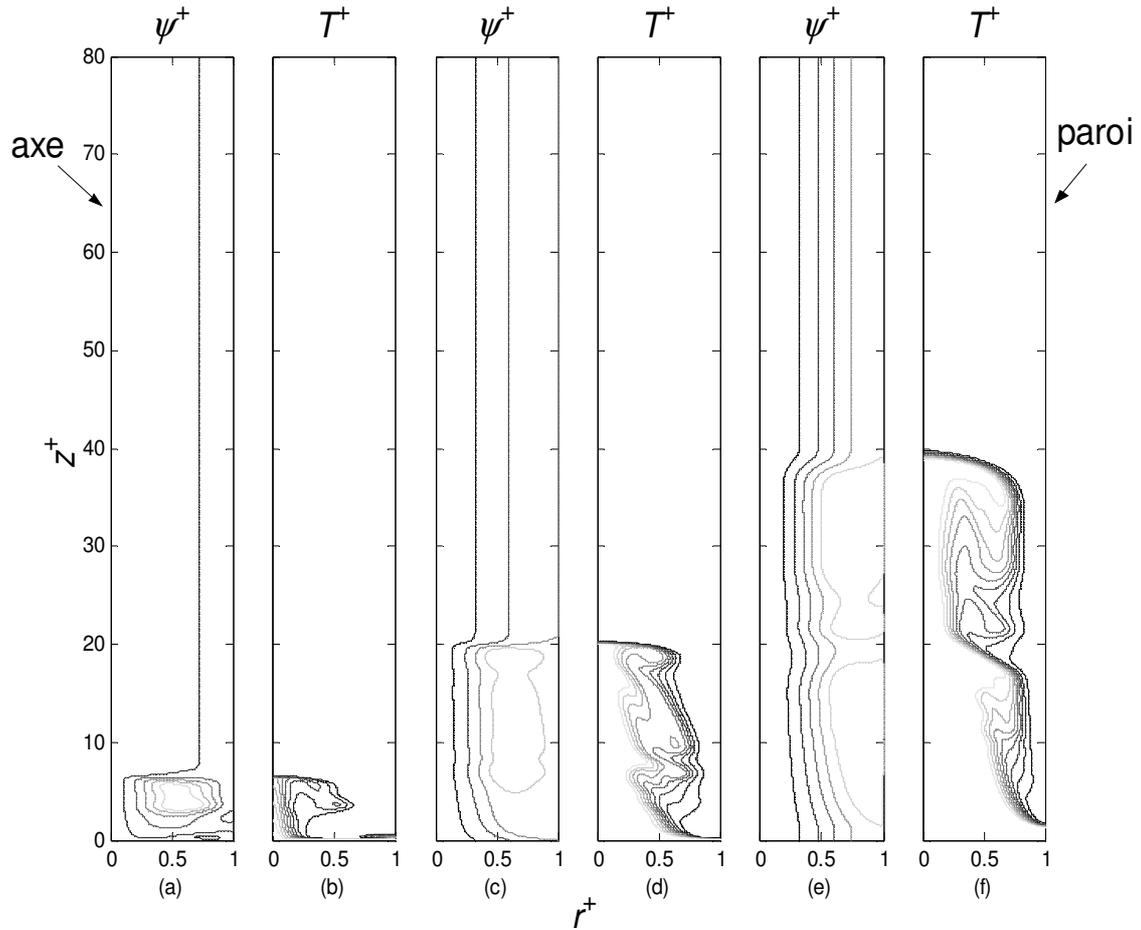


Figure II.14 Lignes de courant et isothermes le long du tube à $t = 5 \text{ s}$ pour $\Delta T = +10^\circ\text{C}$ et différents Re : (a) et (b) 10, (c) et (d) 200, (e) et (f) 600.

Dans les figures II.15 et II.16 les valeurs locales du coefficient de frottement pariétal et du nombre de Stanton sont tracées en fonction de la coordonnée axiale. On constate que pour des grands nombres de Reynolds le coefficient de frottement est positif dans la première moitié du tube. Cela est dû au fait qu'il n'y a plus de vitesses négatives dans cette partie du tube et, par conséquent, ni zones de recirculation. L'effet de la convection forcée est prédominant. De ce fait, l'écoulement devient plus stable que le cas avec des faibles nombres de Reynolds.

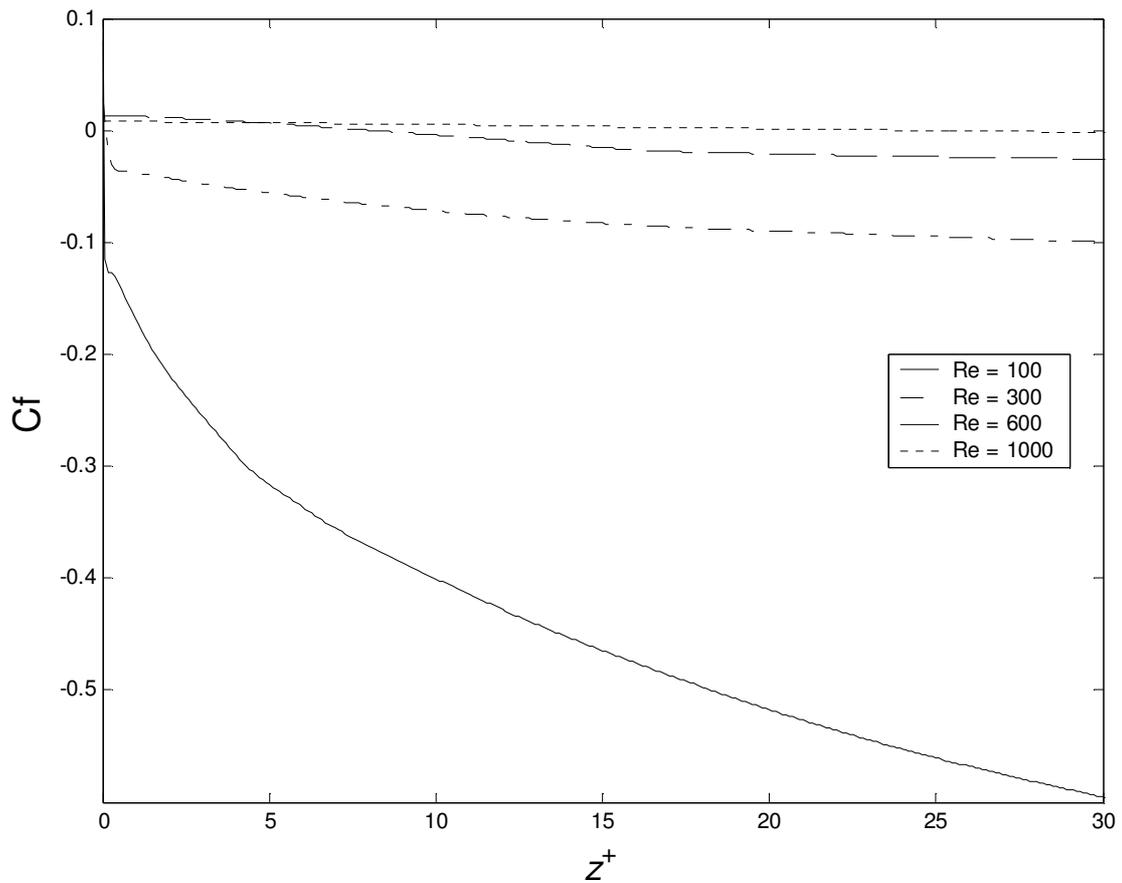


Figure II.15 : Evolution du coefficient de frottement pour $\Delta T = +10^\circ C$ et différents Re .

En ce qui concerne l'échange de chaleur avec l'air ambiant, nous constatons que le nombre de Stanton augmente lorsque le nombre de Reynolds diminue. Cela veut dire que pour des faibles vitesses le transfert de chaleur à la paroi est important.

L'étude montre que l'effet de la vitesse débitante à l'entrée du tube joue un rôle prépondérant sur la stabilité de l'écoulement laminaire en convection mixte et, par conséquent, sur le transfert de chaleur à la paroi et sur le frottement pariétal.

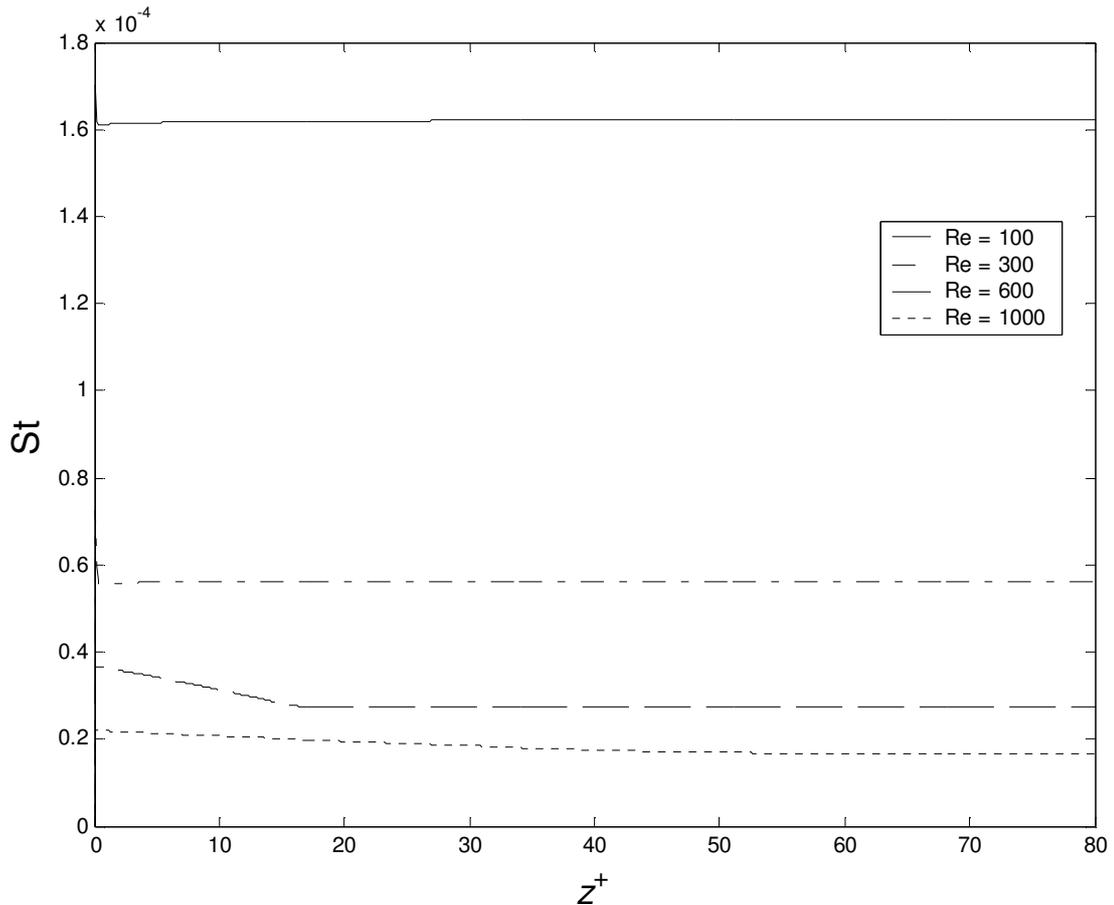


Figure II.16 : Evolution du nombre de Stanton pour $\Delta T = +10^\circ\text{C}$ et différents Re .

II.5.4 Influence du coefficient d'échange convectif

Afin d'être le plus complet possible dans notre étude nous avons analysé l'influence du coefficient d'échange convectif sur le transfert de chaleur vers l'extérieur.

A titre d'exemple, la figure II.17 montre l'évolution de la température de paroi pour plusieurs coefficients d'échange thermique. On constate que la température de paroi est plus grande pour des faibles coefficients de transfert thermique. De plus, pour des grands coefficients d'échange thermique, la température de paroi atteint une valeur quasi-constante dès l'entrée.

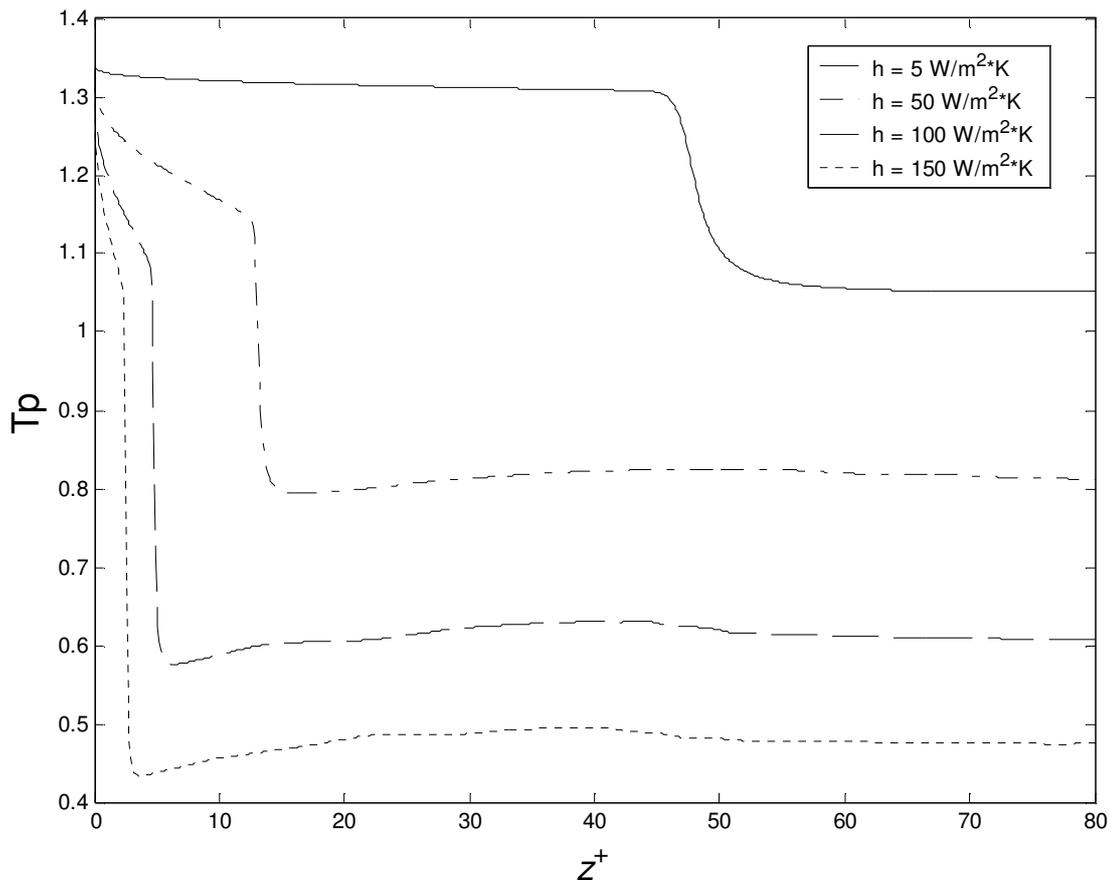


Figure II.17 : Température de paroi à $t = 60 \text{ s}$ pour $Re = 1000$, $\Delta T = +10^\circ\text{C}$ et différents h .

En concordance avec la température de paroi, la figure II.18 montre que le transfert de chaleur vers l'extérieur est plus important lorsque le coefficient d'échange convectif est important.

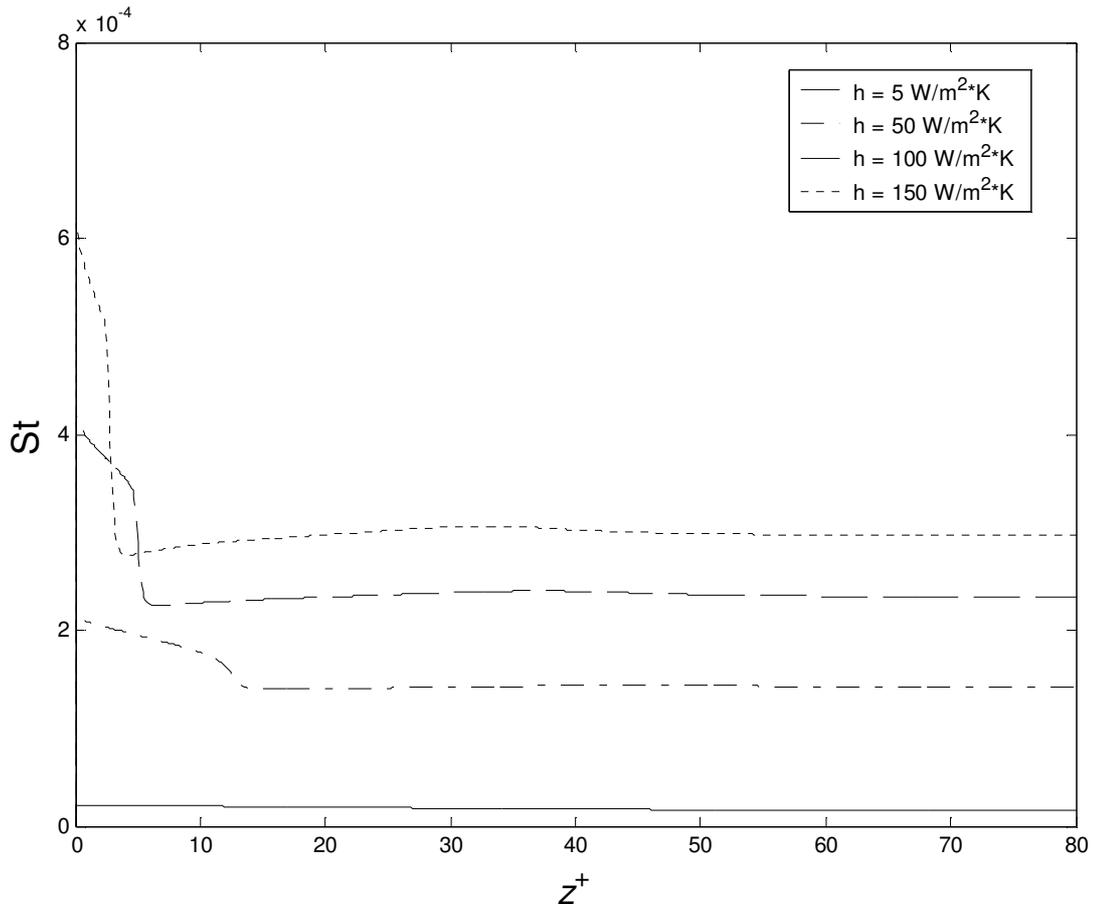


Figure II.18 : Evolution du nombre de Stanton pour $Re = 1000$, $\Delta T = +10^\circ C$ et différents h .

II.5.5 Etude de stabilité de l'écoulement

Jusqu'à maintenant nous avons observé l'influence de l'échelon de température, de la vitesse débitante et du coefficient d'échange convectif sur l'écoulement laminaire en convection mixte.

Un autre paramètre qui joue un rôle important dans l'étude de stabilité de l'écoulement laminaire en convection mixte est la température initiale du fluide.

La figure II.19 montre l'évolution du profil de vitesse axiale dans une section droite à $z = 200 \text{ mm}$, ceci pour différentes valeurs de la température d'entrée du fluide (T_e) variant de 30 à 50 °C. La distorsion du profil de vitesse est plus importante dans le cas de la température initiale du fluide la plus chaude ($T_e = 50^\circ C$) que dans celui de la température la moins chaude ($T_e = 30^\circ C$). Ceci est dû au fait que la masse volumique du fluide chaud est moins importante

et que, sous l'effet de la gravité, l'écoulement décélère au voisinage de la paroi. La décélération de l'écoulement peut entraîner un phénomène de recirculation donc d'instabilité.

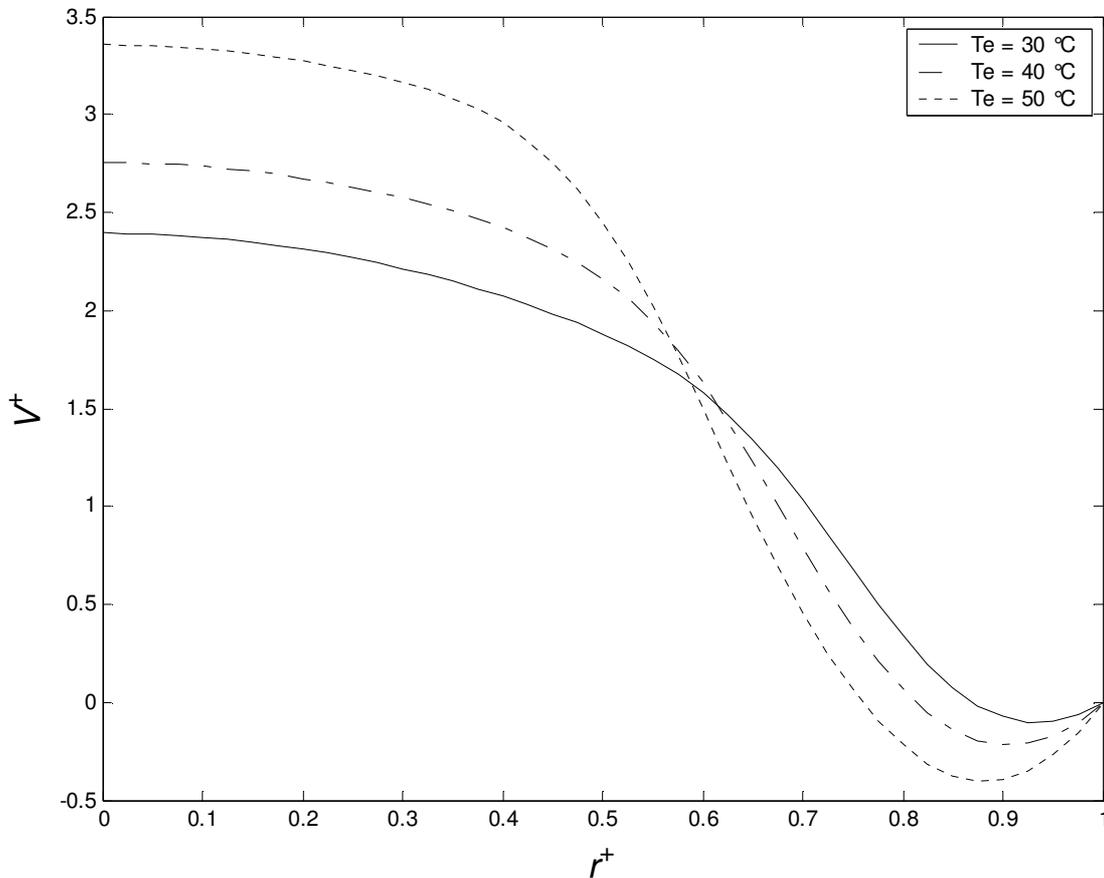


Figure II.19 : Profil de vitesse axiale à $z = 200\text{ mm}$ pour $Re = 1000$, $t = 10\text{ s}$, $\Delta T = +15^\circ\text{C}$ et différentes T_e .

Pendant la phase transitoire, des phénomènes d'instabilité apparaissent dus à l'échelon de température appliqué à l'entrée du tube, à la vitesse débitante ou à la température initiale du fluide. Pour cela nous avons réalisé une série de simulations numériques qui couvre un domaine assez large dans le diagramme $Pe - Ri$. En fait, nous avons utilisé trois températures initiales du fluide (30°C , 40°C et 50°C) avec des nombres de Reynolds entre 10 et 1000 et des échelons de température à l'entrée du tube entre $+2^\circ\text{C}$ et $+15^\circ\text{C}$.

A partir de ces expériences numériques, nous avons établi le diagramme de stabilité de l'écoulement (Figure II.20) afin de mettre en évidence le nombre de Richardson critique auquel les instabilités apparaissent.

Nous avons défini l'origine des instabilités comme l'apparition d'un point d'inflexion dans le profil de vitesse axiale sur une section.

Nous avons constaté que pour Pe inférieur à 1000, l'effet de la convection naturelle est prédominant. Alors, l'écoulement devient instable. De plus, nous avons mis en évidence un nombre de Richardson critique, autour de l'unité, au-delà duquel l'écoulement est toujours instable. Pour des faibles nombres de Richardson $Ri < 1$, l'écoulement est toujours stable.

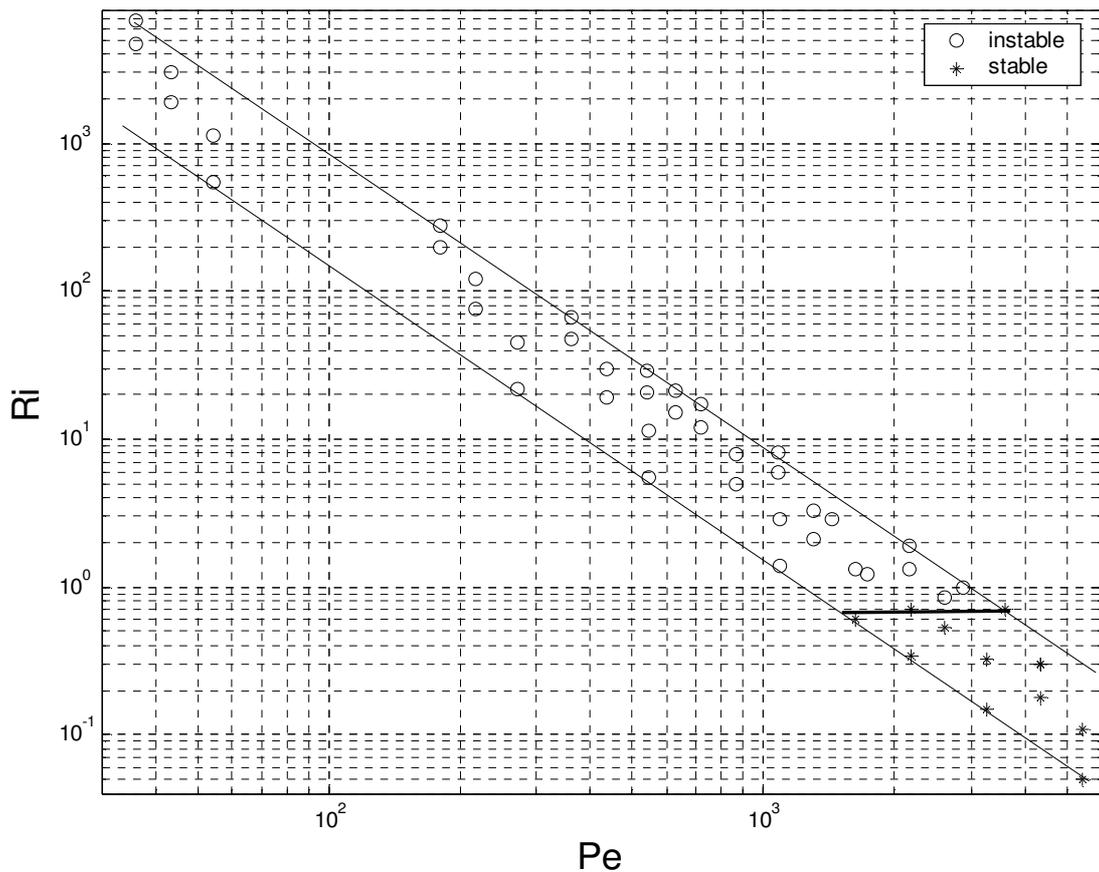


Figure II.20 : Diagramme de stabilité de l'écoulement pour $\Delta T > 0$.

Afin de caractériser le comportement de l'écoulement en convection mixte transitoire, nous avons mis en évidence un temps caractéristique (t_c) à partir duquel les zones d'instabilités apparaissent. La figure II.21 représente l'évolution de ce temps caractéristique en fonction du nombre de Richardson (Ri) pour différents échelons de température appliqués à l'entrée du tube. Ce résultat montre que l'écoulement devient rapidement instable lorsque Ri augmente.

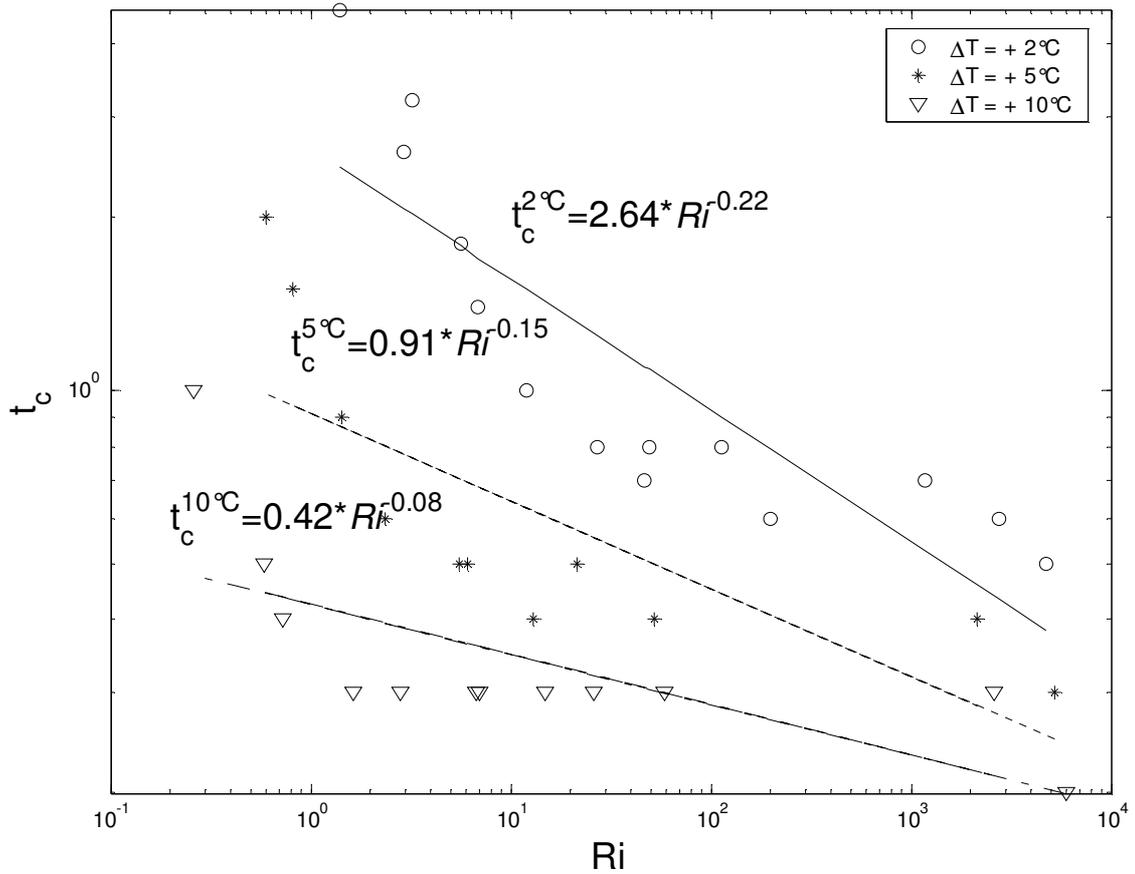


Figure II.21. : Evolution du temps caractéristique pour $\Delta T > 0$.

Les équations (II.40), (II.41) et (II.42) représentent la corrélation de t_c en fonction de Ri pour différents échelons de température imposé à l'entrée du tube (par exemple 2, 5 et 10 °C).

$$t_c^{2^\circ C} = 2,6407 Ri^{-0,2278} \quad (\text{II.40})$$

$$t_c^{5^\circ C} = 0,913 Ri^{-0,1524} \quad (\text{II.41})$$

$$t_c^{10^\circ C} = 0,4252 Ri^{-0,087} \quad (\text{II.42})$$

De plus, on constate que le temps caractéristique d'apparition des instabilités est plus faible pour des grands échelons de température.

II.6 ÉCHELON NEGATIF DE TEMPERATURE ($\Delta T < 0$)

Dans le cas du refroidissement nous avons effectué des simulations numériques pour l'eau à une température initiale de 50 °C avec la température de l'air ambiant de 20 °C.

Pour observer l'influence de l'échelon de température (ΔT) appliqué à l'entrée du tube sur l'écoulement laminaire en convection mixte, nous l'avons fait varier entre -2°C et -15°C . De plus, pour mieux analyser l'écoulement laminaire en convection mixte nous avons fait varier la vitesse débitante entre $5,5 \cdot 10^{-4}$ m/s et $5,5 \cdot 10^{-2}$ m/s afin que le nombre de Reynolds puisse prendre des valeurs entre 10 et 1000. Nous avons aussi fait varier le coefficient de convection thermique entre $5 \text{ W/m}^2\text{K}$ et $150 \text{ W/m}^2\text{K}$.

II.6.1 Evolution temporelle des lignes de courant et des isothermes

Lorsqu'on applique un échelon de température négatif à l'entrée du tube le fluide freine au centre et, en même temps, pour garder la conservation de la masse globale du fluide il accélère au voisinage de la paroi.

La figure II.22 montre d'une part une stratification de la température du fluide durant toute la phase transitoire et d'autre part l'apparition de l'oscillation de la ligne de courant dans la partie centrale du tube. De plus, nous constatons qu'une zone de recirculation apparaît au voisinage de la paroi lorsque le temps augmente. Dans ce cas, on note que le vortex se manifeste en aval de l'onde de perturbation. L'interaction entre les couches limites chaude et froide se produit beaucoup plus tard par rapport au cas du réchauffement. Ceci peut s'expliquer par l'arrivée du fluide froid dont la masse volumique est plus importante que celle du fluide chaud.

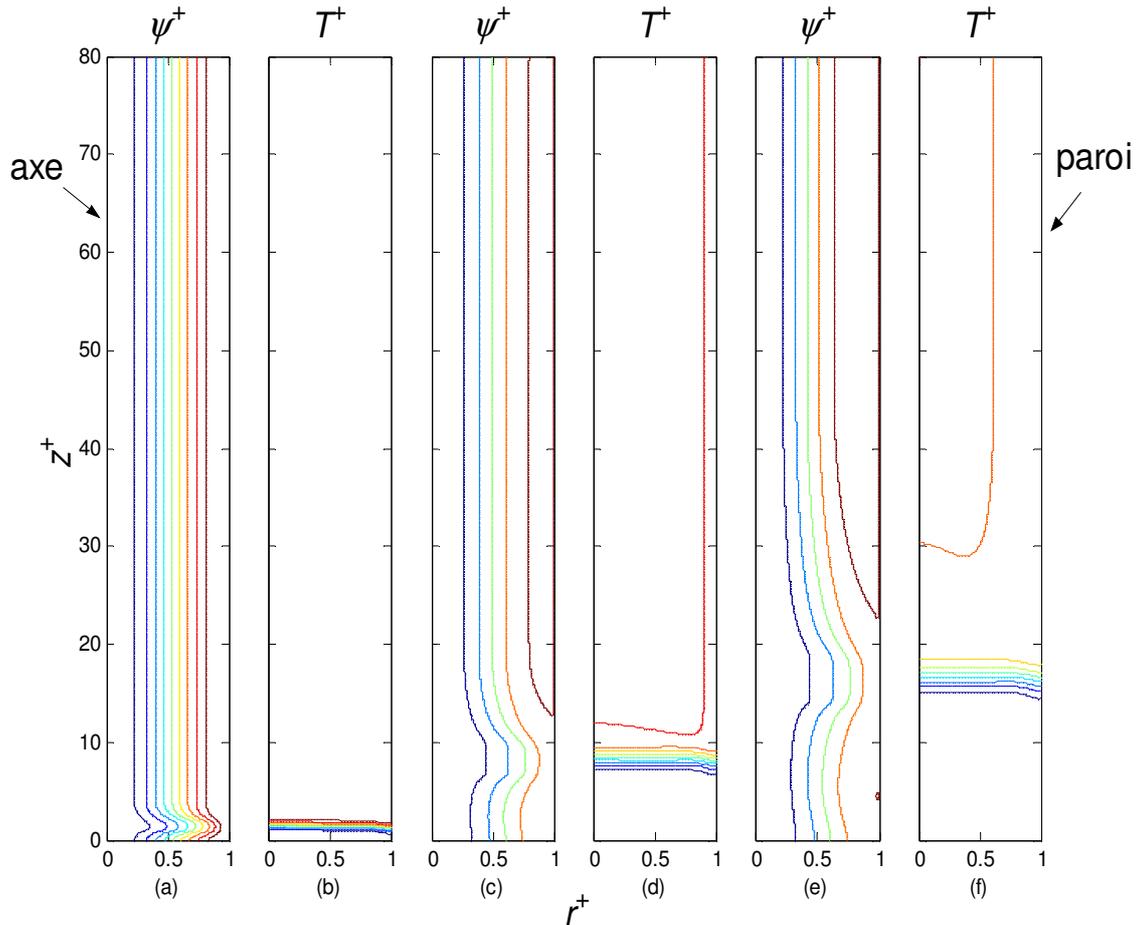


Figure II.22 : Evolution temporelle des lignes de courant et des isothermes le long du tube pour $Re = 50$, $\Delta T = -15^\circ C$ et différents instants : (a) et (b) à 5 s, (c) et (d) à 30 s, (e) et (f) à 60 s.

Afin de mieux visualiser le comportement transitoire de l'écoulement laminaire en convection mixte nous avons observé les profils de vitesse et de température à une hauteur de 200 mm.

Durant les cinq premières secondes, le profil de vitesse est quasiment parabolique et celui de la température est presque uniforme (Figures II.23 et II.24). Lorsque le temps augmente, la vitesse axiale atteint son maximum au centre du tube à 30 secondes puis son minimum à 60 secondes. Au delà de 60 secondes, le profil de vitesse axiale retrouve lentement son profil initial.

Il est intéressant de noter dans le cas du refroidissement que l'oscillation de l'écoulement due à l'interaction du fluide froid avec le fluide chaud peut conduire à une inversion du profil de vitesse.

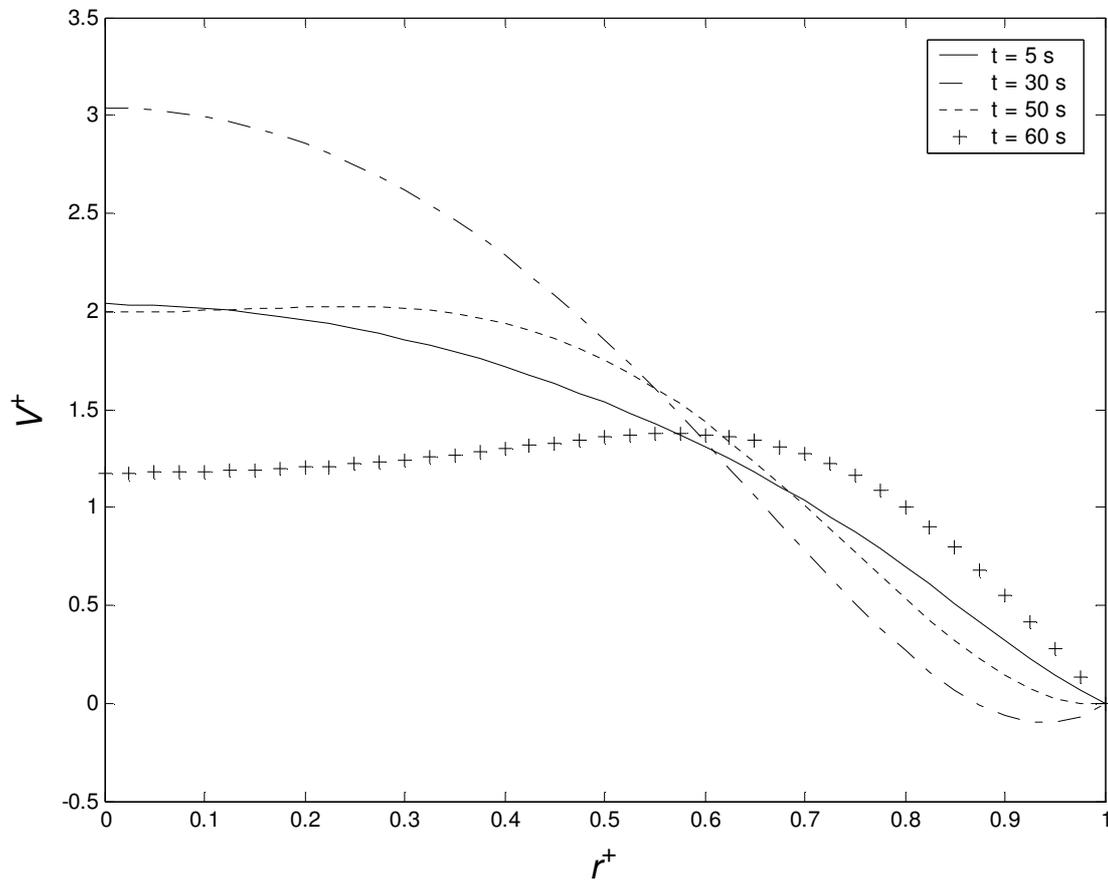


Figure II.23 : Profil de vitesse axiale à $z = 200 \text{ mm}$, pour $Re = 50$, $\Delta T = -15^\circ\text{C}$ et différents instants.

Dans la figure II.24 on observe qu'à partir de 30 secondes la température au centre commence à baisser de manière régulière. De plus, au voisinage de la paroi le profil de température présente un fort gradient dû au fait que le fluide plus chaud se trouve près de la paroi.

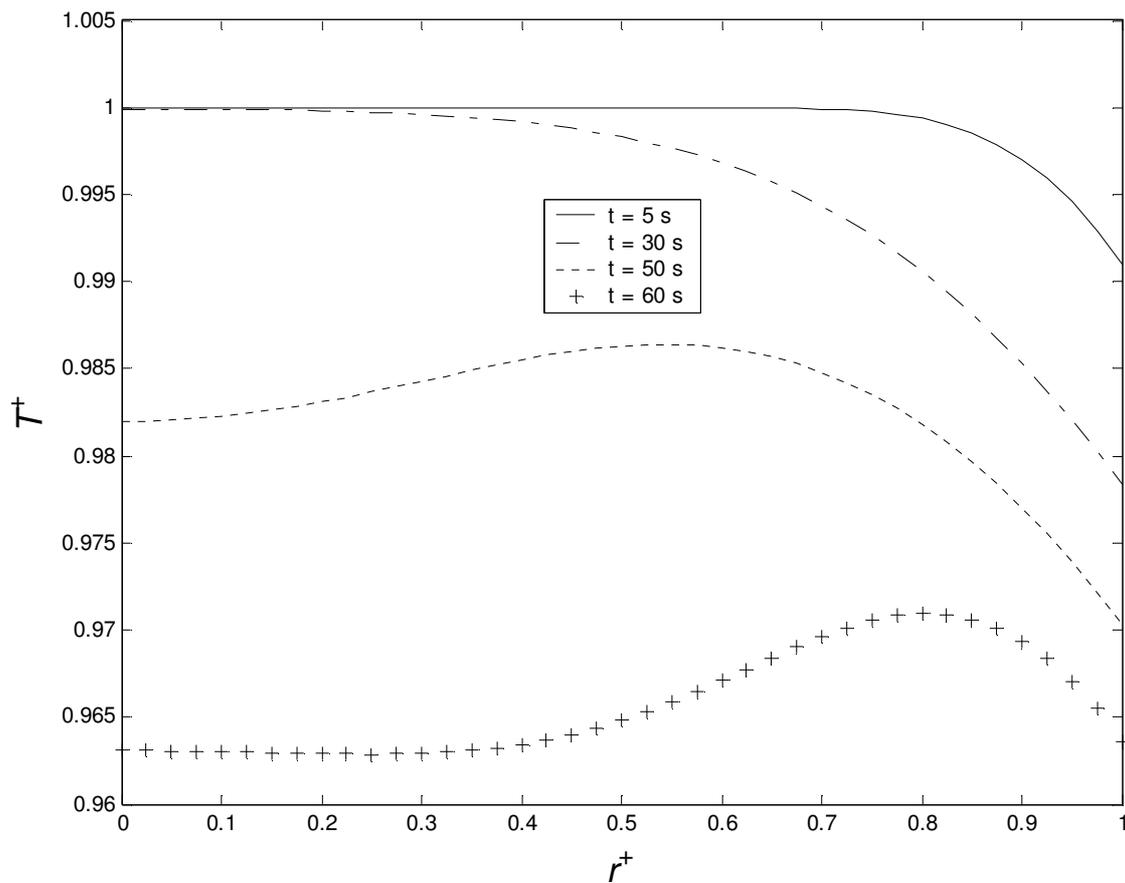


Figure II.24 : Profil de température à $z = 200$ mm, pour $Re = 50$, $\Delta T = -15^\circ C$ et différents instants.

II.6.2 Influence de l'échelon de température

La figure II.25 représente l'évolution du profil de vitesse axiale à une hauteur de 600 mm pour différents échelons négatifs de température. Contrairement au cas avec l'échelon de température positif, l'écoulement accélère près de la paroi et en même temps décélère dans la partie centrale du tube pour garder la conservation totale de la masse du fluide. On observe aussi que l'accélération du fluide au voisinage de la paroi est plus importante pour de grands échelons.

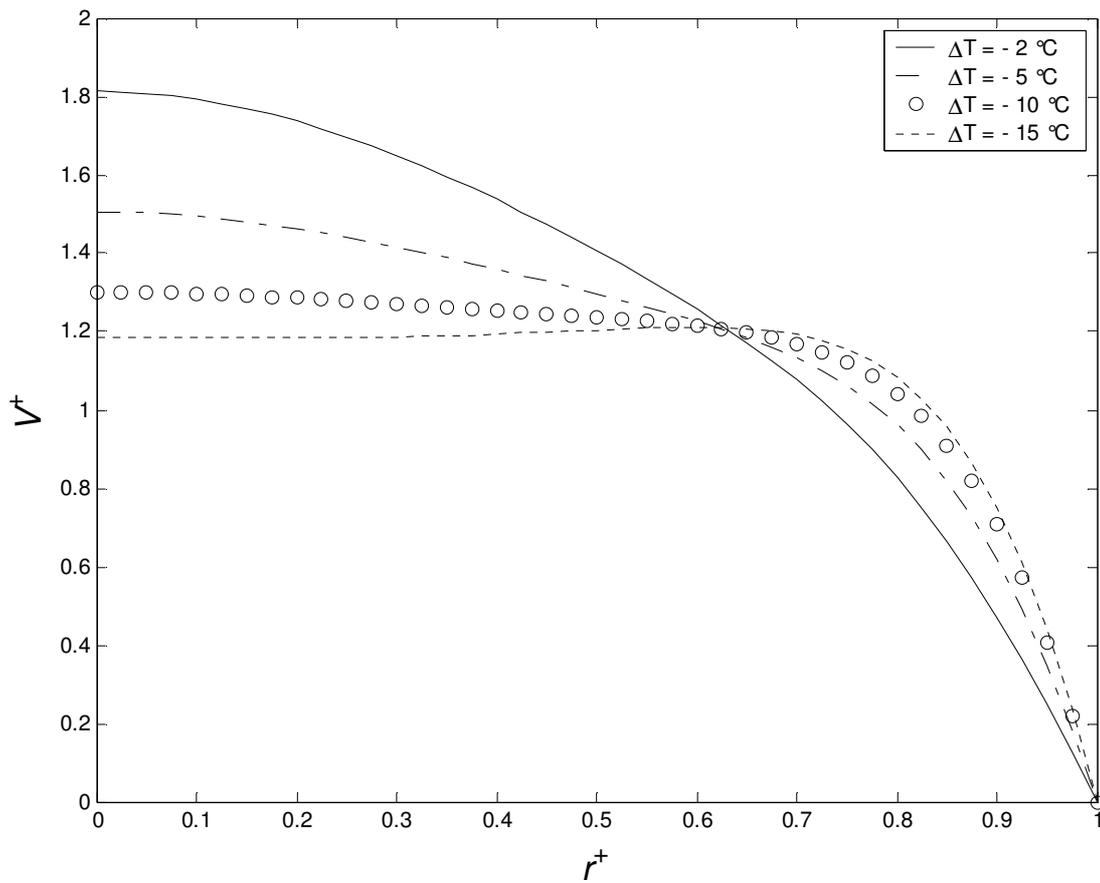


Figure II.25 : Profil de vitesse axiale à $z = 600 \text{ mm}$ pour $Re = 200$, $t = 60 \text{ s}$ et différents ΔT .

Du point de vue thermique, on constate que le profil de température est quasi-uniforme pour des faibles échelons (Figure II.26). Dans le cas des grands échelons on note l'existence d'un gradient de température du fluide près de la paroi. Ceci est dû à l'accélération de l'écoulement comme la montre la figure II.25.

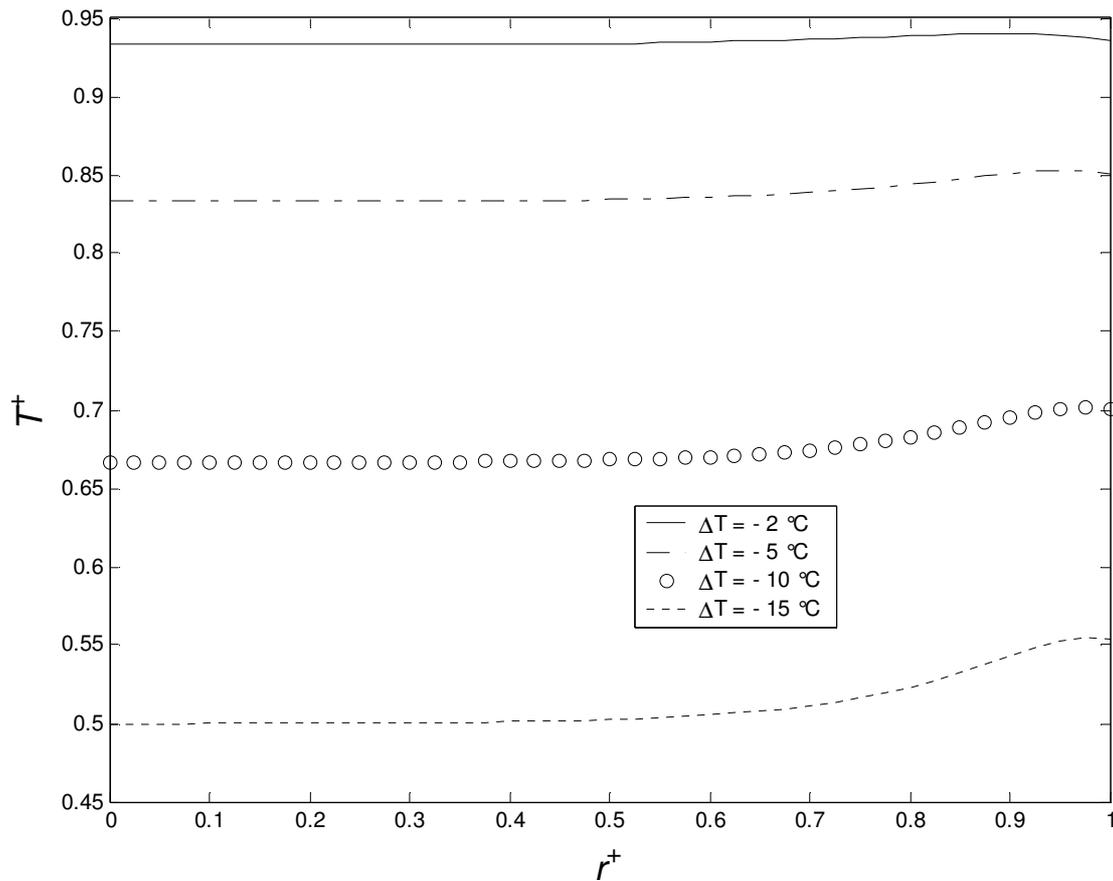


Figure II.26 : Profil de température à $z = 600 \text{ mm}$ pour $Re = 200$, $t = 60 \text{ s}$ et différents ΔT .

La figure II.27 représente les lignes de courant et les isothermes pour différents échelons de température négatifs. Contrairement au cas avec les échelons de température positifs, quelle que soit la valeur de l'échelon de température négatif la perturbation se propage vers la sortie avec la même vitesse. On constate également une oscillation de la ligne de courant et une stratification de la température du fluide. La perturbation des couches limites dynamique et thermique est moins importante par rapport au cas du réchauffement.

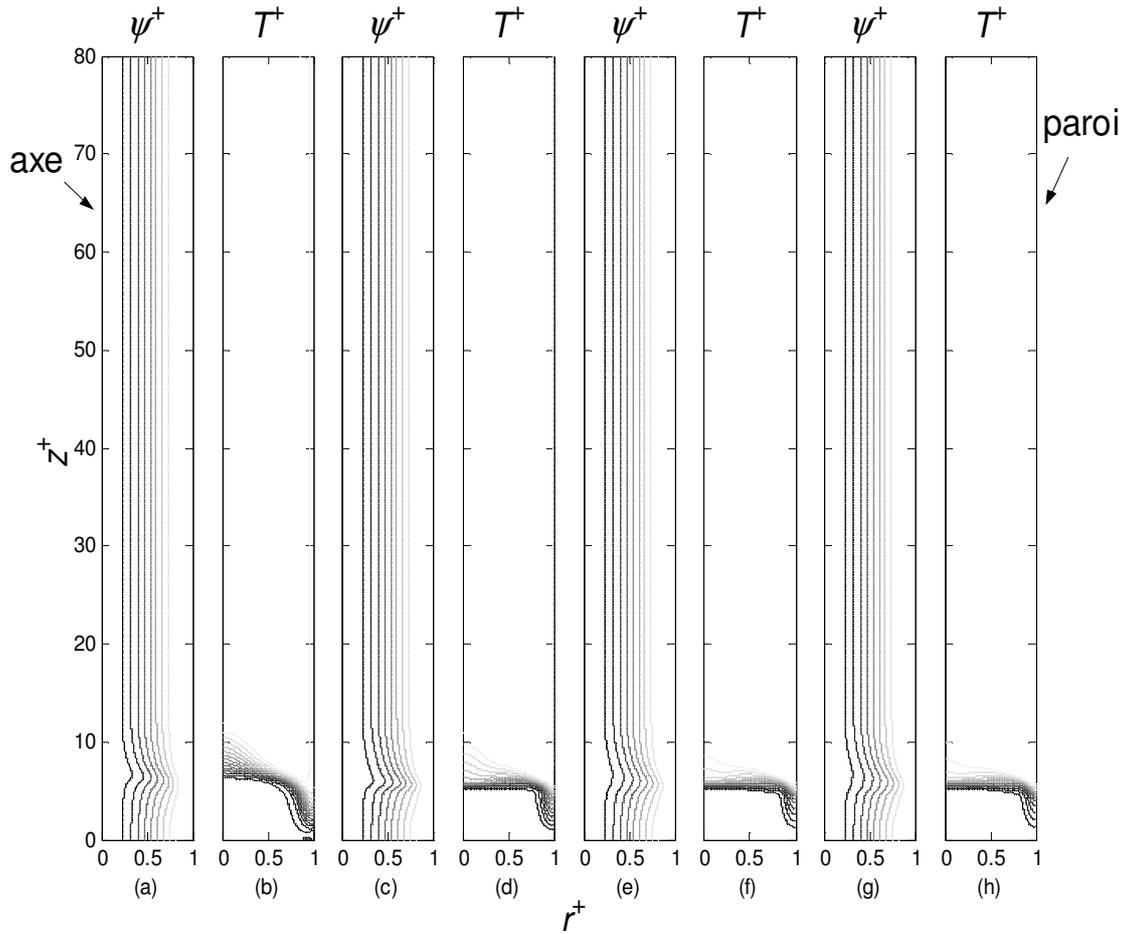


Figure II.27 Lignes de courant et isothermes le long du tube à $t = 5$ s pour $Re = 200$ et pour différents ΔT : (a) et (b) à -2 °C, (c) et (d) -5 °C, (e) et (f) -10 °C et (g) et (h) -15 °C.

De plus, l'accélération de l'écoulement au voisinage de la paroi conduit à une augmentation du transfert de chaleur à la paroi (Figure II.28). Nous constatons également que le nombre de Stanton est fortement augmenté à mi-hauteur du tube et que le transfert de chaleur est élevé pour des grands échelons de température.

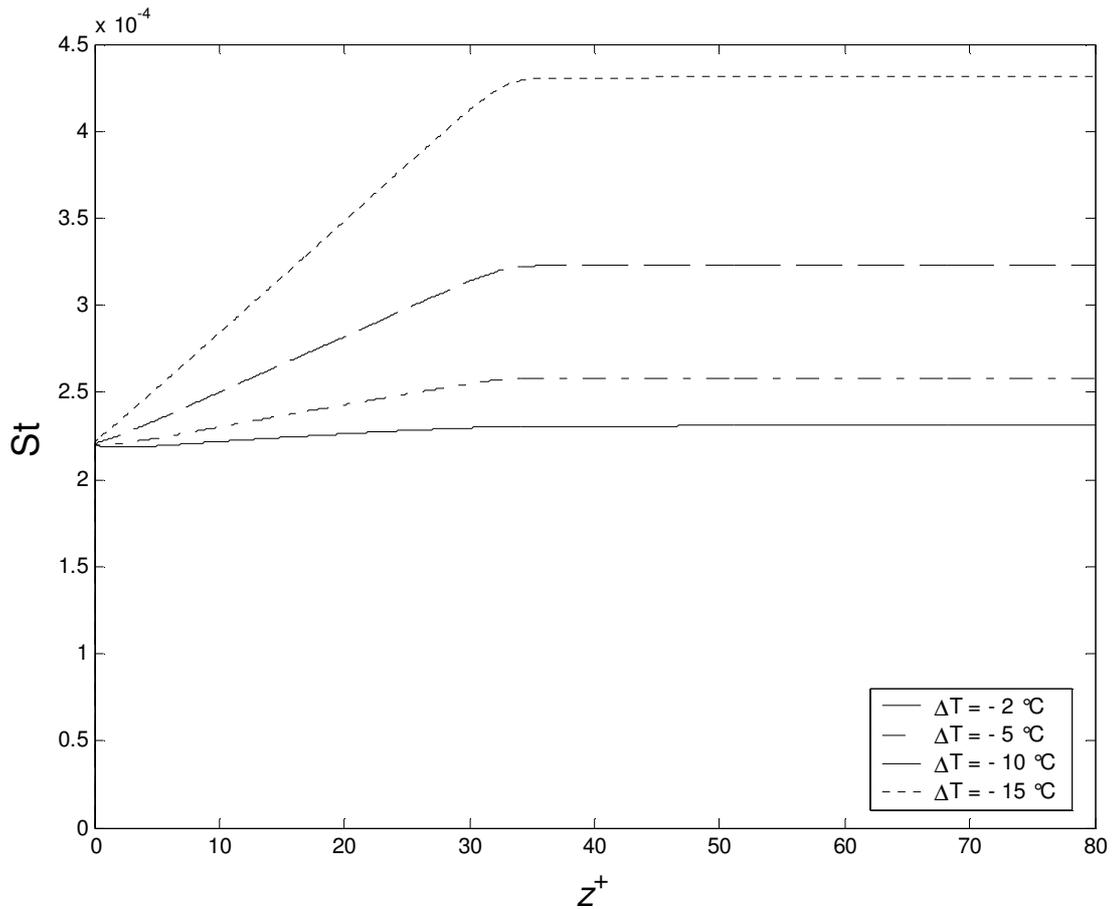


Figure II.28 : Evolution du nombre de Stanton pour $Re = 100$ et différents ΔT .

Dans la figure II.29 on observe que le coefficient de frottement pariétal est élevé pour de grands échelons. Il représente aussi un optimum qui est dû au phénomène d'oscillation de l'écoulement. Dans la deuxième moitié du tube, on constate que le coefficient de frottement est négatif pour des faibles échelons, ce qui montre l'existence des zones de recirculation.

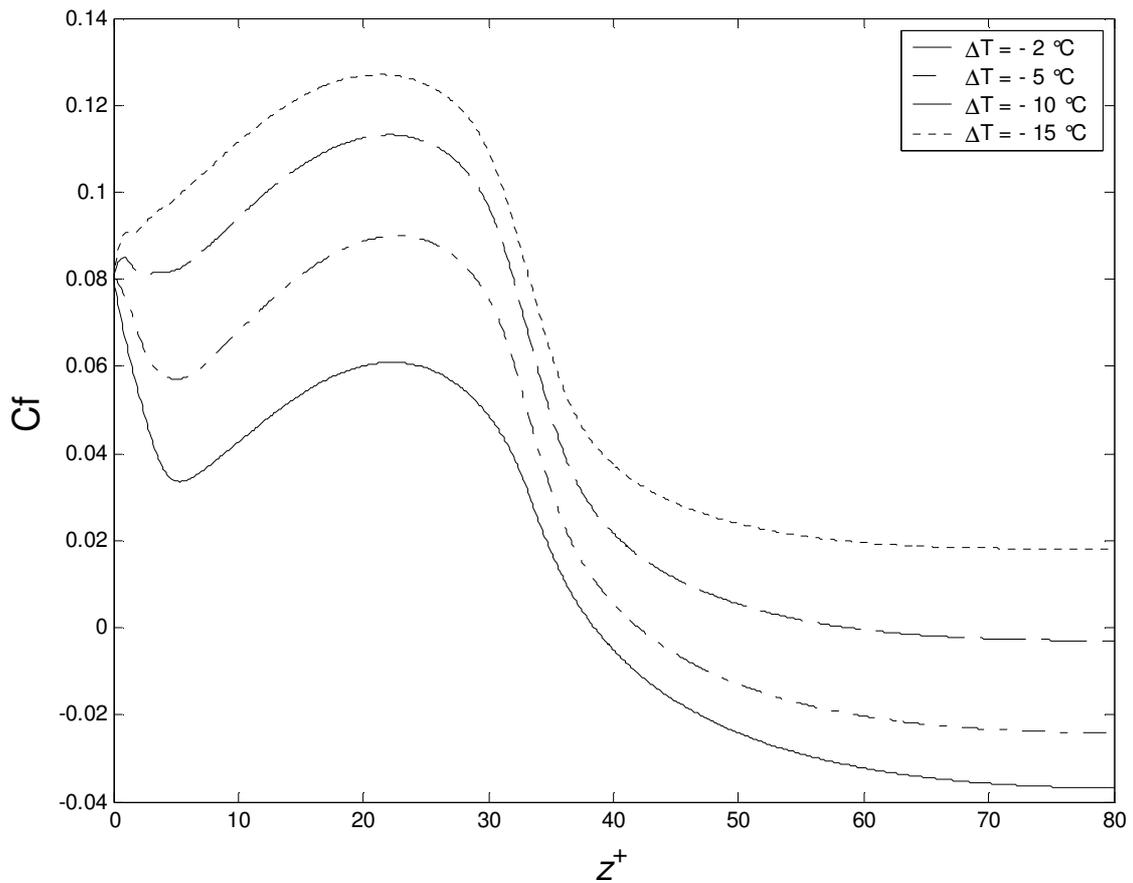


Figure II.29 : Evolution du coefficient de frottement pour $Re = 100$ et différents ΔT .

II.6.3 Influence de la vitesse débitante

En ce qui concerne l'influence de la vitesse débitante sur l'écoulement en convection mixte, lorsqu'on applique un échelon de température négatif, on constate que, quel que soit le nombre de Reynolds utilisé, il y a toujours une stratification du champ thermique, ainsi qu'une oscillation de la ligne de courant.

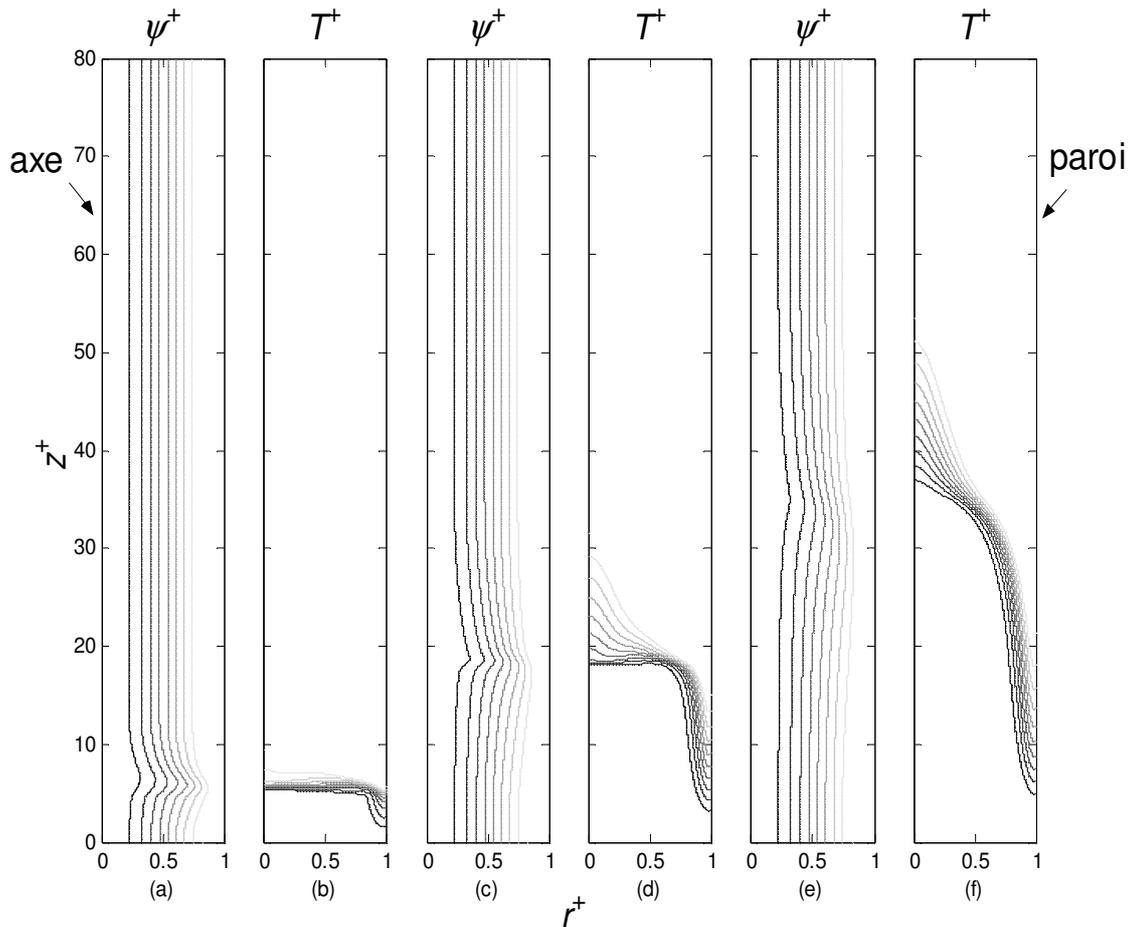


Figure II.30 : Lignes de courant et isothermes le long du tube à $t = 5$ s pour $\Delta T = -10^\circ\text{C}$ et différents Re : (a) et (b) 200, (c) et (d) 600, (e) et (f) 1000.

Dans la figure II.31 nous constatons que le nombre de Stanton augmente le long du tube et que le transfert de chaleur est important pour des faibles vitesses débitantes.

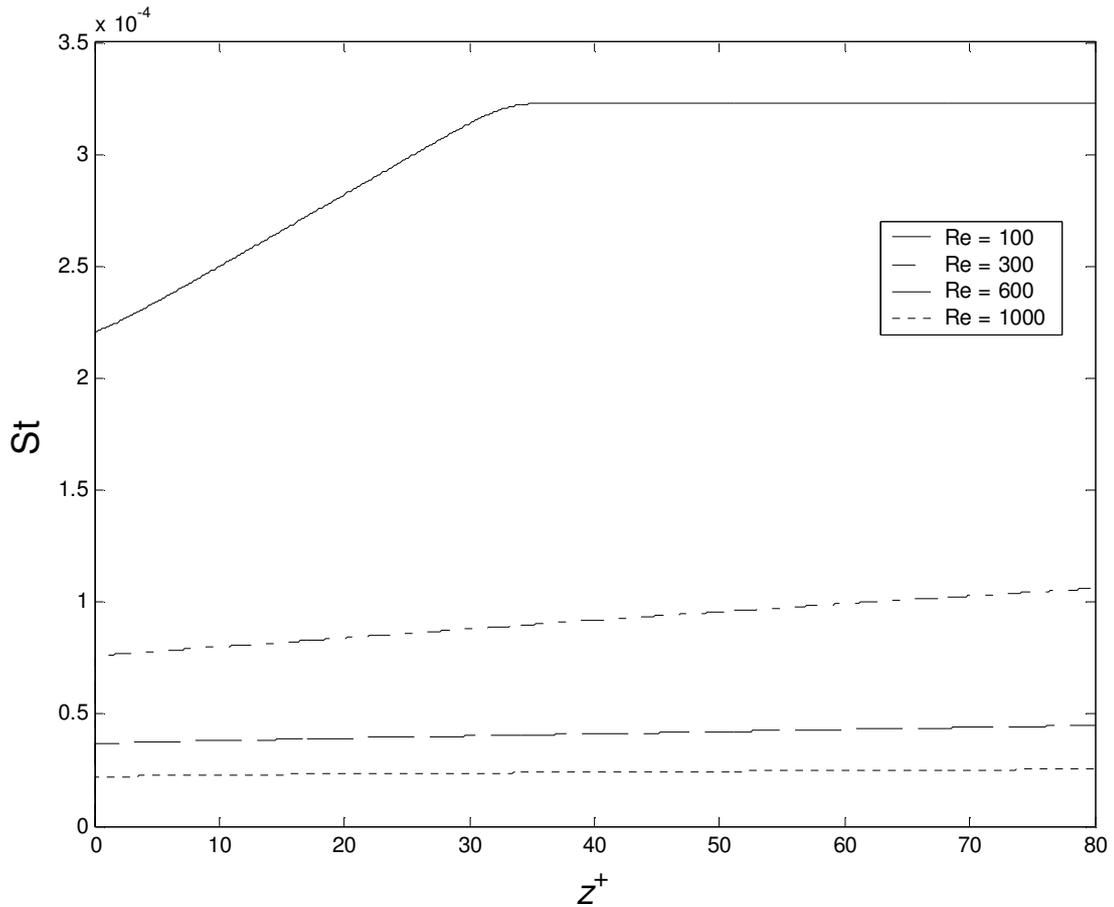


Figure II.31 : Evolution du nombre de Stanton pour $\Delta T = -10^\circ\text{C}$ et différents Re .

Lorsqu'on observe l'évolution du coefficient de frottement pariétal suivant la direction axiale (Figure II.32), on constate qu'il prend des valeurs négatives pour des faibles nombres de Reynolds. Ceci est dû à l'apparition d'une zone de recirculation près de la paroi dans la deuxième moitié du tube.

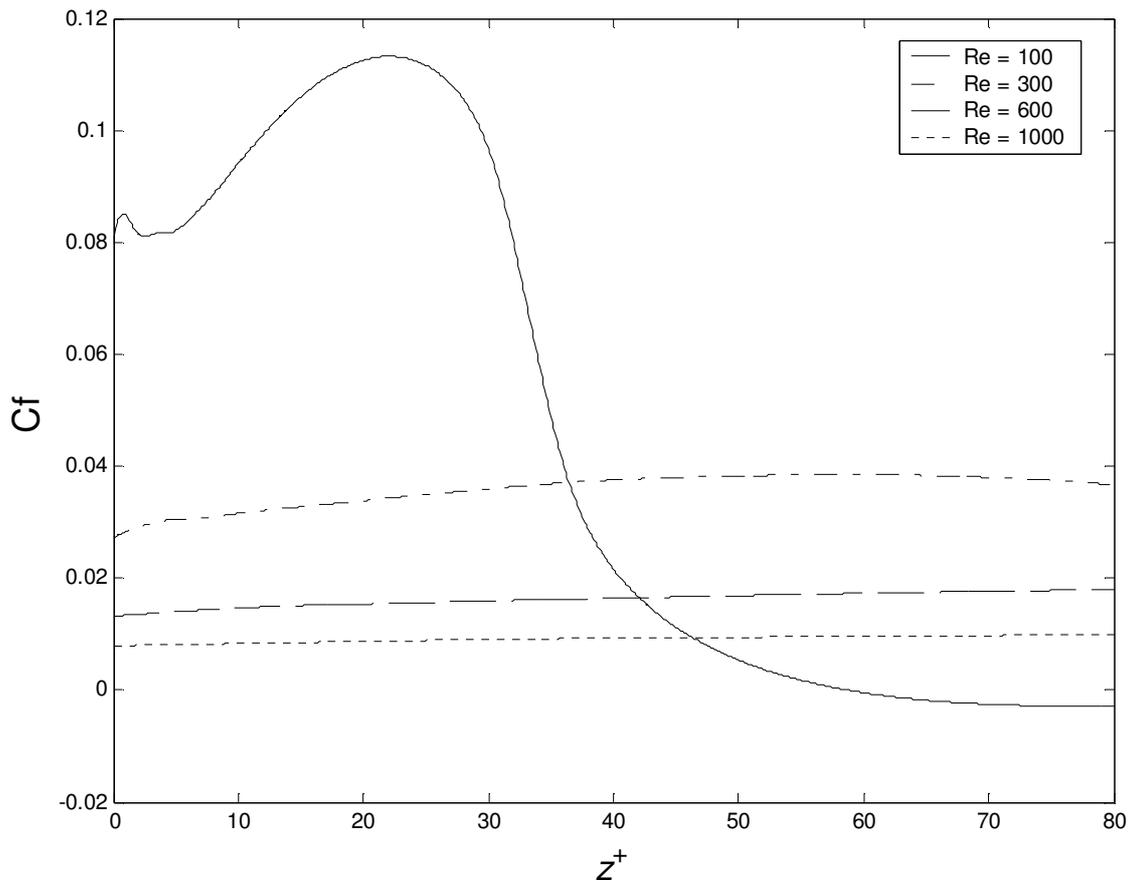


Figure II.32 : Evolution du coefficient de frottement pour $\Delta T = -10^\circ\text{C}$ et différents Re .

II.6.4 Influence du coefficient d'échange convectif

Nous avons fait varier le coefficient d'échange convectif entre 5 et 150 $\text{W}/\text{m}^2\text{K}$ afin de caractériser son influence sur le transfert de chaleur vers l'extérieur.

Après une perturbation à l'entrée du tube, la température de paroi diminue brusquement dans la région d'entrée à cause de l'arrivée du fluide froid, puis elle augmente le long du tube. De plus, la température de paroi diminue quand le coefficient d'échange convectif augmente.

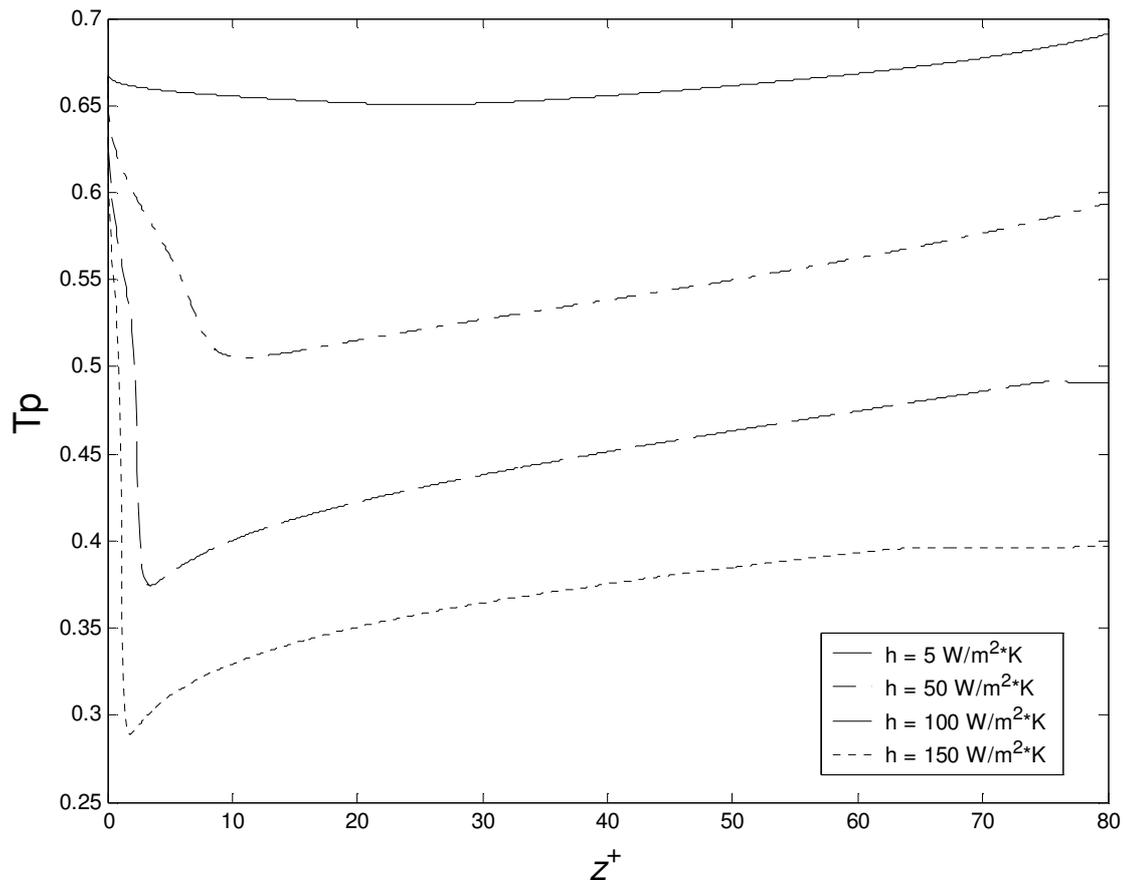


Figure II.33 : Température de paroi à $t = 60 \text{ s}$ pour $Re = 300$, $\Delta T = -10^\circ\text{C}$ et différents h .

En concordance avec le résultat précédent, dans la figure II.34, on remarque que le transfert de chaleur vers l'extérieur augmente pour des grands coefficients d'échange.

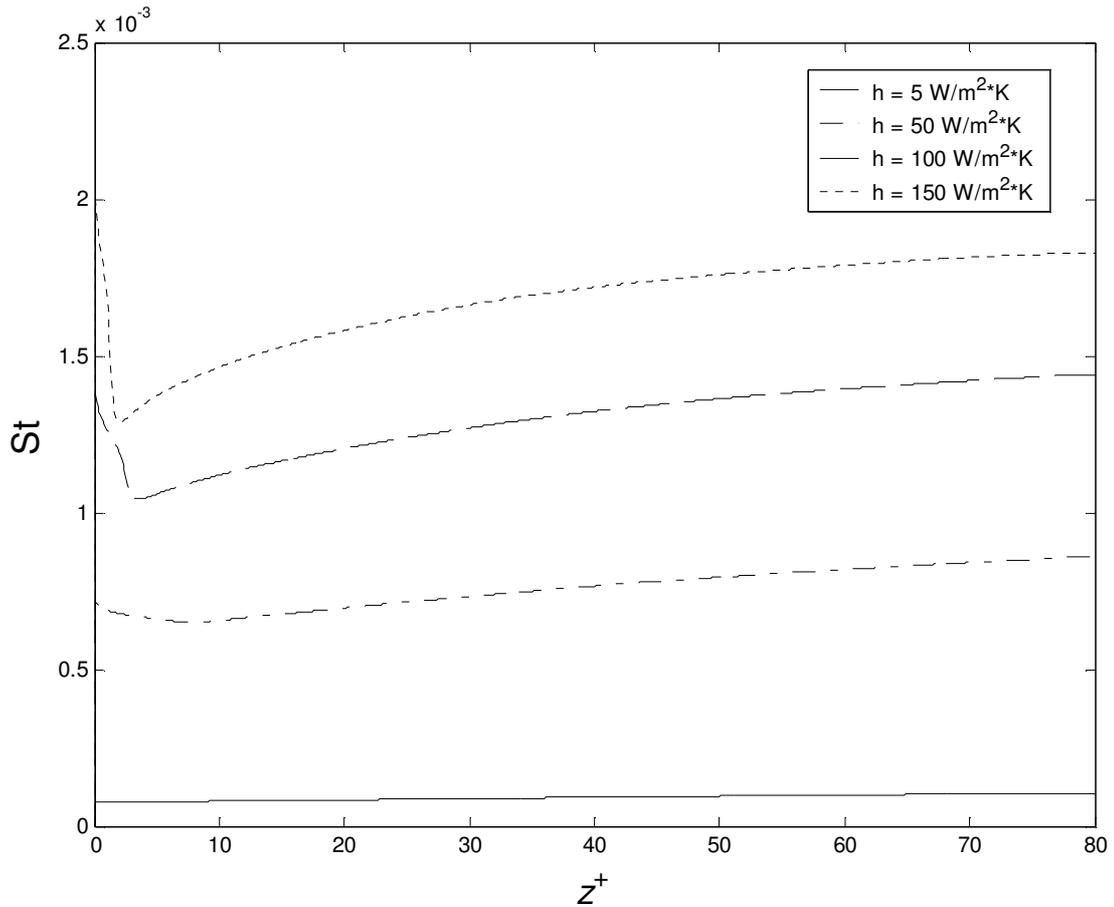


Figure II.34 : Evolution du nombre de Stanton pour $Re = 300$, $\Delta T = -10^\circ\text{C}$ et différents h .

II.6.5 Etude de stabilité de l'écoulement

Dans la deuxième partie (cas du refroidissement) nous avons observé l'influence de l'échelon de température, du nombre de Reynolds et du coefficient d'échange convectif sur l'écoulement laminaire en convection mixte. Comme la figure II.35 la montre, la température initiale du fluide n'a pas une grande influence sur le comportement thermohydraulique de l'écoulement en comparaison avec le cas du réchauffement.

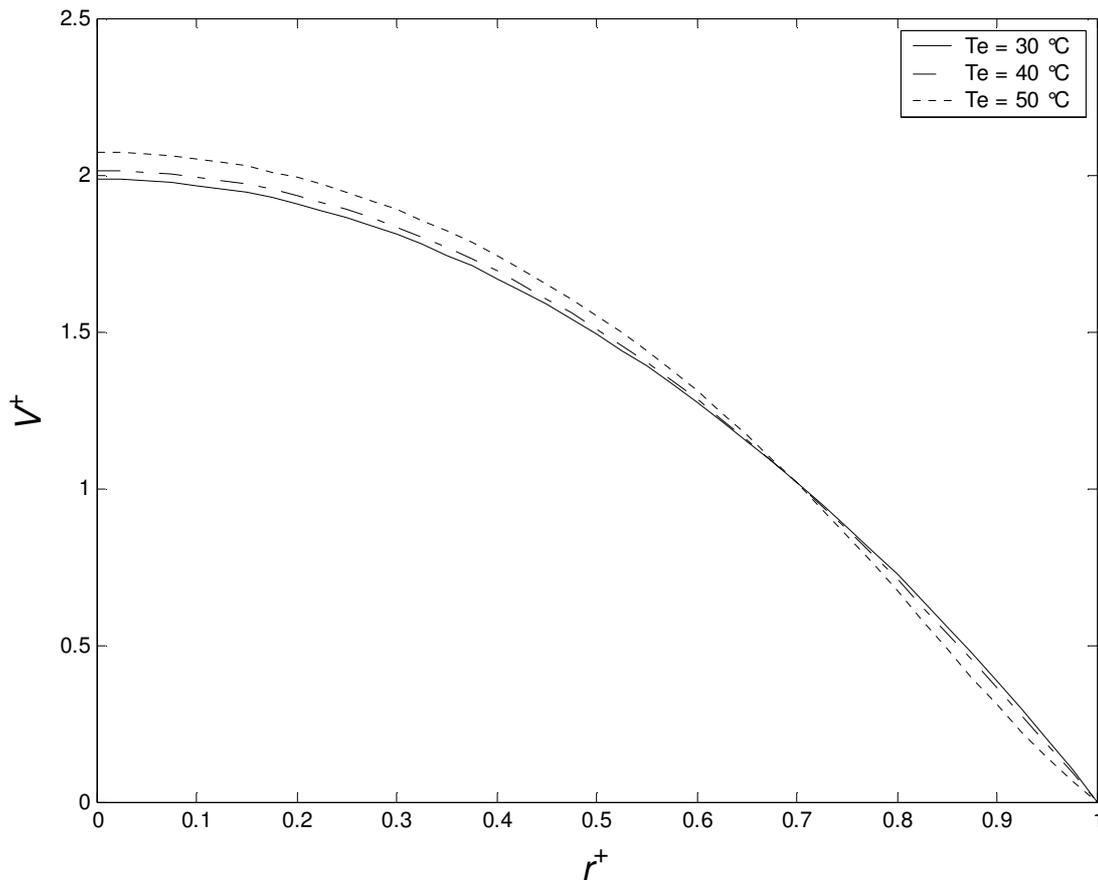


Figure II.35 : Profil de vitesse axiale à $z = 600\text{ mm}$ pour $Re = 100$, $t = 10\text{ s}$, $\Delta T = -15\text{ °C}$ et différentes T_e .

Pendant la phase transitoire, des phénomènes d'instabilité apparaissent dus à l'échelon de température appliqué à l'entrée du tube, à la vitesse débitante ou à la température initiale du fluide. Pour cela, nous avons réalisé une série de simulations numériques pour couvrir un domaine assez large dans le diagramme $Pe - Ri$. Par conséquent, nous avons utilisé trois températures initiales du fluide (30 °C , 40 °C et 50 °C) avec des vitesses débitantes choisies de sorte à avoir des nombres de Reynolds entre 10 et 1000 et des échelons de température à l'entrée du tube variant entre -2 °C et -15 °C .

Après avoir réalisé toutes ces simulations numériques, nous avons établi le diagramme de stabilité de l'écoulement (Figure II.36). Pour Pe inférieur à 200, l'effet de la convection naturelle est prédominant. L'écoulement devient alors instable. Nous avons pu mettre en évidence un nombre de Richardson critique, ($Ri_c \approx 10$), au-delà duquel l'écoulement est

toujours instable. Pour des faibles nombres de Richardson (inférieurs à 10), l'écoulement est toujours stable.

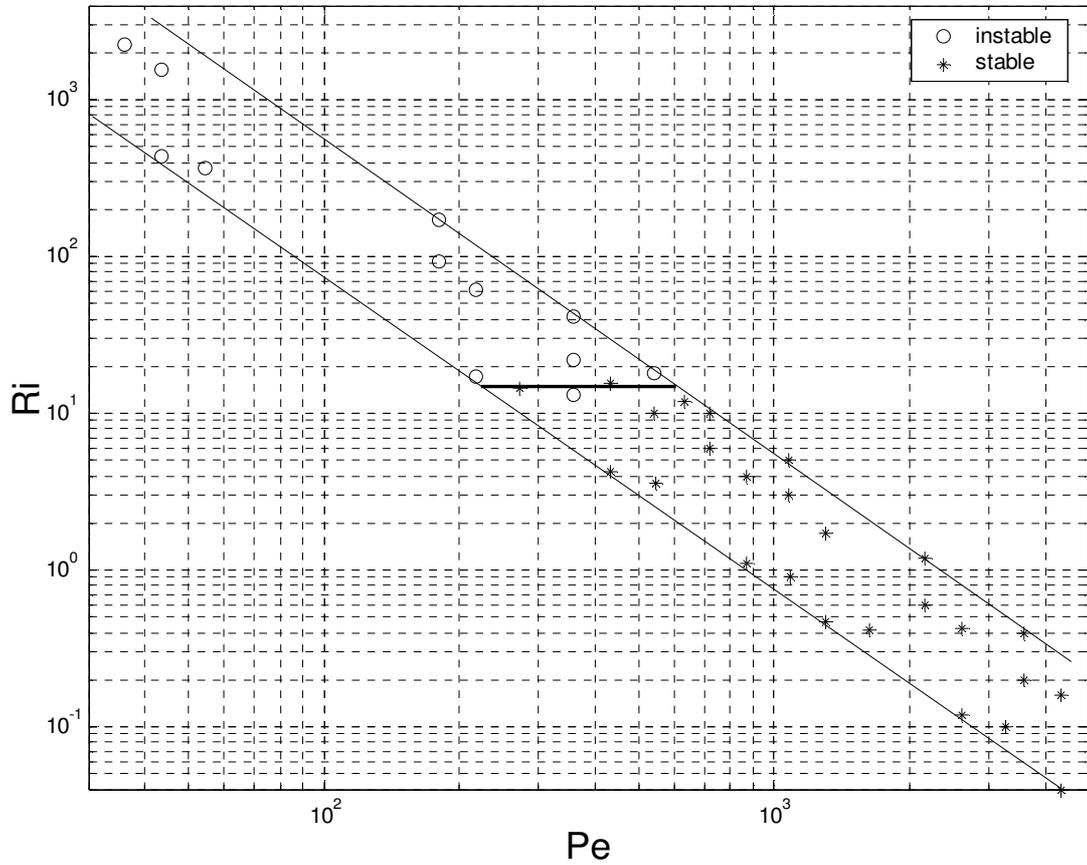


Figure II.36 : Diagramme de stabilité de l'écoulement pour $\Delta T < 0$.

De plus, le temps caractéristique d'apparition des instabilités (t_c) est plus grand par rapport au cas du réchauffement (Figure II.37). En effet, les instabilités apparaissent beaucoup plus tard, quel que soit le nombre de Richardson. Les corrélations proposées pour ce cas entre le temps caractéristique et le nombre de Richardson pour différents échelons de température sont les suivantes :

$$t_c^{-2^\circ C} = 90,462 Ri^{-0,3549} \quad (II.43)$$

$$t_c^{-5^\circ C} = 123,93 Ri^{-0,397} \quad (II.44)$$

$$t_c^{-10^\circ C} = 187,55 Ri^{-0,4838} \quad (II.45)$$

De plus, nous pouvons constater que le temps caractéristique d'apparition des instabilités est plus grand pour de forts échelons ($\Delta T = -10^\circ C$).

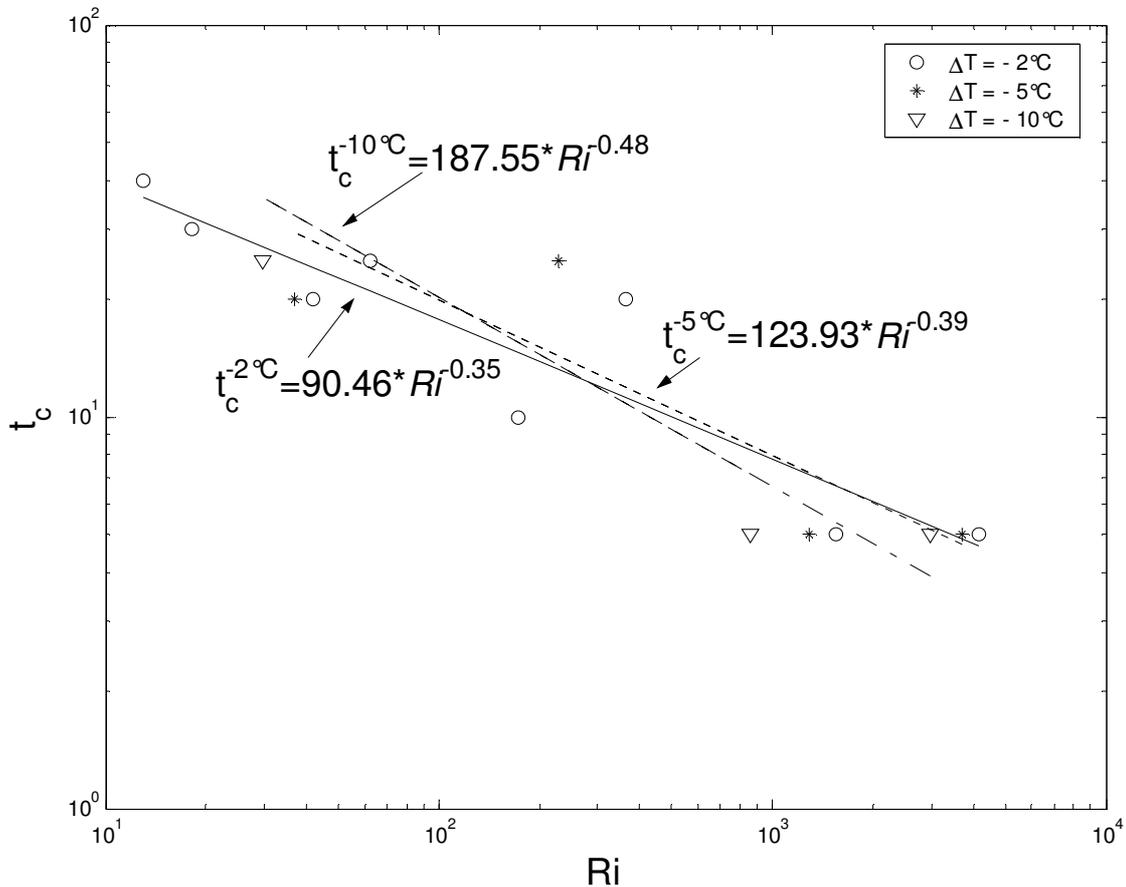


Figure II.37 : Evolution du temps caractéristique pour $\Delta T < 0$.

II.7 CONCLUSION

Les résultats présentés dans ce chapitre montrent une forte différence du comportement thermohydraulique de l'écoulement selon le réchauffement ou le refroidissement du fluide. Nous avons constaté que dans le cas du réchauffement l'écoulement est accéléré au centre du tube. Au contraire, dans le cas du refroidissement il est accéléré au voisinage de la paroi. De plus, nous avons observé que la convection naturelle est prédominante pour des nombres de Péclet respectivement inférieurs à 1000 pour le cas du réchauffement et inférieurs à 200 pour le cas du refroidissement.

L'établissement des diagrammes de stabilité de l'écoulement nous a permis de mettre en évidence deux nombres de Richardson critiques : l'un dans le cas du réchauffement ($Ri_c \approx 1$) et l'autre dans le cas du refroidissement ($Ri_c \approx 10$).

La mise en évidence du temps caractéristique d'apparition des instabilités à partir des expériences numériques nous a permis de trouver qu'il varie en fonction d'une puissance du nombre de Richardson et, de plus, qu'il est plus petit pour des échelons positifs que pour des échelons négatifs.

Cette étude représente un intérêt pratique car les corrélations établies permettent de prévoir la formation de vortex se développant au sein de l'écoulement. Elle permet également de mieux comprendre les mécanismes de transfert de chaleur à la paroi et les pertes de charge dans le conduit vertical caractérisées par le coefficient de frottement pariétal.

Enfin, nous avons réalisé une comparaison entre notre modèle numérique et celui de **Zghal et al.** [13] et nous avons constaté une bonne concordance entre les deux modèles.

Chapitre III
ETUDE DU COMPORTEMENT
TRANSITOIRE D'UN ECOULEMENT EN
CONVECTION MIXTE AVEC L'EFFET
DE LA PAROI

III.1 INTRODUCTION

L'effet de la paroi est très important dans l'étude d'un écoulement en convection mixte surtout lorsqu'on utilise des températures élevées ou de forts gradients de température, puisque c'est le cas rencontré le plus souvent dans les installations industrielles courantes.

Parmi les auteurs qui ont analysé ce cas là en régime permanent, on rencontre **Heggs et al.** [16] et **Bernier et al.** [15]. Ils observent que l'effet de la conduction axiale est très prononcé pour des faibles nombres de Reynolds et grands K (rapport entre la conductivité thermique du solide et du fluide) et Δ (rapport entre l'épaisseur et le diamètre du tube).

Plus tard, **Laplante et al.** [17] démontrent qu'une importante quantité de chaleur fournie à la section chauffée est redistribuée en amont et en aval de celle-ci lorsque les valeurs de K et Δ sont importantes. De plus, ils remarquent que pour certains cas l'effet du flux imposé à la paroi se fait ressentir jusqu'à une distance de 25 diamètres en amont de la section chauffée.

L'effet de la paroi sur le transfert de chaleur pour un écoulement laminaire en convection mixte instationnaire a été pris en compte par **Yan** [18] et **Lee et al.** [19]. Les résultats montrent que l'évolution de l'écoulement vers le nouveau régime établi est plus lente pour des grandes valeurs de a^* (rapport entre les conductivités thermiques de la paroi et du fluide). On note aussi qu'au fur et à mesure que l'écoulement s'approche du nouveau régime dynamiquement et thermiquement établi l'influence de a^* sur le flux pariétal disparaît.

Cette partie sera dédiée à l'étude du comportement thermohydraulique d'un écoulement ascendant et laminaire dans un tube vertical chauffé à la surface externe par un flux uniforme (l'effet de la capacité thermique) lorsque l'entrée est soumise à des variations de température. Cette analyse doit nous permettre de mieux comprendre les mécanismes des transferts thermiques convectifs en régime variable.

III.2 FORMULATION DU PROBLEME

Le sujet concerne l'étude d'un écoulement d'eau ascendant et laminaire en convection mixte instationnaire dans un tube vertical soumis à un flux uniforme à la surface externe (Figure III.1). Le régime transitoire est provoqué par une perturbation de type échelon de température positif ou négatif à l'entrée du tube et par le flux imposé à la paroi.

Pour étudier l'écoulement, ascendant et laminaire en convection mixte, nous avons utilisé un tube en cuivre d'une longueur de 800 mm et un diamètre de 20/22 mm.

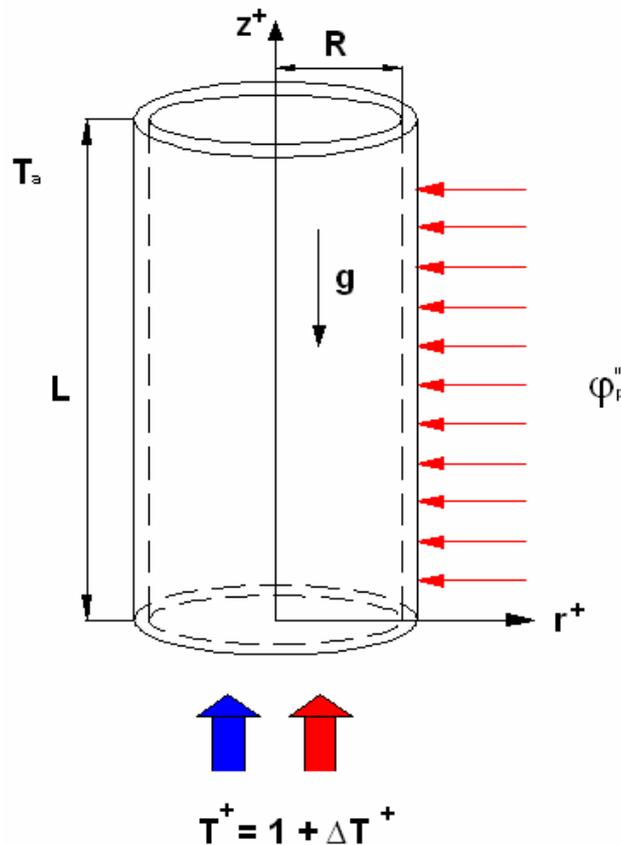


Figure III.1 Schéma du tube.

La formulation complète des équations de bilans en coordonnées cylindriques pour un écoulement ascendant, laminaire et bidimensionnel comprend :

- l'équation d'énergie

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rUT) + \frac{\partial}{\partial z} (VT) = a \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (\text{III.1})$$

➤ l'équation de Navier-Stokes

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}(U\Omega) + \frac{\partial}{\partial z}(V\Omega) = -g\beta \frac{\partial T}{\partial r} + \nu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\Omega) \right) + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} \right] \quad (\text{III.2})$$

➤ l'équation de Poisson :

$$-\Omega = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \quad (\text{III.3})$$

Comme dans le chapitre précédent, nous avons employé deux hypothèses :

- l'écoulement entièrement développé,
- l'approximation de Boussinesq.

Afin de simplifier les équations à résoudre nous avons introduit les paramètres adimensionnels suivants trouvés dans la littérature :

$$\left\{ \begin{array}{ll} r^+ = \frac{r}{R} & z^+ = \frac{z}{R} \\ U^+ = \frac{U}{V_d} & V^+ = \frac{V}{V_d} \\ \Omega^+ = \Omega \frac{R}{V_d} & \Psi^+ = \Psi \frac{1}{V_d R^2} \\ t^+ = t \frac{V_d}{R} & T^+ = \frac{T - T_a}{\frac{R \phi_p''}{\lambda}} \end{array} \right. \quad (\text{S1})$$

Ensuite, nous avons réuni les paramètres physiques dans les critères de similitudes et les nombres sans dimension **Padet** [25] et **Padet** [26] tels que :

$$\text{Le nombre de Reynolds} \quad \text{Re} = \frac{V_d R}{\nu} \quad (\text{III.4})$$

$$\text{Le nombre de Richardson} \quad \text{Ri} = \frac{Gr}{\text{Re}^2} = \frac{g\beta R^2 \phi_p''}{V_d^2 \lambda} \quad (\text{III.5})$$

$$\text{Le nombre de Péclet} \quad Pe = \text{Re Pr} = \frac{V_d R}{a} \quad (\text{III.6})$$

$$\text{Le nombre de Grashof} \quad Gr = \frac{g \beta R^4 \phi_p''}{\nu^2 \lambda} \quad (\text{III.7})$$

$$\text{Le nombre de Prandtl} \quad \text{Pr} = \frac{\mu c_p}{\lambda} \quad (\text{III.8})$$

Afin de connaître l'évolution spatio – temporelle du champ de vitesse et de température il faut savoir, à l'instant initial, les conditions initiales dans tout le tube :

➤ à $t^+ = 0$, pour $0 \leq r^+ \leq 1$ et $0 \leq z^+ \leq 80$

$$\left\{ \begin{array}{l} V^+ = 2(1 - r^{+2}) \\ U^+ = 0 \\ T^+ = 1 \\ \psi^+ = r^+ \left(1 - \frac{r^+}{2} \right) - \frac{1}{2} \\ \Omega^+ = 4 r^+ \end{array} \right. \quad (\text{S2})$$

De plus, la résolution de ces équations aux dérivées partielles nécessite la connaissance des conditions aux limites sur les frontières du système étudié :

➤ à $t^+ > 0$ on impose :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{à l'entrée } z^+ = 0 \\ V^+ = 2(1 - r^{+2}) \\ U^+ = 0 \\ T^+ = 1 + \Delta T^+ \\ \Delta T^+ = \frac{\Delta T}{\frac{R \phi_p''}{\lambda}} \\ \psi^+ = r^+ \left(1 - \frac{r^+}{2} \right) - \frac{1}{2} \\ \Omega^+ = 4 r^+ \end{array} \right. \quad (\text{S3})$$

☞ sur l'axe $r^+ = 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T^+}{\partial r^+} = \frac{\partial \psi^+}{\partial r^+} = \frac{\partial V^+}{\partial r^+} = 0 \\ \Omega^+ = U^+ = 0 \end{array} \right. \quad (\text{S4})$$

☞ à la sortie du tube $z^+ = 80$

$$\frac{\partial T^+}{\partial z^+} = \frac{\partial \psi^+}{\partial z^+} = 0 \quad (\text{III.9})$$

☞ à la paroi extérieure du tube $r^+ = 1$

$$\psi^+ = 0 - (\text{constante arbitraire}) \quad (\text{III.10})$$

De plus, à la paroi nous avons employé une condition à la limite de 5^{ème} espèce (**Kakaç et al.** [34]), c'est-à-dire :

$$\bullet \quad \vec{\phi}_{cond} + \vec{\phi}_{conv} + \vec{\phi}_{stationnaire} = 0$$

Ce qui correspond dans notre cas à :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial T^+}{\partial r^+} \right)_p = 1 - a^* \text{Pr} \frac{\partial T^+}{\partial t^+} \\ a^* = \frac{1}{2} \frac{(\rho C_p S)_p}{(\rho C_p S)_f} \end{array} \right. \quad (\text{S5})$$

Où a^* est le rapport entre la capacité thermique de la paroi et la capacité thermique du fluide.

Pour le calcul de la vorticité à la paroi nous avons utilisé une discrétisation du premier ordre avec la méthode de Thom.

III.3 METHODE NUMERIQUE

La résolution numérique du problème est assurée par une méthode aux différences finies décrite par **Torrance et Rockett** [29] en se basant sur les développements en série de Taylor, avec un schéma explicite pour les équations de Navier-Stokes et d'énergie, et avec un schéma itératif pour l'équation de Poisson, comme nous l'avons montré dans le chapitre précédent.

III.4 ÉCHELON POSITIF DE TEMPERATURE ($\Delta T > 0$)

Dans le cas du réchauffement nous avons effectué des simulations numériques pour l'eau à une température initiale de 50 °C. La température de l'air ambiant est 20 °C et la densité de flux imposée à la paroi est de 881 W/m², ce qui correspond à un nombre de Grashof de l'ordre de 2.10⁵.

Pour observer l'influence de l'échelon de température (ΔT) appliqué à l'entrée du tube sur l'écoulement laminaire en convection mixte aidée, nous l'avons fait varier entre + 2°C et + 15°C. De plus, pour déterminer l'influence de la vitesse débitante sur l'écoulement en convection mixte nous l'avons fait varier de sorte que le nombre de Reynolds puisse prendre des valeurs entre 10 et 1000. Pour mieux cerner l'effet de la capacité thermique de la paroi ainsi que celui de la densité de flux imposée à la paroi sur le transfert de chaleur, nous avons choisi différentes valeurs : 41, 66 et 110 pour a^* , et 881, 2642 et 4403 W/m² pour la densité de flux.

Dans cette partie le régime transitoire est provoqué aussi bien par l'échelon de température imposé à l'entrée du tube, que par le flux appliqué sur la paroi.

III.4.1 Evolution temporelle des lignes de courant et des isothermes

Lorsqu'on applique un échelon de température positif à l'entrée du tube et un flux à la paroi, on observe qu'une zone de recirculation se forme à l'entrée dès les premières secondes (Figure III.2). Cela apparaît à cause du fait que le fluide chaud qui arrive à l'entrée a une masse volumique plus faible que celle du fluide froid. Donc, étant plus léger, il a tendance à

monter rapidement au centre et, simultanément, pour garder la conservation de la masse du fluide, il ralentit à côté de la paroi. Durant la phase transitoire, le vortex est convecté vers la sortie le long de la paroi. De plus, nous constatons que la densité de flux imposée à la paroi (881 W/m^2) utilisée dans ce cas précis n'a pas une grande influence sur l'écoulement laminaire en convection mixte aidée transitoire.

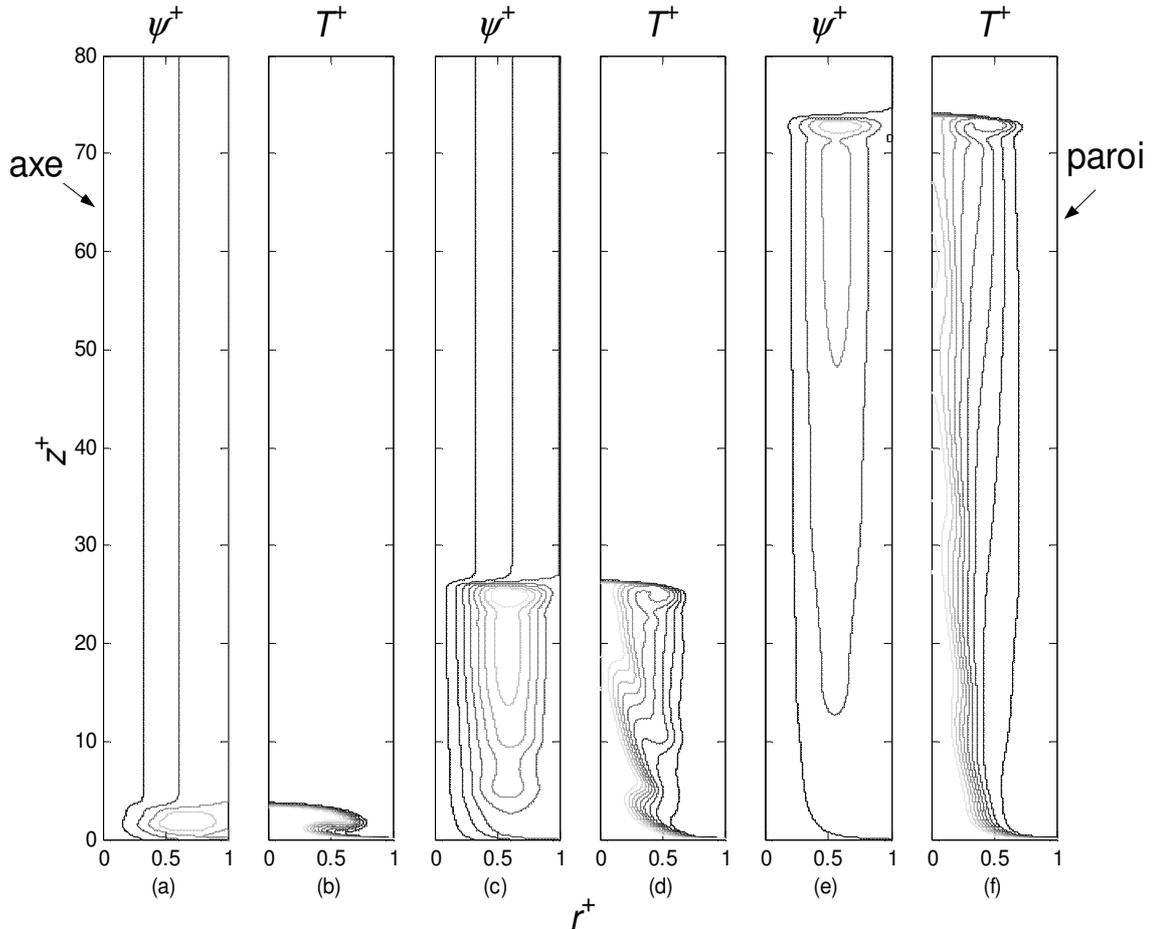


Figure III.2 : Evolution temporelle des lignes de courant et des isothermes le long du tube pour $Re = 100$, $\Delta T = +10^\circ\text{C}$ et différents instants : (a) et (b) 2 s, (c) et (d) 8 s, (e) et (f) 16 s.

En comparant les figures III.2 et III.3, on observe que le vortex se propage beaucoup plus vite vers la sortie lorsqu'on applique des grands échelons de température. A titre d'exemple, pour $\Delta T = +10^\circ\text{C}$ le vortex est arrivé à la hauteur de 700 mm autour de 16 secondes mais, pour $\Delta T = +2^\circ\text{C}$ à 40 secondes. Donc, le vortex se propage 2,5 fois plus vite pour $\Delta T = +10^\circ\text{C}$ que pour $\Delta T = +2^\circ\text{C}$.

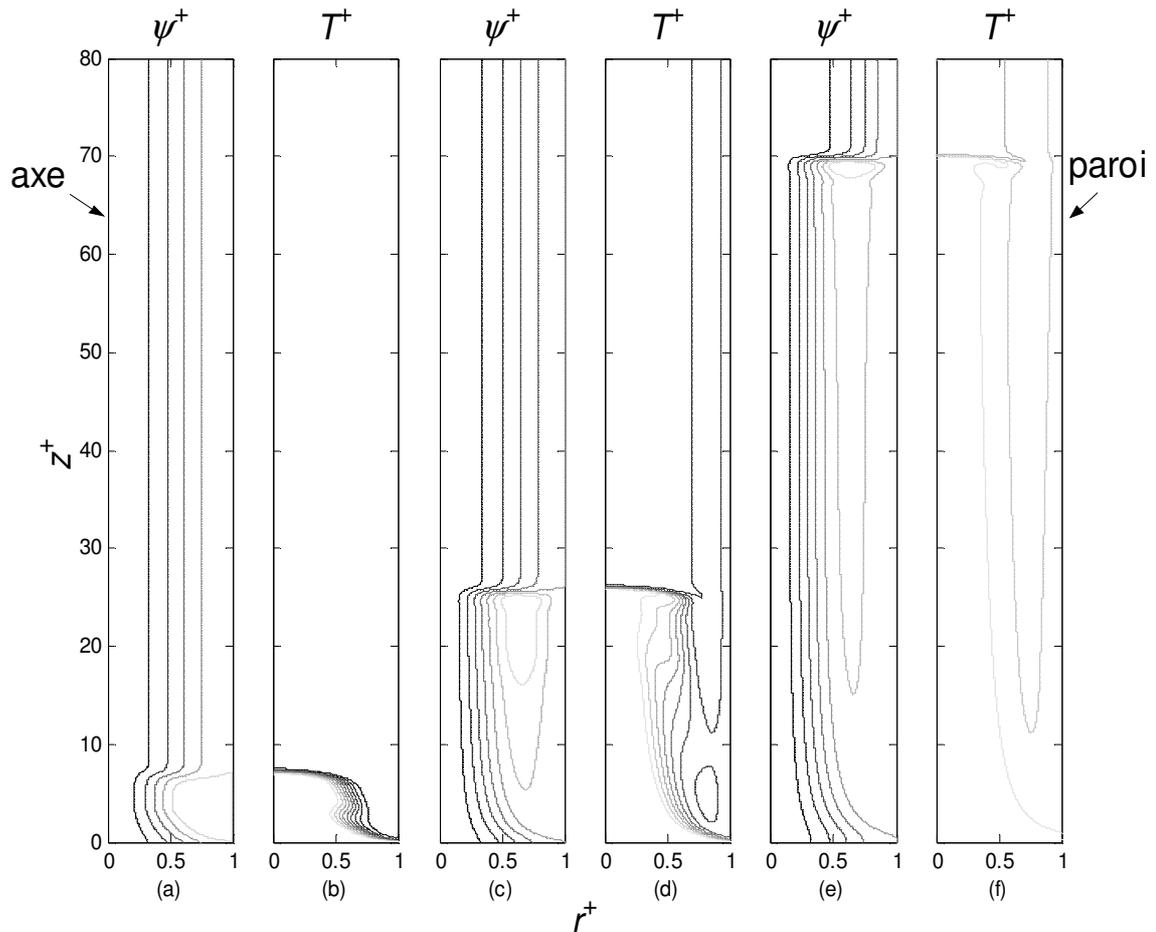


Figure III.3 : Evolution temporelle des lignes de courant et des isothermes le long du tube pour $Re = 100$, $\Delta T = +2^\circ C$ et différents instants : (a) et (b) 5 s, (c) et (d) 15 s, (e) et (f) 40 s.

Les figures III.4 et III.5 représentent les profils de vitesse et de température sur une section à 200 mm. Lorsqu'on impose un échelon positif de température une zone de recirculation apparaît à l'entrée du tube. Ceci est dû à l'interaction du fluide chaud avec le fluide froid. A cette hauteur, en concordance avec la figure III.3, on constate qu'à 5 secondes le profil de vitesse garde une variation parabolique, puisque le vortex n'est pas encore arrivé. Quand le vortex atteint cette section, autour de 15 secondes, la vitesse prend sa valeur maximale. Après, au fur et à mesure que le temps passe (par exemple à 60 secondes), la vitesse diminue de sorte que l'écoulement atteint le nouveau régime entièrement développé.

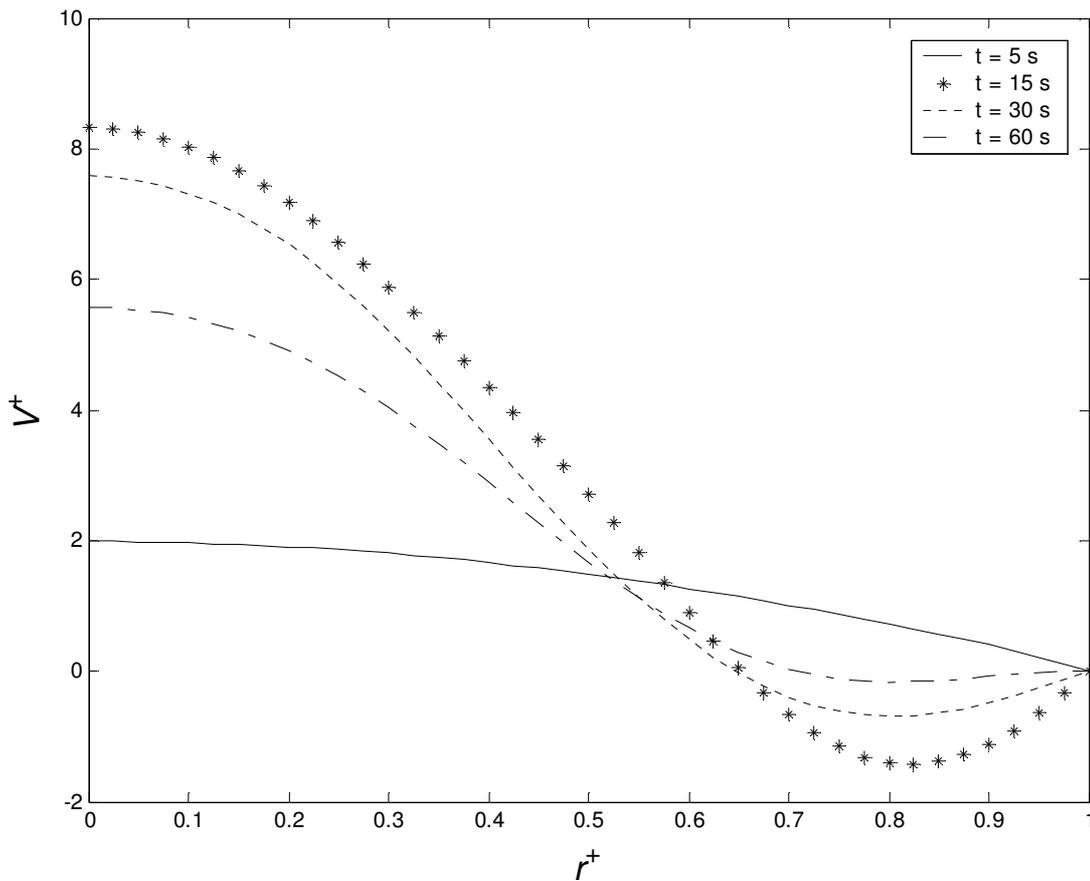


Figure III.4 : Profil de vitesse axiale à $z = 200$ mm, pour $Re = 100$,

$\Delta T = +2^\circ C$ et différents instants.

L'instabilité dynamique engendre également un déséquilibre thermique au sein de l'écoulement (Figure III.5). A titre d'exemple, à 15 secondes, le profil de température est très distordu pour $(0,4 < r^+ < 0,65)$. Ceci est dû au passage du vortex par cet endroit à cet instant, qui amène du fluide chaud de la partie centrale vers cette zone, phénomène observé d'ailleurs par **Nguyen et al.** [22].

On note également que le profil de température à 15 secondes présente trois maximums : le premier sur l'axe, qui est dû à l'effet de l'échelon de température sur l'écoulement, le deuxième à $r^+ = 0,5$, en pleine zone tourbillonnaire qui est dû au fait que le vortex amène du fluide chaud pris dans une zone adjacente et le troisième sur la paroi qui est dû à l'effet du flux imposé à la paroi sur l'écoulement.

De plus, le fluide se réchauffe plus vite dans la partie centrale du tube (dès 15 secondes) qu'au voisinage de la paroi. Nous pouvons observer que durant la phase transitoire le fluide se réchauffe aussi à côté de la paroi de sorte à atteindre le régime thermiquement établi (après 60 secondes). Ceci est dû aussi à l'effet du flux imposé à la paroi, car il s'agit bien d'un écoulement laminaire en convection mixte aidée.

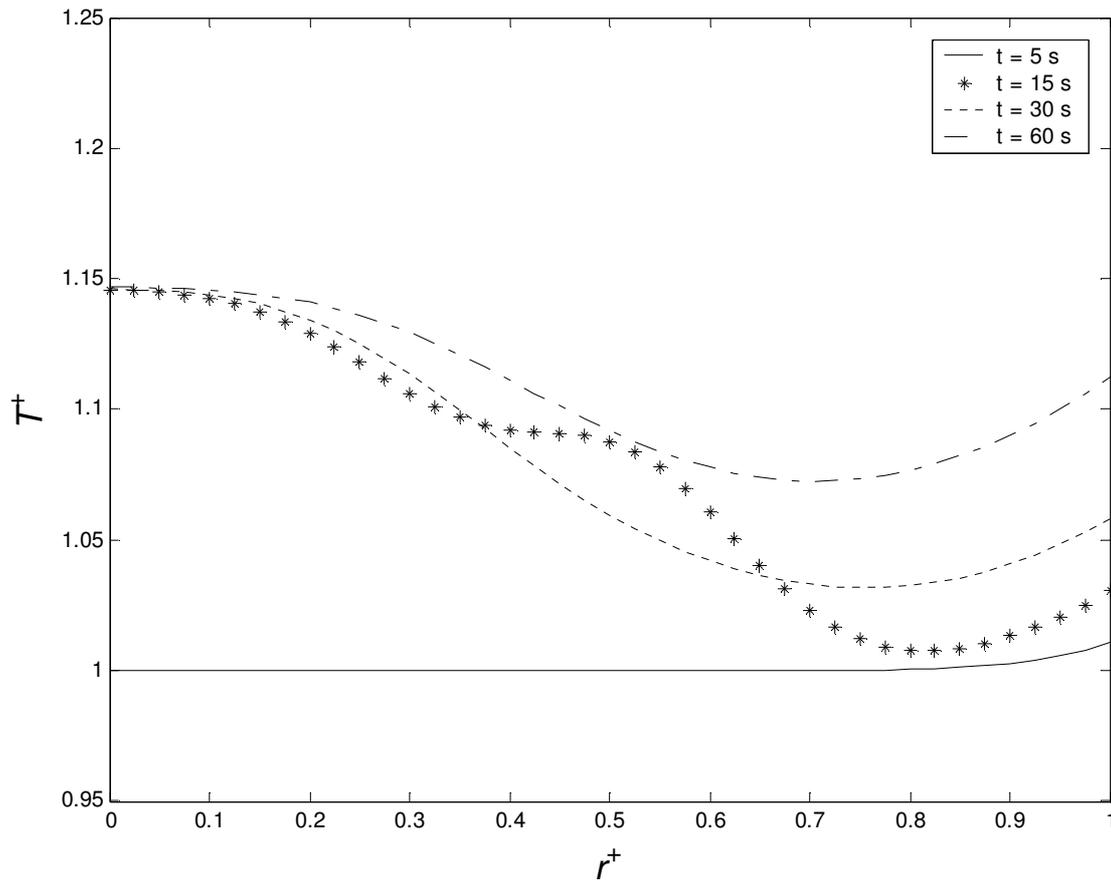


Figure III.5 : Profil de température à $z = 200 \text{ mm}$, pour $Re = 100$,

$\Delta T = +2^\circ\text{C}$ et différents instants.

III.4.2 Influence de l'échelon de température

Considérons à présent le tube chauffé à la paroi. Nous imposons à l'entrée différents échelons positifs de température. Normalement, dès qu'on applique un échelon positif de température à l'entrée du tube, l'écoulement accélère au centre sous l'effet de la gravité et, en même temps, il décélère au voisinage de la paroi.

La figure III.6 représente les profils de vitesse pour différents échelons à une hauteur de 400 mm pour un nombre de Reynolds fixé à 300. Il faut noter que le fluide accélère le plus au centre et décélère le plus à côté de la paroi pour des grands échelons. Par voie de conséquence, la décélération au voisinage de la paroi peut entraîner des vitesses négatives, amorce d'un phénomène de recirculation. De plus, lorsque l'échelon de température augmente, la zone de recirculation qui se trouve au voisinage de la paroi devient plus visible.

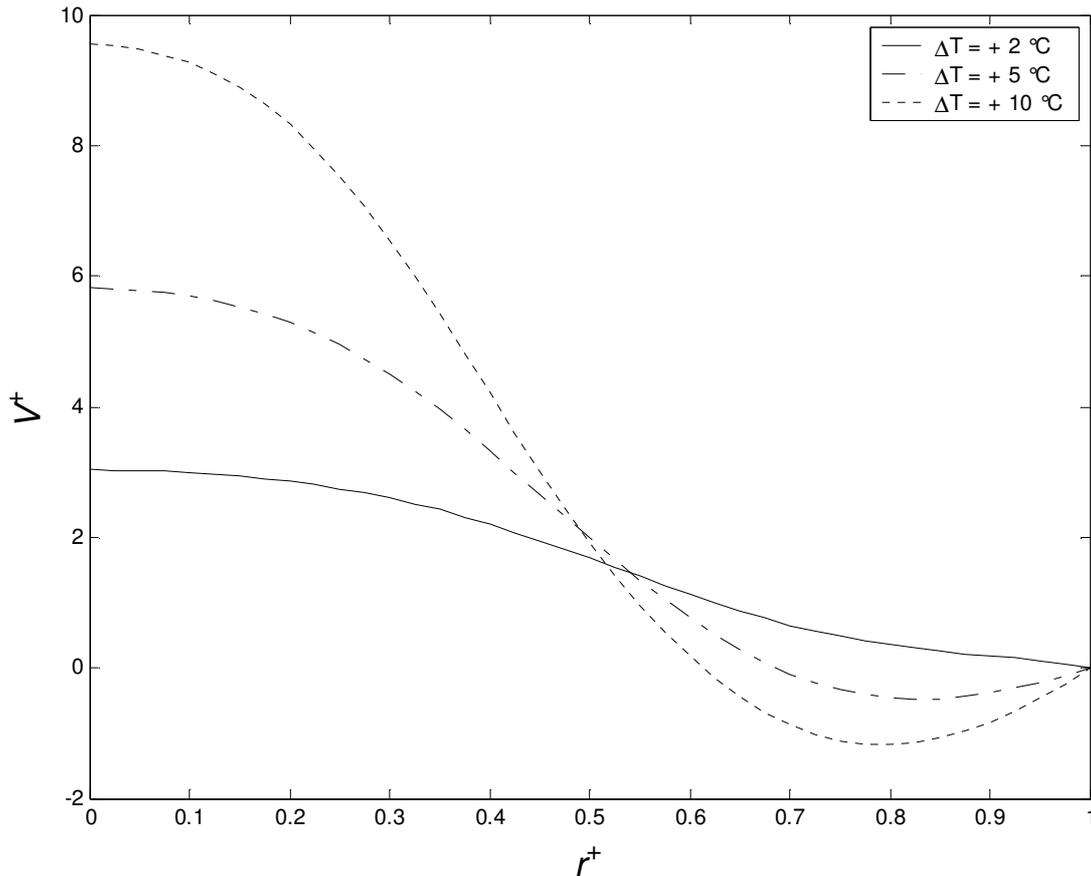


Figure III.6 : Profil de vitesse axiale à $z = 400$ mm pour $Re = 300$, $t = 30$ s et différents ΔT .

Nous avons ensuite représenté les profils de température correspondants (Figure III.7). Nous pouvons constater que la température du fluide augmente relativement vite à la fois au centre à cause de l'effet de l'échelon de température sur l'écoulement laminaire, mais aussi au voisinage de la paroi à cause de l'effet du flux imposé sur celle-ci. Le profil de température atteint un minimum pour r^+ compris entre 0,5 et 0,9. Ce phénomène est dû au fait que dans cette zone il existe de forts gradients de vitesse comme nous le montre la figure III.6.

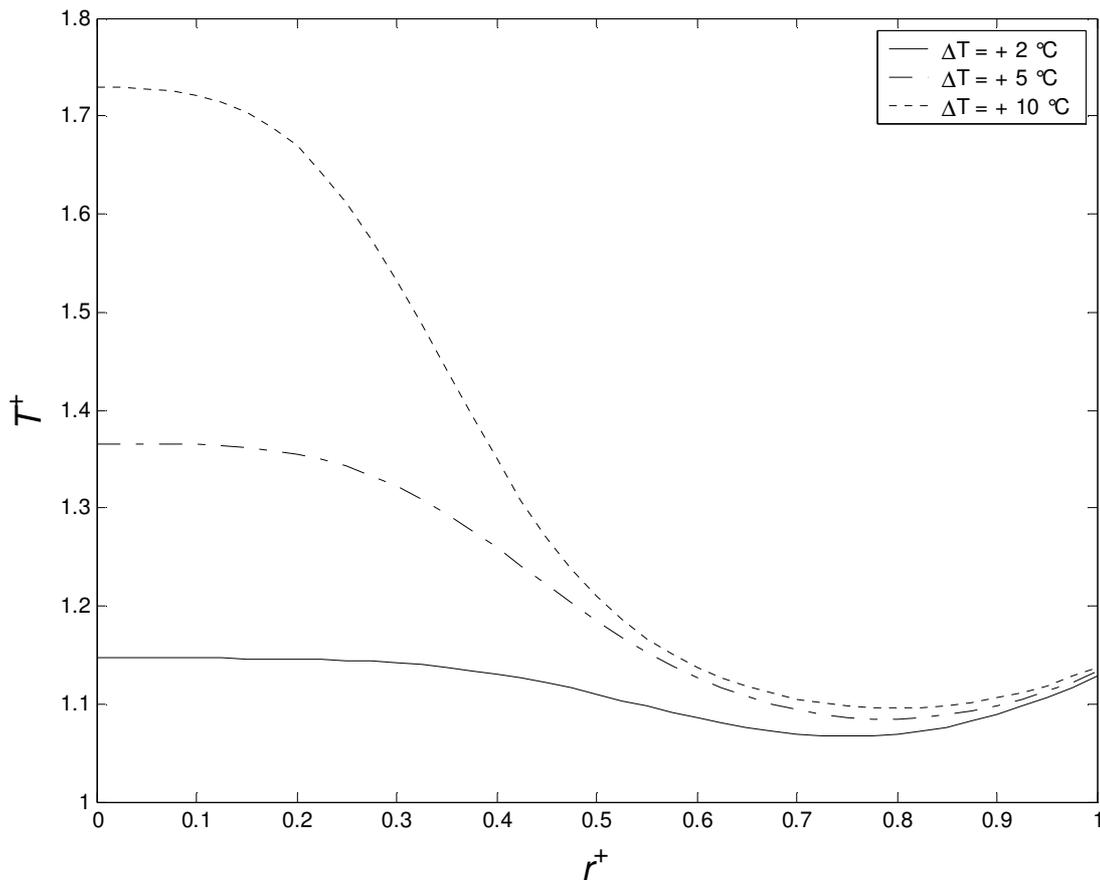


Figure III.7 : Profil de température à $z = 400\text{ mm}$ pour $Re = 300$, $t = 30\text{ s}$ et différents ΔT .

Enfin, une autre façon de représenter les champs de vitesse et de température est par l'intermédiaire des lignes de courant et des isothermes (Figure III.8). Lorsqu'on applique un échelon positif de température à l'entrée du tube, on constate qu'il y a rapidement une interaction des couches limites chaude et froide, ce qui provoque l'apparition d'une zone de recirculation, ainsi qu'une oscillation de la ligne de courant.

De plus, pour des échelons supérieurs à 5 °C , une deuxième zone de recirculation apparaît à côté de la paroi. On note également que la température au voisinage de la paroi est quasiment constante et aussi que le champ thermique dans la partie centrale, en amont de l'onde de perturbation, est très perturbé (pour $\Delta T > +5\text{ °C}$). Ceci prouve que la convection naturelle est prédominante pour des grands échelons de température.

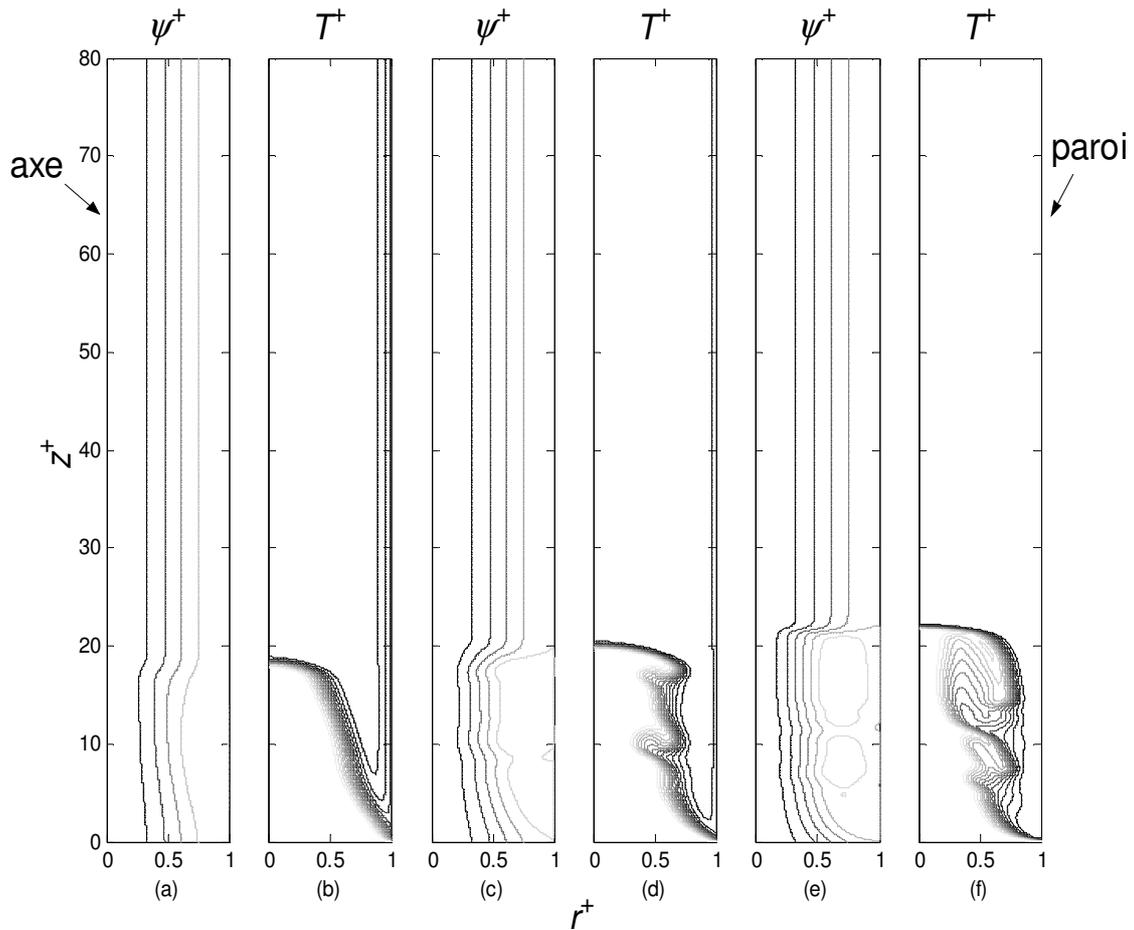


Figure III.8 : Lignes de courant et isothermes le long du tube à $t = 5$ s pour $Re = 300$ et différents ΔT : (a) et (b) 2°C , (c) et (d) 5°C et (e) et (f) 10°C .

Nous constatons dans le cas du réchauffement du fluide, sur la figure III.9, que le transfert de chaleur à la paroi décroît rapidement dans la première partie du tube, puis augmente de façon régulière. On note également que le transfert de chaleur est plus important pour des faibles échelons.

De plus, nous pouvons remarquer, par rapport au cas dans lequel nous ne tenons pas compte de l'effet de la paroi et où le nombre de Stanton avait une évolution quasiment constante le long du tube, qu'il y a une forte diminution du transfert de chaleur dans la région d'entrée.

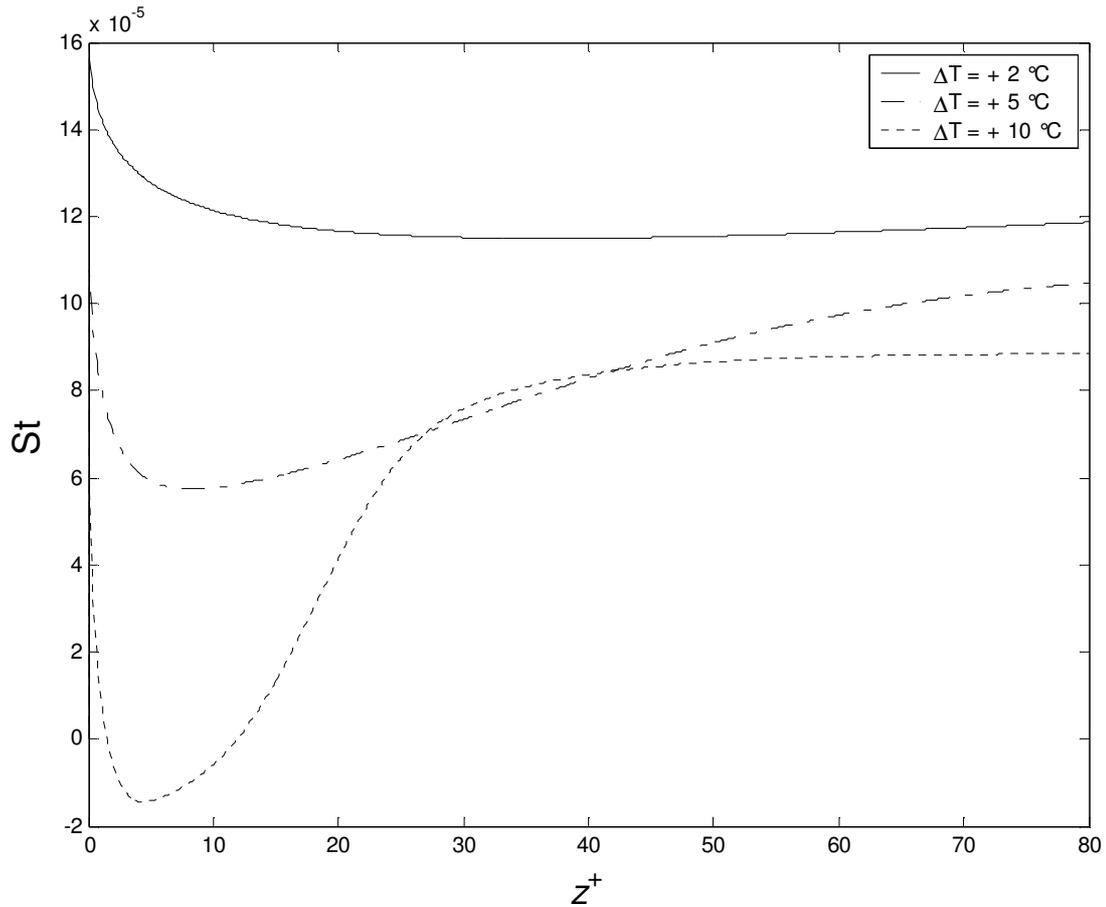


Figure III.9 : Evolution du nombre de Stanton pour $Re = 600$ et différents ΔT .

La figure III.10 montre l'évolution du coefficient de frottement pariétal en fonction de la direction axiale pour le nombre de Reynolds fixé à 600. Nous constatons que le coefficient de frottement diminue avec l'augmentation de l'échelon de température. On remarque aussi que pour des faibles échelons ($\Delta T = +2\text{ °C}$) le coefficient de frottement pariétal augmente dans la région d'entrée, et garde ensuite un profil quasiment constant le long du tube. Ceci est dû au fait que le gradient de vitesse au voisinage de la paroi est positif. De plus, pour des grands échelons ($\Delta T = +10\text{ °C}$), il prend des valeurs négatives. Ce phénomène est dû à l'inversion du profil de vitesse.

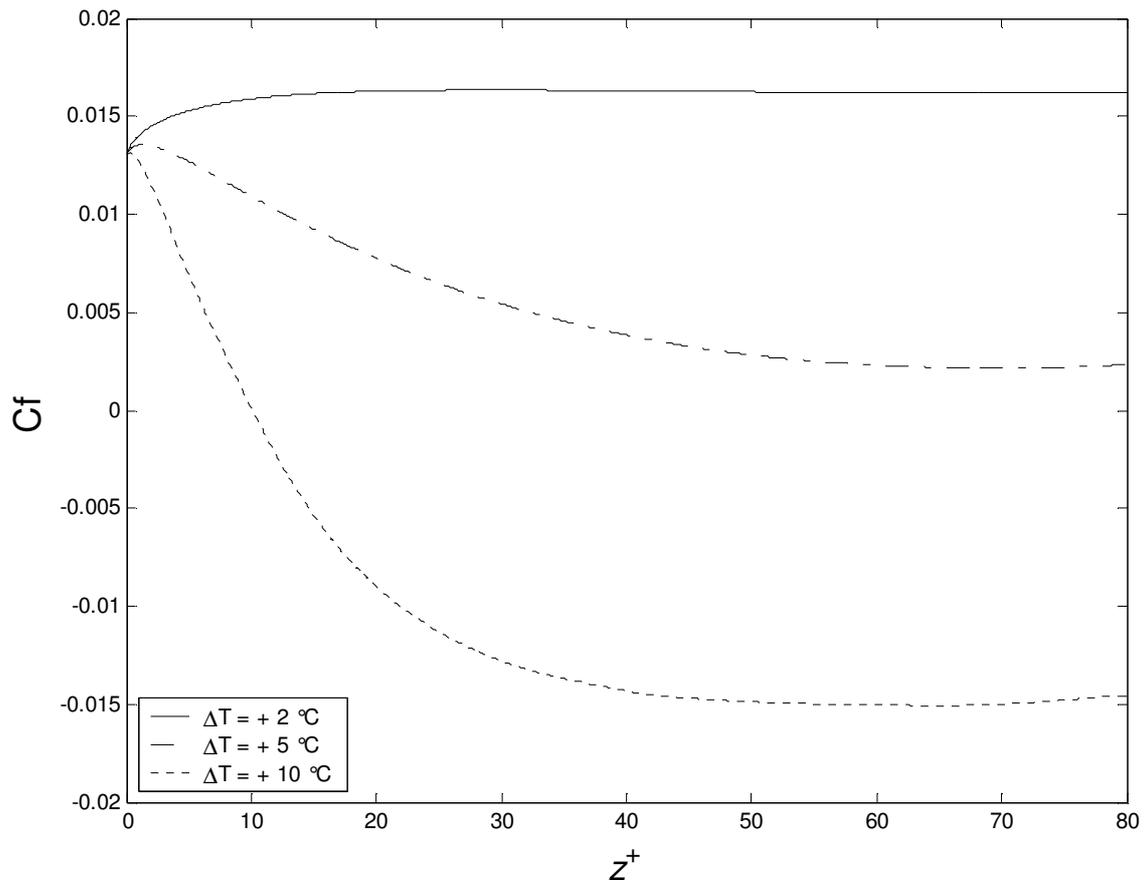


Figure III.10 : Evolution du coefficient de frottement pour $Re = 600$ et différents ΔT .

III.4.3 Influence de la vitesse débitante

Pour analyser l'influence de la vitesse débitante sur l'écoulement laminaire en convection mixte transitoire, nous avons fait varier le nombre de Reynolds entre 10 et 1000, en gardant le même échelon de température.

Nous observons sur la figure III.11 que, au même instant (5 secondes) et pour le même échelon de température ($\Delta T = +10^\circ\text{C}$), il existe une forte dissymétrie dans le comportement thermohydraulique de l'écoulement pour différents nombres de Reynolds, phénomène observé aussi par **Laplante et al.** [17]. A titre d'exemple, nous remarquons, pour des grandes vitesses débitantes ($Re \geq 200$), l'apparition d'une deuxième zone tourbillonnaire qui produit plus d'instabilités au sein de l'écoulement.

En fait, le vortex, par l'intermédiaire de son mouvement de rotation, emporte du fluide froid qui se trouve au voisinage de la paroi, dans la zone centrale, et du fluide chaud du centre vers la paroi. Ceci engendre un fort déséquilibre dynamique et thermique au sein de l'écoulement.

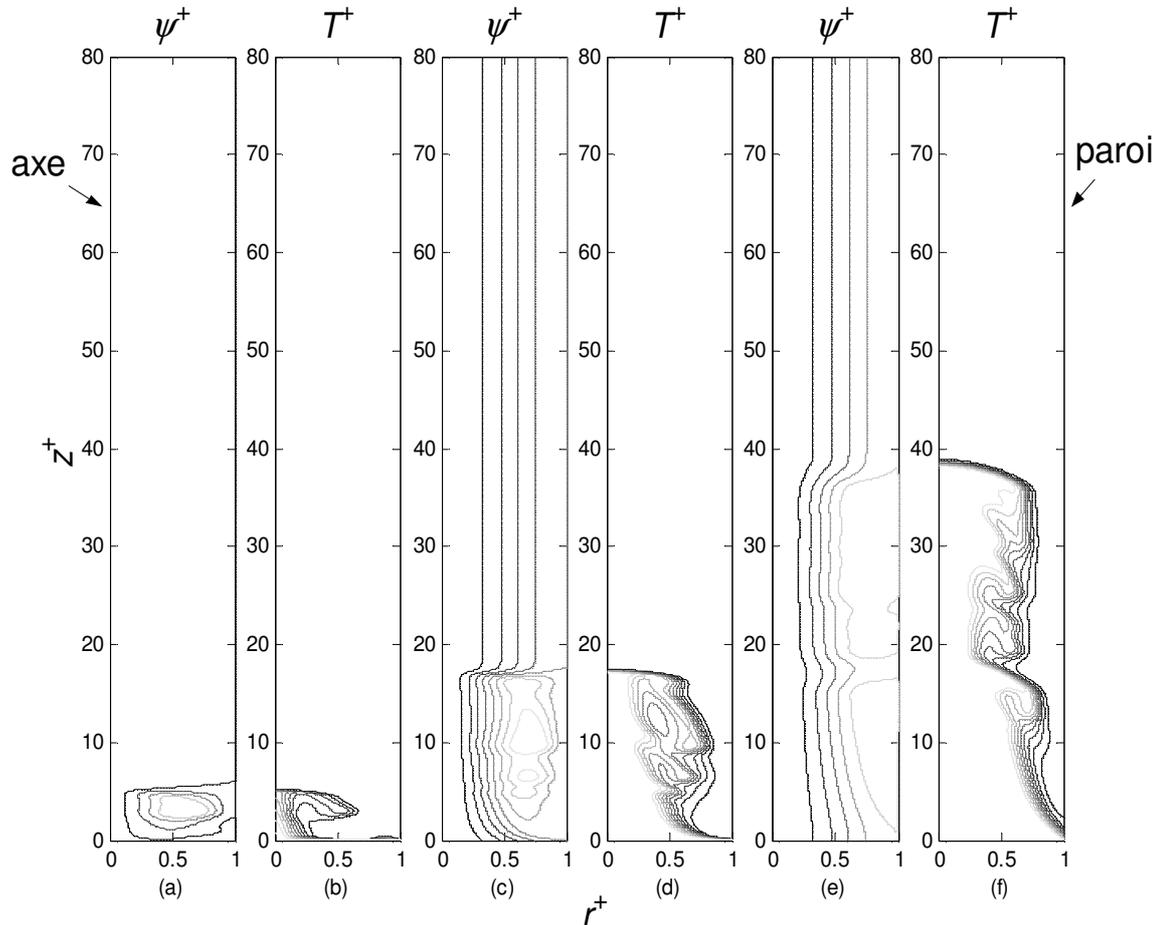


Figure III.11 : Lignes de courant et isothermes le long du tube à $t = 5$ s pour

$\Delta T = +10^\circ\text{C}$ et différents Re : (a) et (b) 10, (c) et (d) 200, (e) et (f) 600.

Nous avons ensuite évalué (Figures III.12 et III.13) les pertes de charge et le transfert de chaleur pour différents nombres de Reynolds. Nous avons remarqué que pour des faibles nombres de Reynolds ($Re \leq 300$) l'effet de la convection naturelle est prédominant puisque le coefficient de frottement prend des valeurs négatives. Donc, l'écoulement est fortement instable.

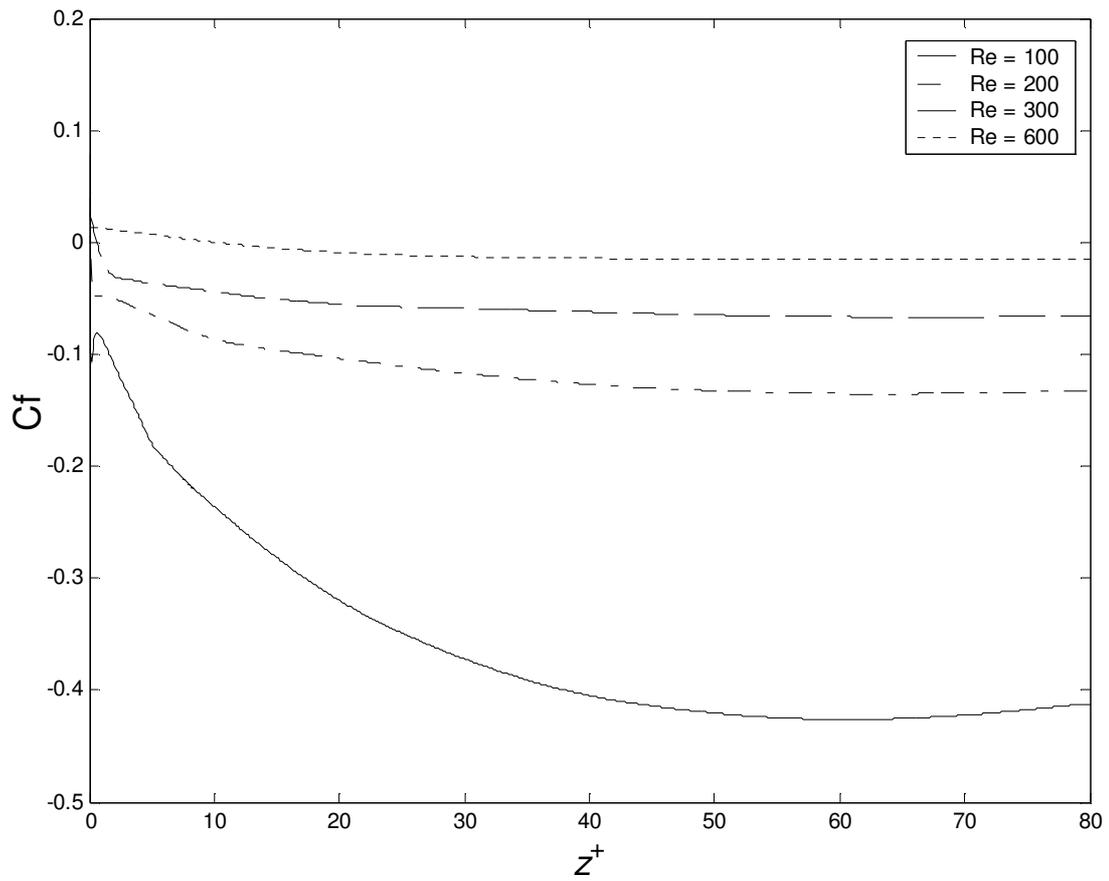


Figure III.12 : Evolution du coefficient de frottement pour $\Delta T = +10^\circ\text{C}$ et différents Re .

Concernant le transfert de chaleur à la paroi, on constate qu'il est important pour des faibles nombres de Reynolds.

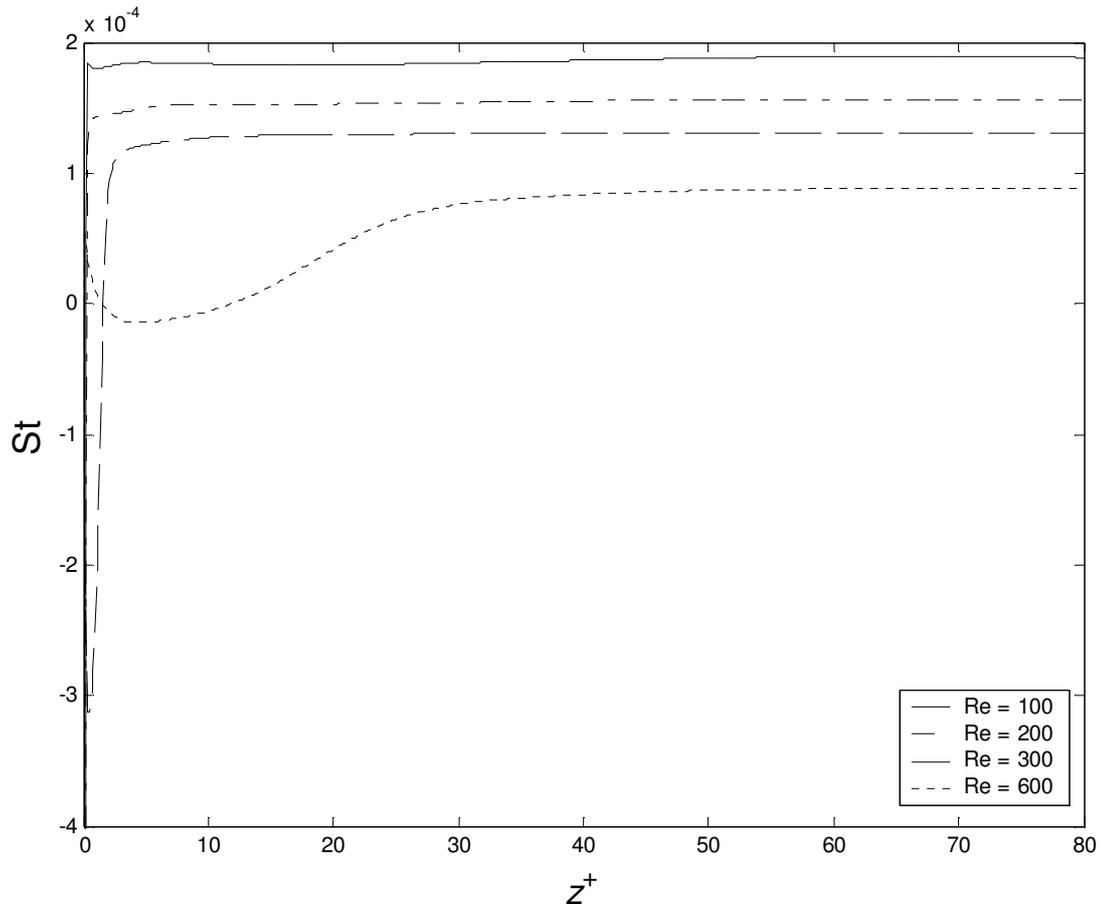


Figure III.13 : Evolution du nombre de Stanton pour $\Delta T = +10^\circ\text{C}$ et différents Re .

III.4.4 Influence du flux imposé et de la capacité thermique de la paroi

Dans ce chapitre, il est intéressant d'étudier par la suite l'influence du flux appliqué sur la paroi extérieure du tube ainsi que celle de la capacité thermique de la paroi sur le comportement d'un écoulement laminaire en convection mixte instationnaire.

Premièrement, nous avons fait varier le flux imposé à la paroi en gardant constant le nombre de Reynolds, l'échelon de température et la capacité thermique de la paroi. Nous avons observé les lignes de courant et les isothermes, à 60 secondes, pour trois valeurs de la densité de flux : 881, 2642 et 4403 W/m^2 (Figure III.14).

On peut constater pour des faibles nombres de Richardson qu'il n'existe pas d'inversion du profil de vitesse. L'écoulement est devenu entièrement développé au bout d'une minute car l'effet de la convection forcée est prédominant.

Lorsque le nombre de Richardson augmente, on note d'une part l'apparition d'une zone d'inversion du profil de vitesse au centre du tube, et d'autre part cette zone est développée de plus en plus près de la région d'entrée du tube. Ce phénomène a été observé par **Cheng et al.** [20]. De plus, les vortex apparaissent à l'interface entre la couche limite et la région centrale du tube.

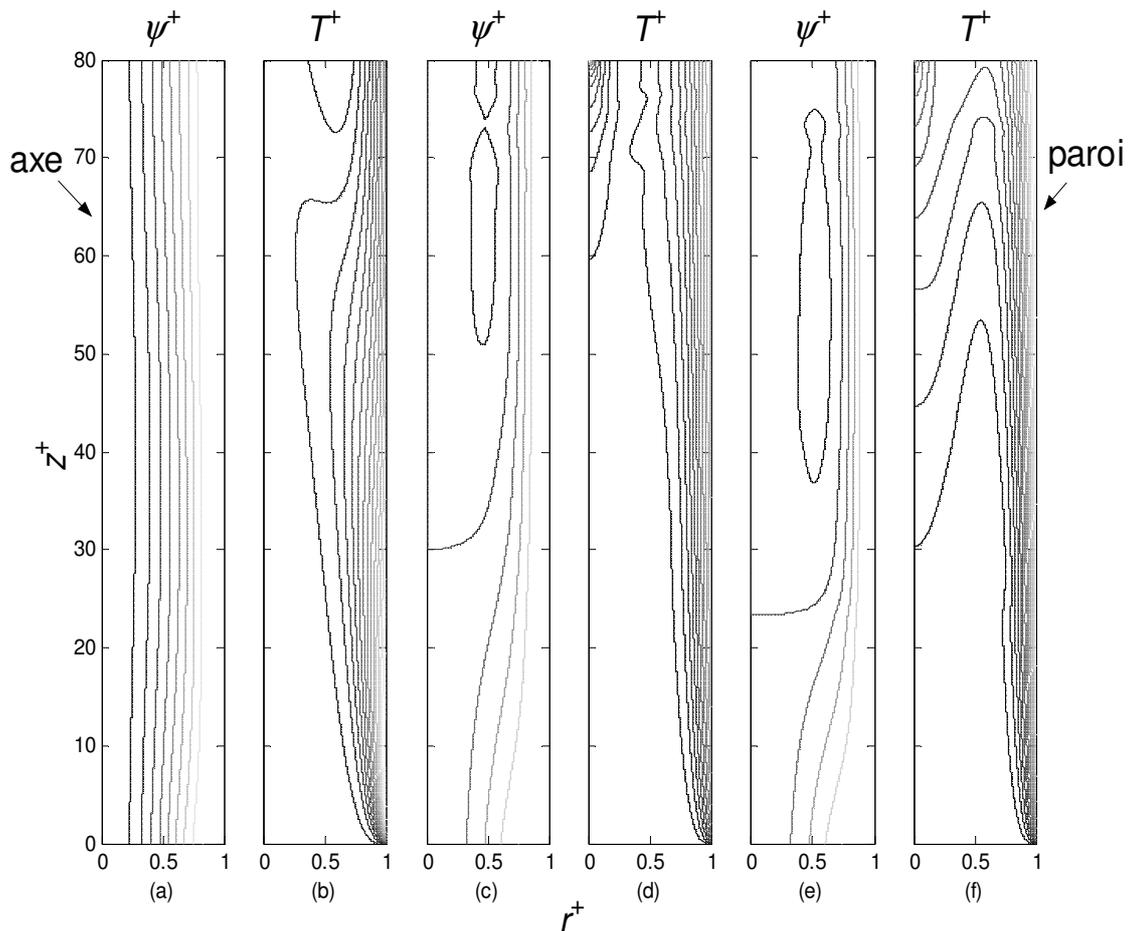


Figure III.14 : Lignes de courant et isothermes le long du tube à $t = 60$ s pour $Re = 300$, $\Delta T = +2^\circ\text{C}$, $a^* = 66$ et différentes ϕ_p'' : (a) et (b) 881, (c) et (d) 2642, (e) et (f) 4403 W/m^2 .

Deuxièmement, nous avons choisi trois valeurs pour la capacité thermique de la paroi (a^*), c'est-à-dire 110, 66 et 41, tout en gardant constant le nombre de Reynolds, le nombre de Grashof et l'échelon de température (Figure III.15).

Il est intéressant d'observer que pour de grandes valeurs de a^* , des vitesses négatives apparaissent dans la partie centrale du tube certainement due au flux imposé à la paroi, phénomène observé par **Heggs et al.** [16]. Au contraire, pour de petites valeurs de a^* , une zone de recirculation se développe au voisinage de la paroi due à l'influence de l'échelon de température appliqué à l'entrée du tube qui, sous l'effet de la poussée d'Archimède, provoque les instabilités de couche limite.

Du point de vue thermique, on constate qu'il y a une dissymétrie dans le profil de température pour différents a^* .

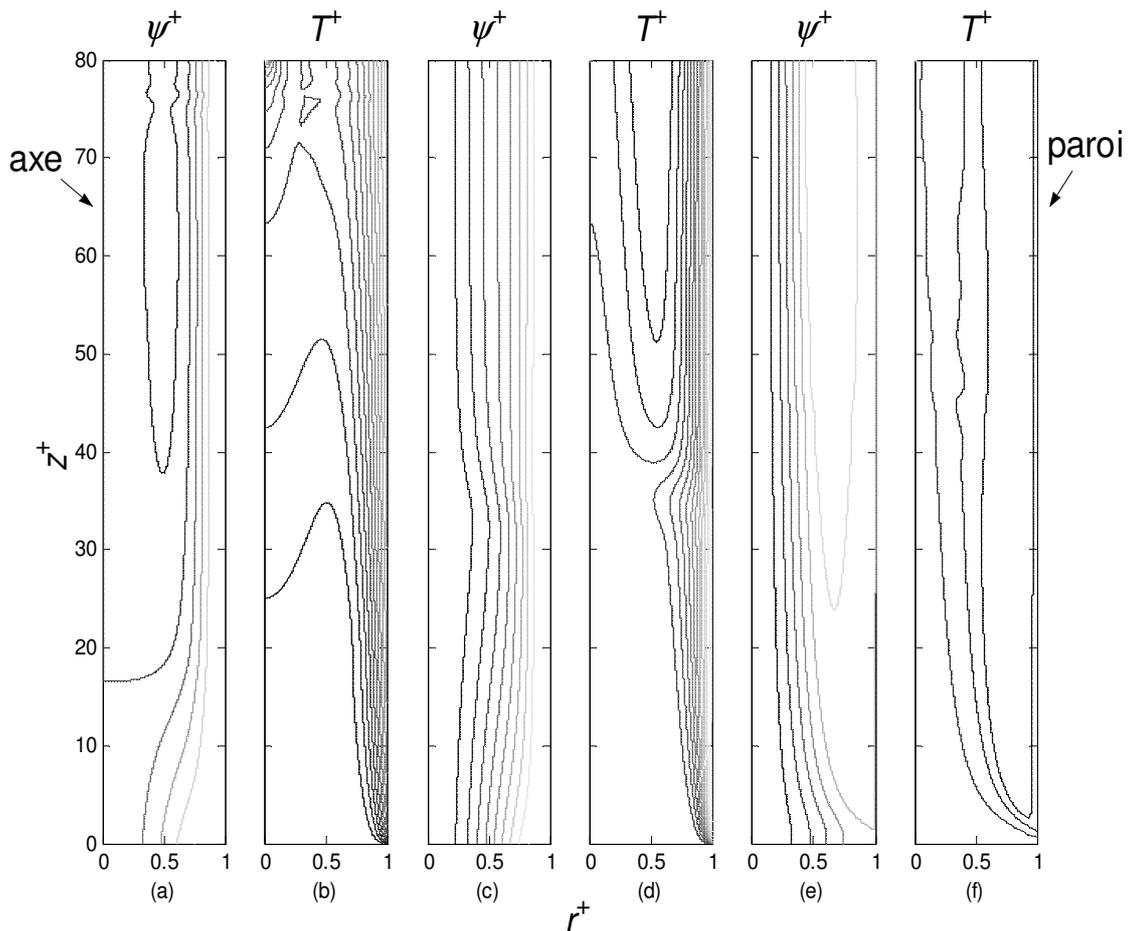


Figure III.15 : Lignes de courant et isothermes le long du tube à $t = 30$ s pour $Re = 300$, $Gr = 7.10^5$, $\Delta T = +2^\circ\text{C}$ et différentes a^* : (a) et (b) 110, (c) et (d) 66, (e) et (f) 41.

Pour le cas analysé précédemment, nous allons regarder les profils de vitesse et de température sur une section à 600 mm (Figures III.16 et III.17).

En concordance avec la figure III.15, nous constatons que pour les grandes valeurs de a^* le fluide est accéléré au voisinage de la paroi et, simultanément, il est freiné dans la partie centrale de sorte que des vitesses négatives apparaissent au centre. Donc, l'effet de la convection mixte aidée est prédominant.

Au contraire, pour de petites valeurs de la capacité thermique de la paroi le fluide est accéléré au centre sous l'effet de la poussée d'Archimède et, en même temps, pour garder la conservation de la masse globale du fluide, est ralenti à côté de la paroi, ce qui résulte en l'apparition d'une zone de recirculation. Cette fois-ci, c'est la condition à la limite à l'entrée qui est prédominante sur l'écoulement laminaire.

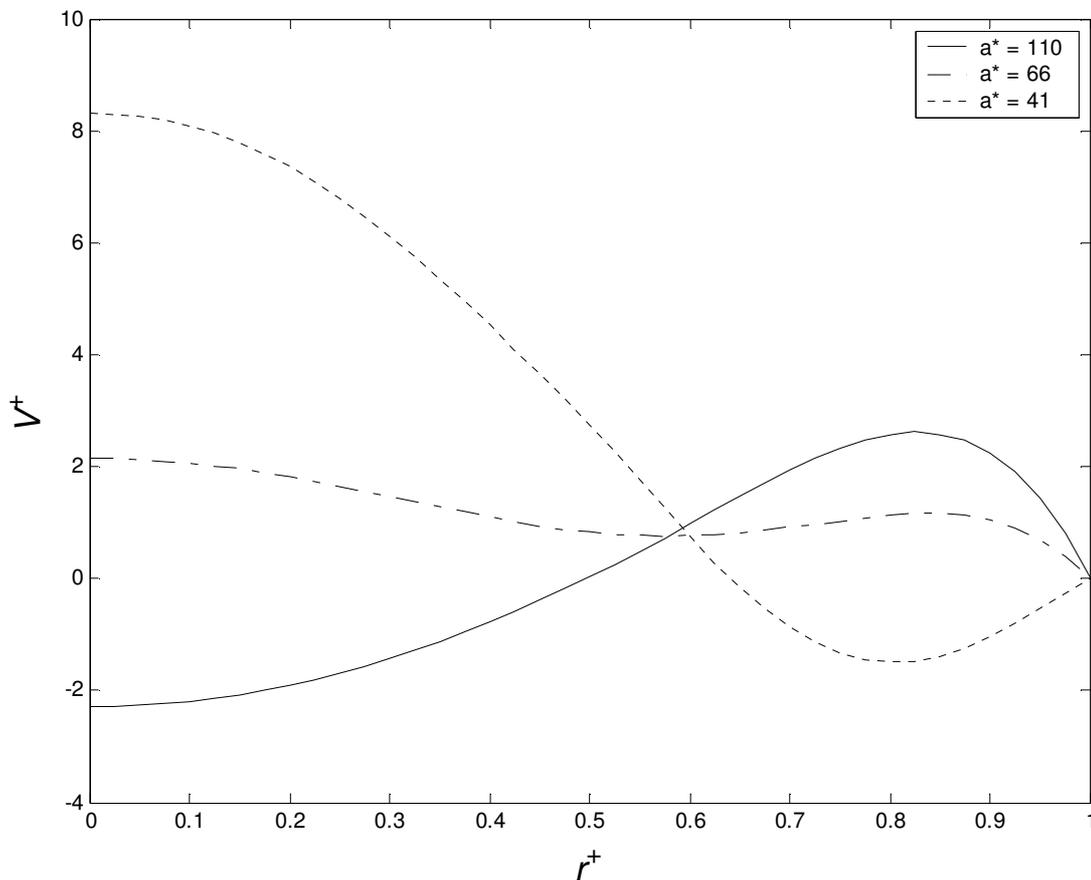


Figure III.16 : Profil de vitesse axiale à $z = 600$ mm pour $Re = 300$, $Gr = 7.10^5$,

$$\Delta T = +2^\circ C, t = 30 \text{ s et différentes } a^*.$$

Sur la figure III.17 on remarque que pour de grandes valeurs de a^* le fluide le plus chaud se trouve au voisinage de la paroi et, pour de petites valeurs de a^* il se trouve sur l'axe, en

concordance avec la figure III.16. Dans le premier cas le fluide est chauffé par le flux imposé sur la paroi et dans le deuxième le fluide est réchauffé par l'échelon de température appliqué à l'entrée du tube.

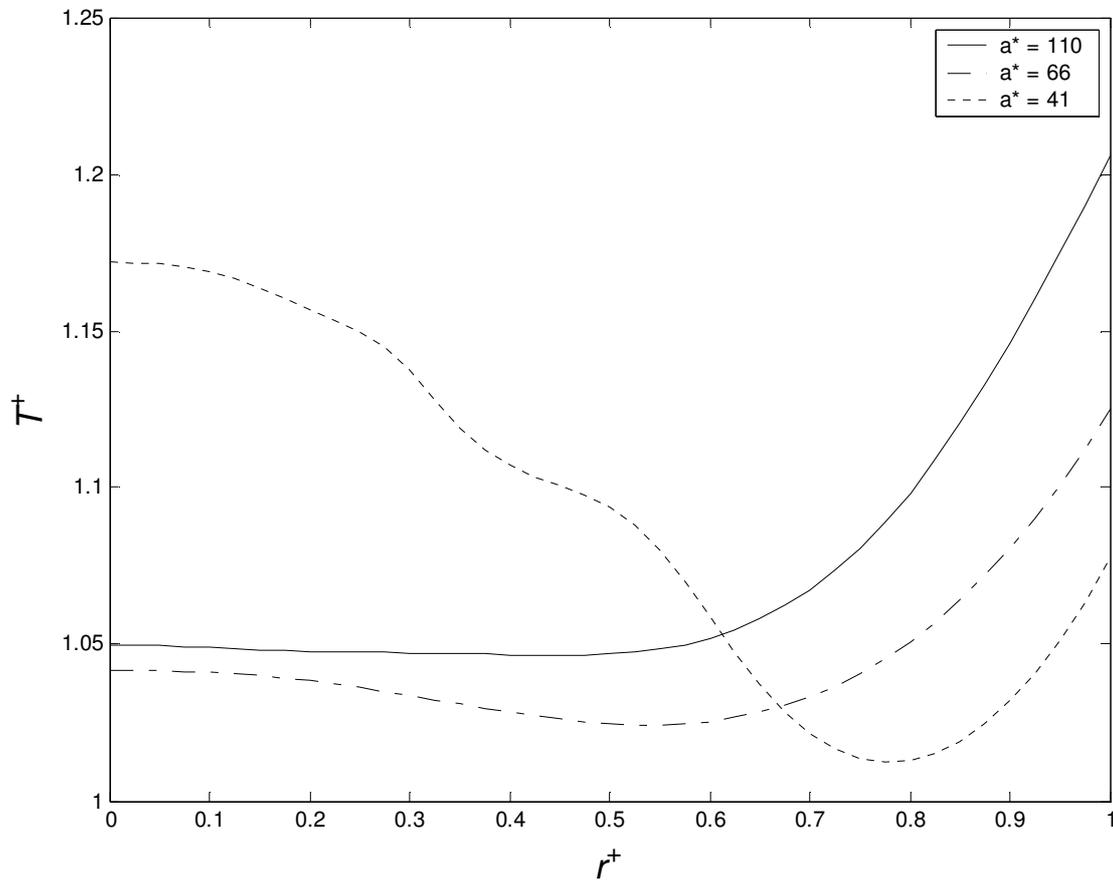


Figure III.17 : Profil de température à $z = 600$ mm pour $Re = 300$, $Gr = 7.10^5$,

$\Delta T = +2^\circ C$, $t = 30$ s et différentes a^* .

III.4.5 Etude de stabilité de l'écoulement

Enfin, pour conclure cette première partie du chapitre en cours, nous avons réalisé l'étude de stabilité de l'écoulement laminaire en convection mixte aidée lorsqu'un échelon positif de température est appliqué à l'entrée du tube. En fait, nous voulons déterminer le nombre de Richardson critique au-delà duquel les instabilités apparaissent, ainsi que le temps caractéristique d'apparition des instabilités.

Nous avons effectué plusieurs simulations numériques de manière à couvrir un domaine assez large dans le diagramme $Pe - Ri$. Pour cela nous avons fait varier le nombre de Reynolds entre 10 et 1000, le nombre de Grashof entre $2 \cdot 10^5$ et $1,4 \cdot 10^6$, l'échelon de température entre $+2 \text{ }^\circ\text{C}$ et $+15 \text{ }^\circ\text{C}$ et la capacité thermique de la paroi entre 41 et 110.

Un autre paramètre qui joue un rôle important dans le développement des instabilités d'un écoulement laminaire en convection mixte est la température initiale du fluide. Dans la figure III.18, on constate que l'amplitude de la zone de recirculation augmente avec la température initiale du fluide. Ce qui veut dire que l'écoulement laminaire est plus instable pour des grandes températures initiales.

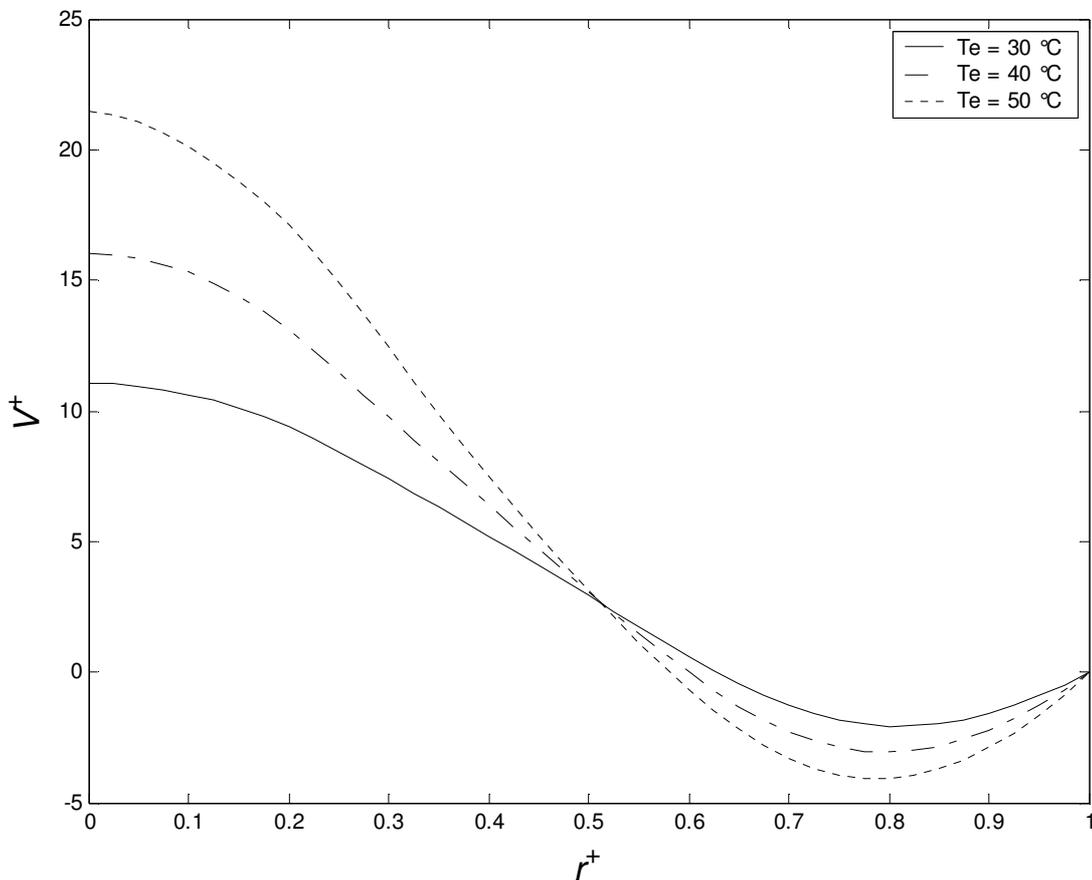


Figure III.18 : Profil de vitesse axiale à $z = 200 \text{ mm}$ pour $Re = 100$, $t = 10 \text{ s}$,

$\Delta T = +10^\circ\text{C}$ et différentes Te .

Pour bien prendre en compte tous les paramètres qui interviennent dans l'étude du comportement transitoire d'un écoulement laminaire en convection mixte aidée, nous avons

réalisé deux diagrammes de stabilité : l'un dans lequel on fixe la capacité thermique de la paroi et on fait varier l'échelon de température, et l'autre dans lequel on fixe l'échelon et on change la capacité thermique.

La figure III.19 représente le diagramme de stabilité pour deux échelons de température appliqués à l'entrée du tube : + 2 °C et + 10 °C, lorsque a^* est fixé à 66. Nous pouvons constater que pour des grands échelons ($\Delta T \geq 10^\circ C$) dans le domaine étudié l'écoulement est toujours instable. Ceci est dû au fait que l'effet de la convection naturelle est prédominant quel que soit le nombre de Richardson.

Au contraire, lorsque l'échelon est faible ($\Delta T = +2^\circ C$) on trouve un nombre de Richardson critique au-delà duquel l'écoulement est toujours instable :

$$Ri_c^{\Delta T=+2^\circ C} \approx 1,5$$

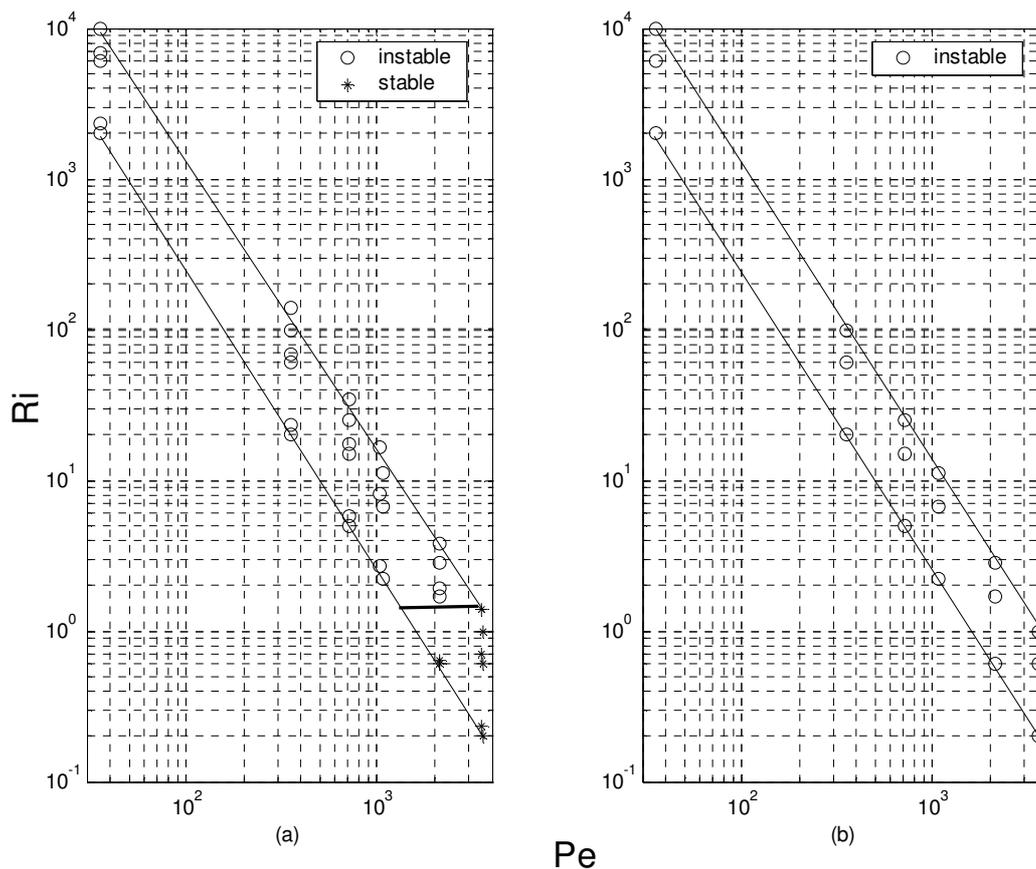


Figure III.19 : Diagrammes de stabilité de l'écoulement pour $a^* = 66$
et différents ΔT : (a) + 2 °C et (b) + 10 °C

De plus, on observe que la convection forcée est prédominante lorsque le nombre de Péclet est supérieur à 1000, donc l'écoulement devient stable.

Par la suite, nous avons mis en évidence un temps caractéristique d'apparition des instabilités pour les résultats présentés précédemment (Figure III.20).

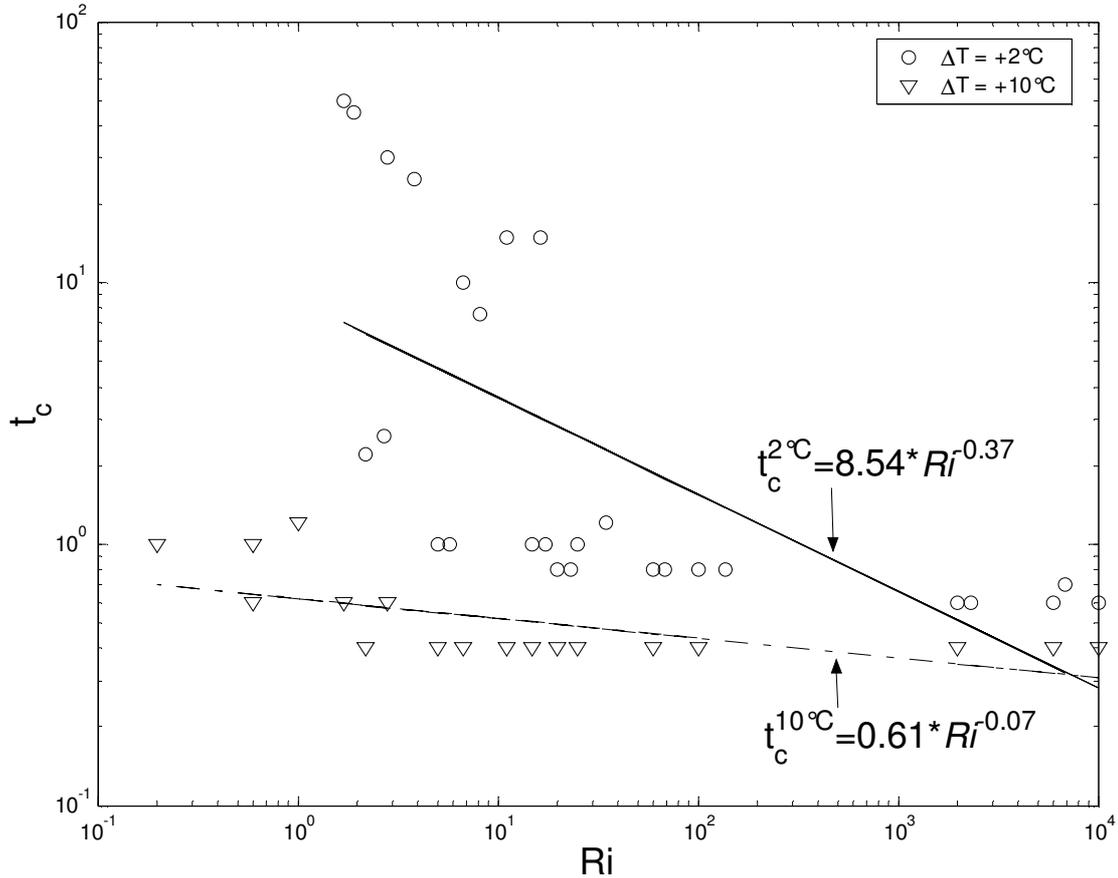


Figure III.20 : Evolution du temps caractéristique en fonction de l'échelon de température.

Les équations (III.11) et (III.12) représentent respectivement la corrélation de t_c en fonction du nombre de Richardson pour un échelon de 2°C et pour un échelon de 10 °C lorsque la capacité thermique de la paroi est 66.

$$t_c^{2^{\circ}C} = 8,5472 Ri^{-0,3702} \quad (III.11)$$

$$t_c^{10^{\circ}C} = 0,6188 Ri^{-0,076} \quad (III.12)$$

Nous pouvons constater que le temps caractéristique d'apparition des instabilités dans le cas d'un écoulement laminaire en convection mixte aidée est plus faible pour des grands échelons de température. On note que l'écoulement devient rapidement instable lorsque le nombre de Richardson augmente.

Ensuite, nous avons fixé l'échelon de température et nous avons tracé les diagrammes de stabilité pour les différentes capacités thermiques de la paroi. Nous avons constaté que l'écoulement est toujours instable pour des faibles capacités thermiques ($a^* = 41$) quel que soit le nombre de Richardson, comme pour le cas avec des grands échelons de température. Par contre, dans le cas d'une grande capacité thermique de la paroi ($a^* = 110$), on remarque l'existence d'un nombre de Richardson critique :

$$Ri_c^{a^*=110} \approx 1$$

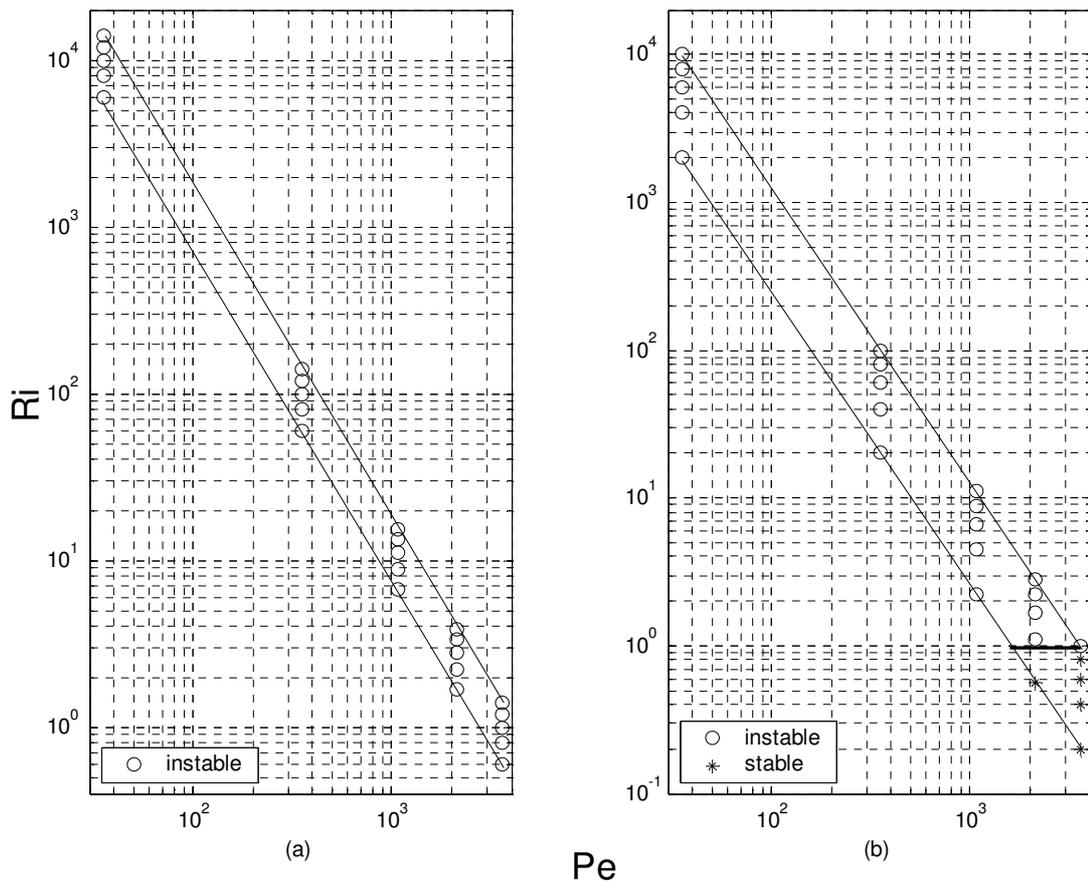


Figure III.21 : Diagrammes de stabilité de l'écoulement pour $\Delta T = +10^\circ\text{C}$

et différentes a^* : (a) 41 et (b) 110.

Dans ce cas, c'est-à-dire pour différentes capacités thermiques, nous avons mis en évidence les temps caractéristiques d'apparition des instabilités (Figure III.22).

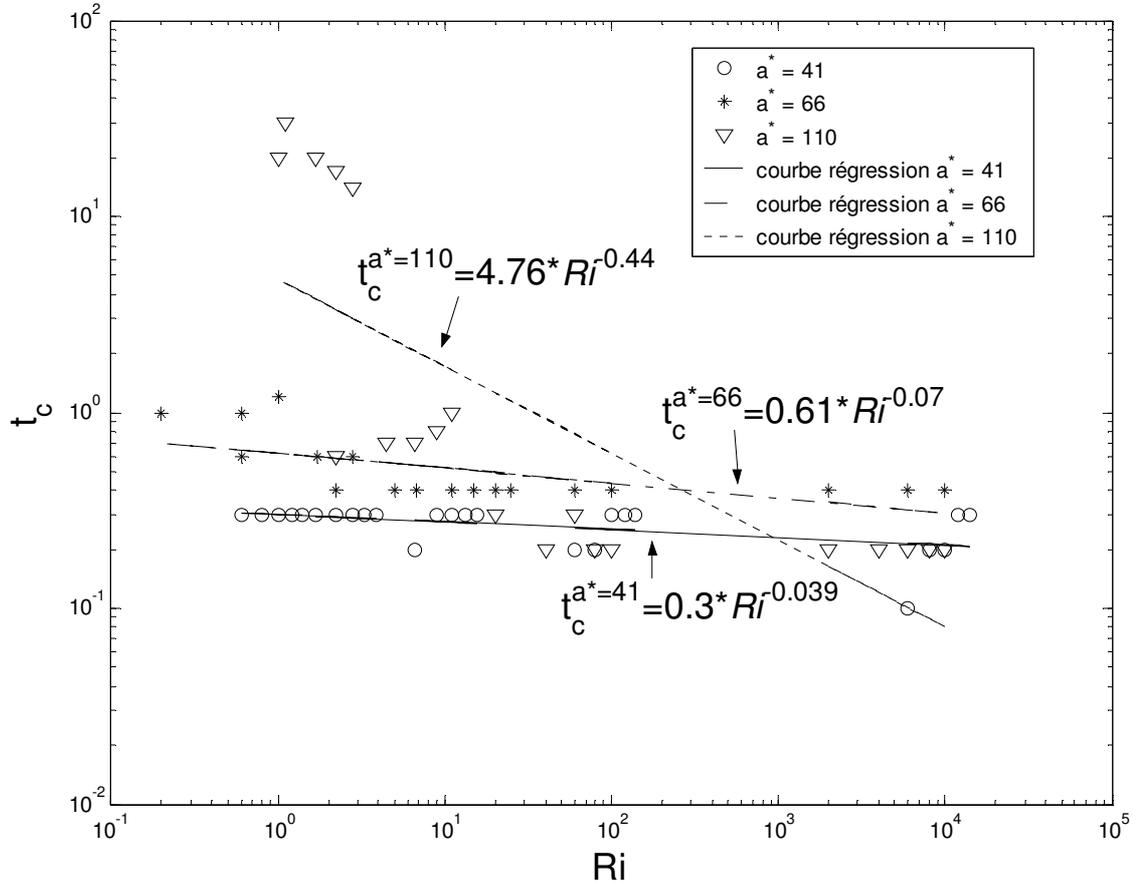


Figure III.22 : Evolution du temps caractéristique pour $\Delta T = +10^\circ\text{C}$ et différentes a^* .

Ainsi, nous pouvons constater que les instabilités apparaissent plus rapidement pour des petites capacités thermiques de la paroi. De plus, le temps caractéristique diminue vite avec l'augmentation du nombre de Richardson.

$$t_c^{a^*=41} = 0,3023 Ri^{-0,039} \quad (\text{III.13})$$

$$t_c^{a^*=66} = 0,6188 Ri^{-0,076} \quad (\text{III.14})$$

$$t_c^{a^*=110} = 4,7613 Ri^{-0,4432} \quad (\text{III.15})$$

III.5 ÉCHELON NEGATIF DE TEMPERATURE ($\Delta T < 0$)

Dans le cas du refroidissement nous avons effectué des simulations numériques pour l'eau à une température initiale de 50 °C. La température de l'air ambiant est 20 °C. La densité de flux imposée à la paroi est de 881 W/m², ce qui correspond à un nombre de Grashof de l'ordre de 2.10⁵.

Pour observer l'influence de l'échelon de température (ΔT) appliqué à l'entrée du tube sur l'écoulement laminaire en convection mixte, nous l'avons fait varier entre - 2°C et - 15°C. De plus, pour mieux analyser l'écoulement laminaire en convection mixte nous avons fait varier la vitesse débitante entre 5,5.10⁻⁴ m/s et 5,5.10⁻² m/s afin que le nombre de Reynolds puisse prendre des valeurs entre 10 et 1000.

Pour mettre en évidence l'effet de la capacité thermique de la paroi ainsi que de la densité de flux imposée à la paroi sur le transfert de chaleur, nous avons respectivement choisi les valeurs : 41, 66 et 110 pour la capacité thermique et 881, 2642 et 4403 W/m² pour la densité de flux imposée à la paroi.

III.5.1 Evolution temporelle des lignes de courant et des isothermes

Après une diminution brusque de la température du fluide à l'entrée du tube (Figure III.23), c'est-à-dire qu'on a appliqué un échelon négatif de température, lorsqu'un flux uniforme est imposé à la paroi nous constatons l'apparition, dès les premières secondes, d'une oscillation de la ligne de courant. Ce phénomène est dû à l'interaction des couches limite froide et chaude.

Nous constatons aussi qu'au bout de 60 secondes une zone de recirculation s'installe au centre du tube à mi-hauteur. Ceci est dû conjointement au flux imposé à la paroi ainsi qu'à l'échelon négatif de température imposé à l'entrée du tube.

De plus, nous pouvons observer que durant la phase transitoire le champ de température est stratifié pour $0 \leq r^+ \leq 0,8$ et qu'à la paroi la température monte rapidement, certainement en raison du flux imposé à la paroi.

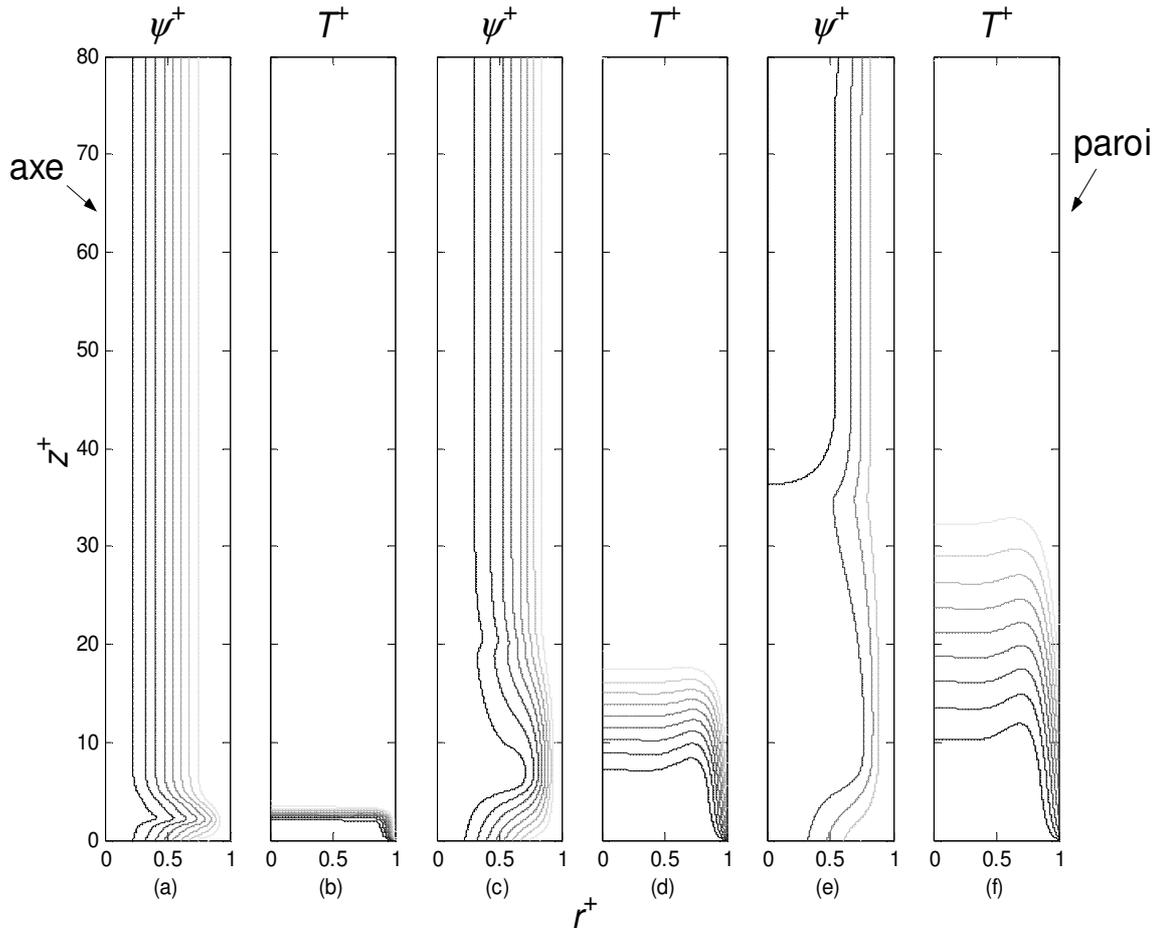


Figure III.23 : Evolution temporelle des lignes de courant et des isothermes le long du tube pour $Re = 100$, $\Delta T = -10^\circ C$ et différents instants : (a) et (b) à 5 s, (c) et (d) à 30 s, (e) et (f) à 60 s.

Dans les figures III.24 et III.25 nous avons tracé les profils de vitesse et de température correspondant à la figure III.23 sur une section à 200 mm.

Lorsqu'on refroidit brusquement le fluide à l'entrée du tube, la vitesse de l'écoulement au centre diminue, sous l'effet de la gravité, puisque le fluide froid qui arrive a une masse volumique plus grande, donc est plus lourd.

Simultanément, pour garder la conservation de la masse globale, le fluide accélère au voisinage de la paroi. Durant la phase transitoire, cette accélération à côté de la paroi devient de plus en plus forte, certainement parce que la paroi est chauffée, si bien que la vitesse au centre atteint son minimum pour $r^+ = 0,6$.

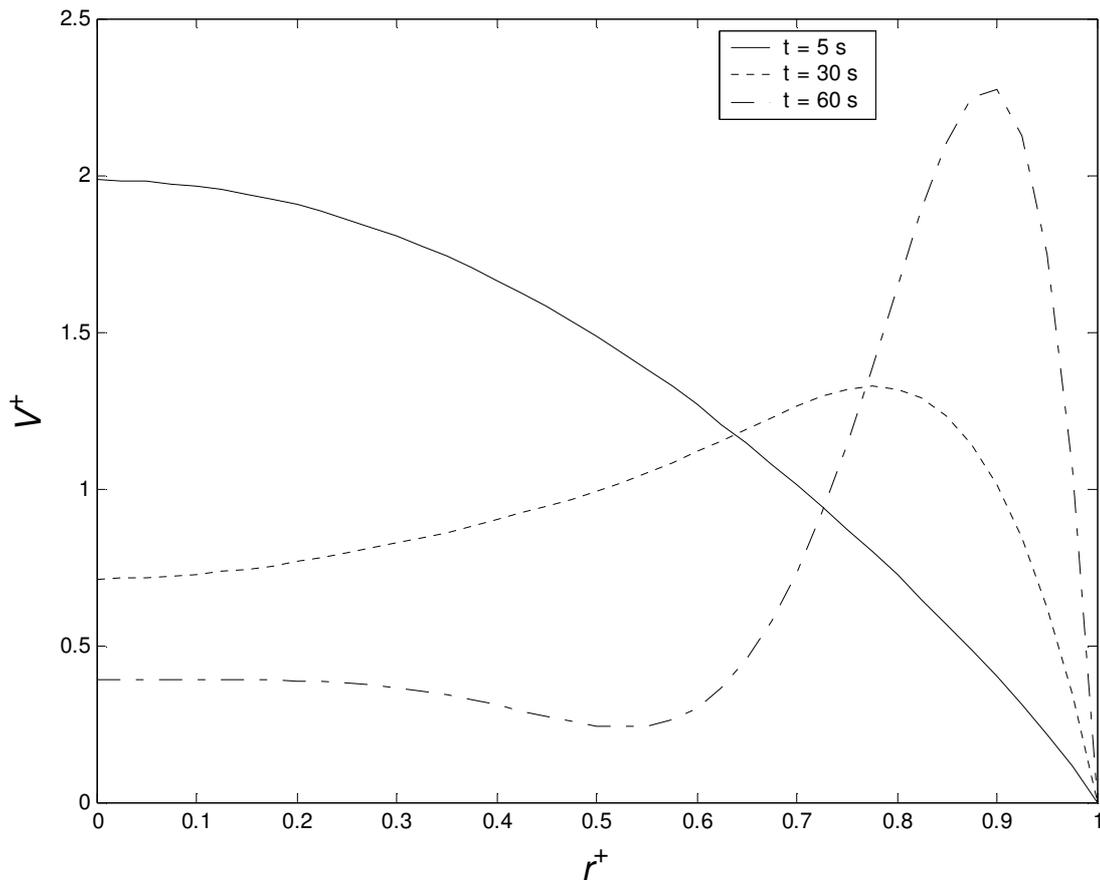


Figure III.24 : Profil de vitesse axiale à $z = 200 \text{ mm}$, pour $Re = 100$, $\Delta T = -10^\circ\text{C}$ et différents instants.

En concordance avec la figure III.23 dans laquelle on constate que la perturbation passe par cette section (à 200 mm) entre 30 et 60 secondes, la température atteint son minimum pour $r^+ = 0,7$ à l'interface entre le fluide chaud (chauffé par le flux imposé à la paroi) et le fluide froid (refroidi par l'échelon négatif appliqué à l'entrée). De plus la température atteint son maximum sur la paroi certainement à cause du flux imposé à la paroi.

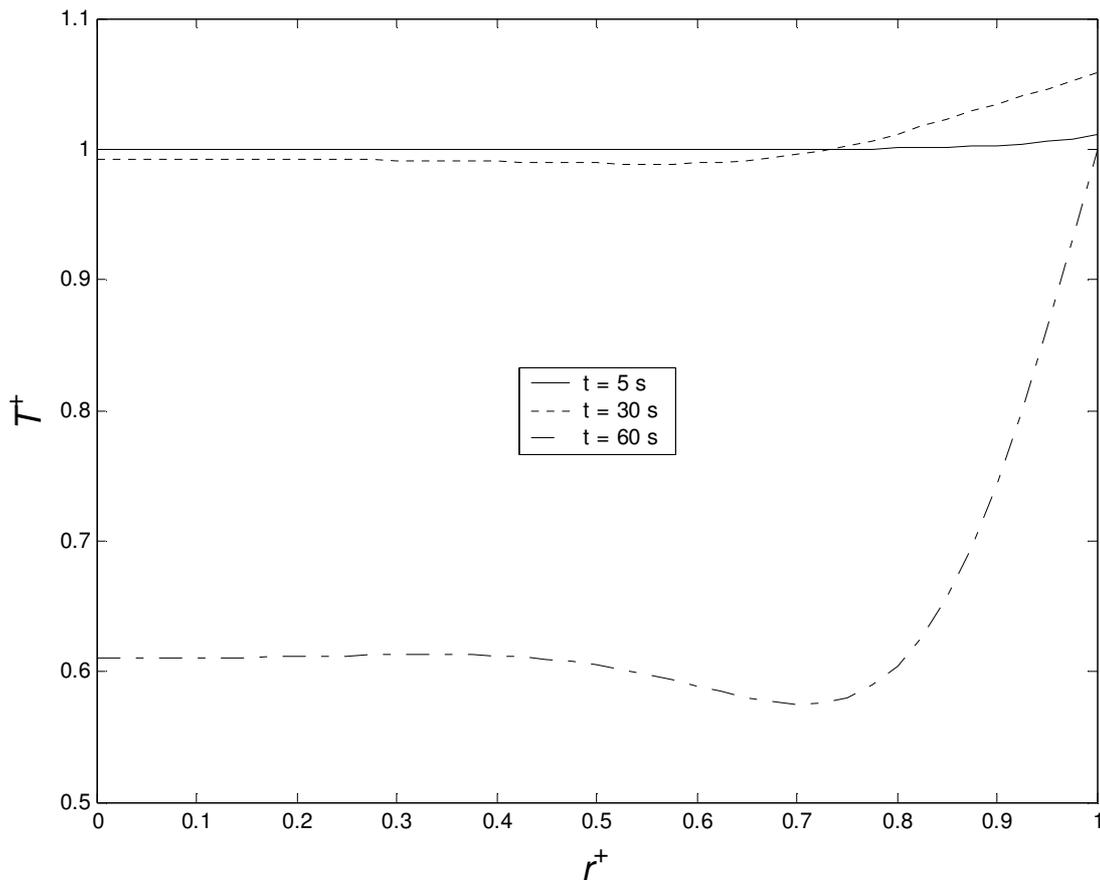


Figure III.25 : Profil de température à $z = 200 \text{ mm}$, pour $Re = 100$, $\Delta T = -10^\circ\text{C}$ et différents instants.

III.5.2 Influence de l'échelon de température

Le fait qu'il y ait deux conditions aux limites qui varient, l'échelon négatif de température appliqué à l'entrée du tube et le flux imposé sur la paroi, a certainement une grande influence sur l'écoulement laminaire en convection mixte transitoire.

A titre d'exemple, dans la figure III.26 on observe que pour des grands échelons négatifs ($\Delta T = -10^\circ\text{C}$) l'écoulement freine le plus au centre, sous l'effet de la poussée d'Archimède, et par voie de conséquence, il accélère le plus au voisinage de la paroi par rapport aux faibles échelons négatifs ($\Delta T = -2^\circ\text{C}$).

Le ralentissement de l'écoulement au centre, pour des nombres de Richardson importants, peut engendrer l'apparition des vitesses négatives, c'est-à-dire d'une zone de recirculation.

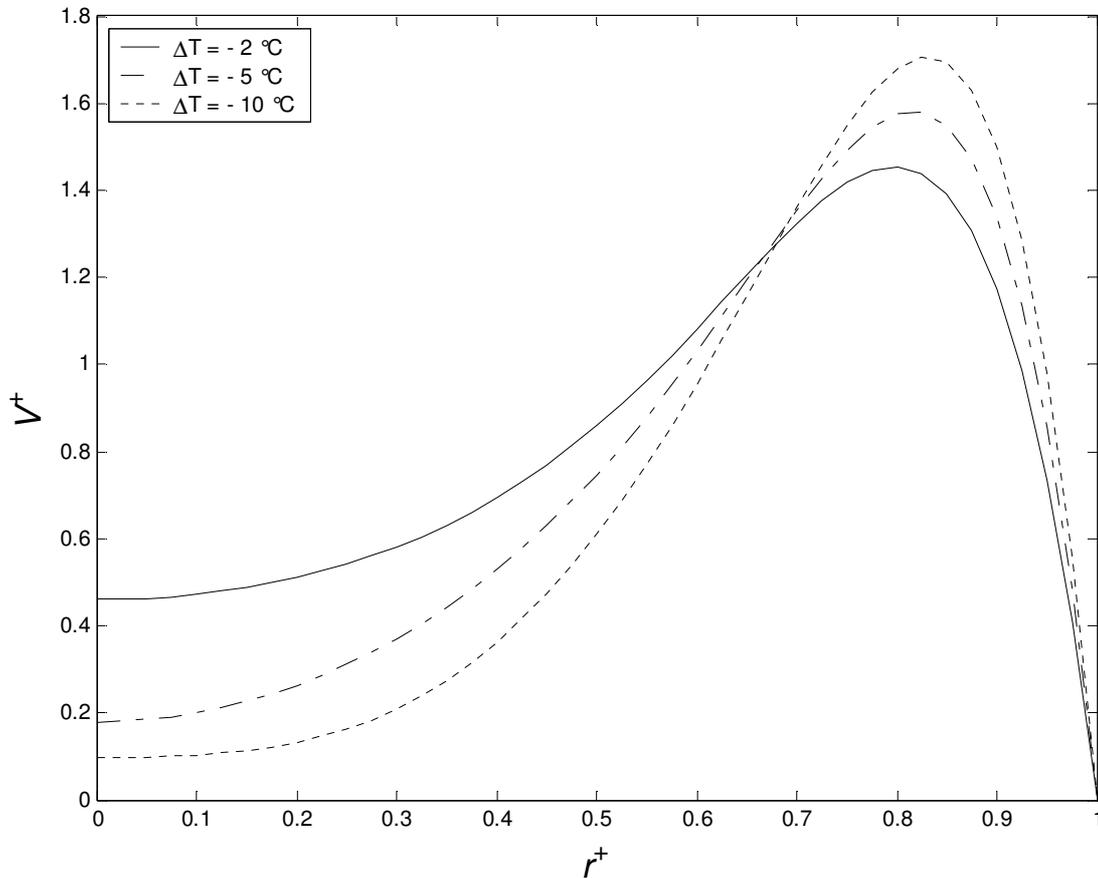


Figure III.26 : Profil de vitesse axiale à $z = 400$ mm pour $Re = 300$, $t = 60$ s et différents ΔT .

Dans la figure III.27, on observe les profils de température à 400 mm pour différents échelons négatifs de température imposés à l'entrée du tube, lorsque le nombre de Reynolds est fixé à 300. Nous constatons que, sous l'effet du flux imposé sur la paroi, le fluide se réchauffe au voisinage de la paroi, c'est-à-dire pour $0,6 \leq r^+ \leq 1$.

De plus, on remarque qu'au voisinage du centre, c'est-à-dire pour $0 \leq r^+ \leq 0,6$, le profil de température est quasiment constant. Ceci est dû au fait que la convection forcée est prédominante.

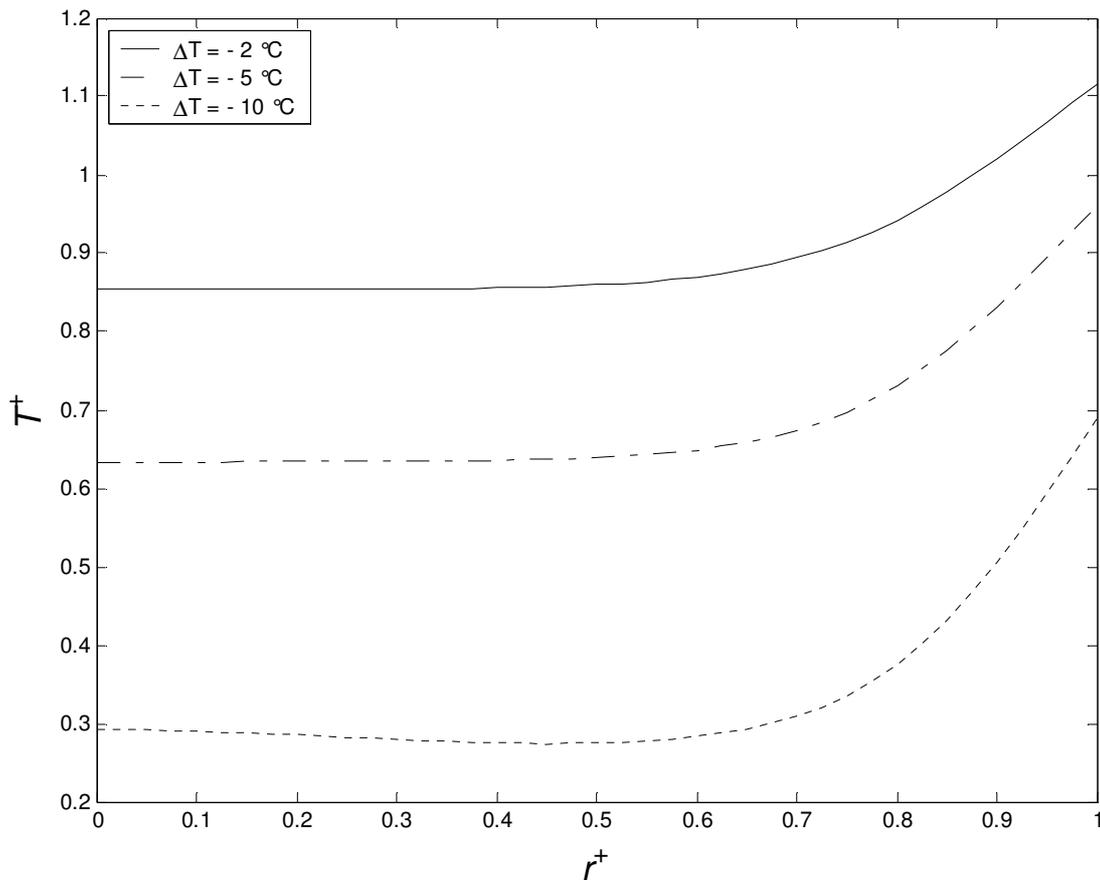


Figure III.27 : Profil de température à $z = 400$ mm pour $Re = 300$, $t = 60$ s et différents ΔT .

Les lignes de courant et les isothermes pour un nombre de Richardson fixé à 20 sont représentées dans la figure III.28. Quel que soit l'échelon négatif de température appliqué à l'entrée du tube, on constate qu'une zone de recirculation apparaît au centre en aval de l'onde de perturbation. L'apparition des vitesses négatives se fait plus près de l'entrée pour des grands échelons. Ceci est dû à l'effet de la convection naturelle sur l'écoulement laminaire.

On note d'ailleurs que, pour de faibles échelons de température ($\Delta T = -2^\circ C$), une deuxième zone de recirculation apparaît en amont de l'onde de perturbation. En fait, le gradient radial de température est moins important lorsqu'on applique un petit échelon de température. Ce phénomène est dû à l'interaction entre des couches limites chaude et froide.

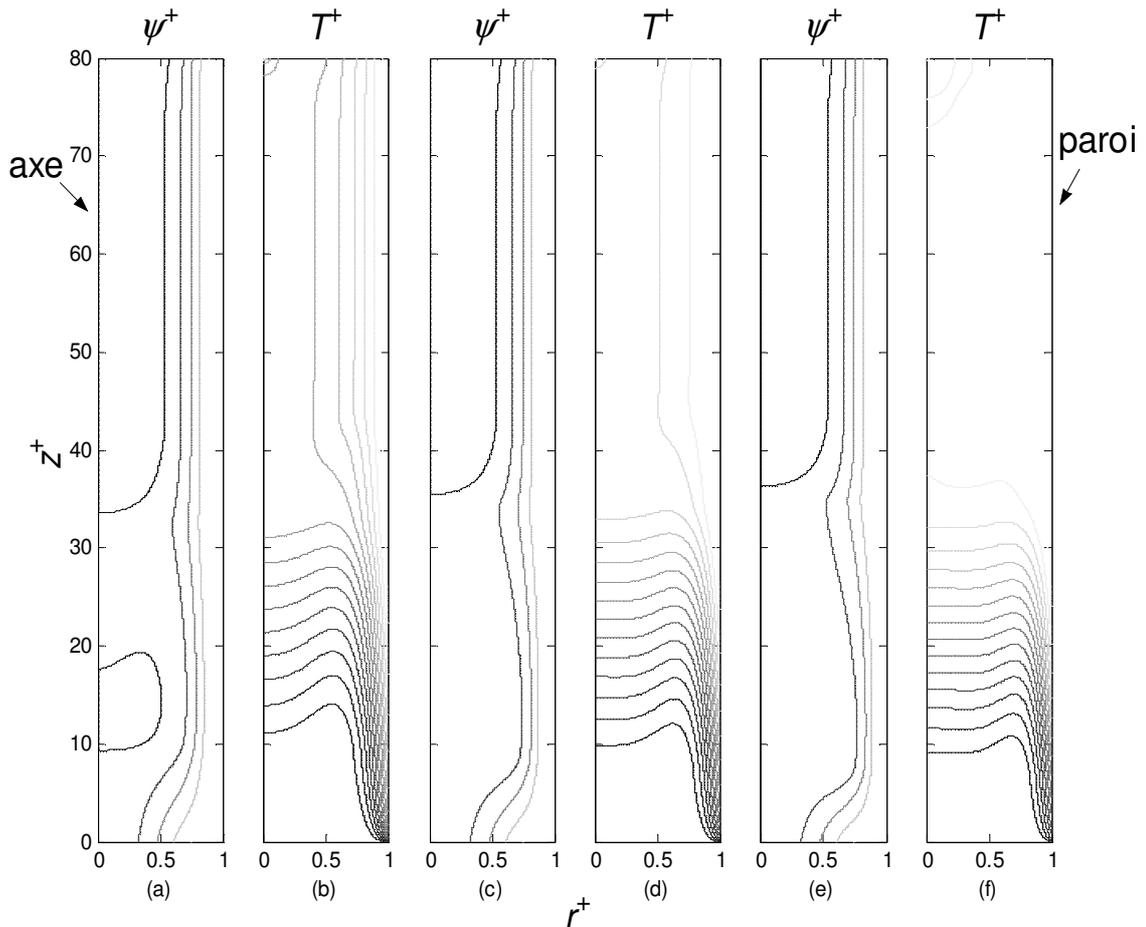


Figure III.28 : Lignes de courant et isothermes le long du tube à $t = 60$ s pour $Re = 100$ et différents ΔT : (a) et (b) à -2 °C, (c) et (d) -5 °C et (e) et (f) -10 °C.

Afin de mettre en évidence l'influence de l'échelon négatif de température à l'entrée du tube sur le transfert de chaleur, ainsi que sur les pertes de charge, nous avons représenté dans les figures III.29 et III.30 l'évolution du nombre de Stanton et du coefficient de frottement pariétal suivant la direction axiale.

Lorsqu'on fixe le nombre de Reynolds, on constate que le transfert de chaleur diminue rapidement dans la région d'entrée, puis, d'une façon régulière tout au long de la paroi, quel que soit l'échelon de température appliqué à l'entrée du tube. De plus, le nombre de Stanton est plus important pour des forts échelons négatifs de température.

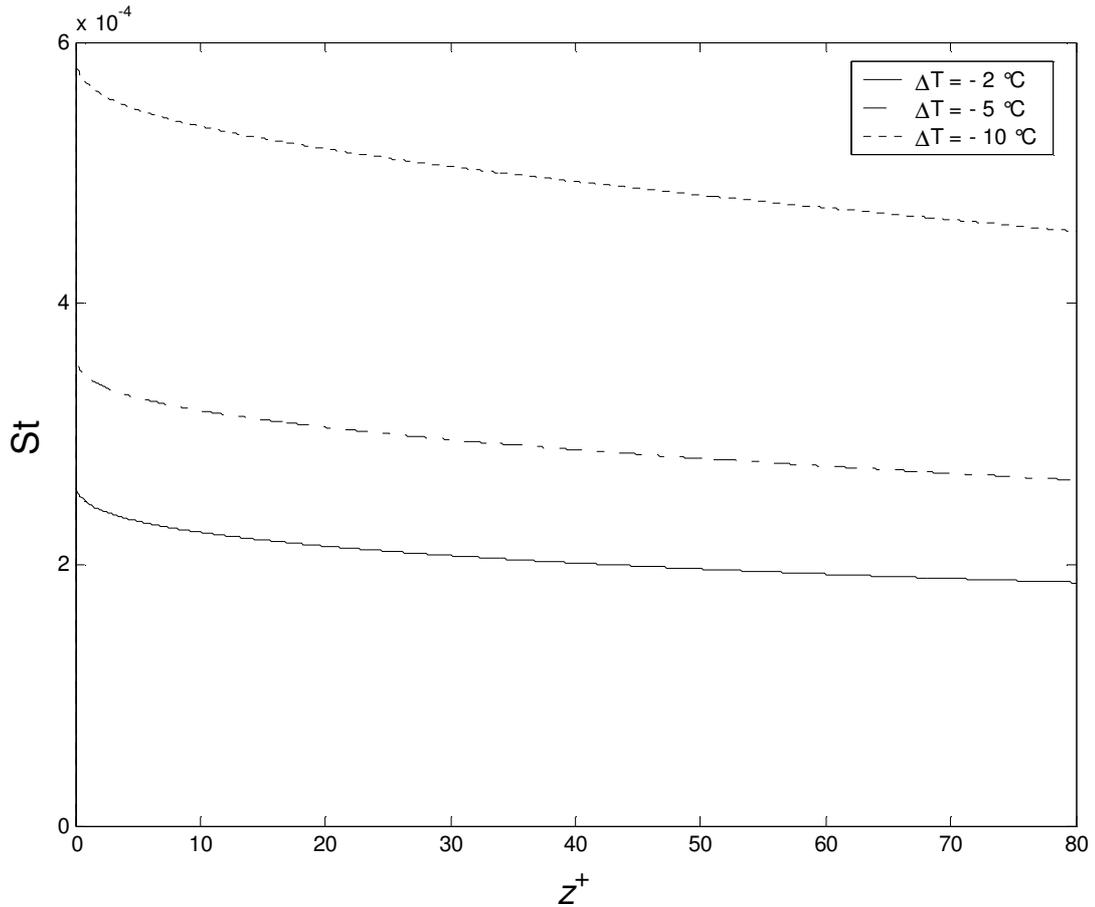


Figure III.29 : Evolution du nombre de Stanton pour $Re = 600$ et différents ΔT .

Dans la figure III.30 nous avons présenté le coefficient de frottement suivant la direction axiale. On observe que le coefficient de frottement a une évolution croissante tout au long du tube et qu'il est plus élevé pour de forts échelons de température. On note également qu'il prend des valeurs positives quel que soit l'échelon, ce qui veut dire qu'au voisinage de la paroi il n'y a pas une inversion du profil de vitesse car l'écoulement accélère (Figure III.26).

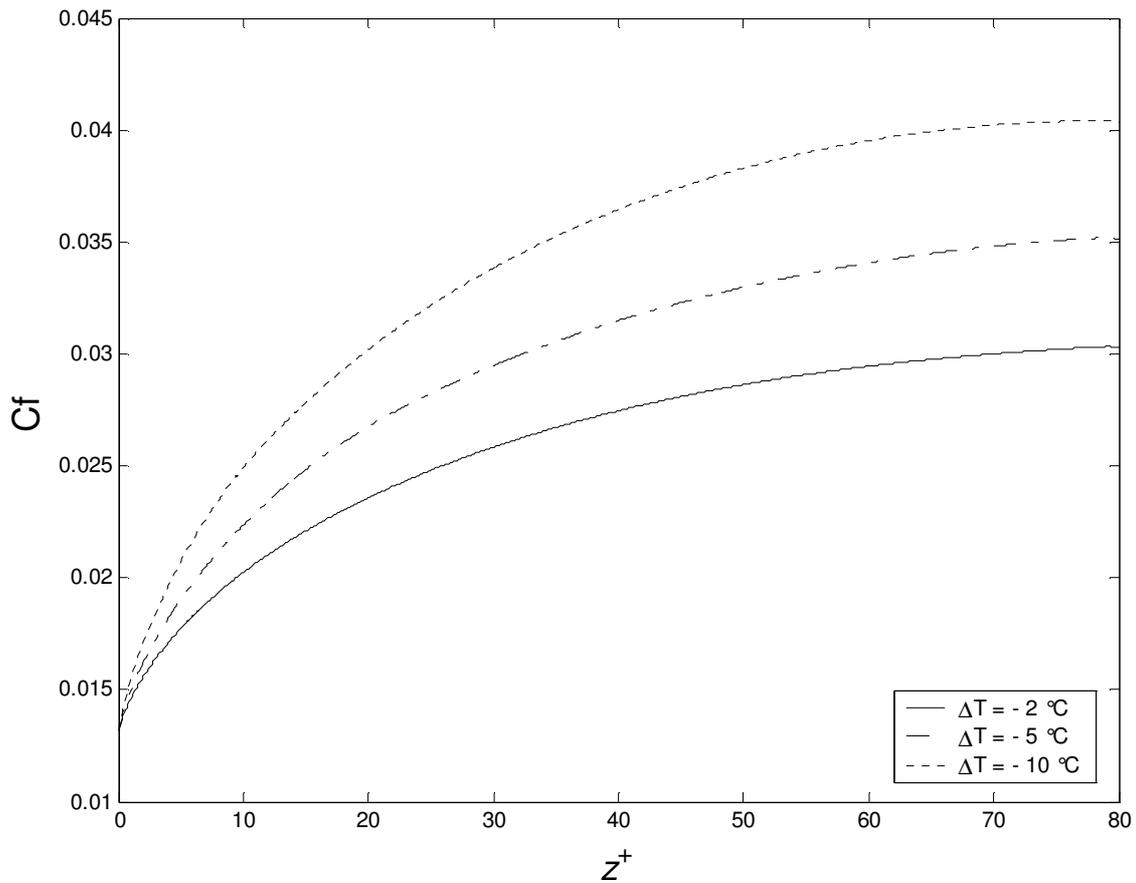


Figure III.30 : Evolution du coefficient de frottement pour $Re = 600$ et différents ΔT .

III.5.3 Influence de la vitesse débitante

Un autre paramètre qui joue un rôle très important sur la stabilité de l'écoulement laminaire en convection mixte instationnaire est la vitesse débitante, substituée dans ce qui suit par le nombre de Reynolds.

A 60 secondes, en fixant l'échelon de température à l'entrée du tube (Figure III.31), on remarque une forte dissymétrie dans les champs dynamique et thermique pour différents nombres de Reynolds.

A titre d'exemple, pour des faibles vitesses débitantes ($Re \leq 100$), on observe une zone de recirculation qui se développe en aval de l'onde de perturbation. Au contraire, pour des grandes vitesses ($Re \geq 600$) l'écoulement est entièrement développé.

On observe également une stratification de la température dans le tube pour des faibles vitesses. De plus, la température adopte une variation asymptotique pour des grands nombres de Reynolds, donc l'écoulement est stable.

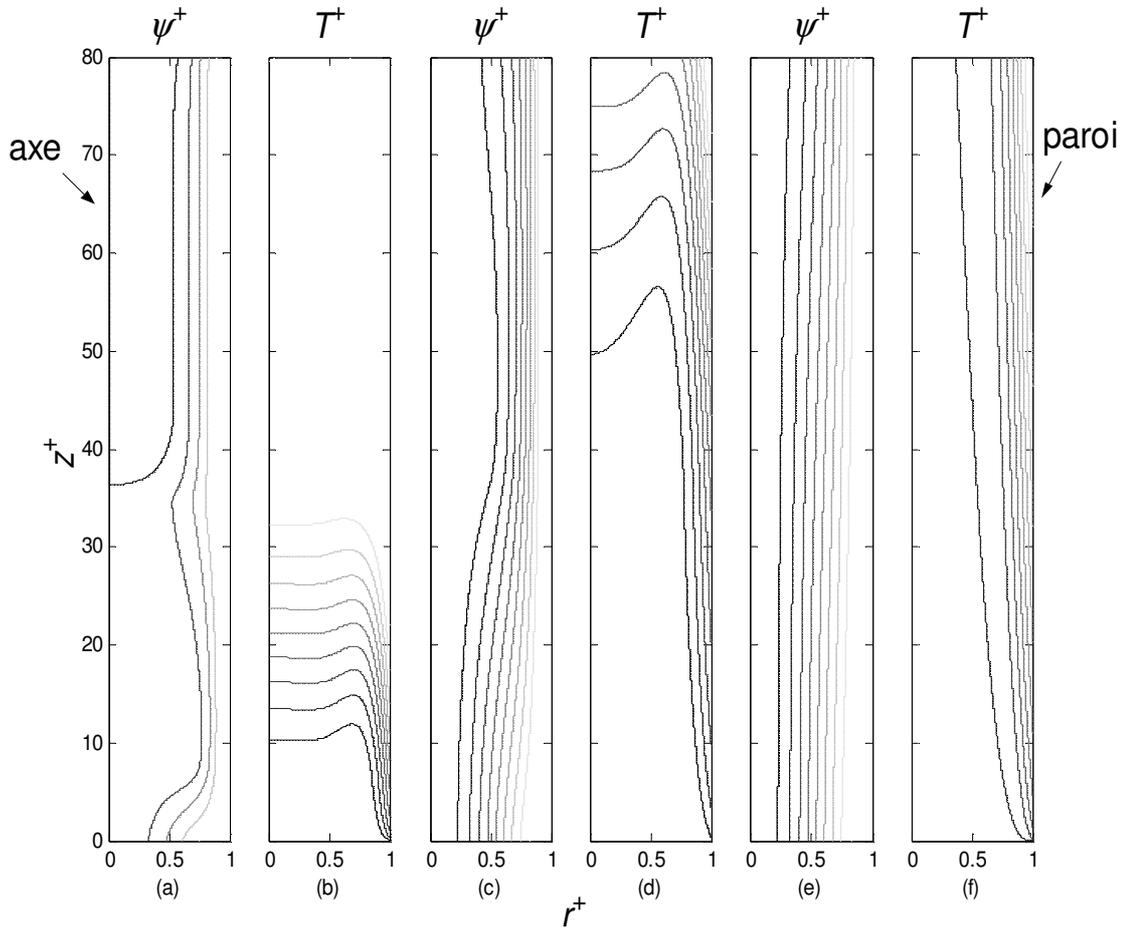


Figure III.31 : Lignes de courant et isothermes le long du tube à $t = 60 s$ pour $\Delta T = -10^\circ C$ et différents Re : (a) et (b) 100, (c) et (d) 300, (e) et (f) 600.

Par la suite, nous allons analyser le transfert de chaleur à la paroi, lorsqu'on impose un échelon négatif de température à l'entrée, pour différents nombres de Reynolds (Figure III.32). Nous pouvons constater que le transfert de chaleur est plus important dans la région d'entrée, mais il décroît rapidement le long du tube. On note également que le nombre de Stanton est plus important pour des faibles vitesses débitantes. L'effet de la convection naturelle est prédominant.

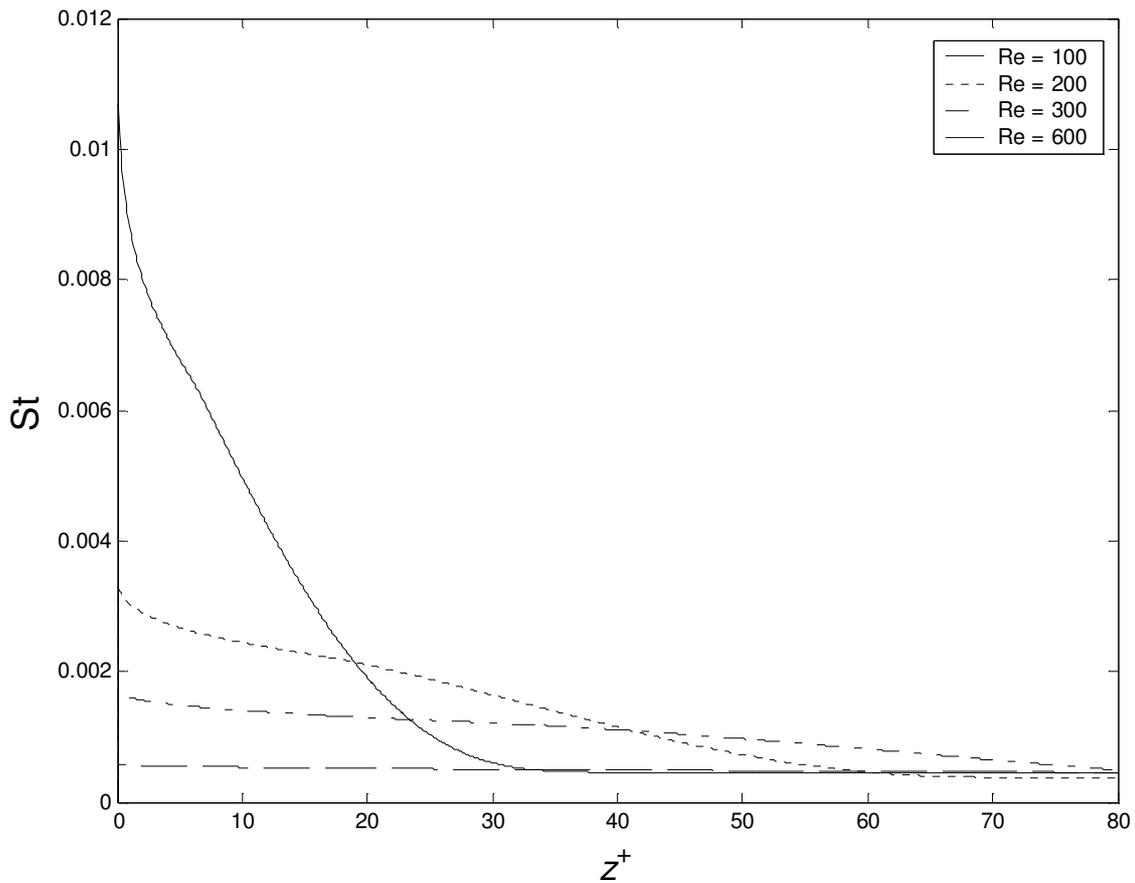


Figure III.32 : Evolution du nombre de Stanton pour $\Delta T = -10^{\circ}\text{C}$ et différents Re .

Dans le cas du refroidissement du fluide et pour des faibles nombres de Reynolds ($Re \leq 300$), l'évolution du coefficient de frottement suivant la direction axiale présente un maximum. Ceci est certainement dû à l'interaction des couches limites froide et chaude qui provoque une forte oscillation de la ligne de courant dans la région d'entrée (Figure III.33).

On note également que dans le cas des grandes vitesses débitantes ($Re \geq 600$) le coefficient de frottement est quasiment constant le long du tube. Ceci peut s'expliquer par le fait que l'effet de la convection forcée est prédominant.

De plus, le coefficient de frottement est positif quel que soit le nombre de Reynolds, ce qui veut dire qu'il n'y a pas d'inversion du profil de vitesse.

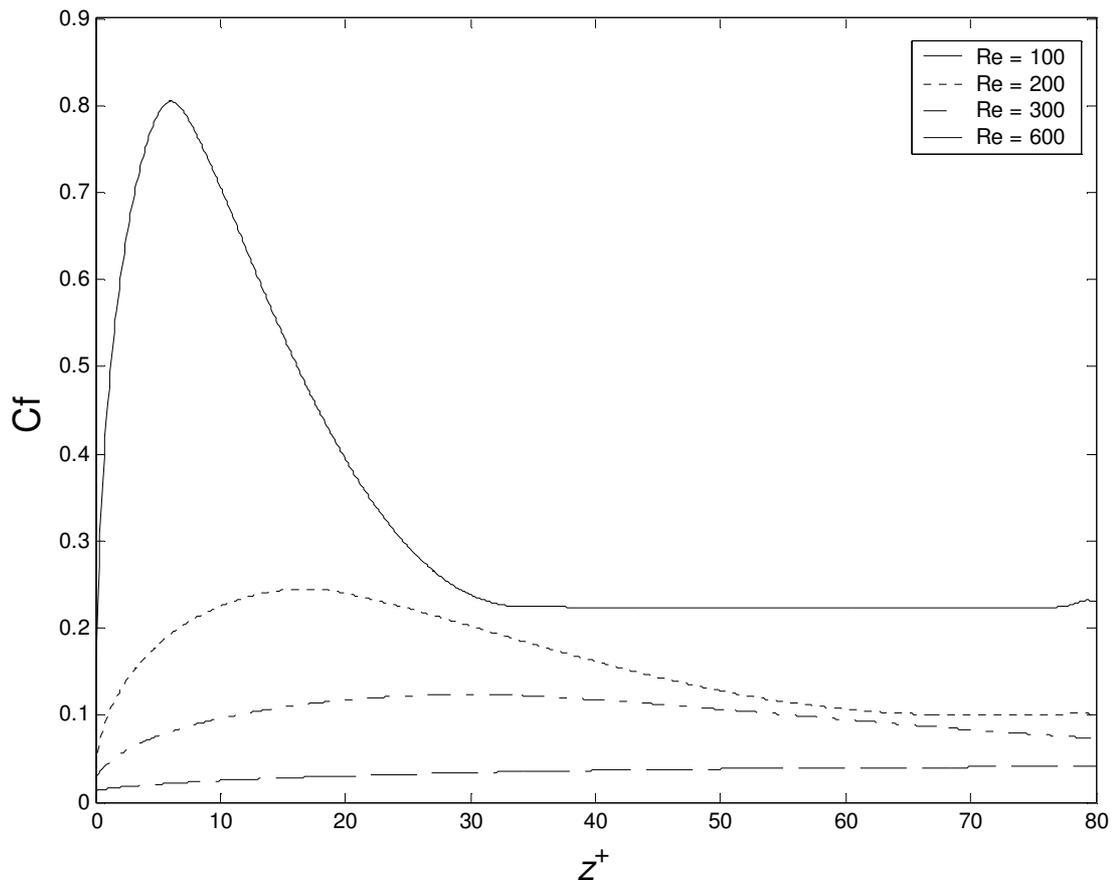


Figure III.33 : Evolution du coefficient de frottement pour $\Delta T = -10^{\circ}\text{C}$ et différents Re .

III.5.4 Influence du flux imposé et de la capacité thermique de la paroi

Nous allons analyser par la suite le rôle du flux uniforme appliqué sur la paroi extérieure du tube, ainsi que celui de la capacité thermique de la paroi, lorsqu'on impose un échelon négatif de température à l'entrée du tube, sur le comportement d'un écoulement laminaire en convection mixte transitoire.

Initialement, nous avons fait varier le flux imposé à la paroi tout en fixant le nombre de Reynolds à 200, l'échelon de température à -10°C et la capacité thermique de la paroi à 66. Nous avons observé les lignes de courant et les isothermes, à 60 secondes, pour trois valeurs de la densité de flux : 881, 2642 et 4403 W/m^2 .

Dans la figure III.34 on remarque l'apparition d'une zone de recirculation dans la partie centrale vers la sortie, en aval de l'onde de perturbation. Cette zone est beaucoup plus prononcée pour des grands nombres de Richardson. Alors, la convection naturelle est dominante.

On note aussi l'apparition d'une deuxième zone tourbillonnaire en amont de l'onde de perturbation pour $r^+ \approx 0,5$, lorsque la densité de flux imposée à la paroi est supérieure à 2642 W/m², ce qui correspond à $Gr \geq 6.10^5$. Ce phénomène est dû aux forts gradients de température au sein de l'écoulement.

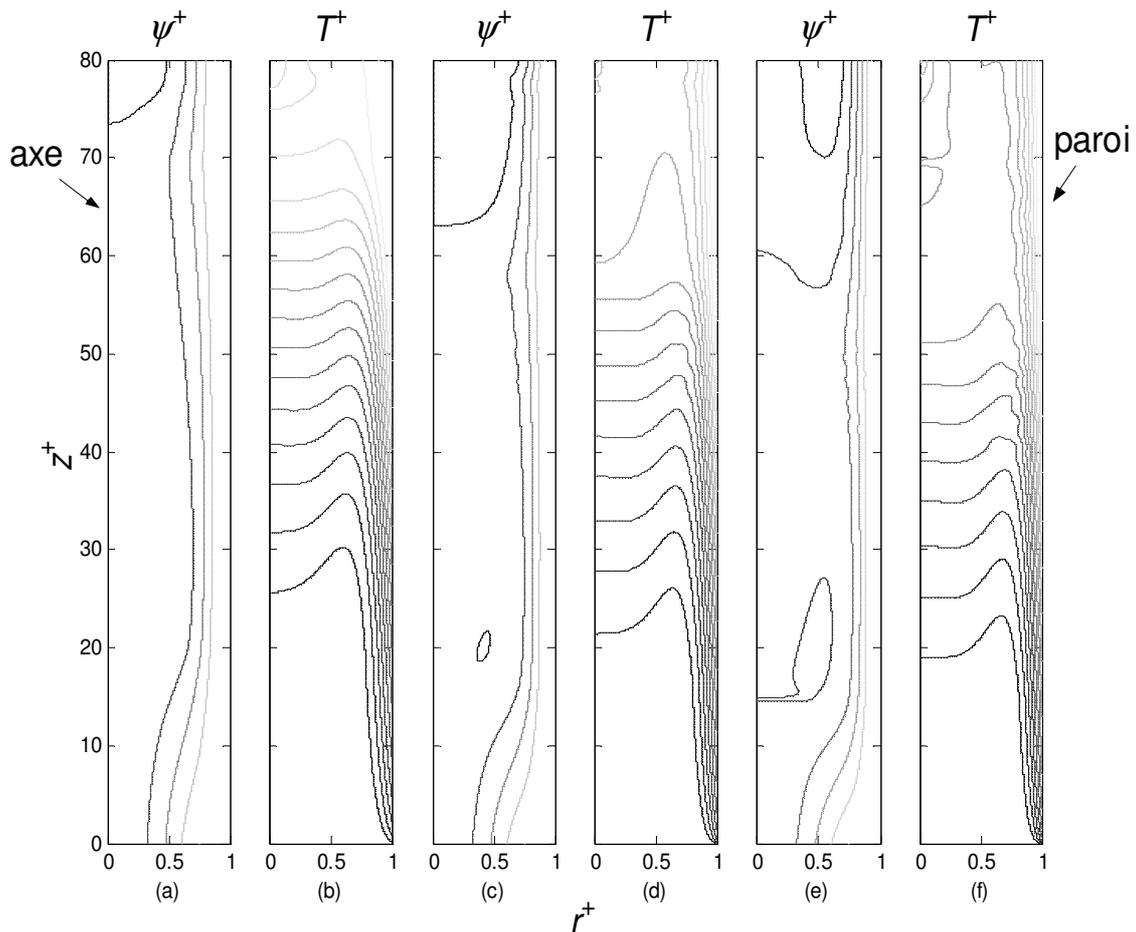


Figure III.34 : Lignes de courant et isothermes le long du tube à $t = 60$ s pour $Re = 200$, $\Delta T = -10^\circ\text{C}$, $a^* = 66$ et différentes ϕ_p'' : (a) et (b) 881, (c) et (d) 2642, (e) et (f) 4403 W/m².

Nous avons choisi trois valeurs pour la capacité thermique de la paroi (a^*), c'est-à-dire 110, 66 et 41, tout en gardant constant le nombre de Reynolds, le nombre de Grashof et l'échelon de température (Figure III.35).

Comme dans le cas du réchauffement, nous pouvons observer que pour des grandes capacités thermiques ($a^* \geq 66$) des vitesses négatives apparaissent dans la partie centrale du tube. Ce phénomène est dû au flux imposé à la paroi, puisque lorsqu'on chauffe la paroi le fluide qui se trouve à son voisinage accélère sous l'effet de la gravité. Par conséquent, pour garder la conservation de la masse globale du fluide, il freine au centre de sorte que des vitesses négatives s'installent.

Au contraire, pour des petites valeurs de a^* ($a^* \leq 41$), on observe seulement l'oscillation de la ligne de courant car l'effet de la convection forcée est dominant.

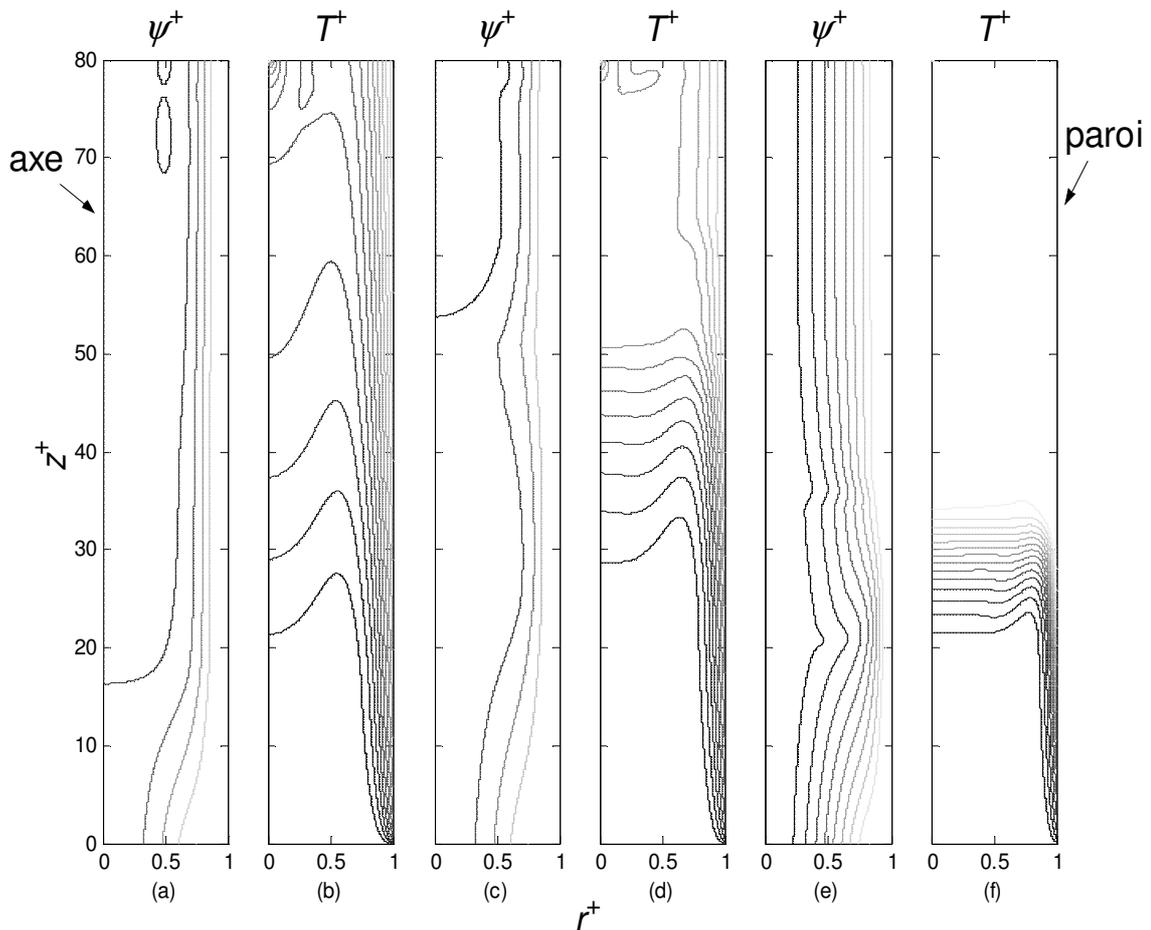


Figure III.35 : Lignes de courant et isothermes le long du tube à $t = 30$ s pour $Re = 300$, $Gr = 7.10^5$, $\Delta T = -10^\circ C$ et différentes a^* : (a) et (b) 110, (c) et (d) 66, (e) et (f) 41.

Dans la figure III.36 nous avons montré les profils de vitesse correspondant à la figure III.35. Lorsqu'on chauffe la paroi le fluide qui se trouve au voisinage de celle-ci accélère sous l'effet de la poussée d'Archimède. Simultanément, il freine au centre pour garder la

conservation de la masse. A 600 mm, on constate que le fluide est fortement ralenti dans la région centrale du tube.

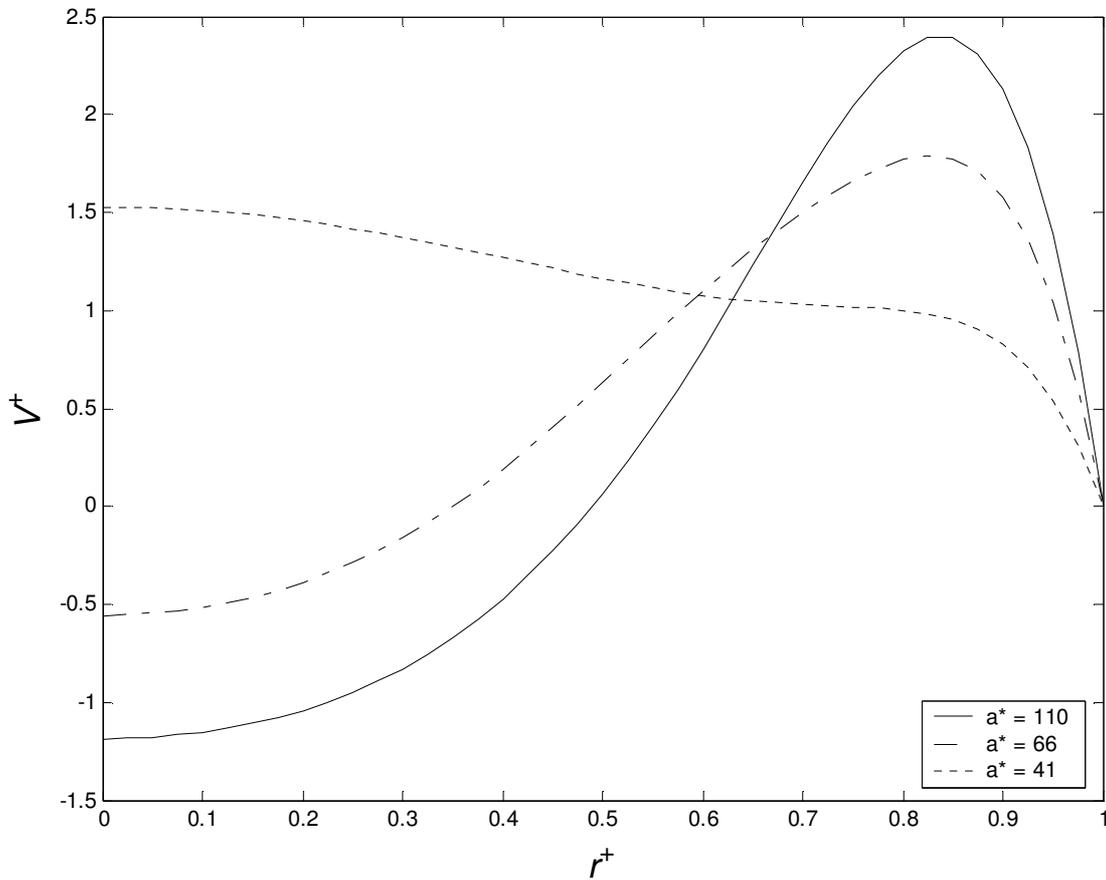


Figure III.36 : Profil de vitesse axiale à $z = 600$ mm pour $Re = 300$, $Gr = 7.10^5$,
 $\Delta T = -10^\circ C$, $t = 30$ s et différentes a^* .

En ce qui concerne les profils de température sur la même section, on remarque que la température du fluide augmente rapidement au voisinage de la paroi (Figure III.37). De plus, elle augmente également rapidement au centre pour des grands nombres de Richardson. C'est-à-dire quand la convection naturelle est dominante.

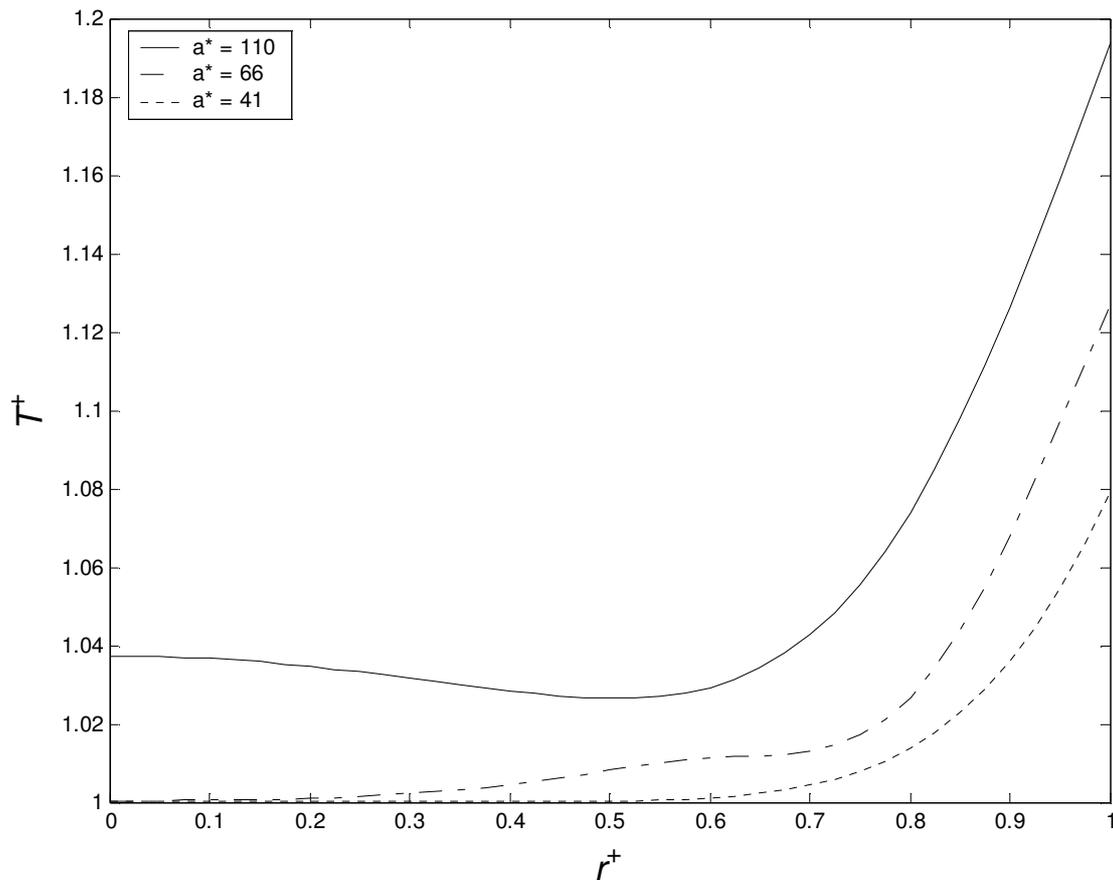


Figure III.37 : Profil de température à $z = 600 \text{ mm}$ pour $Re = 300$, $Gr = 7.10^5$,

$\Delta T = -10^\circ C$, $t = 30 s$ et différentes a^* .

III.5.5 Etude de stabilité de l'écoulement

Dans la deuxième partie (cas du refroidissement) nous avons réalisé l'étude de stabilité de l'écoulement laminaire en convection mixte lorsqu'un échelon négatif de température est appliqué à l'entrée du tube. En fait, nous allons mettre en évidence le nombre de Richardson critique au-delà duquel les instabilités apparaissent. De plus, nous allons déterminer le temps caractéristique d'apparition des instabilités.

Avant de présenter les diagrammes de stabilités nous étudions d'abord l'influence d'un autre paramètre sur l'écoulement laminaire en convection mixte aidée : la température initiale du fluide (T_e).

Contrairement au cas du réchauffement, lorsqu'on applique un échelon négatif, la température initiale du fluide ne joue pas un rôle très important sur le développement de l'écoulement laminaire en convection mixte aidée transitoire (Figure III.38), puisque les profils de vitesse axiale sont quasiment identiques pour les différentes températures initiales.

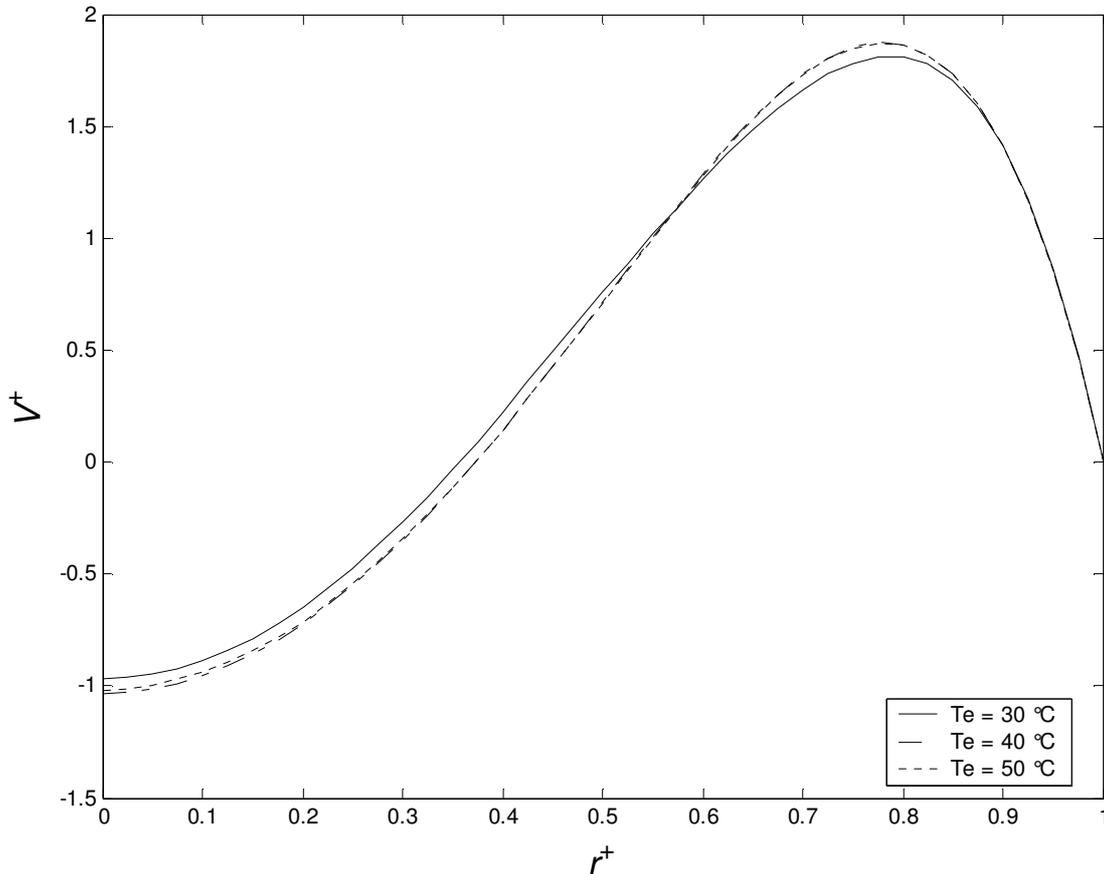


Figure III.38 : Profil de vitesse axiale à $z = 600\text{ mm}$ pour $Re = 100$, $t = 10\text{ s}$,
 $\Delta T = -10\text{ °C}$ et différentes T_e .

Dans le but de réaliser les diagrammes de stabilité, nous avons effectué plusieurs simulations numériques de manière à couvrir un domaine assez large dans le diagramme $Pe - Ri$. Pour cela, nous avons fait varier le nombre de Reynolds entre 10 et 1000, le nombre de Grashof entre $2 \cdot 10^5$ et $1,4 \cdot 10^6$, l'échelon de température entre -2 °C et -15 °C et la capacité thermique de la paroi entre 41 et 110.

Mais, comme le fait de mettre tous ces paramètres dans un seul diagramme nous paraissait difficile, nous avons choisi de partager en deux :

- Premièrement, nous avons fixé la capacité thermique de la paroi et nous avons fait varier l'échelon de température à l'entrée du tube,
- Deuxièmement, nous avons gardé constant l'échelon de température à l'entrée du tube, mais nous avons changé la capacité thermique de la paroi.

Dans la figure III.39, nous avons représenté les diagrammes de stabilités pour différents échelons négatifs de température. Nous pouvons constater que pour des faibles échelons ($\Delta T = -2^\circ\text{C}$) la valeur critique du nombre de Richardson a une valeur quasiment constante :

$$Ri_c^{\Delta T = -2^\circ\text{C}} \approx 1,6$$

Au contraire, pour des grands échelons ($\Delta T = -10^\circ\text{C}$) le nombre de Richardson critique diminue avec l'augmentation du nombre de Péclet sous un angle de $0,02^\circ$, c'est-à-dire :

$$Ri_c^{\Delta T = -10^\circ\text{C}} = Pe \tan(\alpha) \text{ où } \alpha = 0,0248^\circ$$

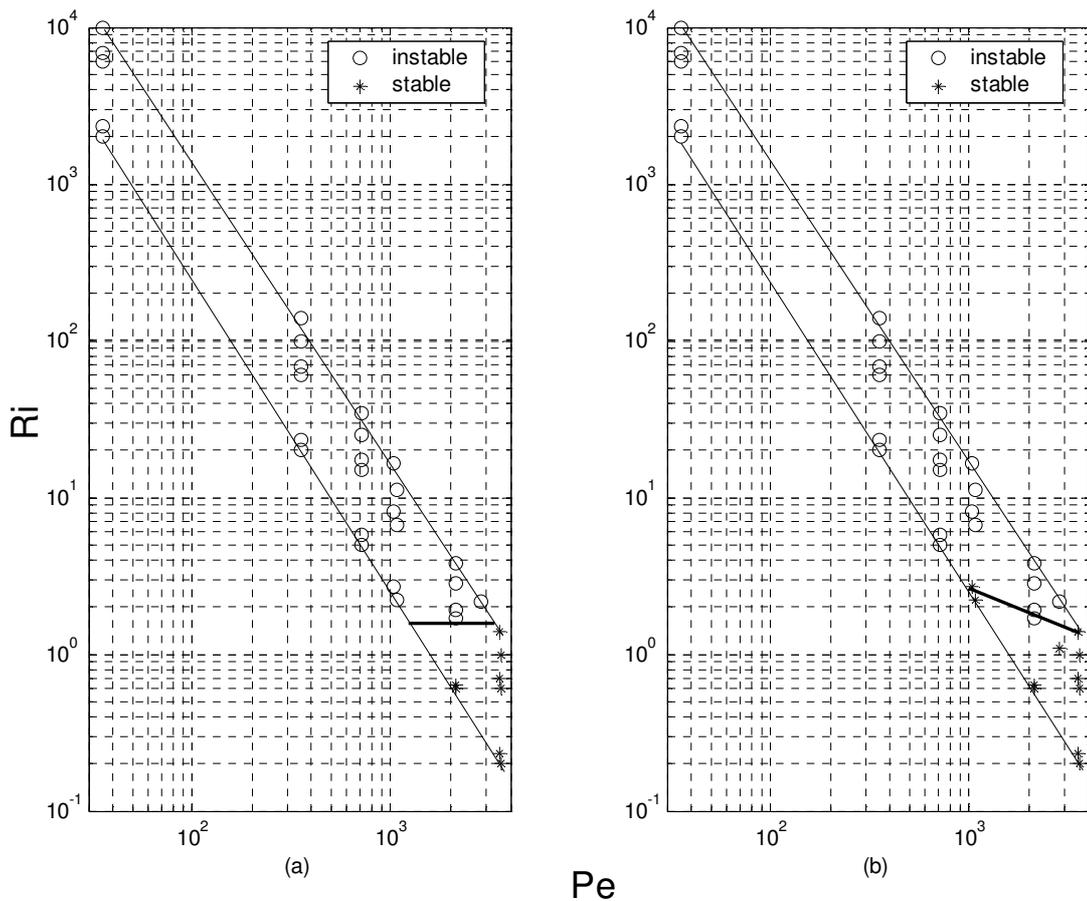


Figure III.39 : Diagrammes de stabilité de l'écoulement pour $a^* = 66$

et différents ΔT : (a) - 2°C et (b) - 10°C

Les équations (III.16) et (III.17) représentent la corrélation de t_c en fonction de Ri pour respectivement des échelons négatifs de -2°C et de -10°C :

$$t_c^{\Delta T = -2^\circ\text{C}} = 35,561 Ri^{-0,0859} \quad (\text{III.16})$$

$$t_c^{\Delta T = -10^\circ\text{C}} = 36,489 Ri^{-0,0768} \quad (\text{III.17})$$

A partir des équations (III.16) et (III.17), nous observons que les instabilités apparaissent plus rapidement pour des faibles échelons que pour des grands échelons. On note également que le temps caractéristique diminue avec l'augmentation du nombre de Richardson (figure III.40).

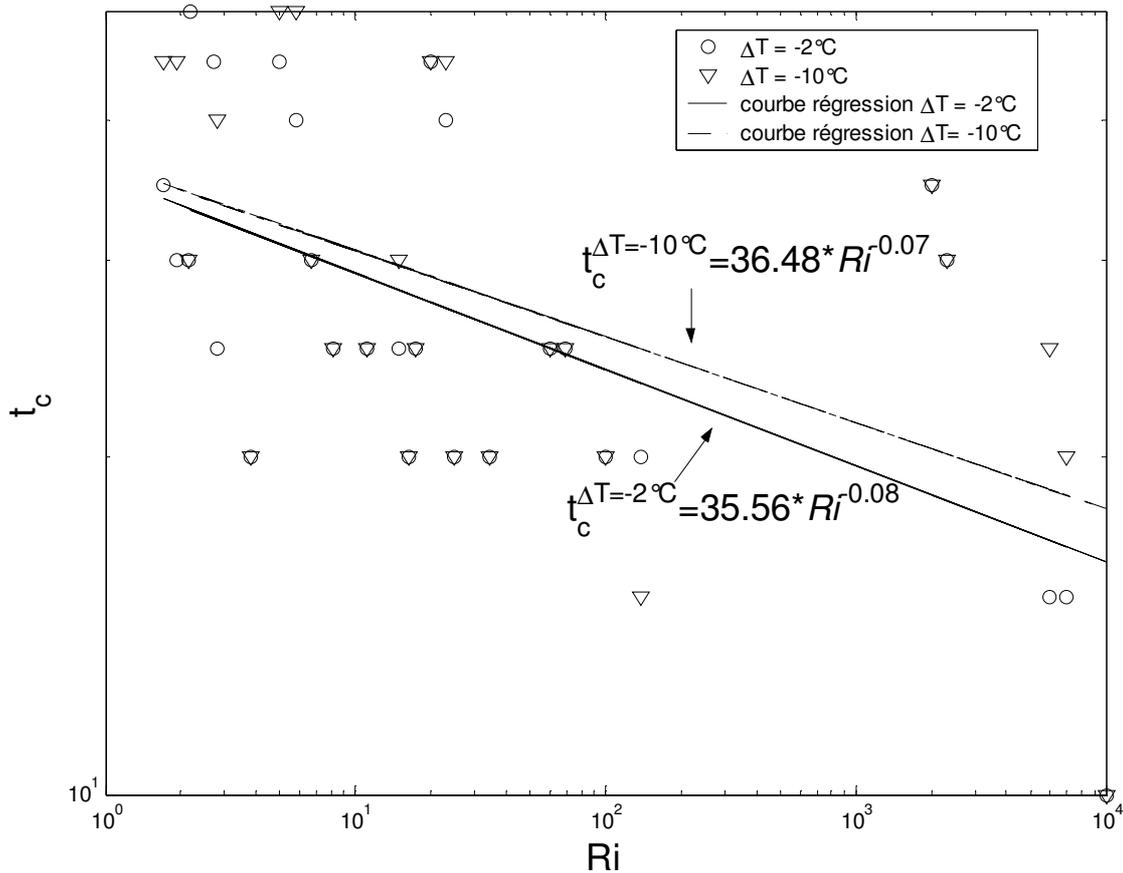


Figure III.40 : Evolution du temps caractéristique pour $\Delta T < 0$.

La figure III.41 représente une autre façon de symboliser les diagrammes de stabilité, c'est-à-dire en gardant constant l'échelon de température et en modifiant la capacité thermique de la paroi. Pour chaque a^* nous avons trouvé un nombre de Richardson critique :

$$Ri_c^{a^*=41} \approx 5$$

$$Ri_c^{a^*=110} \approx 1$$

Nous avons constaté que pour Pe inférieur à 1000, l'effet de la poussée d'Archimède est dominant, donc l'écoulement devient instable quelle que soit a^* . Lorsque la valeur de la capacité thermique augmente ($a^* = 110$), l'effet de la convection naturelle reste prédominant jusqu'à $Pe \approx 2000$.

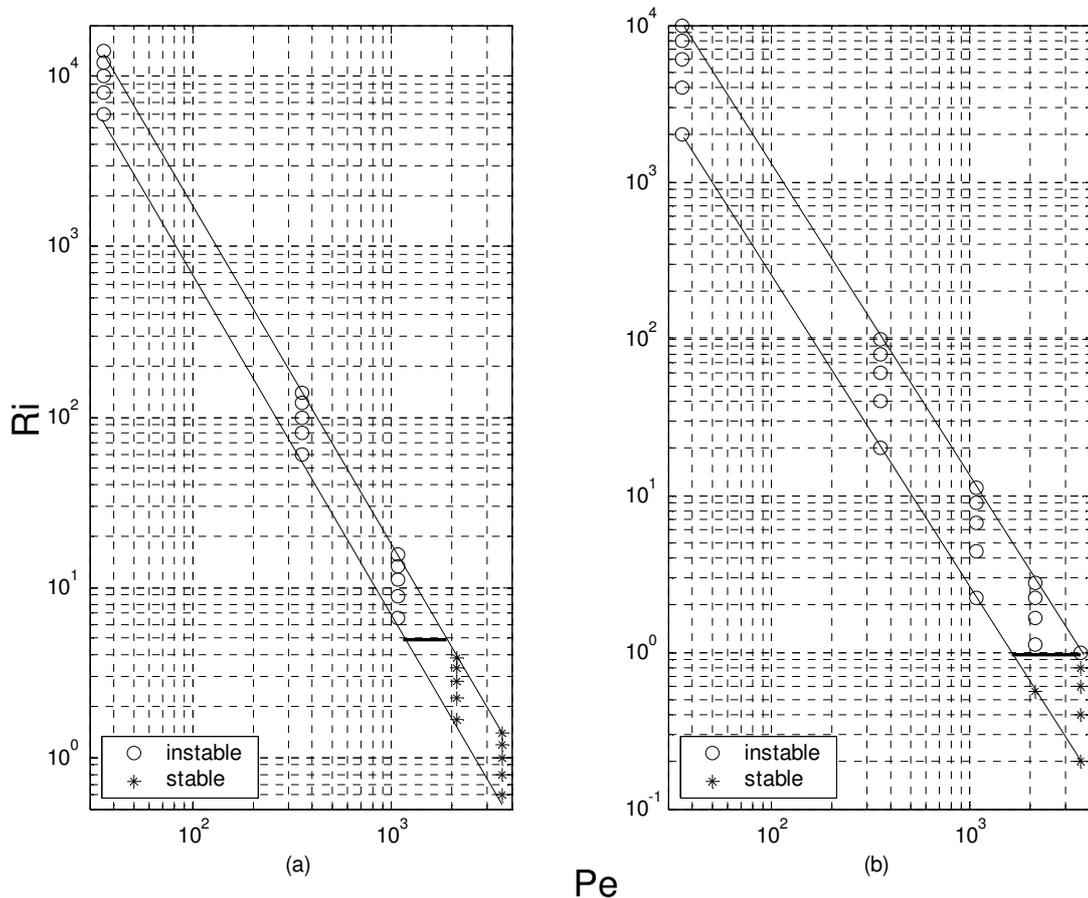


Figure III.41 : Diagramme de stabilité de l'écoulement pour $\Delta T = -10^\circ\text{C}$ et différentes a^* : (a) 41 et (b) 110.

Les équations (III.18), (III.19) et (III.20) représentent la corrélation du temps caractéristique (t_c) en fonction de Ri pour différentes capacités thermiques : 41, 66 et 110.

$$t_c^{a^*=41} = 62,54 Ri^{-0,0896} \quad (III.18)$$

$$t_c^{a^*=66} = 36,489 Ri^{-0,0768} \quad (III.19)$$

$$t_c^{a^*=110} = 15,033 Ri^{-0,0495} \quad (III.20)$$

De plus, en concordance avec la figure III.41, le temps caractéristique d'apparition des instabilités est plus faible pour de grandes valeurs de a^* (Figure III.42).

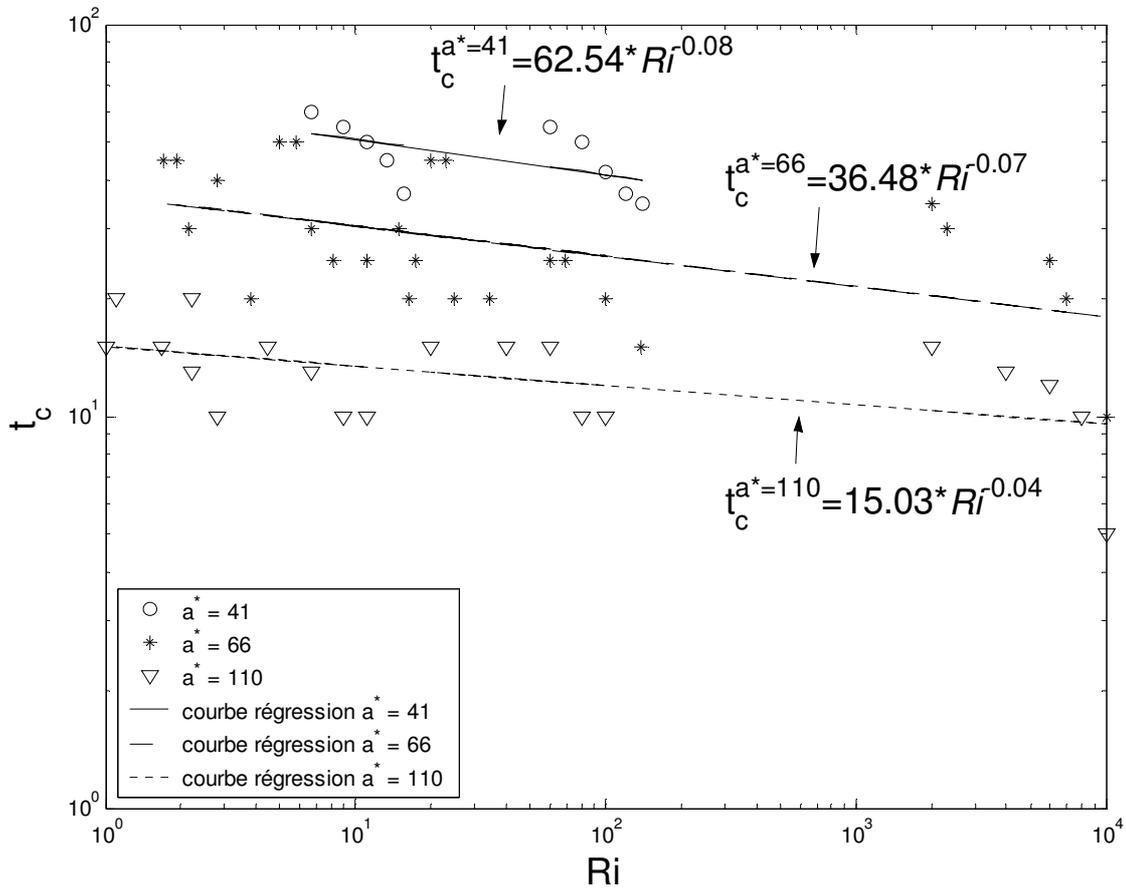


Figure III.42 : Evolution du temps caractéristique pour $\Delta T = -10^\circ C$ et différentes a^* .

III.6 CONCLUSION

Les résultats présentés dans ce chapitre montrent que le comportement thermohydraulique de l'écoulement est très différent lorsqu'on change l'échelon de température à l'entrée du tube, le flux uniforme imposé à la paroi ou la capacité thermique de la paroi.

Nous avons observé que la convection naturelle est prédominante quel que soit le nombre de Péclet pour des échelons positifs et des faibles valeurs de a^* . Lorsqu'on applique à l'entrée un échelon négatif, l'effet de la gravité est dominant si le nombre de Péclet est inférieur à 1000, sauf pour les cas des grands a^* ($a^* = 110$) où la limite est à 2000.

L'établissement des diagrammes de stabilité de l'écoulement nous a permis de mettre en évidence plusieurs nombres de Richardson critiques compris entre 1 et 5.

La mise en évidence du temps caractéristique d'apparition des instabilités à partir des expériences numériques nous a permis de remarquer que le temps caractéristique diminue avec l'augmentation du nombre de Richardson quels que soient :

- l'échelon de température appliqué à l'entrée du tube
- le flux imposé à la paroi
- la capacité thermique de la paroi

Chapitre IV
ETUDE DU COMPORTEMENT
TRANSITOIRE D'UN ECOULEMENT EN
CONVECTION MIXTE AVEC L'EFFET
DE LA PAROI ET SANS
PERTURBATION DES CONDITIONS
AUX LIMITES A L'ENTREE

IV.1 INTRODUCTION

Dans le cadre de l'étude de la convection mixte instationnaire dans un tube vertical, la variation des conditions aux limites à la paroi a été analysée avec beaucoup plus d'assiduité que la variation des conditions limites à l'entrée.

Parmi ces études on rencontre celle de **Yan** [18] qui a analysé l'écoulement ascendant en convection mixte transitoire dans un tube vertical chauffé à la paroi. L'auteur s'est intéressé spécialement à l'influence de la capacité thermique de la paroi, ainsi que celle du rapport Gr/Re sur l'écoulement laminaire.

Zghal et al. [13] ont réalisé une étude numérique des différents régimes d'écoulements en convection mixte dans un tube vertical chauffé uniformément sur une partie de sa longueur. Les résultats obtenus pour l'air et plusieurs valeurs de la longueur de chauffage, du nombre de Reynolds et du nombre de Richardson, montrent que l'écoulement laminaire en convection mixte aidée est influencé par le rapport entre la longueur de chauffage et le diamètre du tube, ainsi que par les paramètres du fluide (les nombres de Reynolds, Prandtl, Grashof). Particulièrement, ces derniers paramètres adimensionnels déterminent l'apparition de l'écoulement inverse.

Plus tard, **Nguyen et al.** [22] ont analysé le comportement transitoire d'un écoulement laminaire d'air dans un tube vertical lorsqu'un flux variable avec le temps est imposé à la paroi. Ils ont trouvé qu'une inversion dans le profil de vitesse apparaît vers la sortie du tube et au voisinage de la paroi pour le cas de la convection mixte contrariée, ou dans la partie centrale du tube dans le cas de la convection mixte aidée. De même, les auteurs établissent deux nombres de Grashof critiques, pour la convection mixte contrariée et aidée, au-delà desquels les zones de recirculation apparaissent. Ces nombres sont respectivement 3.10^5 et 10^6 .

Ce chapitre sera consacré essentiellement à la validation du modèle numérique que nous avons développé dans notre laboratoire, puisque, dans la littérature, on ne trouve que des études concernant l'écoulement laminaire en convection mixte dans un tube vertical lorsque les conditions aux limites varient à la paroi. Ceci dit, nous avons choisi un échelon de

température nul à l'entrée du tube et un flux uniforme distribué sur la surface externe de la paroi.

IV.2 FORMULATION DU PROBLEME

Le sujet concerne l'étude d'un écoulement d'eau ascendant et laminaire, en convection mixte aidée et instationnaire, dans un tube vertical chauffé à la surface externe (Figure IV.1). Le régime transitoire est provoqué par le flux uniforme imposé à la surface externe du tube.

Pour étudier l'écoulement d'eau, ascendant et laminaire, en convection mixte aidée, nous avons utilisé un tube en cuivre d'une longueur de 800 mm et d'un diamètre de 20/22 mm soumis à une densité de flux uniforme distribuée sur la surface externe du tube. La capacité thermique de la paroi a été fixée à 66.

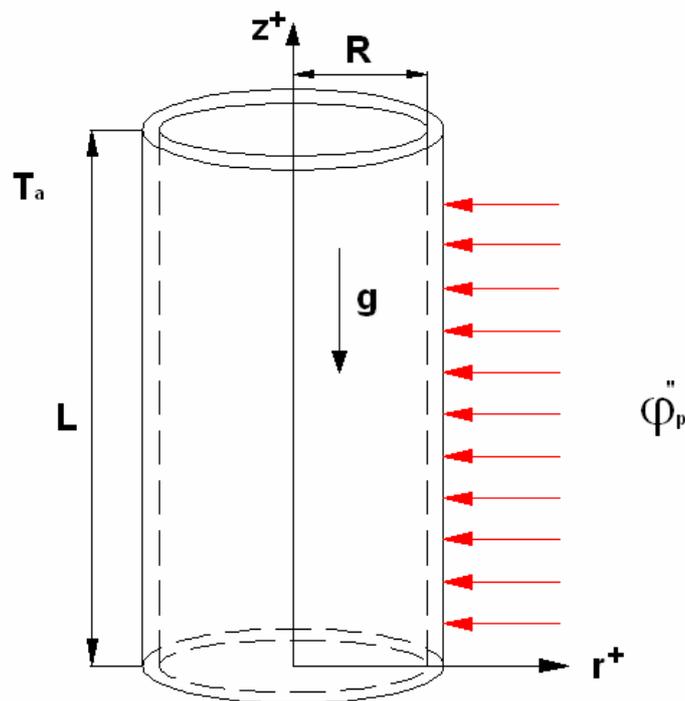


Figure IV.1 Schéma du tube.

De plus, contrairement aux chapitres précédents, dans le calcul du nombre de Stanton on va tenir compte du fait que le transfert de chaleur se fait principalement de l'extérieur vers l'intérieur.

IV.3 RESULTATS

IV.3.1 Evolution temporelle des lignes de courant et des isothermes

Lorsqu'on applique une densité de flux sur la surface externe du tube, le fluide qui se trouve au voisinage de la paroi est chauffé, sa masse volumique diminue et, par conséquent, il accélère. Pour garder la conservation de la masse globale du fluide, il freine au centre. Ce phénomène a été observé par **Yan** [18].

Pour le cas présenté ci-après (Figure IV.2), on constate qu'à une hauteur de 400 mm une zone de recirculation s'installe après 30 s, puisque le freinage au centre devient plus important et les vitesses négatives apparaissent.

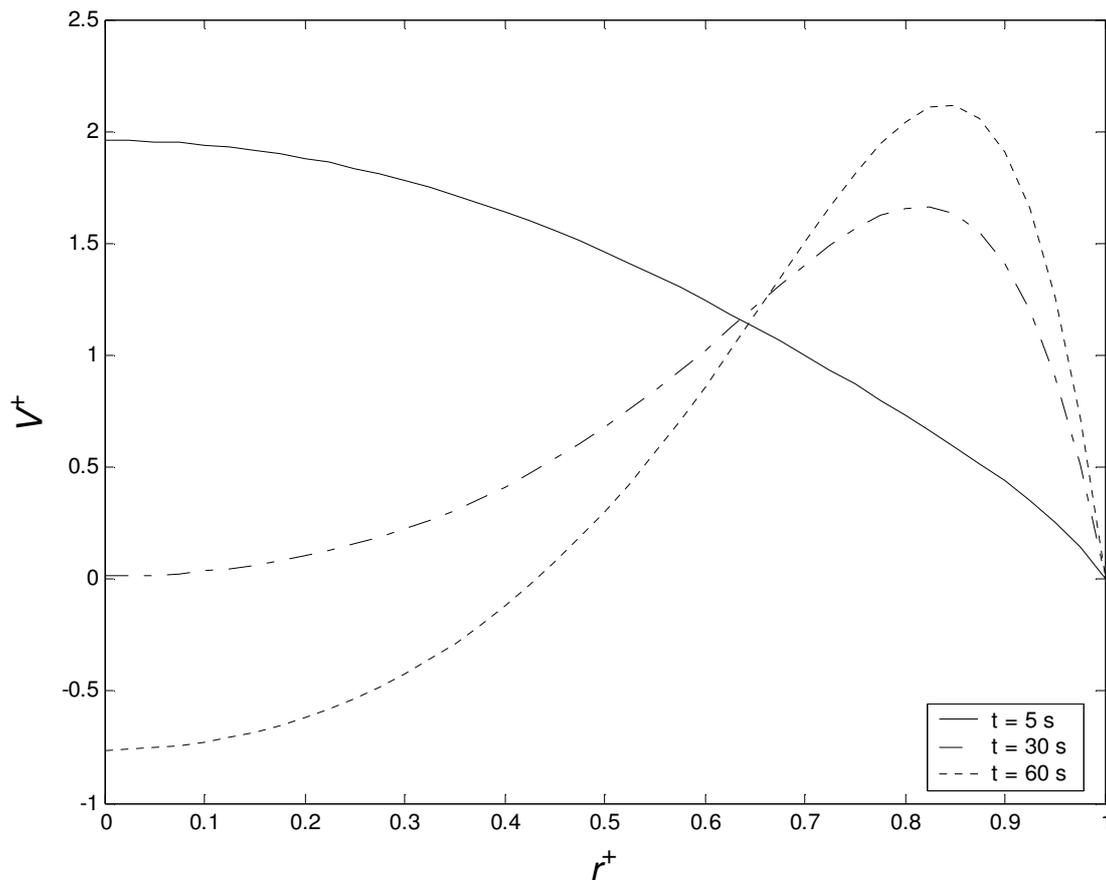


Figure IV.2 : Profil de vitesse axiale à $z = 400$ mm, pour $Re = 300$,

$Gr = 6.10^5$ et différents instants.

Sur la figure IV.3 on observe les profils de température à différents instants : 5, 30 et 60 secondes. Dès les premières secondes, la température du fluide augmente rapidement à côté de la paroi. Ceci est dû au flux imposé à la paroi.

L'influence du chauffage de la surface externe du tube se fait sentir au centre autour de 60 secondes. En fait, en concordance avec la figure IV.2, on constate qu'une zone de recirculation apparaît et par voie de conséquence le fluide chaud qui se trouve au voisinage de la paroi est amené dans la partie centrale par le vortex. De plus, le profil de température à 60 secondes présente un minimum à $r^+ \approx 0,5$, dû certainement à l'instabilité de l'écoulement laminaire.

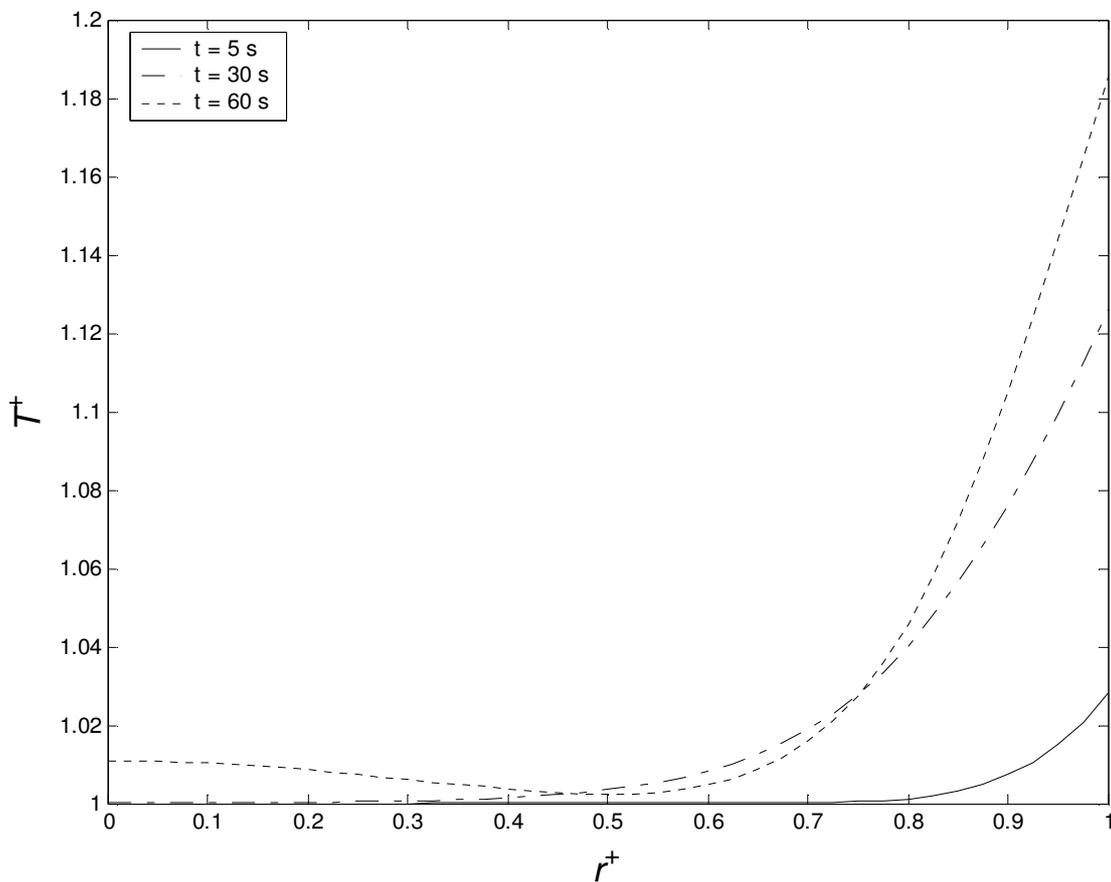


Figure IV.3 : Profil de température à $z = 400 \text{ mm}$, pour $Re = 300$,

$Gr = 6.10^5$ et différents instants.

En regardant sur la figure IV.4 les lignes de courant et les isothermes pour le cas présenté précédemment, on constate qu'une zone de recirculation apparaît au centre vers la sortie autour de 30 secondes. Durant la phase transitoire la zone de recirculation s'agrandit de plus en plus. Ce phénomène a été observé par **Nguyen et al.** [22].

De plus, on constate que les isothermes ont un profil asymptotique jusqu'à 30 secondes. A ce moment précis, une petite zone plus chaude apparaît à la sortie, vers le centre. Plus tard, à 60 secondes, la zone avec du fluide plus chaud s'agrandit au centre, donc des vitesses négatives se sont installées.

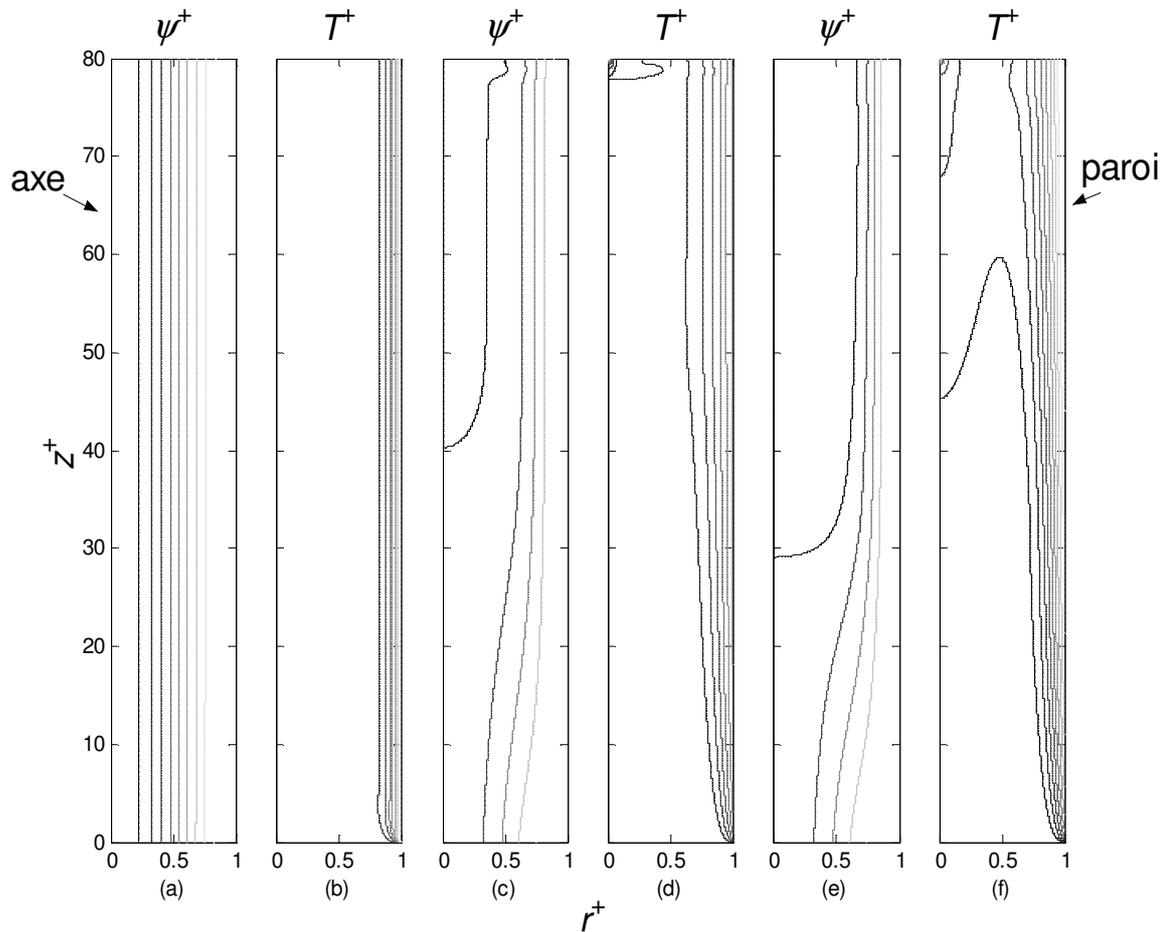


Figure IV.4 : Evolution temporelle des lignes de courant et des isothermes le long du tube pour $Re = 300$, $Gr = 6.10^5$ et différents instants : (a) et (b) 5 s, (c) et (d) 30 s, (e) et (f) 60 s.

IV.3.2 Influence de la vitesse débitante

Pour étudier l'influence de la vitesse débitante sur l'écoulement laminaire en convection mixte aidée dans un tube vertical, nous avons réalisé plusieurs simulations numériques avec des nombres de Reynolds compris entre 100 et 600.

La figure IV.5 montre les lignes de courant et les isothermes pour un nombre de Grashof de l'ordre de $6 \cdot 10^5$ et trois nombres de Reynolds : 100, 300 et 600. On constate que pour des faibles nombres de Reynolds ($Re = 100$), l'effet de la convection naturelle est prédominant et, par conséquent, la zone de recirculation s'installe très vite. De plus, la zone de recirculation est très grande, s'approchant de l'entrée.

Au contraire, pour des grands nombres de Reynolds ($Re = 600$), l'effet de la convection forcée est dominant puisque la zone de recirculation est moins significative et proche de la sortie.

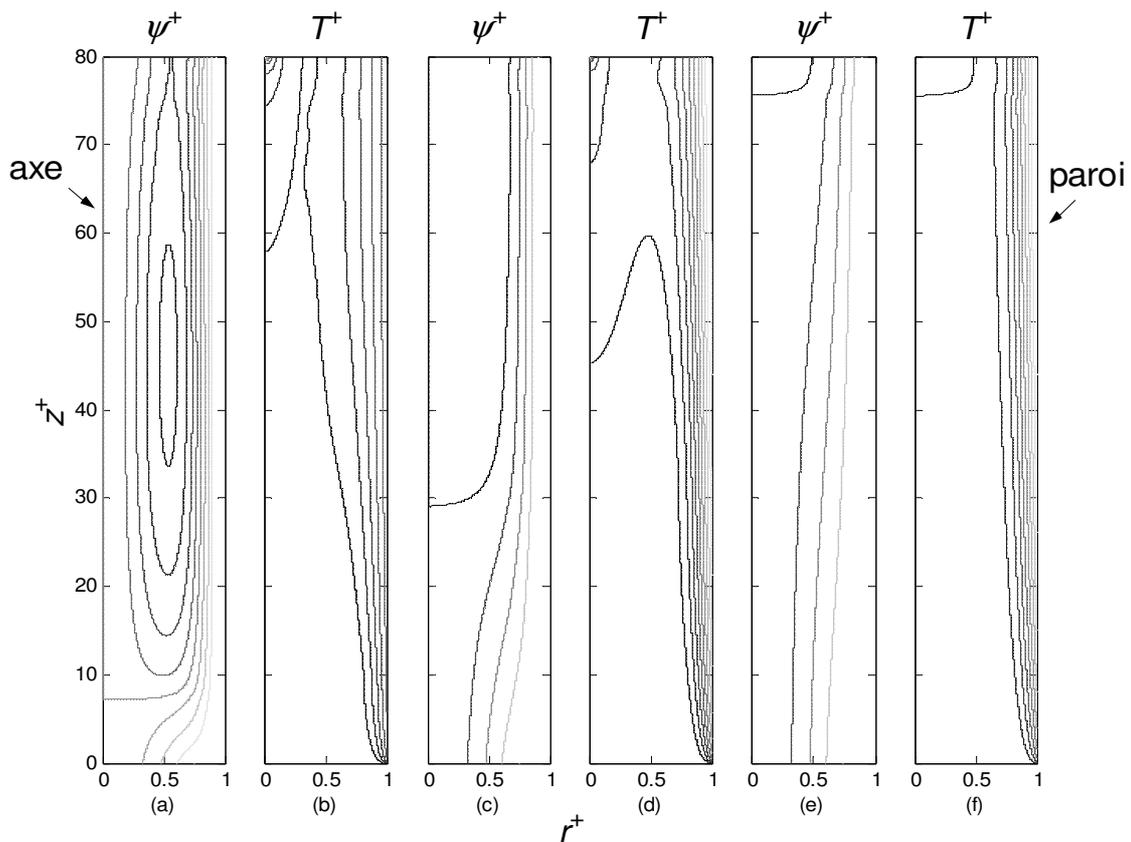


Figure IV.5 : Lignes de courant et isothermes le long du tube à $t = 60$ s pour

$Gr = 6 \cdot 10^5$ et différents Re : (a) et (b) 100, (c) et (d) 300, (e) et (f) 600.

Les figures IV.6 et IV.7 montrent les évolutions du coefficient de frottement pariétal et du nombre de Stanton en fonction de la direction axiale ; ceux-ci pour différentes vitesses débitantes. Nous constatons que le coefficient de frottement est plus grand lorsque l'effet de la convection naturelle est prédominant. De plus, le profil du coefficient de frottement présente une forte augmentation dans la région d'entrée, pour $Re \leq 300$, et après il est quasiment constant (Figure IV.6).

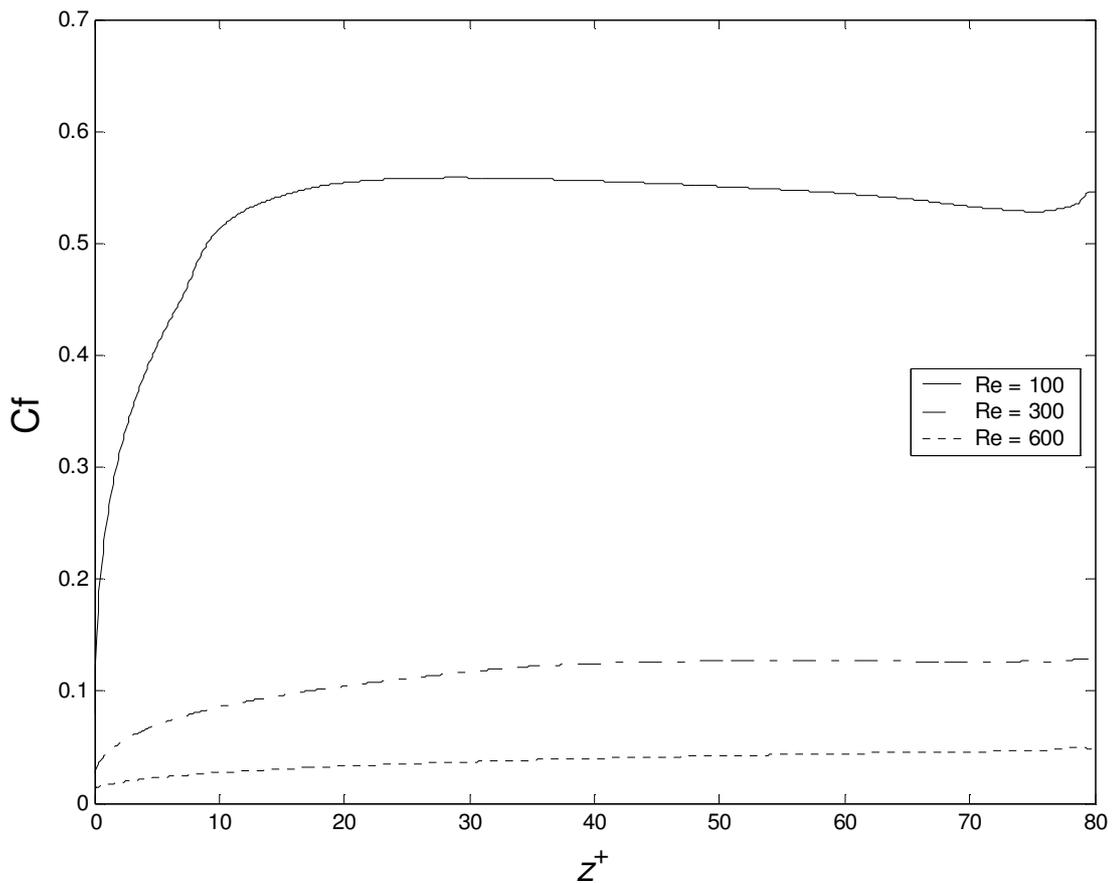


Figure IV.6 : Evolution du coefficient de frottement pour $Gr = 6.10^5$ et différents Re .

Du point de vue du transfert de chaleur (Figure IV.7), on observe que le nombre de Stanton diminue avec l'augmentation du nombre de Reynolds. De plus, le transfert de chaleur diminue fortement dans la première partie du tube, lorsque l'effet de la convection naturelle est dominant, c'est-à-dire pour $Re \leq 100$.

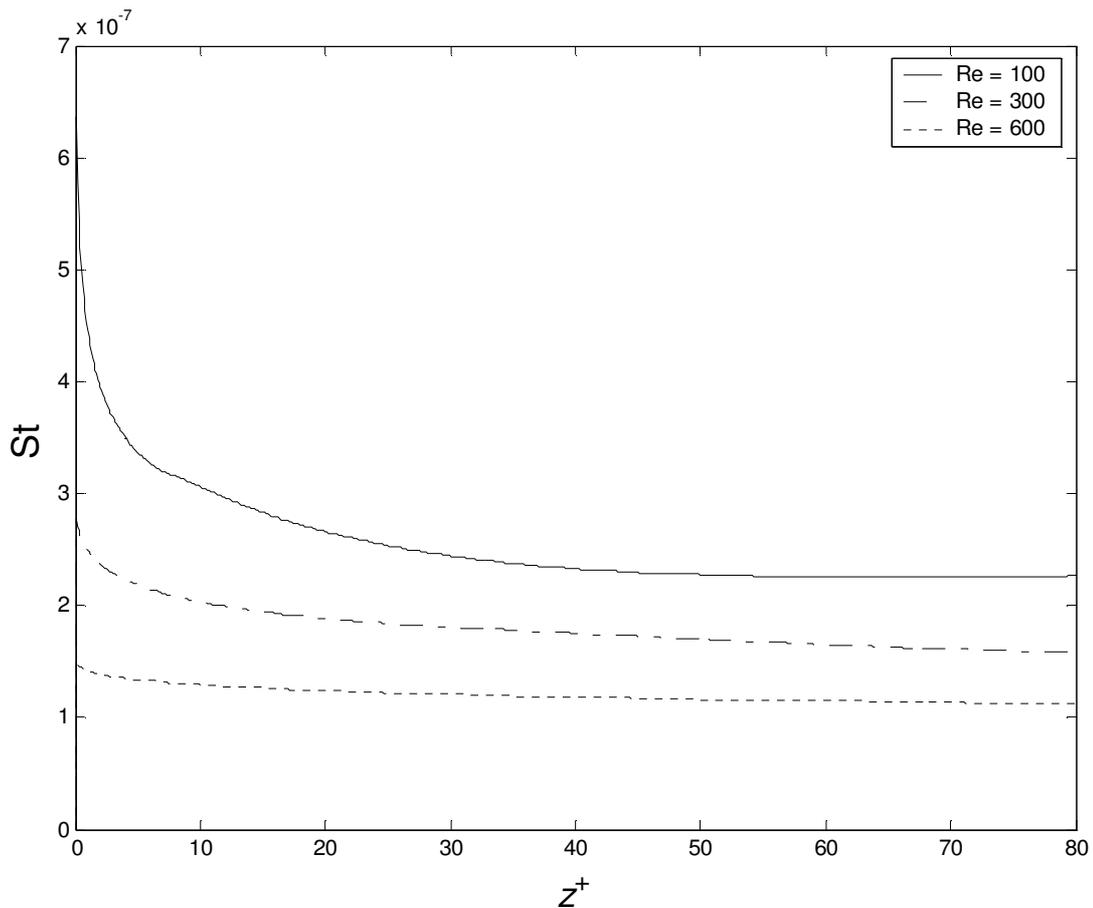


Figure IV.7 : Evolution du nombre de Stanton pour $Gr = 6.10^5$ et différents Re .

IV.3.3 Influence du flux imposé et de la capacité thermique de la paroi

Dans cette partie, il est intéressant d'analyser par la suite l'influence du flux appliqué à la paroi extérieure du tube ainsi que celle de la capacité thermique de la paroi sur le comportement thermohydraulique d'un écoulement d'eau, ascendant et laminaire, en convection mixte aidée et transitoire.

Pour cela, nous avons fixé le nombre de Reynolds ($Re = 600$) et la capacité thermique de la paroi ($a^* = 66$) et, en même temps, nous avons fait varier le flux imposé à la paroi. Nous avons observé les lignes de courant et les isothermes, à 60 secondes, pour trois valeurs de la densité de flux imposée à la surface externe du tube : 881, 2642 et 4403 W/m^2 (Figure IV.8).

Nous pouvons constater que pour des faibles densités de flux ($\phi_p'' = 881 \text{ W/m}^2$) l'écoulement laminaire est stable. Au contraire, lorsque le nombre de Richardson augmente, on note d'une part l'apparition d'une zone d'inversion du profil de vitesse au centre du tube, vers la sortie et, d'autre part, cette zone est de plus en plus grande au fur et à mesure que le nombre de Richardson augmente. Ce phénomène a été observé par **Nguyen et al.** [22].

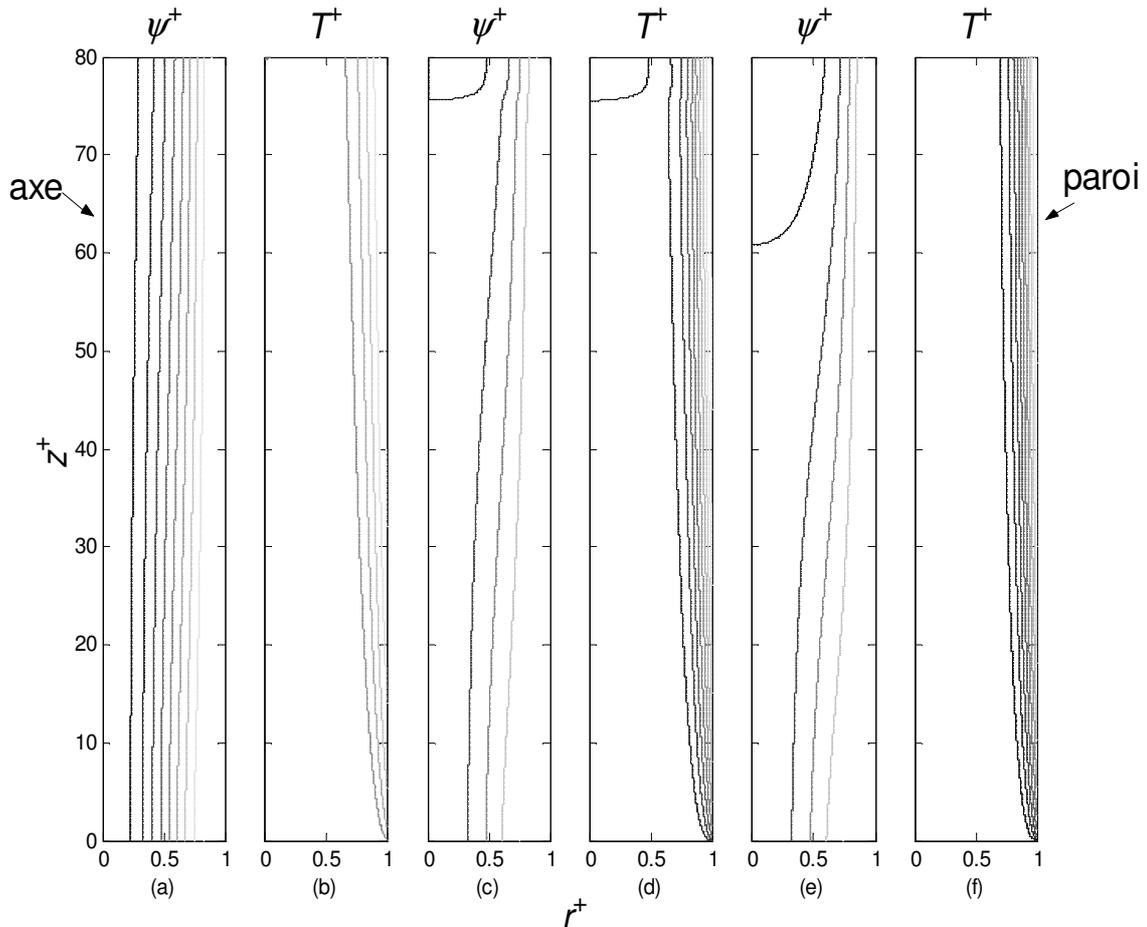


Figure IV.8 : Lignes de courant et isothermes le long du tube à $t = 60 \text{ s}$ pour

$Re = 600$, $a^* = 66$ et différentes ϕ_p'' : (a) et (b) 881, (c) et (d) 2642, (e) et (f) 4403 W/m^2 .

Pour montrer l'influence de la capacité thermique de la paroi, nous avons fixé le nombre de Reynolds ($Re = 300$) et le nombre de Grashof ($Gr = 6.10^5$) et nous avons fait varier la capacité thermique de la paroi (a^*) entre 41 et 110 (Figure IV.9).

Il est intéressant d'observer que pour des faibles valeurs de a^* l'effet de la convection forcée est prédominant, c'est-à-dire l'écoulement laminaire est stable.

Au contraire, pour des grandes capacités thermiques de la paroi ($a^* \geq 66$), l'effet de la convection naturelle est dominant et donc une zone de recirculation se développe au centre du tube. La zone de recirculation est de plus en plus significative lorsque a^* augmente.

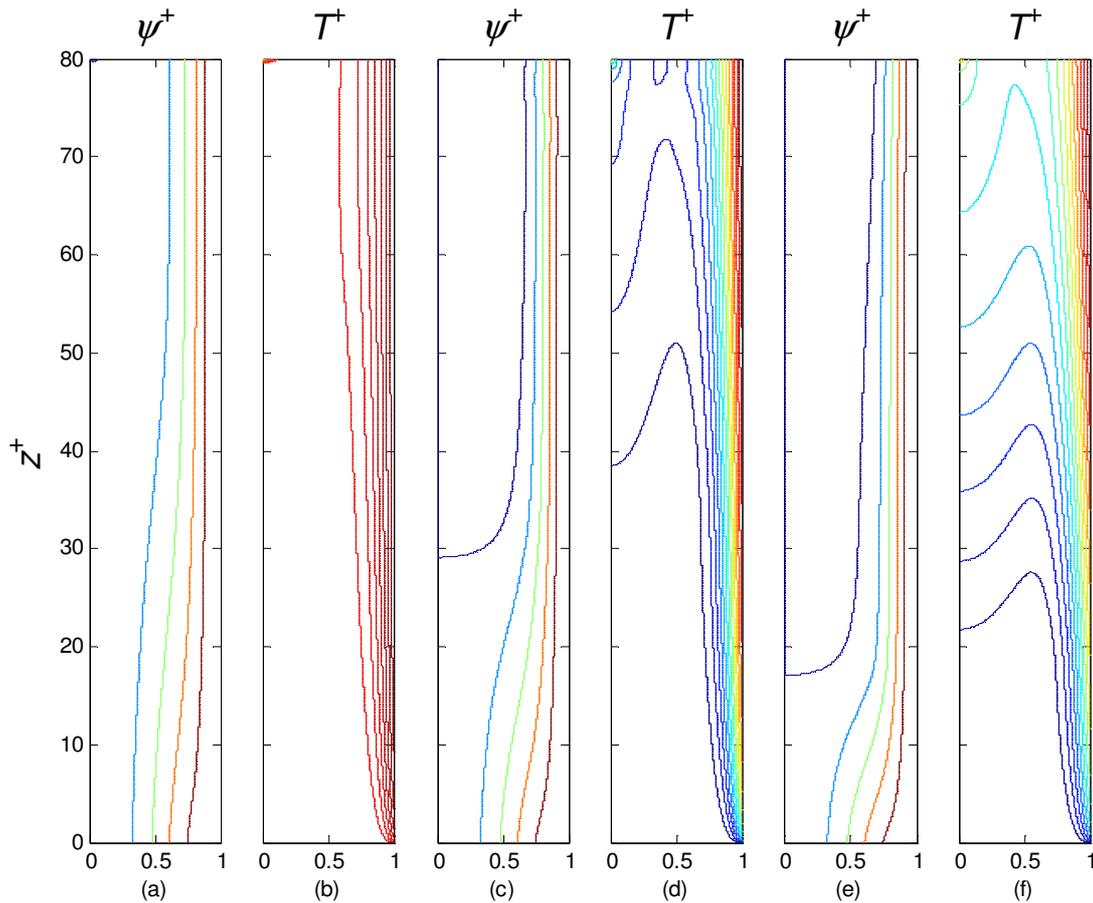


Figure IV.9 : Lignes de courant et isothermes le long du tube à $t = 60$ s pour

$Re = 300$, $Gr = 6.10^5$, et différentes a^* : (a) et (b) 41, (c) et (d) 66, (e) et (f) 110.

Pour les mêmes paramètres physiques que ceux que nous avons utilisés précédemment, nous allons montrer les profils de vitesse et de température à une hauteur de 300 mm, à 60 secondes (Figures IV.10 et IV.11).

En concordance avec la figure IV.9, nous constatons que pour des grandes capacités thermiques de la paroi ($a^* \geq 66$), le fluide est accéléré au voisinage de la paroi de sorte que le

freinage dans la partie centrale du tube induit des vitesses négatives. Donc, l'effet de la convection naturelle est prédominant.

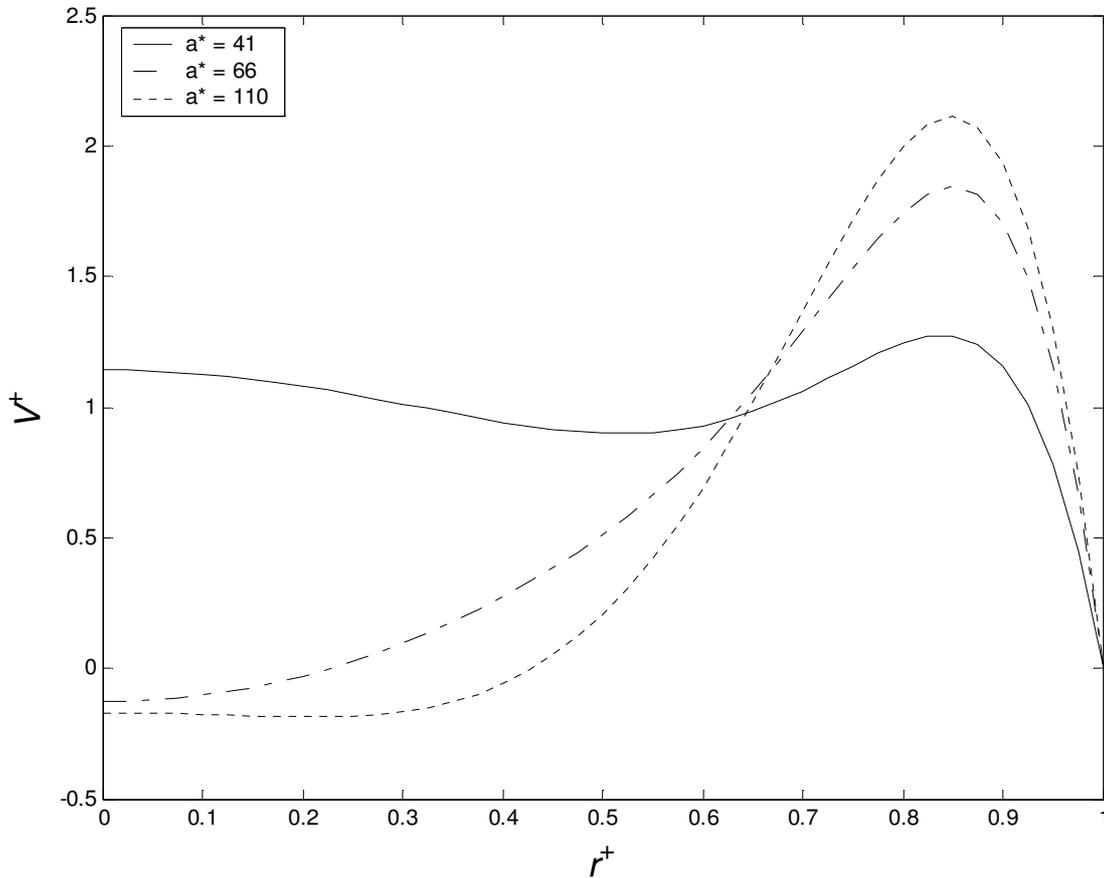


Figure IV.10 : Profil de vitesse axiale à $z = 300$ mm pour $Re = 300$,

$Gr = 6.10^5$, $t = 60$ s et différentes a^* .

Dans la figure IV.11 nous avons montré les profils de température pour différentes capacités thermiques de la paroi. Nous observons une forte augmentation de la température du fluide à côté de la paroi.

De plus, pour de grandes valeurs de a^* , il y a aussi une forte augmentation de la température du fluide au centre. Ce phénomène est dû au fait que lorsque la zone de recirculation s'installe, le vortex amène du fluide plus chaud qui se trouve au voisinage de la paroi dans la partie centrale du tube. Aussi, pour de grandes valeurs de a^* ($a^* = 110$), le profil

de température présente un minimum à $r^+ \approx 0,6$. Ceci est dû à l'interaction des couches limites chaude et froide.

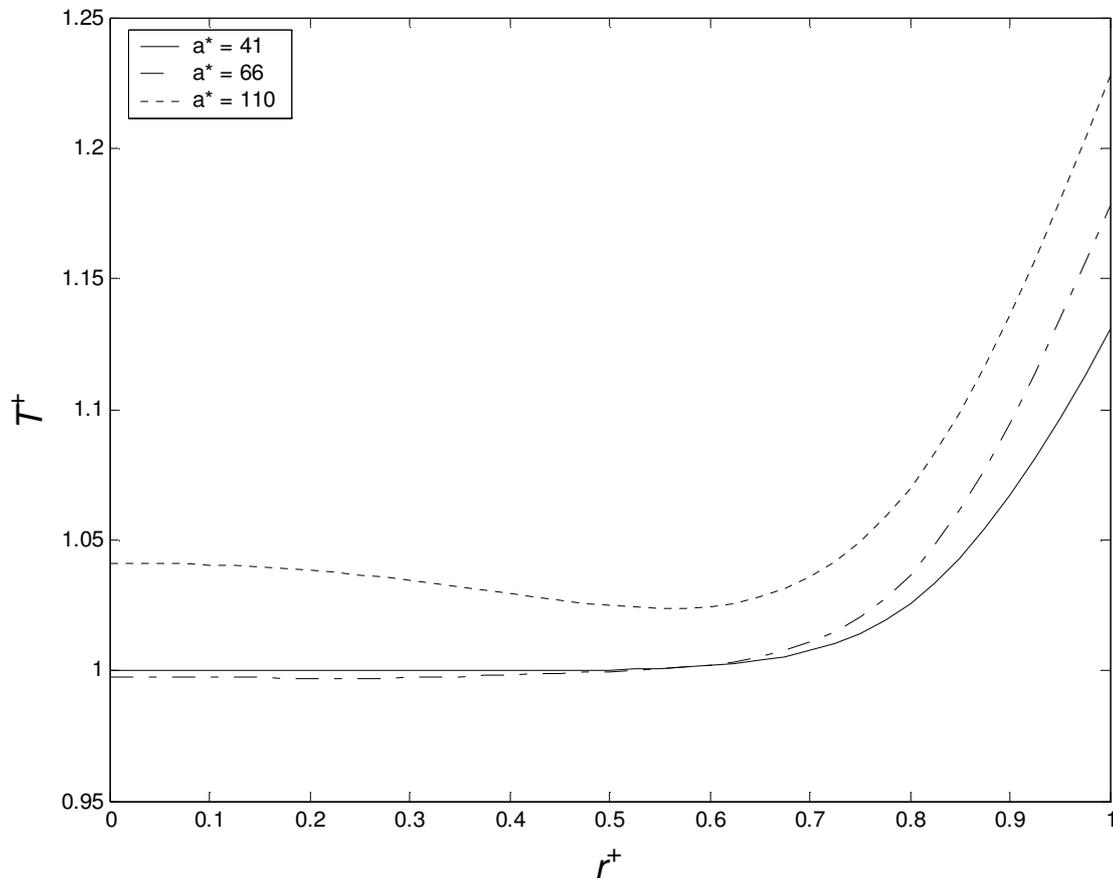


Figure IV.11 : Profil de température à $z = 300$ mm pour $Re = 300$,

$$Gr = 6.10^5, t = 60 \text{ s et différentes } a^*.$$

IV.3.4 Etude de stabilité de l'écoulement

Pour compléter cette étude, nous avons réalisé l'étude de stabilité de l'écoulement laminaire en convection mixte aidée lorsqu'on impose une densité de flux à la surface externe du tube. L'objectif est de déterminer le nombre de Richardson critique au-delà duquel les instabilités apparaissent, ainsi que le temps caractéristique d'apparition des instabilités.

Nous avons effectué plusieurs simulations numériques de manière à couvrir un domaine assez large dans le diagramme $Pe - Ri$. Pour cela nous avons fait varier le nombre de Péclet

entre 30 et 4000, le nombre de Grashof entre $2 \cdot 10^5$ et $1,4 \cdot 10^6$, et la capacité thermique de la paroi entre 41 et 110.

La figure IV.12 représente le diagramme de stabilité pour deux capacités thermiques de la paroi. Dans le domaine étudié, nous pouvons constater que pour des faibles capacités thermiques de la paroi, le nombre de Richardson critique est plus grand par rapport au cas avec des valeurs élevées de a^* . Les nombres de Richardson critiques sont les suivantes :

$$Ri_c^{a^*=41} \approx 8$$

$$Ri_c^{a^*=110} \approx 0,9$$

De plus, l'écoulement est plus stable pour des faibles capacités thermiques de la paroi que dans le cas de capacités thermiques élevées.

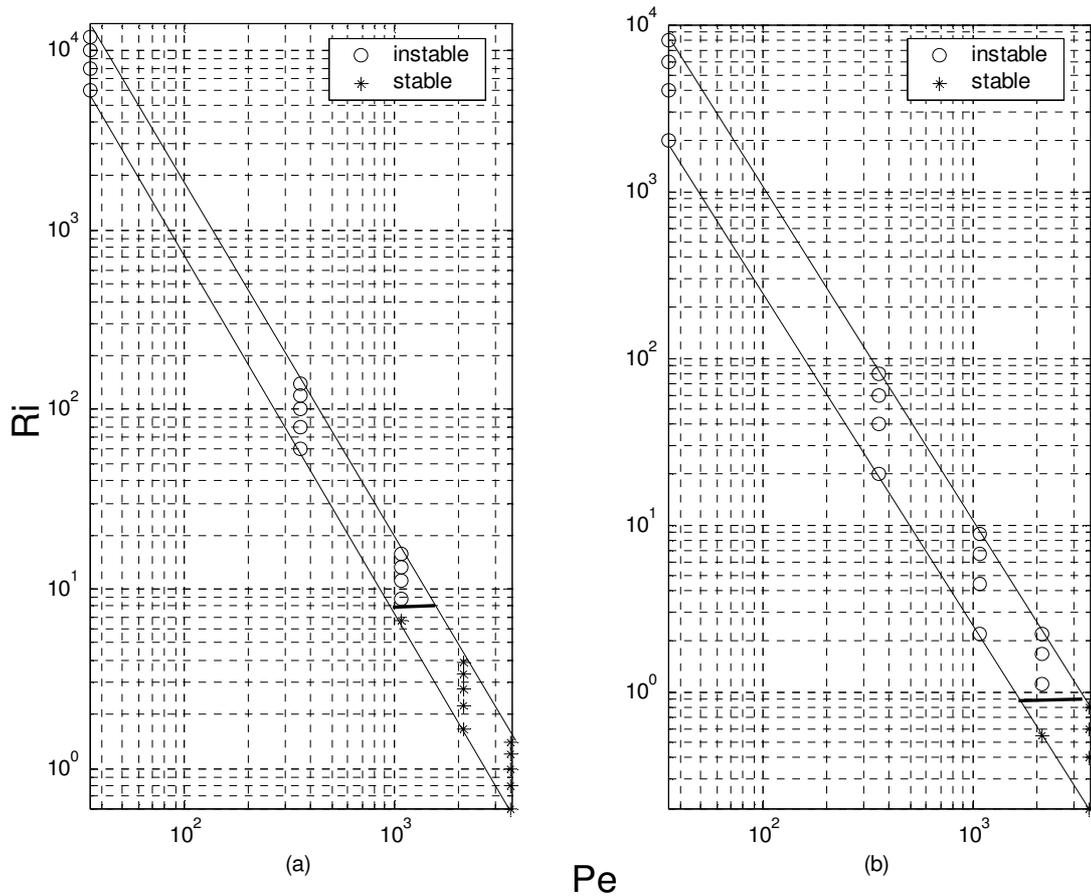


Figure IV.12 : Diagrammes de stabilité de l'écoulement pour différentes a^* : (a) 41 et (b) 110

Par la suite, nous avons mis en évidence un temps caractéristique d'apparition des instabilités pour les résultats présentés précédemment (Figure IV.13).

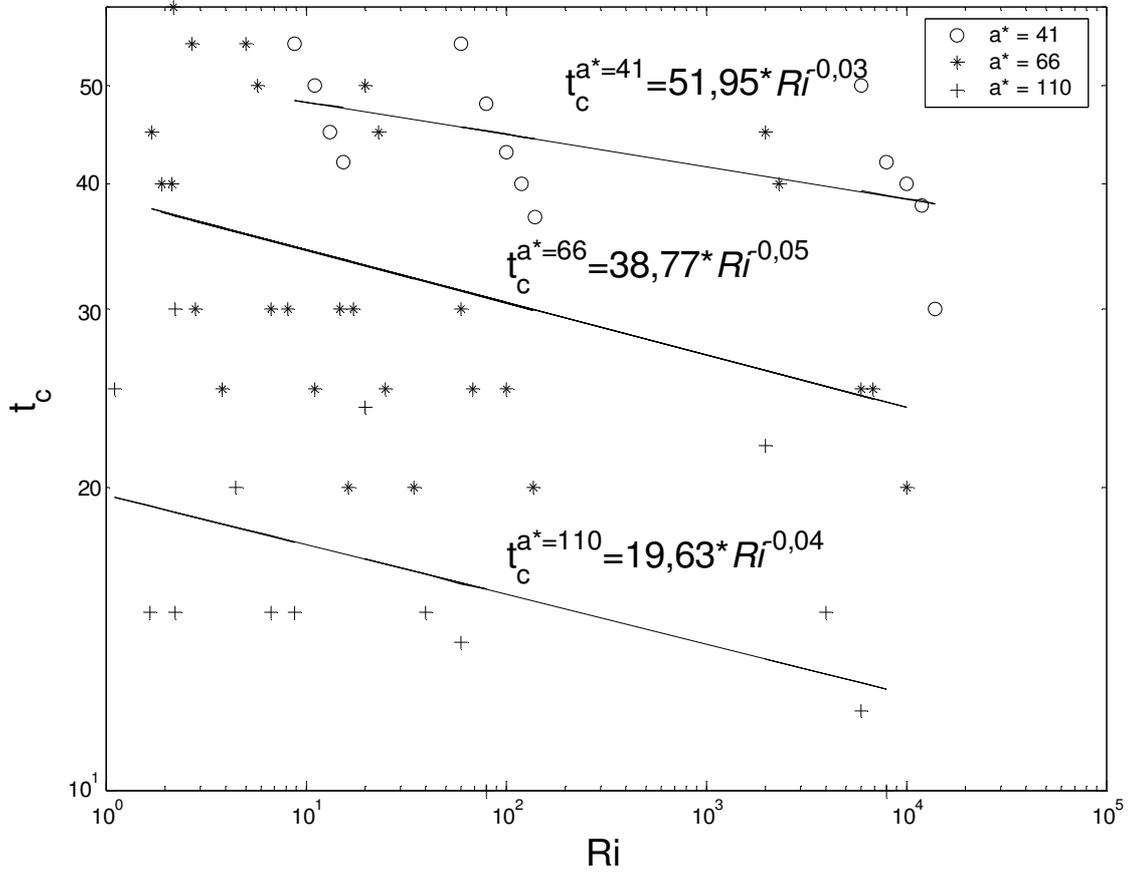


Figure IV.13 : Evolution du temps caractéristique pour différentes a^* .

Les équations (IV.1), (IV.2) et (IV.3) représentent la corrélation du temps caractéristique en fonction du nombre de Richardson pour trois capacités thermiques de la paroi :

$$t_c^{a^*=41} = 51,959 Ri^{-0,0321} \quad (IV.1)$$

$$t_c^{a^*=66} = 38,772 Ri^{-0,0522} \quad (IV.2)$$

$$t_c^{a^*=110} = 19,639 Ri^{-0,0495} \quad (IV.3)$$

On note que le temps caractéristique d'apparition des instabilités est grand lorsque a^* est faible. Ceci montre l'importance de l'effet de la capacité thermique de la paroi sur le comportement thermohydraulique de l'écoulement en convection mixte laminaire.

IV.4 CONCLUSION

Nous avons étudié le cas d'un écoulement laminaire et ascendant, en convection mixte aidée et instationnaire, dans un tube vertical chauffé uniformément sur la surface externe. Le régime transitoire a été provoqué par le flux imposé à la paroi.

Nous avons observé qu'une inversion dans le profil des vitesses apparaît dans la partie centrale du tube et vers la sortie. Durant la phase transitoire cette zone de recirculation s'agrandit. De plus, quelle que soit la capacité thermique de la paroi nous avons constaté que l'effet de la convection naturelle est prédominant pour des nombres de Péclet inférieurs à 1000.

L'établissement des diagrammes de stabilité de l'écoulement nous a permis de mettre en évidence deux nombres de Richardson critiques, 8 et 0,9, pour deux capacités thermiques respectivement 41 et 110.

La mise en évidence du temps caractéristique d'apparition des instabilités à partir des expériences numériques nous a permis de remarquer que le temps caractéristique diminue avec l'augmentation du nombre de Richardson et avec l'augmentation de la capacité thermique de la paroi.

Chapitre V
ETUDE PRELIMINAIRE DE
VISUALISATION DE L'ÉCOULEMENT
LAMINAIRE DE CONVECTION MIXTE
ASCENDANT DANS UN TUBE
VERTICAL PAR TOMOGRAPHIE
LASER

V.1 INTRODUCTION

Les études théoriques précédemment développées ayant mis en exergue la présence de phénomènes thermoconvectifs complexes, il nous est apparu nécessaire de tenter de corroborer ces données théoriques à quelques données expérimentales que nous pourrions obtenir. Aussi, l'objectif que nous nous sommes fixé est la conception et la mise en place d'une installation expérimentale permettant de visualiser le comportement transitoire d'un écoulement laminaire et ascendant d'eau en convection mixte dans un tube vertical ou incliné, lorsqu'on perturbe brusquement les conditions limites à l'entrée du tube (par application brusque d'un échelon de température positif ou négatif) ou à la paroi (par chauffage quasi-instantané).

Le problème concernant l'écoulement laminaire en convection mixte dans un tube vertical a été abondamment étudié numériquement, surtout après l'apparition de moyens de calculs très performants dans les années 1990. Par contre, on constate qu'expérimentalement, les études manquent vraisemblablement à cause de coûts de réalisation trop importants ou de difficultés rencontrées liées à la géométrie circulaire cylindrique de la conduite.

On citera néanmoins, parmi les pionniers, **Hanratty et al.** [3] qui ont réalisé une étude expérimentale concernant un écoulement laminaire d'eau dans un tube vertical soumis à un flux de chaleur positif ou négatif à la surface externe de la paroi. L'effet de chauffage ou de refroidissement a été réalisé en faisant circuler de l'eau chaude ou froide dans une jaquette transparente fixée autour du tube. Pour visualiser l'effet du flux thermique appliqué à la surface externe de la paroi sur l'écoulement laminaire, du bleu de méthylène a été injecté avec une aiguille hypodermique dans le tube à 50 cm au-dessous de la section chauffée ou refroidie. Les auteurs ont analysé deux cas : celui d'un écoulement ascendant chauffé ou refroidi et celui d'un écoulement descendant chauffé ou refroidi. Dans le premier cas, ils ont observé que l'écoulement freine au centre et simultanément accélère en proximité de la paroi. De plus, lorsque le freinage au centre est important, apparaît une inversion dans le profil de vitesse ; ils ont remarqué que le point d'inflexion des vitesses se trouve quelque part entre la paroi et l'axe. Le bleu de méthylène va alors se concentrer dans cette zone de faibles vitesses et aura une forme de paraboloïde. Dans le deuxième cas, ils ont remarqué que le fluide se trouvant au voisinage de la paroi est retardé, le gradient de vitesse en paroi devenant nul.

Une autre étude expérimentale a été effectuée par **Bernier et Baliga** [6]. Ils ont mis au point une technique de visualisation avec de l'encre noire dans un tube vertical chauffé uniformément à la paroi par l'intermédiaire d'une feuille d'or très mince et semi-transparente. Les expériences ont été effectuées pour plusieurs cas représentatifs de convection mixte aidée. Des cellules de recirculation ont été observées chaque fois au centre du tube. L'apparition de ces cellules est due au fait que le fluide au voisinage de la paroi est chaud, donc sa masse volumique diminue par rapport au fluide qui se trouve loin de la paroi. Cette différence de densité ajoutée à la force de pesanteur va accélérer le fluide adjacent à la paroi et en même temps, pour garder la conservation de la masse, le fluide qui se trouve au centre est ralenti.

V.2 INSTALLATION EXPERIMENTALE

Durant ma thèse, nous avons commencé à mettre en place une installation expérimentale de visualisation d'écoulement par tomographie laser pour tenter de valider dans un premier temps donc qualitativement notre modèle numérique. L'objectif suivant sera, dès que l'installation sera bien maîtrisée, de tenter une validation quantitative des données théoriques recueillies.

V.2.1 Le dispositif expérimental

Dans le but de visualiser le comportement transitoire d'un écoulement laminaire en convection mixte dans un tube vertical, lorsqu'on applique un échelon de température positif ou négatif à l'entrée du tube, nous avons réalisé une nouvelle installation expérimentale (Figure V.1) dans notre laboratoire basée sur la tomographie laser. Le montage expérimental comprend :

- ✓ un tube en plexiglas de diamètres intérieur et extérieur 54/60 mm et de longueur 1200 mm,
- ✓ deux circuits fermés et symétriques ($\phi_{\text{intérieure}} = 12,7 \text{ mm}$) qui sont reliés à l'entrée et à la sortie du tube par l'intermédiaire d'une pièce en Y,
- ✓ une isolation thermique pour les deux circuits,

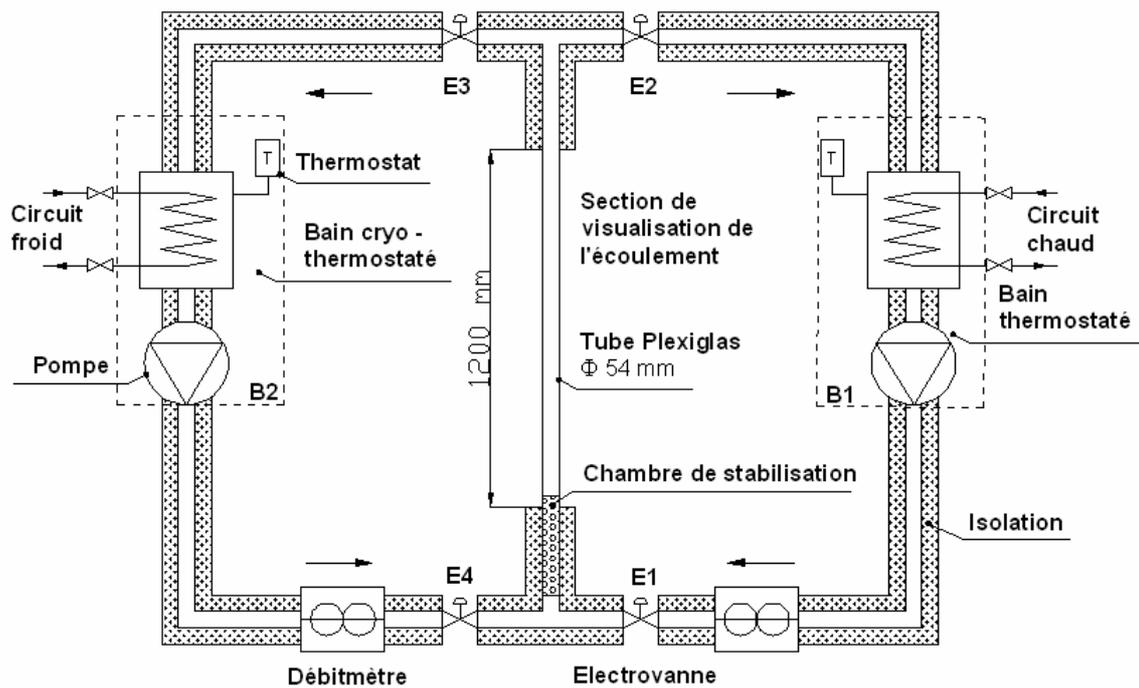


Figure V.1 Synopsis du montage expérimental.

Pour mieux comprendre notre démarche, nous avons réalisé une photographie de l'installation expérimentale (Figure V.2) :



Figure V.2 Le montage expérimental.

V.2.2 Le système d'éclairage

Pour permettre la visualisation de l'écoulement ascendant et laminaire dans le tube vertical, nous avons utilisé une technique optique par tomographie laser. Le principe consiste à créer une nappe lumineuse de faible épaisseur (2 mm), parallèle à la génératrice du tube, de manière à visualiser l'écoulement dans ce plan.

La nappe lumineuse a été créée au moyen d'un laser à argon COHERENT[®] de type INNOVA[®] 70 C, délivrant une puissance maximale de 5 Watts, associé à une lentille sphéro-cylindrique à la sortie du rayon laser pour générer le plan. Une section longitudinale de l'installation expérimentale est représentée ci-après (Figure V.3) :

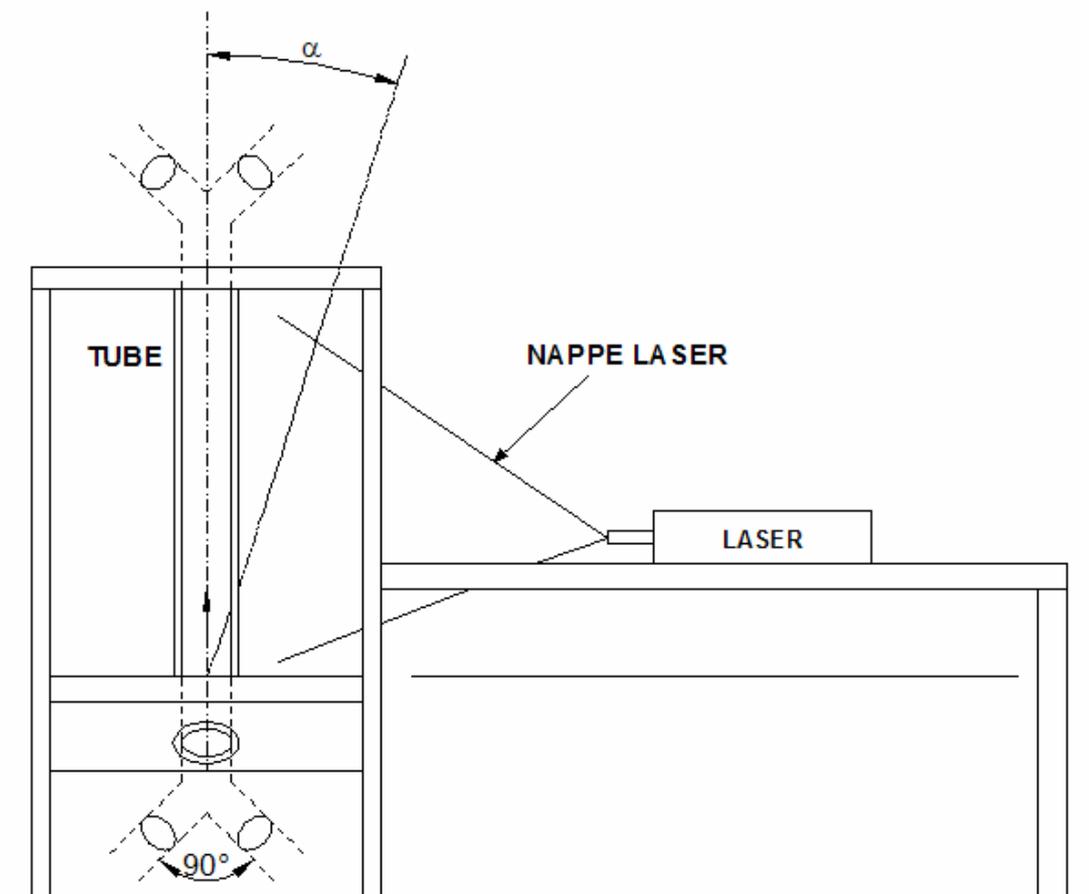


Figure V.3 Section longitudinale du montage expérimental

V.2.3 Les traceurs

Deux types des traceurs ont été utilisés pour visualiser le comportement transitoire de l'écoulement de convection mixte :

- des traceurs solides discrets – particules de Rilsan[®] – pour accéder au champ dynamique de l'écoulement,
- des filets colorés fluorescents d'éosine, de sulphorhodamine ou de fluorescéine, pour visualiser l'interaction entre les couches limites chaude et froide.

Les particules de Rilsan[®] sont de forme quasi-sphérique et ont un pouvoir réfléchissant isotrope, ce qui permet de visualiser l'écoulement dans toutes les directions. Elles ont un diamètre compris entre 75 et 150 μm et une masse volumique proche de celle de l'eau (1,06 g/cm^3). De plus, elles présentent une vitesse de sédimentation faible au regard des vitesses d'écoulement retenues. La concentration de ces particules en suspension est choisie suffisamment faible de manière à ce que le fluide présent dans le tube soit peu perturbé. Ce procédé nous a permis, après traitement, d'accéder aux profils expérimentaux des vitesses.

Le procédé de visualisation par traceurs colorés est obtenu après dilution adéquate de colorants au sein des cuves thermostatées. Les colorants que nous avons utilisés sont : l'éosine, la sulphorhodamine et la fluorescéine. Sous un rayonnement de 514,5 nm, le premier a une couleur jaune-vert vif, le deuxième une couleur orange et le troisième une couleur vert fluorescente. Ces trois colorants ont une bonne solubilité dans l'eau.

V.2.4 Le système d'acquisition

La visualisation de l'écoulement dans le tube est assurée par un appareil numérique qui est placé perpendiculairement au plan éclairé par le laser. Pour cela nous avons choisi comme système d'acquisition un appareil photographique numérique MINOLTA[®] DIMAGE 7i. Celui-ci permet d'obtenir des images de haute résolution, jusqu'à 5 millions de pixels. Parmi les fonctions de cet appareil on retrouve le zoom optique 7X, qui couvre une zone de 28 mm à 200 mm en équivalent 35 mm et dispose d'un anneau de zoom et d'une mise au point

manuelle, ainsi que le nouveau « Direct Manual Focus » permettant de passer instantanément en mise au point manuelle après que le système autofocus se soit verrouillé sur un sujet.

Nous pouvons indifféremment nous servir de l'appareil numérique en mode automatique ou manuel : néanmoins, pour la plupart des photographies, nous avons utilisé le mode manuel pour les raisons suivantes :

- premièrement, les particules de Rilsan[®] qui sont très petites ($\phi_{moyen} \approx 100 \mu m$) se déplacent au sein du fluide rendant une mise au point automatique très aléatoire,
- deuxièmement, l'intensité lumineuse du colorant change avec sa concentration dans l'eau.

De plus, l'appareil photographique est relié à un ordinateur de manière à réaliser la mise au point en temps réel, ce qui nous permet de trouver le meilleur compromis entre la mise au point de l'appareil et la puissance du laser.

V.2.5 Les difficultés rencontrées

Pendant la réalisation et l'utilisation de l'installation expérimentale, nous avons rencontré plusieurs difficultés parmi lesquelles on peut citer :

- la présence de fuites,
- la présence de bulles d'air bloquées dans le corps des électrovannes et dans la chambre de stabilisation,
- le meilleur compromis à trouver entre la mise au point de l'appareil photographique et la puissance du laser,
- le choix du colorant qui offre le meilleur contraste,
- la diminution de la longueur de stabilisation de l'écoulement traversant la chambre de stabilisation,
- le constat que les vannes qui se trouvent sur le circuit fermé ne le clôturent pas correctement, ce qui permet, par voie de conséquence, au fluide de passer d'un circuit à l'autre,
- le réglage fin de la verticalité du tube,

- l'élimination de bulles d'air collées sur la paroi intérieure du tube lorsqu'on fait circuler longtemps du fluide à une température supérieure à la température ambiante,
- les réflexions de la lumière générée par la nappe laser à l'intérieur du tube,

V.3 RESULTATS

Avant de commencer les manipulations sur l'installation expérimentale, nous avons réalisé en préalablement une vérification des hypothèses retenues au début.

V.3.1 Vérification des hypothèses

Ayant comme souci l'exactitude des hypothèses que nous avons choisies au départ, nous allons démarrer une série de manipulations dans le but de vérifier si nous obtenons bien un profil de vitesse parabolique dans le tube et, si tel est le cas, de déterminer l'abscisse verticale à laquelle ce type de profil est présent. En fait, nous voulons vérifier si l'installation expérimentale, comme nous l'avons conçue, n'introduit pas elle-même des perturbations dans la conduite.

Théoriquement, pour avoir un régime d'écoulement entièrement développé, la longueur d'établissement (L_{etab}) de l'écoulement tel que **Padet** [25] l'a définie est :

$$\frac{L_{etab}}{D} \cong 0,06 Re \quad (V.1)$$

Mais, comme nous ne disposons que d'une longueur limitée de conduite, on va se fixer une longueur d'établissement $L_{etab} = 1 m$ de manière à déduire le nombre de Reynolds maximal que l'on peut utiliser pour réaliser les expériences.

$$Re \cong \frac{L_{etab}}{0,06 D} = 308,64 \quad (V.2)$$

Donc, du point de vue théorique, pour que le régime d'écoulement soit établi dynamiquement, on devrait réaliser des expériences pour des nombres de Reynolds inférieurs à 309. Mais, cela ne nous suffit pas.

Pour éviter cette contrainte et augmenter le nombre de Reynolds maximal qu'on puisse utiliser, nous avons ajouté au début de la longueur droite de la conduite une chambre de stabilisation de 70 mm de longueur.

Ultérieurement, ayant comme objectif de vérifier si la chambre de stabilisation nous aide à avoir un écoulement entièrement développé même pour des nombres de Reynolds supérieurs à 309, nous avons réalisé deux expériences pour deux débits différents : 1,05 et 1,6 l/min.

Ensuite, nous avons rempli un seul circuit avec de l'eau à température ambiante de manière à éviter le transfert de chaleur avec l'extérieur. Des particules de Rilsan[®] ont été mises dans la cuve de sorte à pouvoir tracer les profils de vitesse dans une section droite de la conduite. Ensuite, nous avons fixé le débit de la pompe et nous avons laissé circuler l'eau pendant une demi-heure. Après, nous avons commencé à prendre des photographies à trois niveaux différents du tube avec un temps de pose qui varie entre 1 et 2 secondes en fonction du débit choisi :

- Bas à $z = 257 - 270$ mm,
- Milieu à $z = 697 - 710$ mm,
- Haut à $z = 1000 - 1130$ mm.

Ensuite, nous avons constaté que l'écoulement devient établi au-delà d'une hauteur de 1000 mm, quel que soit le débit choisi entre 1 et 2 l/min, c'est-à-dire pour des nombres de Reynolds inférieurs à 700. Donc, afin de vérifier si le profil de vitesse est parabolique, nous avons traité les photographies et avons tracé les profils de vitesse à cette hauteur.

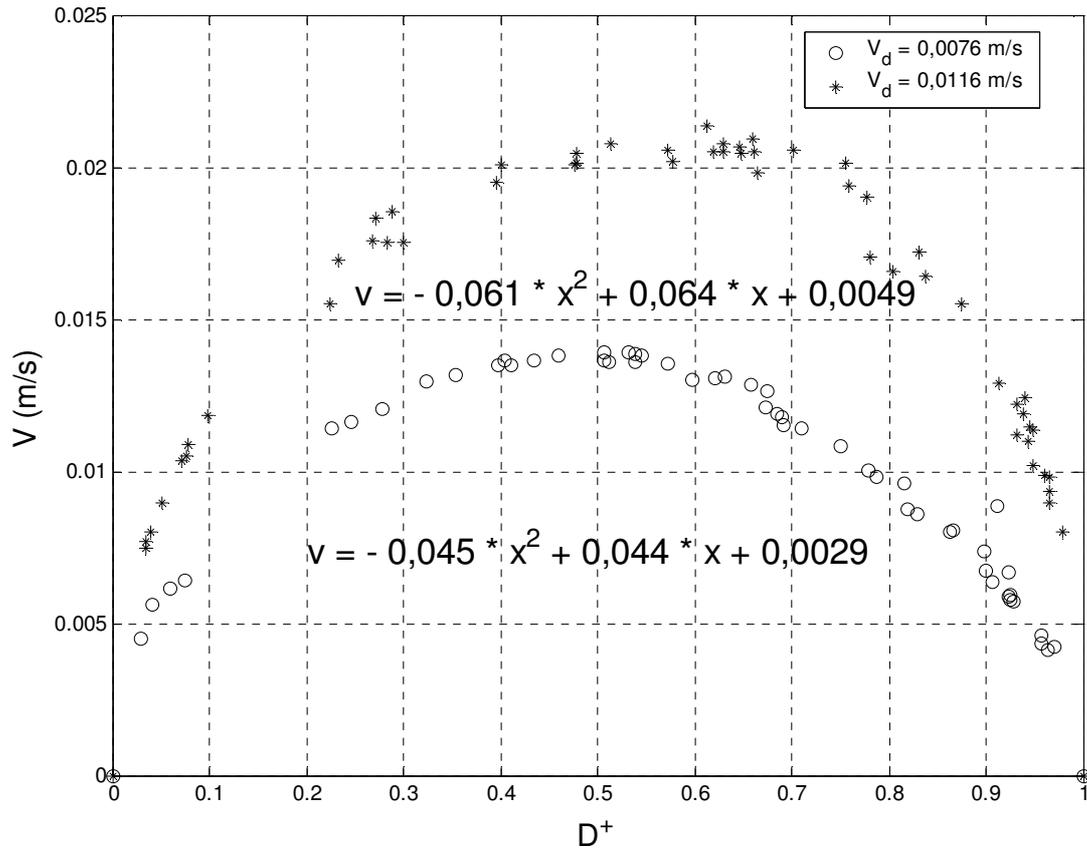


Figure V.4 Profils de vitesse en régime permanent pour deux nombres de Reynolds : 438 et 647.

En traçant tous les points, nous constatons un manque de données pour $0,1 \leq D^+ \leq 0,2$, certainement dû au fait que dans cette zone il existe une réflexion très intense de la nappe laser que nous n'avons pas pu éviter. De plus, la différence entre le débit mesuré avec le débitmètre et celui trouvé après avoir tracé les points s'élève à 9%, différence certainement due à une erreur de mesure.

Les courbes de tendance, de forme parabolique, pour les deux débits sont les suivantes :

$$V_{q=1,05} = -0,044605x^2 + 0,044282x + 0,0028984 \quad (\text{V.3})$$

$$V_{q=1,6} = -0,061237x^2 + 0,063954x + 0,0048536 \quad (\text{V.4})$$

Ensuite, nous constatons que le troisième coefficient dans les équations (V.3) et (V.4) n'est pas nul. Ceci peut s'expliquer à nos yeux de cette manière :

- ✓ Nous n'arrivons pas à bien distinguer les bords du tube,
- ✓ Il y a un effet de distorsion de la trajectoire de chaque particule dû à la courbure de la conduite,
- ✓ Il existe des erreurs de mesure.

Parmi les photos que nous avons utilisé pour tracer les profils de vitesse pour les deux nombres de Reynolds on retrouve celles de la figure V.5. Nous constatons que les traces des particules qui se trouvent dans le plan laser sont claires et rectilignes.

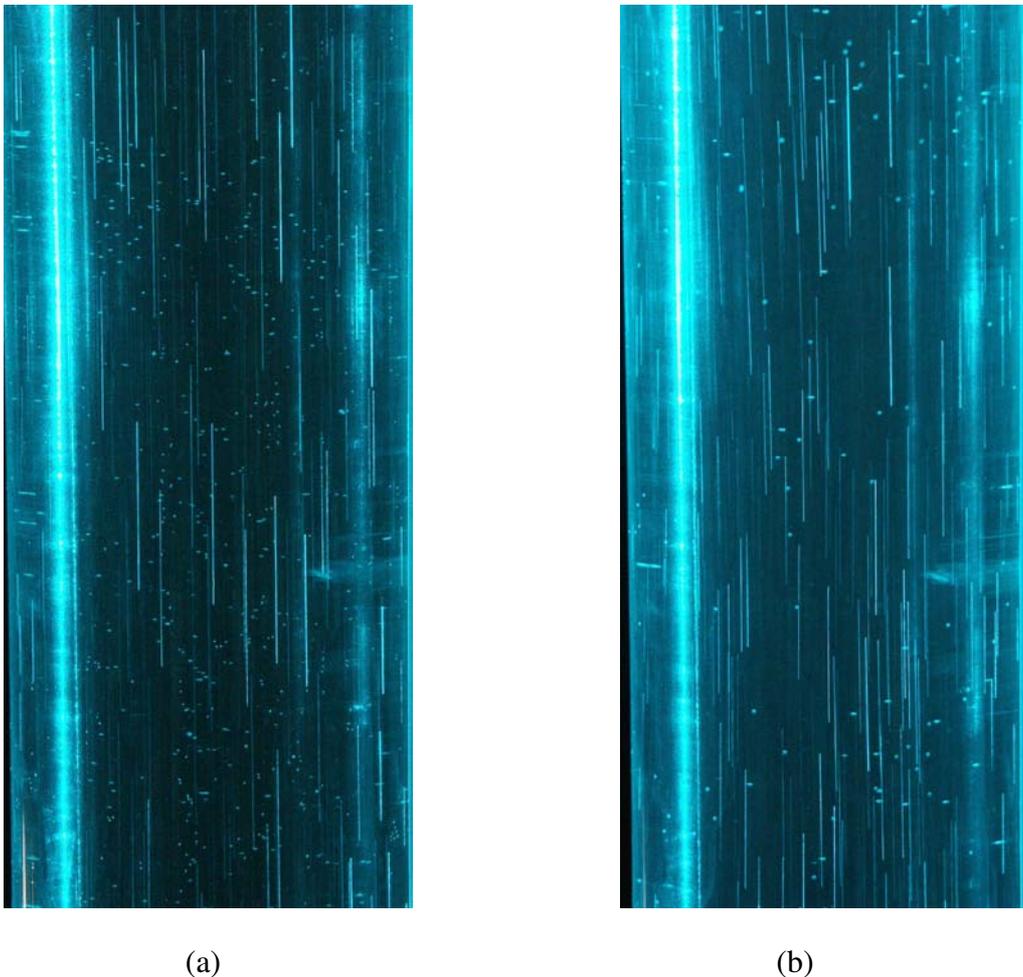


Figure V.5 Photographies des images de l'écoulement en régime permanent avec des particules pour différents nombres de Reynolds : (a) 438 et (b) 647.

On se doit de préciser que nous avons utilisé un temps de pose de deux secondes pour le premier débit (a) et un temps de pose d'une seconde pour le deuxième débit (b).

V.3.2 Echelon de température à l'entrée du tube

Pour simuler un échelon de température à l'entrée du tube, nous commençons par remplir les deux circuits avec de l'eau à la température ambiante par l'intermédiaire des deux bains thermostatés (B1 et B2). Les deux pompes sont mises en état de marche, mais les circuits restent fermés.

Après, brusquement, nous ouvrons simultanément les électrovannes E1 et E2 du circuit chaud et nous laissons circuler le fluide à un débit important pendant quelques minutes. Ensuite, simultanément, nous fermons les électrovannes E1 et E2 et nous ouvrons les électrovannes E3 et E4 du circuit froid, en laissant circuler l'eau aussi à un grand débit. Cette opération, nous allons la reproduire plusieurs fois dans le but d'éliminer les bulles d'air qui restent bloquées dans le corps des électrovannes et dans la chambre de stabilisation.

Ultérieurement, dès que nous avons éliminé les bulles d'air, nous fermons toutes les électrovannes et nous réglons les pompes au débit souhaité afin de commencer l'expérience. Après, on monte en température les deux bains thermostatés avec des températures différentes pour obtenir un échelon de température à l'entrée du tube.

Dès que la température de consigne dans les deux bains est atteinte, on ouvre les électrovannes E3 et E4 et on laisse circuler l'eau dans le circuit froid pendant une vingtaine des minutes, pour que l'écoulement devienne dynamiquement établi. Ensuite, simultanément on ferme les électrovannes E3 et E4 du circuit froid et on ouvre les électrovannes E1 et E2 du circuit chaud. Ainsi, nous avons appliqué un échelon de température positif à l'entrée du tube.

A titre d'exemple, lorsqu'on désire obtenir un échelon positif de température de +20°C à l'entrée du tube, on fixe la température du bain froid (respectivement du bain chaud) à 20°C (respectivement 40 °C). Après, on fait circuler l'eau froide (à 20 °C) dans le circuit de gauche un certain temps jusqu'à ce que le régime établi soit atteint. Brusquement, on ferme le circuit gauche et on ouvre le circuit droit dans lequel l'eau est à 40 °C. À ce moment là, on démarre l'acquisition des images avec l'appareil photographique.

De même, pour imposer un échelon de température négatif à l'entrée du tube on fait passer l'eau dans le circuit chaud pendant un certain temps pour que le régime d'écoulement soit dynamiquement établi et après, instantanément, on fait s'écouler le fluide froid à l'entrée du tube en ouvrant le circuit froid et en fermant le circuit chaud.

Mais, pour visualiser l'interaction du fluide chaud et du fluide froid, et lorsqu'on désire appliquer un échelon de température positif ou négatif à l'entrée du tube, on met du colorant ou des particules dans le bain chaud (respectivement dans le bain froid).

Nous avons utilisé trois colorants : l'éosine, sulphorhodamine et la fluorescéine, et en plus les particules de Rilsan[®]. Mais, parmi les trois colorants utilisés, le meilleur compromis entre la puissance du laser, la mise au point de l'appareil photographique et l'intensité lumineuse du colorant, a été à nos yeux obtenu avec de l'éosine.

A titre d'exemple, nous allons vous présenter dans ce qui suit une expérience sur l'écoulement laminaire et ascendant, en convection mixte transitoire dans un tube vertical, lorsqu'on applique un échelon de température positif à l'entrée du tube.

Afin de réaliser les expériences, nous avons utilisé un débit de 1,4 l/min et un échelon de température de +20 °C, c'est-à-dire que les températures du bain froid et du bain chaud ont été respectivement fixées à 20 °C et à 40 °C. De plus, la puissance laser a été choisie autour de 0,2 Watts, et l'appareil photographique numérique a été réglé avec une distance focale de 4,5", ISO 400 et un temps de pose de 1/8 secondes pour le colorant et 1,5 secondes pour les particules. L'appareil numérique a été fixé perpendiculairement à la nappe lumineuse à une distance de 500 mm. Toutefois, nous avons été obligés d'incliner l'appareil photographique de 10° par rapport à l'horizontale de manière à éliminer certaines réflexions lumineuses à l'intérieur du tube.

Sur la figure V.6, sont présentées les visualisations par particules de l'écoulement laminaire et ascendant de convection mixte instationnaire, lorsque nous imposons une vitesse débitante de 1.02 cm/s et un échelon de température de 20 °C à l'entrée du tube.

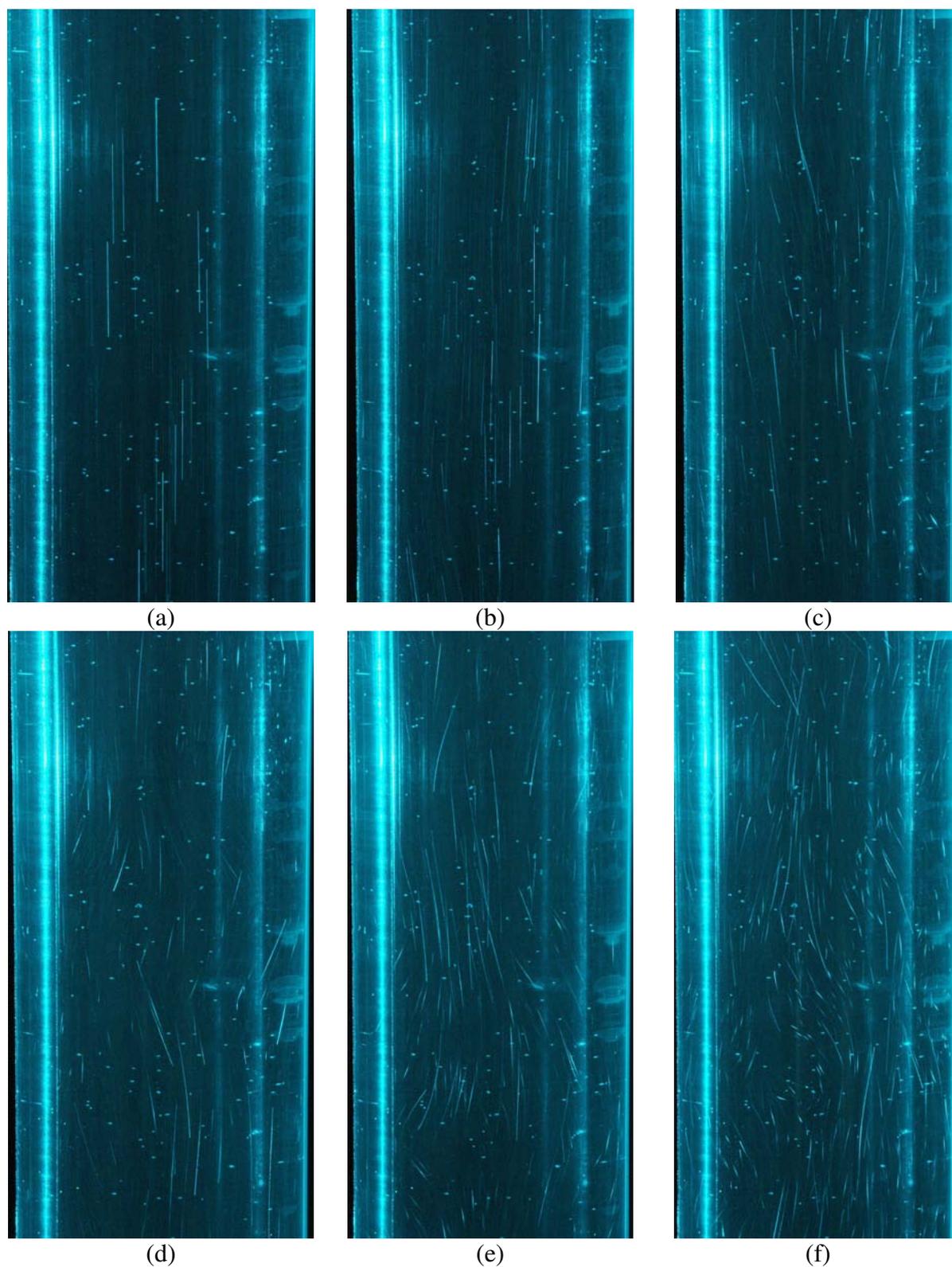


Figure V.6 Photographies des images de l'écoulement en régime transitoire avec des particules pour $Re = 556$ et $\Delta T = +20^{\circ}C$ à : (a) 0 s, (b) 26 s, (c) 54 s, (d) 64 s, (e) 70 s et (f) 82 s.

Au vu de ces images, il apparaît clairement le caractère désordonné et complexe de l'écoulement de convection mixte. On y voit notamment l'installation progressive d'une instabilité qui par la suite, sera convectée au sein de l'écoulement principal. Pour mieux appréhender qualitativement ces phénomènes thermoconvectifs instables, nous présentons sur la Figure V.7 des visualisations obtenues par traceurs continus fluorescents (éosine). On voit nettement sur les premiers clichés l'arrivée de cette instabilité dont le contour est de type Kelvin-Helmholtz, résultant dans le cas présent du glissement l'un sur l'autre de deux fluides de densité différentes.

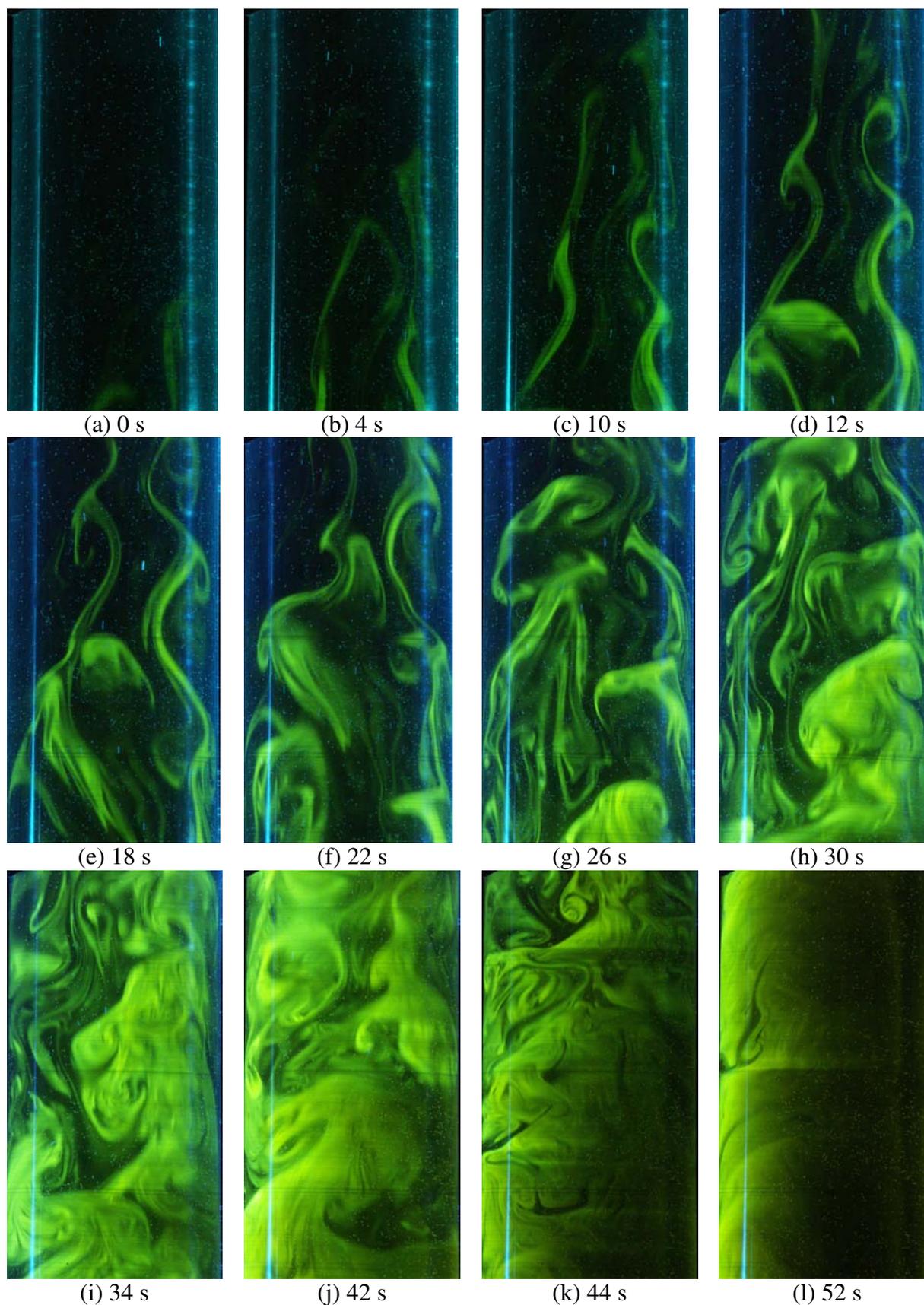


Figure V.7 Photographies d'un écoulement laminaire et transitoire prises à 1 m pour $Ri = 6$.

En regardant la série des photographies, nous constatons que le temps écoulé est de 52 secondes entre le moment initial, début de la présence des instabilités, et le moment final où ces instabilités disparaissent.

Ayant comme objectif de réaliser une comparaison qualitative avec notre code numérique, nous avons mesuré le temps écoulé entre la formation de ces instabilités et sa disparition. Pour garder le même nombre de Richardson qu'expérimentalement, nous avons choisi un cas avec un nombre de Reynolds de 300 et un échelon de température de $+2^{\circ}\text{C}$, tenant compte du fait que la température initiale du fluide est de 50°C .

Après la comparaison, nous avons constaté que la différence entre le temps enregistré à l'apparition des instabilités et l'instant où elles ont disparu est expérimentalement de 52 secondes et numériquement de 46 secondes.

V.4 CONCLUSION

Dans le cadre de ce chapitre nous avons présenté la nouvelle installation expérimentale en cours de mise au point dans notre laboratoire en ayant comme objectif de visualiser l'écoulement laminaire en convection mixte transitoire dans un tube vertical.

Avant de commencer les expériences, nous avons tenté de réaliser une vérification des hypothèses prises en compte au départ. Nous avons constaté qu'en régime permanent on retrouve un profil quasi-parabolique à une abscisse verticale de 1000 mm, lorsque les nombres de Reynolds retenus sont compris entre 400 et 700. Par ailleurs, une étude préliminaire a permis de mettre qualitativement en exergue la présence d'instabilités thermoconvectives et ce, au moyen de deux techniques de visualisation complémentaires.

L'installation expérimentale est perfectible et les améliorations prévues devraient nous permettre d'appréhender le problème sous un aspect plus quantitatif, à partir de l'obtention fiable de champs dynamiques de l'écoulement et des grandeurs physiques déduites (vorticité, pression,...).

**CONCLUSION GENERALE ET
PERSPECTIVES**

L'étude que nous avons menée avait comme objectif d'évaluer le comportement transitoire d'un écoulement laminaire et ascendant, en convection mixte aidée ou contrariée, dans un tube vertical, lorsque l'entrée est soumise à des conditions aux limites variables.

Dans un premier temps, nous avons mis au point un nouveau code de calcul basé sur les équations de quantité de mouvement, d'énergie et de Poisson (du vecteur tourbillon), toutes étant définies avec les variables secondaires : la fonction de courant et la vorticité. La résolution du système d'équations repose sur la méthode aux différences finies.

Dans un deuxième temps, en se basant sur le modèle numérique, nous avons analysé un écoulement laminaire et ascendant en convection mixte transitoire dans un tube vertical, avec ou sans l'effet de la capacité thermique de la paroi, lorsque l'entrée est perturbée par une variation brusque de la température du fluide.

A partir des résultats numériques, nous avons mis en évidence les phénomènes de recirculation et d'oscillation de l'écoulement qui peuvent apparaître selon le signe de l'échelon de température (réchauffement ou refroidissement). L'apparition de ces phénomènes a conduit à des instabilités de l'écoulement laminaire.

De plus, les effets de la capacité thermique de la paroi et de la densité de flux imposée à la paroi sur le comportement d'un écoulement laminaire en convection mixte transitoire ont été mis en évidence.

En s'appuyant sur les simulations numériques, nous avons mis en évidence les diagrammes de stabilité de l'écoulement en fonction des divers paramètres que sont le nombre de Richardson et le nombre de Péclet. Nous avons trouvé des valeurs critiques pour le nombre de Richardson qui varient en fonction de la vitesse débitante, de l'échelon de température appliqué à l'entrée du tube, de la densité de flux imposée à la paroi et de la capacité thermique de la paroi.

Ultérieurement, nous avons mis en évidence le temps caractéristique d'apparition des instabilités. Nous avons constaté qu'il diminue fortement avec l'augmentation du nombre de Richardson ou de l'échelon de température.

Dans un troisième temps, nous avons réalisé une étude de comparaison de nos résultats avec ceux de la littérature de manière à valider notre modèle numérique. Cette comparaison a

été effectuée pour un écoulement laminaire et instationnaire, en convection mixte aidée dans un tube vertical chauffé à la paroi et nous avons constaté une bonne concordance entre les résultats de notre modèle et ceux de **Zghal** *et al.* [13].

Enfin, nous avons montré les premiers résultats expérimentaux d'une technique de visualisation de l'écoulement laminaire par tomographie laser dans un tube vertical. Pour ce faire, une nouvelle installation expérimentale a été conçue et est en cours de réalisation dans notre laboratoire ayant comme objectif de valider, au moins qualitativement au départ, les résultats numériques obtenus. Cette expérimentation, bien que perfectible actuellement a néanmoins permis de visualiser des phénomènes instables liés à l'application impulsive d'un gradient de température à l'écoulement dans la conduite verticale.

Une poursuite des travaux est envisagée sur les plans théoriques et expérimentaux. L'étude du comportement transitoire d'un écoulement laminaire en convection mixte dans un tube vertical, lorsqu'on applique à l'entrée de la conduite un échelon de débit et un échelon de température, peut être approfondi.

De plus, en ce qui concerne l'installation expérimentale que nous avons mis en place, nous ne sommes que dans la phase préliminaire des manipulations. Une bonne maîtrise de cette expérience ainsi qu'une comparaison quantitative avec le modèle numérique reste à accomplir.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] R. Kh. ZEYTOUNIAN (2003) « Joseph Boussinesq and his approximation: a contemporary view » *Comptes Rendus Mécanique*, Vol. 331, No. 8, p. 575-586.
- [2] J. D. JACKSON, M. A. COTTON, B. P. AXCELL (1989) « Studies of mixed convection in vertical tubes » *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, Vol. 10, No. 1, p. 2 – 15.
- [3] T. J. HANRATTY, E. M. ROSEN, R. L. KABEL (1958) « Effect of heat transfer on flow field at low Reynolds numbers in vertical tubes » *Industrial and Engineering Chemistry*, Vol. 50, No. 5, p. 815 – 820.
- [4] B. ZELDIN and F. W. SCHMIDT (1972) « Developing flow with combined forced-free convection in an isothermal vertical tube » *Transaction of the ASME, Journal of Heat Transfer*, p. 211 – 223.
- [5] T. L. CHAN and C. W. LEUNG (1999) « Mixed convection from upward flow of hot air to a cooled vertical pipe » *Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, p. 171 – 176.
- [6] M. A. BERNIER, B. R. BALIGA (1992) « Visualization of upward mixed-convection flows in vertical pipes using a thin semitransparent gold-film heater and dye injection » *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 13, No. 3, p. 241 – 249.
- [7] L. C. CHOW, S. R. HUSAIN, A. CAMPO (1984) « Effects of free convection and axial conduction on forced convection heat transfer inside a vertical channel at low Péclet numbers » *Transaction of the ASME, Journal of Heat Transfer*, Vol. 106, p. 297 – 303.
- [8] W. AUNG, G. WORKU (1986) « Theory of fully developed, combined convection including flow reversal » *Transaction of the ASME, Journal of Heat Transfer*, Vol. 108, p. 485 – 488.
- [9] A. MARTIN, SHADDAY Jr. (1986) « Combined forced / free convection through vertical tubes at high Grashof numbers » *Proceeding of the 8th International Heat Transfer Conference, San Francisco USA*, p. 1433 – 1437.
- [10] M. WANG, T. TSUJI, Y. NAGANO (1994) « Mixed convection with flow reversal in thermal entrance of horizontal and vertical pipes » *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, No. 15, p. 2305 – 2319.
- [11] A. BARLETTA, S. LAZZARI, E. ZANCHINI (2003) « Non-axisymmetric forced and free flow in a vertical circular duct » *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, p. 4499 – 4512.
- [12] D. D. JOYE (1996) « Comparison of aiding and opposing mixed convection heat transfer in a vertical tube with Grashof number variation » *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, Vol. 17, p. 96 – 101.
- [13] M. ZGHAL, N. GALANIS, C. T. NGUYEN (2001) « Developing mixed convection with aiding buoyancy in vertical tubes: a numerical investigation of different flow regimes » *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 40, p. 816 – 824.
- [14] A. BEHZADMEHR, N. GALANIS, A. LANEVILLE (2003) « Low Reynolds number mixed convection in vertical tubes with uniform wall heat flux » *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, No. 25, p. 4823 – 4833.
- [15] M. A. BERNIER, B. R. BALIGA (1992) « Conjugate conduction and laminar mixed convection in vertical pipes for upward flow and uniform wall heat flux » *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 21, p. 313 – 332.

- [16] P. J. HEGGS, D. B. INGHAM, D. J. KEEN (1990) « The effects of heat conduction in the wall on the development of recirculating combined convection flows in vertical tubes » *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 33, No. 3, p. 517 – 528.
- [17] G. LAPLANTE, M. A. BERNIER (1997) « Convection mixte défavorable et conjuguée dans un tube vertical » *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 40, No. 15, p. 3523 – 3535.
- [18] W. M. YAN (1992) « Transient mixed convection heat transfer in vertical pipe flows » *Int. Communication in Heat and Mass Transfer*, Vol. 19, No. 1, p. 89 – 101.
- [19] K. T. LEE, W. M. YAN (1994) « Numerical study of transient conjugated mixed convection in a vertical pipe » *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 26, p. 161 – 179.
- [20] C. H. CHENG, H. S. KOU, W. H. HUANG (July 1990) « Flow reversal and heat transfer of fully developed mixed convection in vertical channels » *Journal Thermophysics*, Vol. 4, No. 3, p. 375 – 383.
- [21] T. T. HAMADAH, R. A. WIRTZ (1991) « Analysis of laminar fully developed mixed convection in a vertical channel with opposing buoyancy » *Transaction of the ASME, Journal of Heat Transfer*, Vol. 113, p. 507 – 510.
- [22] C. T. NGUYEN, S. EL B. MAÏGA, M. LANDRY, N. GALANIS et G. ROY (2004) « Numerical investigation of flow reversal and instability in mixed laminar vertical tube flow » *International Journal of Thermal Sciences*, Vol.43 , p. 797 – 808.
- [23] T. H. MAI, N. EL WAKIL, J. PADET (1999) « Transfert de chaleur dans un tube vertical avec écoulement de convection mixte à débit variable » *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 38, p. 277 – 283.
- [24] T.H. MAI, C.V. POPA, G. POLIDORI « Transient mixed convection flow instabilities in a vertical pipe » *Heat and Mass Transfer (à paraître)*.
- [25] J. PADET (1990) « Fluides en écoulement, méthodes et modèles » Masson, Paris.
- [26] J. PADET (1997) « Principes des transferts convectifs » Polytechnica, Paris.
- [27] E. SAATDJIAN (1993) « Phénomènes de transport et leur résolution numérique » Polytechnica, Paris.
- [28] M. NAPOLITANO, G. PASCAZIO, L. QUARTAPELLE (1999) « A review of vorticity conditions in the numerical solution of the $\xi - \Psi$ equations » *Computers & Fluids*, Vol. 28, p. 139 – 185
- [29] K. E. TORRANCE, J. A. ROCKETT (1969) « Numerical study of natural convection in an enclosure with localized heating from below - creeping flow to the onset of laminar instability » *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 36, Part. 1, p. 33 – 54.
- [30] P. D. LAX, R. D. RICHTMYER (1956) « Survey of the stability of linear finite difference equations » *Communications on Pure and Applied Mathematics*, Vol. IX, p. 267 – 293.
- [31] A. BEJAN (1984) « Convection heat transfer » John Wiley & Sons, New - York.
- [32] W. J. MINKOWYCZ (1988) « Handbook of numerical heat transfer » New York, Wiley
- [33] A.D. GOSMAN (1969) « Heat and mass transfer in recirculating flows » London, Academic Press

- [34] S. KAKAÇ, W. LI, R. M. COTTA (1990) « Unsteady laminar forced convection in ducts with periodic variation of inlet temperature » *Journal of Mechanical Design*, Vol. 112, No. 4, p. 913 – 920.

Résumé

La première partie est consacrée à l'étude numérique des phénomènes convectifs au sein d'un fluide circulant dans un tube vertical soumis à des conditions aux limites variables à l'entrée et/ou à la surface externe de la conduite. La résolution numérique des équations basées sur la fonction de courant et la vorticité est assurée par une méthode aux différences finies. Nous avons observé que le comportement de l'écoulement est très diff rent selon le signe de l'échelon de température positif ou négatif. A partir d'expériences numériques, nous avons établi des diagrammes de stabilité de l'écoulement laminaire, en convection mixte aidée et contrariée. De plus, nous avons mis en évidence le temps caractéristique d'apparition des instabilités qui diminue fortement pour des nombres de Richardson  lev s. Dans la deuxième partie, nous avons réalisé une étude préliminaire de visualisation de l'écoulement laminaire et ascendant dans un tube vertical par tomographie laser. Un dispositif expérimental a été mis en place au laboratoire permettant d'observer, dans un premier temps qualitativement, les phénomènes de recirculation inhérentes aux instabilités thermoconvectives présentes.

Mots-clés : convection mixte, régime transitoire, écoulement laminaire, tube vertical, méthode aux différences finies, étude de stabilité, visualisation et tomographie laser.

Abstract

The first part is devoted to the numerical study of the convective phenomena within a fluid circulating in a vertical pipe subjected to variable boundary conditions at the entry or/and on the external surface of the tube. The numerical resolution of the equations based on the stream function and the vorticity is ensured by a finite difference method. We observed that the flow behaviour is very different according to the sign from the temperature step (positive or negative). From the digital simulations, we established stability diagrams of the aided and opposed mixed convection laminar flow. We highlighted time characteristic of instabilities appearance which strongly decreases for high Richardson numbers. In the second part, we carried out a preliminary study of visualisation of the ascending laminar flow of water in a vertical pipe by laser tomography. An experimental device was set up making it possible to observe qualitatively, the recirculation phenomena inherent in thermoconvective instabilities presence.

Keywords: transient mixed convection, laminar flow, vertical pipe, finite difference method, stability study, visualisation and laser tomography.